

**С. М. ЛЕБЕДКА, М. В. ПЕТРОВСЬКИЙ, І. М. ДЯГОВЧЕНКО**

### **РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРИЧНІЙ МЕРЕЖІ У ФАЗНИХ КООРДИНАТАХ**

Розподільчі електричні мережі великої протяжності характеризуються високим порядком системи рівнянь електромагнітних перехідних процесів. Для підвищення ефективності моделювання таких мереж необхідна розробка формалізованих процедур, що забезпечують автоматизацію як розв'язання, так і формування систем рівнянь з використанням засобів сучасної обчислювальної техніки. Для спрощення розробки математичних моделей використовуються перетворення для переходу від реальної трифазної мережі до інших систем координат, але це досягається за рахунок додаткових обмежень. Для вирішення задач вибору і підвищення ефективності засобів обмеження струмів і перенапруг при перехідних процесах в електричних мережах, необхідно мати модель, що відображає цілий ряд особливостей, як самих мереж, так і перехідних процесів, які протікають в них. Це реалізовано в моделі, заснованій на поданні елементів мережі не однофазними еквівалентами, а рівняннями в фазних координатах. Ці рівняння містять параметри елементів мережі (активні опори, власні і взаємні індуктивності та ємності) і параметри її режиму (струми, напруги, потужності фаз), що відповідають реальним фізичним параметрам електричних систем. Розроблена математична модель електромагнітних перехідних процесів у електричній мережі у фазних координатах. Розрахунок перехідного процесу при використанні неявного методу і поданні трифазних елементів на кроці інтегрування дискретними моделями дозволяє звести розв'язання системи диференціальних рівнянь до багаторазового формування і розв'язання системи алгебраїчних рівнянь. Отримав розвиток діакоптичний метод дослідження складних систем, застосований для розробки математичної моделі електромагнітних перехідних процесів в трифазній електричній мережі. Запропонована форма представлення дискретних моделей трифазних багатополосників дозволяє формалізувати як процедуру розв'язання, так і процедуру складання рівнянь перехідних процесів для трифазних схем електричних мереж довільної конфігурації. Перспективами подальших досліджень є проведення обчислювальних експериментів для дослідження електромагнітних перехідних процесів при замиканнях на землю в електричних мережах довільної конфігурації з різними режимами нейтралі і засобами обмеження струмів та перенапруг.

**Ключові слова:** електрична мережа, електромагнітний перехідний процес, математична модель, фазні координати, неявний метод Гіра, діакоптичний метод, дискретні моделі.

**С. Н. ЛЕБЕДКА, М. В. ПЕТРОВСКИЙ, И. Н. ДЯГОВЧЕНКО**

### **РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ**

Распределительные электрические сети большой протяженности характеризуются высоким порядком системы уравнений электромагнитных переходных процессов. Для повышения эффективности моделирования таких сетей необходима разработка формализованных процедур, обеспечивающих автоматизацию как решения, так и формирования систем уравнений с использованием средств современной вычислительной техники. Для упрощения разработки математических моделей используются преобразования для перехода от реальной трехфазной сети к другим системам координат, но это достигается за счет дополнительных ограничений. Для решения задач выбора и повышения эффективности средств ограничения токов и перенапряжений при переходных процессах в электрических сетях, необходимо иметь модель, отражающую целый ряд особенностей, как самих сетей, так и переходных процессов, протекающих в них. Это реализовано в модели, основанной на представлении элементов сети не однофазными эквивалентами, а уравнениями в фазных координатах. Эти уравнения содержат параметры элементов сети (активные сопротивления, собственные и взаимные индуктивности и емкости) и параметры ее режима (токи, напряжения, мощности фаз), соответствующие реальным физическим параметрам электрических систем. Разработана математическая модель электромагнитных переходных процессов в электрической сети в фазных координатах. Расчет переходного процесса при использовании неявного метода и представлении трехфазных элементов на шаге интегрирования дискретными моделями позволяет свести решение системы дифференциальных уравнений к многократному формированию и решению системы алгебраических уравнений. Получил развитие диакоптический метод исследования сложных систем, примененный для разработки математической модели электромагнитных переходных процессов в трехфазной электрической сети. Предложенная форма представления дискретных моделей трехфазных многополосников позволяет формализовать как процедуру решения, так и процедуру составления уравнений переходных процессов для трехфазных схем электрических сетей произвольной конфигурации. Перспективами дальнейших исследований является проведение вычислительных экспериментов для исследования электромагнитных переходных процессов при замыканиях на землю в электрических сетях произвольной конфигурации с различными режимами нейтрали и средствами ограничения токов и перенапряжений.

**Ключевые слова:** электрическая сеть, электромагнитный переходный процесс, математическая модель, фазные координаты, неявный метод Гира, диакоптический метод, дискретные модели.

**S. M. LEBEDKA, M. V. PETROVSKYI, I. M. DIAHOVCHENKO**

### **DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF TRANSITIONAL PROCESSES IN THE ELECTRICAL NETWORK IN PHASE COORDINATES**

Distribution electrical networks of great length are characterized by a high order of the system of equations of electromagnetic transients. To improve the efficiency of modelling such networks, it is necessary to develop formalized procedures that provide automation of both the solution and the formation of systems of equations using modern computer technology. To simplify the development of mathematical models, transformations are used to move from a real three-phase network to other coordinate systems, but this is achieved at the expense of additional restrictions. To solve the problems of choosing and increasing the efficiency of means for limiting currents and overvoltages during transient processes in electrical networks, it is necessary to have a model reflecting a number of features, both of the networks themselves, and of the transient processes occurring in them. This is implemented in a model based on the representation of network elements not by single-phase equivalents, but by equations in phase coordinates. These equations contain the parameters of the network elements (active resistances, own and mutual inductances and capacitances) and the parameters of its mode

© С. М. Лебедка, М. В. Петровський, І. М. Дяговченко, 2020

(currents, voltages, phase powers), corresponding to the real physical parameters of electrical systems. A mathematical model of electromagnetic transient processes in an electrical network in phase coordinates has been developed. Calculation of the transient process when using the implicit method and representing the three-phase elements at the integration step by discrete models makes it possible to reduce the solution of a system of differential equations to multiple formation and solution of a system of equations. The diakoptic method for studying complex systems was developed, which was used to develop a mathematical model of electromagnetic transient processes in a three-phase electrical network. The proposed form of representation of discrete models of three-phase multipoles allows one to formalize both the solution procedure and the procedure for drawing up equations of transient processes for three-phase circuits of electrical networks of arbitrary configuration. Prospects for further research are computational experiments to study electromagnetic transient processes during ground faults in electrical networks of arbitrary configuration with various neutral modes and means of limiting currents and overvoltages.

**Keywords:** electrical network, electromagnetic transients, mathematical model, phase coordinates, implicit method Gere, diakoptic method, discrete models.

**Постановка проблеми.** Розподільчі електричні мережі різноманітні за складом обладнання, структурою, конфігурацією, тому при великій протяжності і розгалужених схемах системи рівнянь електромагнітних перехідних процесів в них мають високий порядок. Крім того, через наявність в схемах як індуктивних, так і ємнісних елементів рівняння, що описують перехідні процеси в таких мережах, є інтегро-диференціальними. Тому для підвищення ефективності моделювання таких мереж необхідна розробка формалізованих процедур, що забезпечують автоматизацію як розв'язання, так і формування систем рівнянь з використанням засобів сучасної обчислювальної техніки.

**Аналіз публікацій.** У ряді робіт для спрощення завдань розробки математичних моделей і їх програмної реалізації використовуються перетворення для переходу від реальної трифазної мережі до інших систем координат (розкладання на симетричні складові; координати  $d, q, 0$ ; система  $a, b, 0$ ). Однак спрощення досягається за рахунок додаткових обмежень (перелік вирішуваних задач; кількість чинників, що враховуються; точність моделювання).

Наприклад, в [1] для комп'ютерного розрахунку подвійних замикань на землю в електричних мережах з ізольованою нейтраллю складання рівнянь виконується вручну і засноване на методі симетричних складових. Але цей метод дозволяє визначати лише періодичні складові перехідних процесів, він орієнтований на розрахунок простої несиметрії.

Опубліковані роботи, що використовують математичне моделювання та обчислювальну техніку для дослідження електромагнітних перехідних процесів, наприклад [2–4], характеризуються наступним:

- при вивченні перехідних процесів за вихідні приймаються спрощені схеми заміщення мереж з граничним узагальненням їх параметрів, що спрощує їх опис, вивчення і аналіз, але призводить до значного зниження точності одержуваних результатів;

- орієнтуючись тільки на прості схеми, автори розроблених моделей передбачають автоматизацію тільки процесу розв'язання отриманих систем рівнянь, відсутність формалізованих процедур формування систем диференціальних рівнянь обмежує можливість застосування наявних моделей для різноманітних розрахунків перехідних процесів, особливо в разі складних схем;

- застосування спрощених моделей приводить до суперечливих результатів, ускладнює отримання

об'єктивної оцінки ефективності різних методів і засобів обмеження струмів і перенапруг.

Щоб підійти до вирішення задач вибору і підвищення ефективності засобів обмеження струмів і перенапруг при перехідних процесах в електричних мережах, необхідно мати модель, що відображає цілий ряд особливостей, як самих мереж, так перехідних процесів, які протікають в них, а саме:

- для дослідження величин струмів і перенапруг модель повинна відображати реальну конфігурацію мережі, склад обладнання, відтворювати електромагнітні перехідні процеси з урахуванням як індуктивних, так і ємнісних параметрів фаз, на відміну від спрощених моделей, що враховують або тільки індуктивні, або тільки ємнісні параметри в еквівалентних або типових схемах;

- для забезпечення оцінки і зіставлення характеристик мереж з різними режимами нейтралі, для визначення їх параметрів з необхідною точністю, для аналізу впливу режиму нейтралі мережі на рівні перенапруг і струмів модель повинна забезпечувати моделювання електромагнітних перехідних процесів в мережах з різними режимами нейтралі на єдиній алгоритмічній основі.

Реалізація такої задачі є можливою в моделі, заснованій на поданні елементів мережі не однофазними еквівалентами, а рівняннями в фазних координатах. Ці рівняння містять параметри елементів мережі (активні опори, власні і взаємні індуктивності та ємності) і параметри її режиму (струми, напруги, потужності фаз), що відповідають реальним фізичним параметрам електричних систем [5–8]. Метод фазних координат розробляється, наприклад, в роботах [9–12]. В роботі [13] наведені математичні моделі елементів електричної мережі, отримані із застосуванням формули другого порядку неявного методу Гіра чисельного інтегрування диференціальних рівнянь.

**Метою статті** є розробка математичної моделі електромагнітних перехідних процесів електричної мережі в фазних координатах. В якості моделей елементів мережі (ліній електропередачі, силових трансформаторів, вузлів навантаження) використовуються рівняння, отримані в [13].

**Результати дослідження.** Загальний принцип побудови математичних моделей технічних систем, що допускає формалізацію, сформульований Г. Кроном [14, 15] і полягає в тому, що:

- 1) виконується поділ складної системи на частини – в системі виділяються окремі елементи, математичний опис яких відомий;

2) при відомих моделях елементів і інформації про те, як поєднані елементи між собою в систему, формуються рівняння стану системи в цілому.

Такий підхід прийнятий в статті при розробці математичної моделі для дослідження електромагнітних перехідних процесів в електричній мережі. Як елементи системи розглядаються трифазні багатополюсники, що відповідають реальним елементам мережі: повітряним і кабельним лініям, силовим трансформаторам, джерелам і споживачам електричної енергії. Модель системи в цілому повинна бути отримана об'єднанням моделей елементів.

Дискретні рівняння елементів мережі в перехідних режимах отримані на основі формул неявного методу Гіра і представлені в уніфікованій формі, розв'язаній щодо струмів. Таке подання дозволяє уніфікувати процедуру об'єднання моделей елементів в модель системи на основі першого закону Кірхгофа (вузлового методу), застосування якого забезпечується простота формування матриці Якобі, низький (в порівнянні з іншими методами) порядок одержуваної системи рівнянь, можливість формалізації складання системи рівнянь.

Остання обставина особливо важлива, тому що, по-перше, обсяги і рівень складності мереж великі. Навіть при моделюванні на рівні багатополюсників порядок систем диференціальних рівнянь для складних схем виявляється високим, процедура формування таких систем трудомістка і повинна бути формалізованою. По-друге, завдання формування і розв'язання систем рівнянь ускладнюються тим, що схема електричної мережі містить як індуктивні, так і ємнісні елементи.

Метод вузлових потенціалів (вузловий метод) широко застосовується для аналізу перехідних процесів в схемах з двополюсними R-, L-, C-елементами. Як вектор базисних координат в цьому методі отримання моделей використовується вектор вузлових напруг. В статті для формування математичної моделі електричної мережі прийнятий вузловий метод, але з урахуванням того, що дискретні рівняння отримані неявним методом Гіра і для трифазних елементів.

Завдання моделювання перехідних процесів в схемі мережі зводиться до багаторазової процедури знаходження поточних параметрів її режиму для кожного інтервалу часу, на яких проводиться алгебраїзація інерційних компонентних співвідношень.

Повний процес розв'язання системи алгебраїчних рівнянь полягає в наступному:

- 1) вибір початкового значення  $U_{k+1}^i$ ;
- 2) лінеаризація нелінійних компонентів;
- 3) формування системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР);
- 4) розв'язання СЛАР;
- 5) порівняння рішення і початкового значення;
- 6) отримання результату.

На основі усього вищевикладеного за основу методики побудови математичної моделі електричної

мережі в перехідних режимах, розробленої в статті, прийняті наступні положення:

- рівень декомпозиції – трифазні багатополюсники;
- елементи мережі (трифазні багатополюсники) і електрична мережа в цілому представляються диференціальними рівняннями в фазних координатах;
- метод чисельного інтегрування – неявний метод Гіра другого порядку (формула Шихмана);
- диференціальні рівняння окремих елементів мережі апроксимуються різницевиими рівняннями на основі неявних методів чисельного інтегрування і подаються у формі, розв'язаній щодо струмів;
- формування системи рівнянь на кроці чисельного інтегрування виконується вузловим методом стосовно до схем з багатополюсними елементами;
- розв'язання системи вузлових рівнянь на кроці виконується прямими методами з урахуванням блокової структури матриць коефіцієнтів вузлових рівнянь.

Для отримання рівнянь в фазних координатах складається трифазна схема електричної мережі, елементами якої є трифазні поздовжні і поперечні вітки. Поздовжні вітки містяться в схемах ділянок повітряних і кабельних ліній електропередачі, обмоток трансформаторів; поперечні – вузлів навантаження, поперечних провідностей ліній електропередачі, віток намагнічування трансформаторів.

Математичні моделі елементів мережі у векторно-матричній формі мають вигляд:

- поздовжній пасивний трифазний багатополюсник:

$$[\Delta U]_{ij} = [L]_{ij} \frac{d}{dt} [i]_{ij} + [R]_{ij} [i]_{ij}; \quad (1)$$

- поздовжній трифазний багатополюсник, приєднаний до джерела живлення (ЕРС):

$$[U]_i - [\bar{E}]_G = [L]_G \frac{d}{dt} [i]_G + [R]_G [i]_G; \quad (2)$$

- поперечний трифазний багатополюсник ємнісного характеру:

$$[i]_C = [G] \cdot [U_C] + [C] \frac{d}{dt} [U_C]; \quad (3)$$

- поперечний трифазний багатополюсник індуктивного характеру у вузлі i:

$$[U]_i = [L] \frac{d}{dt} [i_L] + [R] [i_L]. \quad (4)$$

Застосуємо до (1)–(4) формулу чисельного інтегрування другого порядку неявного методу Гіра:

$$[i_L]^{(k+1)} = \frac{4}{3} [i_L]^{(k)} - \frac{1}{3} [i_L]^{(k-1)} + \frac{2}{3} h \frac{d}{dt} [i_L]^{(k+1)},$$

$$[U_C]^{(k+1)} = \frac{4}{3}[U_C]^{(k)} - \frac{1}{3}[U_C]^{(k-1)} + \frac{2}{3}h \frac{d}{dt}[U_C]^{(k+1)}.$$

Отримаємо:

$$[i]^{(k+1)} = [Y_{LW}][\Delta U]^{(k+1)} + [A_{LW}][i]^{(k)} + [A_{LW}][i]^{(k-1)};$$

$$[i]_{\Gamma}^{(k+1)} = [Y_{LW}]( [U]_i^{(k+1)} - [E]_{\Gamma}^{(k+1)} ) + [A_{LW}][i]_{\Gamma}^{(k)} + [A_{LW}][i]_{\Gamma}^{(k-1)};$$

$$[i]_C^{(k+1)} = [Y_{Cu}][U_C]^{(k+1)} + [Y_{Cu}][Y_C]^{(k+1)} + [Y_{Cu}][U_C]^{(k-1)};$$

$$[i_H]^{(k+1)} = [Y_{Lu}][U_i]^{(k+1)} + [A_{Lu}][i_H]^{(k)} + [A_{Lu}][i_H]^{(k-1)};$$

де  $[Y_{LW}] = \left( [R] + \frac{2}{3h}[R] \right)^{-1}$ ,  $[A_{LW}] = \frac{2}{h}[Y_{LW}][L]$ ,  
 $[A_{LW}] = -\frac{1}{2h}[Y_{LW}][L]$ ,  $[Y_{Cu}] = \frac{3}{2h}[C] + [G]$ ,  
 $[Y_{Cu}] = -\frac{2}{h}[C]$ ,  $[Y_{Cu}] = \frac{1}{2h}[C]$ ,  $[Y_{Lu}] = [Y_{LW}]$ ,  
 $[A_{Lu}] = [A_{LW}]$ ,  $[A_{Lu}] = [A_{LW}]$  – матриці дискретних параметрів відповідних елементів;

$h$  – крок інтегрування.

Трифазній електричній мережі ставиться у відповідність дискретна схема на кроці чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь. Дискретна схема містить трифазні багатополосники, що відповідають поздовжнім і поперечним трифазним віткам. Поздовжні вітки, що відповідають ділянкам повітряних або кабельних ліній, характеризуються дискретними параметрами  $Y_{Lwij}$ ,  $A_{Lwij}$ ,  $A_{Lwij}$ , поперечні ємнісні –  $Y_{Cui}$ ,  $Y_{Cui}$ ,  $Y_{Cui}$ , індуктивні –  $Y_{Lui}$ ,  $A_{Lui}$ ,  $A_{Lui}$ .

При заданому законі зміни напруги в часі в одному з вузлів схеми невідомими є напруги в решті вузлів (незалежні вузли). Склавши рівняння балансу струмів для всіх незалежних трифазних вузлів мережі, отримаємо в результаті систему рівнянь:

$$\begin{aligned} [y_{11}][u_1]^{k+1} + \dots + [y_{i1}][u_i]^{k+1} + \dots + [y_{1n}][u_n]^{k+1} &= [j_1]^k \\ [y_{21}][u_1]^{k+1} + \dots + [y_{2i}][u_i]^{k+1} + \dots + [y_{2n}][u_n]^{k+1} &= [j_2]^k \\ \dots & \\ [y_{i1}][u_1]^{k+1} + \dots + [y_{ii}][u_i]^{k+1} + \dots + [y_{in}][u_n]^{k+1} &= [j_i]^k \\ \dots & \\ [y_{n1}][u_1]^{k+1} + \dots + [y_{ni}][u_i]^{k+1} + \dots + [y_{nn}][u_n]^{k+1} &= [j_n]^k \end{aligned} \quad (5)$$

Елементи вектора-стовпця  $[j_i]^k$  в правій частині отриманої системи рівнянь залежать від струмів індуктивних і напруг ємнісних елементів на попередніх інтервалах часу і змінюються від кроку до кроку. Елементи блоків матриці  $[y_{in}]$  визначаються параметрами  $R$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$  елементів системи і при

постійному кроці інтегрування залишаються незмінними.

Розв'язання системи рівнянь (5) дозволяє за параметрами режиму схеми на попередніх кроках чисельного інтегрування визначити параметри режиму на черговому інтервалі часу. Розрахунок при постійному кроці інтегрування ( $h = \text{const}$ ) і лінійній схемі зводиться до коректування елементів стовпця  $[j]^k$  з урахуванням обчислених на кроці параметрів режиму і визначення нових значень з розв'язання системи рівнянь (5).

Для дослідження перехідних процесів в електричних мережах розроблена математична модель реалізована у вигляді програмних засобів, що забезпечують: введення вихідних даних про схему мережі, визначення початкових умов (з розрахунку нормального режиму), розрахунок перехідного процесу за рівняннями в фазних координатах неявним методом чисельного інтегрування, надання результатів розрахунків у формі, зручній для аналізу.

**Висновки.** Можливості сучасних комп'ютерів і їх програмного забезпечення дозволяє перейти до вирішення задачі розрахунку електромагнітних перехідних процесів в електричних мережах на основі математичних моделей у фазних координатах. Розробку математичної моделі перехідних процесів в електричній мережі доцільно виконувати у фазних координатах, оскільки вони більш гнучкі й універсальні ніж метод симетричних складових, що традиційно застосовують для розрахунків. Рівняння у фазних координатах можуть бути застосовані для аналізу режимів роботи мереж з різними способами заземлення нейтралі, як з простою, так і з складною несиметрією, як в стаціонарних, так і в перехідних режимах.

У статті отримав розвиток діакопичний метод дослідження складних систем, застосований для розробки математичної моделі електромагнітних перехідних процесів в трифазній електричній мережі. Запропонована форма представлення дискретних моделей трифазних багатополосників дозволяє формалізувати як процедуру розв'язання, так і процедуру складання рівнянь перехідних процесів для трифазних схем електричних мереж довільної конфігурації.

Перспективами подальших досліджень є тестування програмних засобів, в яких реалізована розроблена математична модель, та проведення обчислювальних експериментів для дослідження електромагнітних перехідних процесів при замиканнях на землю в електричних мережах довільної конфігурації з різними режимами нейтралі і засобами обмеження струмів та перенапруг.

### Список літератури

1. Овчаренко Н. И. Компьютерные методы расчета коротких замыканий и двойных замыканий на землю в электрических сетях с изолированной нейтралью. *Электричество*. 2006. № 11. С. 11–16.
2. Романюк Ф. А., Новаш В. И., Бобко Н. Н., Новаш И. В., Румянцев В. Ю., Тишечкин А. А., Глинский Е. В. Расчеты переходных процессов при однофазных замыканиях на землю в

- компенсированных сетях. *Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ)*. 2002. № 4. С. 3–10.
3. Новаш И. В. Решение жестких дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 4-го порядка в электротехнических задачах. *Энергетика (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ)*. 2002. № 6. С. 42–47.
  4. Сивкобыленко В. Ф., Лебедев В. К., Махинда Сильва. Математическая модель для исследования переходных процессов при замыкании фазы на землю в сетях 6–10 кВ. *Сб. научн. трудов ДонГТУ. Серия: электротехника и энергетика*. 1999. № 4. С. 221–226.
  5. Чуа Л. О., Пен-Мин Лин. *Машинный анализ электронных схем*. Москва: Энергия, 1980. 640 с.
  6. Берман А. П. Расчет несимметричных режимов электрических систем с использованием фазных координат. *Электричество*. 1985. № 12. С. 6–12.
  7. Сегада М. С., Равлик О. М., Гроностальська О. І. Обмеження струмів однофазних замикань на землю в електричних мережах 6–35 кВ. *Технічна електродинаміка*. 2002. № 6. С. 59–61.
  8. Толмачов С. Т., Барановська М. Л. Моделювання процесів дугових замикань на землю в мережах з ізольованою нейтраллю. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 1997. № 4. С. 36–40.
  9. Веприк Ю. Н., Лебедка С. Н. Эффективность средств компенсации емкостных токов в электрических сетях 6–10 кВ. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. 2011. № 57. С. 57–64.
  10. Веприк Ю. Н., Лебедка С. Н. Математическое моделирование режимов работы электросетей с ОПН. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. 2012. Т. 3, № 8 (57). С. 25–29.
  11. Svenda G. S., Nahman J. M. Transformer Phase Coordinate Models Extended for Grounding System Analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2002. Vol. 17, no. 4. P. 1023–1029.
  12. Gajbhiye R. K., Kulkarni P., Soman S. A. Analysis of faulted power systems in three phase coordinates – a generic approach. *2005 International Power Engineering Conference*. 2005. Vol. 2. P. 1052–1057.
  13. Lebedka S. M., Petrovskiy M. V., Veprik Y. N. Discrete models of the electric grid elements, obtained with using the second-order formula of implicit gear method. *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Kyiv, 2017. P. 584–588. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100309.
  14. Крон Г. *Исследование сложных систем по частям – диакоптика*. Москва, Наука, 1972. 544 с.
  15. Крон Г. *Тензорный анализ сетей*. Москва: Сов. радио, 1978. 720 с.
  3. Novash Y. V. Reshenye zhestkykh dyfferentsyal'nykh uravneniy metodom Runhe-Kutta 4-ho poriyadka v elektrotekhnicheskyykh zadachakh [Solving stiff differential equations by the Runge-Kutta method of the 4th order in electrical problems]. *Enerhetyka (Yzv. vyssh. ucheb. zavedenyy u enerh. obedyenyuy SNH)*. 2002, no. 6, pp. 42–47.
  4. Syvokobylenko V. F., Lebedev V. K., Makhynnda Syl'va. Matematycheskaya model' dlya yssledovannya perekhodnykh protsessov pry zamykanny fazy na zemlyu v setyakh 6-10 kV [Mathematical model for the study of transient processes during a phase-to-earth fault in 6-10 kV networks]. *Sb. nauchn. trudov DonHTU. Seryya: elektrotekhnika y enerhetyka*. 1999, no. 4, pp. 221–226.
  5. Chua L. O., Pen-Myn Lyn. *Mashynnyy analiz elektronnykh skhem* [Machine analysis of electronic circuits]. Moscow, Enerhiia Publ., 1980. 640 p.
  6. Berman A. P. Raschet nesymmetrychnekh rezhymov elektrycheskykh system s yspol'zovanyem faznekh koordynat [Calculation of asymmetric modes of electrical systems using phase coordinates]. *Elektrychestvo*. 1985, no. 12, pp. 6–12.
  7. Seheda M. S., Ravlyk O. M., Hronostal'ska O. I. Obmezheniya strumiv odnofaznykh zamykan' na zemlyu v elektrychnykh merezakh 6–35 kV [Limitation of currents of single-phase earth faults in 6–35 kV electrical networks]. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2002, no. 6, pp. 59–61.
  8. Tolmachov S. T., Baranovs'ka M. L. Modelyuvannya protsesiv duhovykh zamykan' na zemlyu v merezakh z izol'ovanoyu neytrallyu [Modeling of processes of arc short circuits to earth in networks with isolated neutral]. *Visnyk Vinnits'koho politekhnichnoho instytutu*. 1997, no. 4, pp. 36–40.
  9. Veprik Yu. N., Lebedka S. N. Effektyvnost' sredstv kompensatsyy emkostnykh tokov v elektrycheskykh setyakh 6–10 kV [Efficiency of means of compensation of capacitive currents in electrical networks 6–10 kV]. *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu "Kharkivs'kyi politekhnichnyi instytut"*. 2011, no. 57, pp. 57–64.
  10. Veprik Yu. N., Lebedka S. N. Matematycheskoe modelyrovanye rezhymov raboty elektrosetey s OPN [Mathematical modeling of operating modes of power grids with non-linear surge arrester]. *Skhidno-Yevropeys'kyi zhurnal peredovykh tekhnolohiy*. 2012, vol. 3, no. 8 (57), pp. 25–29.
  11. Svenda G. S., Nahman J. M. Transformer Phase Coordinate Models Extended for Grounding System Analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2002, vol. 17, no. 4, pp. 1023–1029.
  12. Gajbhiye R. K., Kulkarni P., Soman S. A. Analysis of faulted power systems in three phase coordinates – a generic approach. *2005 International Power Engineering Conference*. 2005, vol. 2, pp. 1052–1057.
  13. Lebedka S. M., Petrovskiy M. V., Veprik Yu. N. Discrete models of the electric grid elements, obtained with using the second-order formula of implicit gear method. *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Kyiv, 2017. pp. 584–588. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100309.
  14. Kron H. *Yssledovanye slozhnykh system po chastyam – dyakoptika* [Study of complex systems piece by piece – diakoptics]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 544 p.
  15. Kron H. *Tenzornyiy analiz setey* [Tensor network analysis]. Moscow, Sov. radio Publ., 1978. 720 p.

### References (transliterated)

1. Ovcharenko N. Y. Kompyuternye metody rascheta korotkykh zamykanyu y dvoynyykh zamykanyu na zemlyu v elektrycheskykh setyakh s yzolyrovannoyu neytral'yu [Computer methods for calculating short circuits and double earth faults in electrical networks with isolated neutral]. *Elektrychestvo*. 2006, no. 11, pp. 11–16.
2. Rumyantsev V. Yu., Tyshchekyn A. A., Hlynskyu E. V. Raschetnyy perekhodnykh protsessov pry odnofaznykh zamykanyakh na zemlyu v kompensirovannykh setyakh [Transient calculations for single-phase earth faults in compensated networks]. *Enerhetyka (Yzv. vyssh. ucheb. zavedenyy u enerh. obedyenyuy SNH)*. 2002, no. 4, pp. 3–10.

Надійшла (received) 21.12.2020

### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Лебедка Сергій Миколайович (Лебедка Сергей Николаевич, Lebedka Serhii Mykolaiovych)** – кандидат технічних наук, Сумський державний університет, старший викладач кафедри електроенергетики, Суми, Україна; e-mail: s.lebedka@etech.sumdu.edu.ua.

**Петровський Михайло Васильович (Петровский Михаил Васильевич, Petrovskiy Mykhailo Vasylovych)** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, Сумський державний університет, доцент кафедри електроенергетики, Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0387-3136>; e-mail: m.petrovskiy@etech.sumdu.edu.ua.

**Дяговченко Ілля Миколайович (Дяговченко Илья Николаевич, Diahovchenko Illia Mykolaiovych)** – кандидат технічних наук, Сумський державний університет, старший викладач кафедри електроенергетики, Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8575-8280>; e-mail: i.diahovchenko@etech.sumdu.edu