

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ДВУХУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

* *Пигнастый О.М.*

НТУ «ХПИ», Харьков, Украина

Моделирование производственно-технических систем (ПТС) является эффективным методом их исследования [2,3]. Распространенный класс образуют ПТС, где детерминированный характер технологических процессов сочетается с их стохастической природой. Закономерности функционирования ПТС во многом подобны тем, которые имеются в термодинамических системах. Они столь глубоки и полезны, что провозглашены в качестве общих принципов: Ле Шателье-Самуэльсона, Карно-Хикса и др.[2]. На основании этих принципов технологический процесс ПТС с серийным или массовым выпуском продукции может быть представлен в виде стохастического процесса [1,3].

Предметно-технологическая модель ПТС. Состояние ПТС определим как состояние числа N базовых продуктов. Под базовым продуктом (БП) или предметом труда понимается элемент ПТС, на который при выполнении технологической операции переходит стоимость труда, материалов и орудий труда в ходе воздействия оборудования. Поведение БП определяется закономерностями технологического процесса. Состояние БП будем описывать наблюдаемыми на микроуровне микропараметрами: суммой затрат S_j (грн) и затрат в единицу времени μ_j (грн/час), перенесенными оборудованием на j -й БП. Состояние ПТС определено, если известны S_j, μ_j , а в любой момент времени найдено из уравнений состояния БП:

$$dS_j/dt = \mu_j, \quad d\mu_j/dt = f_j(t, S), \quad 0 \leq j < N, \quad (1)$$

где $f_j(t, S)$ - производственная функция ПТС [2]. Если количество БП много больше единицы, то решить систему из $2N$ -уравнений практически невозможно, что требует перехода от микроописания ПТС к макроописанию с элементами вероятностной природы. Вместо рассмотрения состояния ПТС с микропараметрами S_j и μ_j , введем функцию распределения БП $\chi(t, S, \mu)$ в фазовом технологическом пространстве (ФТП)

$$\int_0^{\infty} dS \cdot \int_0^{\infty} d\mu \cdot \chi(t, S, \mu) = N. \quad (2)$$

Условие нормировки (2) представляет закон сохранения числа БП в производственном процессе.

Кинетическое уравнение ПТС. Разобьем ФТП (S, μ) на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta S \cdot \Delta \mu$ были достаточно малы и содержали внутри себя большое число БП. Состояние БП задается точкой в ФТП. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения микропараметров БП, будем приближенно характеризовать состояние ПТС числом БП в каждой ячейке $\Delta S \cdot \Delta \mu$. Так как, величина $\chi \cdot dS \cdot d\mu$ представляет число БП в бесконечно малой ячейке $\Delta S \cdot \Delta \mu$, мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ со временем судить об изменении самой функции χ [4]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f = J(t, S, \mu), \quad \frac{dS}{dt} = \mu, \quad \frac{d\mu}{dt} = f(t, S). \quad (3)$$

Генераторная функция $J(t, S, \mu)$ определяется характеристиками технологического процесса[4], стремится при $t \rightarrow \infty$ свести распределение БП в ФТП к равновесному. Производственная функция $f(t, S)$ есть аналог силы, перемещающий БП по технологической цепочки. При таком перемещении оборудование воздействует на БП, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить о вероятности того, что после воздействия со стороны оборудования БП будет находиться в том или ином состоянии. Процесс воздействия оборудования на БП обозначим $\psi(\mu)$, где μ - скорость изменения затрат, которую принимает БП после воздействия. Функция $\psi(\mu)$ определяется паспортными данными оборудования. Свойства $\psi(\mu)$ могут быть получены из общих соображений, представляя вероятность перехода в любое состояние равную единице:

$$\int_0^{\infty} \psi(\mu) \cdot d\mu = 1. \quad (4)$$

Число БП, испытавших в единицу времени воздействие со стороны оборудования, есть произведение потока $\chi(t, S, \mu) \cdot \mu$ на вероятность для БП испытать воздействие в элементе $dS \cdot d\mu$. Вероятность испытания воздействия пропорциональна плотности расположения оборудования $\lambda(S)$ вдоль технологической цепочки. Число БП, испытавших в единицу времени воздействие со стороны оборудования и принявшие значения в пределах $(\tilde{\mu}; \tilde{\mu} + d\tilde{\mu})$ есть $\psi(\tilde{\mu}) \cdot \lambda(S) \cdot \mu \cdot \chi(t, S, \mu) \cdot d\tilde{\mu} \cdot dS \cdot d\mu$. В элемент $dS \cdot d\mu$ поступают БП с $dS \cdot d\tilde{\mu}$ путем обратного перехода:

$\psi(\mu) \cdot \lambda(S) \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} \cdot dS \cdot d\mu$, а общее число БП в элементе $dS \cdot d\mu$ изменяется в единицу времени на величину $dS \cdot d\mu \cdot J$:

$$J = \lambda(S) \cdot \int_0^{\infty} \{\psi(\mu) \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) - \psi(\tilde{\mu}) \cdot \mu \cdot \chi(t, S, \mu)\} d\tilde{\mu} \quad (5)$$

В большинстве практических случаях функция $\psi(\mu)$ не зависит от состояния БП до испытания воздействия со стороны технологического оборудования, откуда с учетом свойства (4):

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f = \lambda(S) \cdot \{\psi(\mu) \cdot [\chi]_1 - \mu \cdot \chi\}. \quad (6)$$

Потоковая модель ПТС. Нулевой $[\chi]_0$ и первый $[\chi]_1$ моменты функции распределения имеют производственную интерпретацию: заделы БП и их темп движения вдоль технологической цепочки. Умножив уравнение (6) на μ^k , $k = 0, 1, 2, \dots$ и проинтегрировав по всему диапазону μ , получим незамкнутые уравнения балансов ПТС [2]:

$$\frac{\partial [\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f \cdot [\chi]_{k-1} + \int_0^{\infty} d\mu \cdot \mu^k \cdot J, \quad \int_0^{\infty} \mu^k \cdot \chi \, d\mu = [\chi]_k. \quad (7)$$

Возможность получить замкнутую систему уравнений основана на свойствах функции $\psi(\mu)$ и наличии малого параметра $Kv \ll 1$ [1,2], характеризующих ПТС. В нулевом приближении по параметру $Kv \ll 1$ из уравнения балансов (7) может быть получена замкнутая многомоментная система уравнений ПТС

$$\frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} = 0; \quad \frac{\partial [\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f \cdot [\chi]_{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Уравнения балансов ПТС (8) в одномоментном описании представляют собой уравнения системной динамики [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Пигнастый О.М. Статистическая теория производственных систем. Х.: ХНУ, 2007г. – 388 с.
2. Рушицкий Я.Я., Милованов Т. С. Модифікована модель Філіпса-Лоренца для економічної системи. / Доповіді НАНУ. 1997. №12, С.36-40
3. Форрестер Д. *Основы кибернетики предприятия*. М.: Прогресс, 1961. – 341 с.