

**П.Г. ПЕРЕРВА, В.А. САДОВСКИЙ, Г.В. СЕМЕНЧЕНКО**

### **ЭФФЕКТИВНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЛАНОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ**

В статье рассмотрены методические положения математического моделирования производственных процессов на предприятии при оптимизации производственной программы и оценке производственного потенциала развития предприятия. Рассмотрена структура универсальной экономико-математической модели планирования производства и вариантов использования производственных ресурсов для достижения поставленной экономической цели. Приведены положения по организации изучения материала в высших учебных заведениях студентами экономических специальностей.

**Ключевые слова:** оптимизация производственной программы, критерии и ограничения оптимизации, ресурсы производства, производственный потенциал.

**П.Г. ПЕРЕРВА, В.А. САДОВСЬКИЙ, Г.В. СЕМЕНЧЕНКО**

### **ЕФЕКТИВНІСТЬ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАНІВ ВИРОБНИЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВ**

У статті розглянуті методичні положення математичного моделювання виробничих процесів на підприємстві при оптимізації виробничої програми та оцінки виробничого потенціалу розвитку підприємства. Розглянуто структуру універсальної економіко-математичної моделі планування виробництва і варіантів використання виробничих ресурсів для досягнення поставленої економічної мети. Наведено положення щодо організації вивчення матеріалу у вищих навчальних закладах студентами економічних спеціальностей.

**Ключові слова:** оптимізація виробничої програми, критерії та обмеження оптимізації, ресурси виробництва, виробничий потенціал.

**P.G. PERERVA, V.A. SADOVSKY, G.V. SEMENCHENKO**

### **THE EFFECTIVENESS OF MATHEMATICAL MODELING PLANS PRODUCTION ACTIVITIES OF ENTERPRISES**

The article discusses the methodological provisions of mathematical modeling of production processes at the enterprise while optimizing the production program and assessing the production potential of the enterprise. The structure of the universal economic and mathematical model of production planning and options for using production resources to achieve this goal is considered. Provisions for organizing the study of material in higher education by students of economic specialties are given.

**Keywords:** optimization of the production program, criteria and limitations of optimization, production resources, production potential.

**Общие положения.** Производственная программа и производственный потенциал промышленного предприятия являются сложной системой экономических показателей. Они обладают определенной внутренней структурой и системным единством составляющих элементов, позволяющих предприятию формировать эффективные управленческие решения.

Следует согласиться с тем, что отсутствие среди исследователей единого подхода к определению понятия «оптимальная производственная программа» и производственный потенциал» нашло отражение во множественности подходов к структуре данных категорий и их основным элементам. В этой связи, при определении этих категорий для конкретных предприятий следует придерживаться определенной трактовки, учитывающей специфику отрасли и производства.

**Постановка проблемы.** В обобщенном виде математическая модель планирования производства включает два вида критериев оптимизации планов. Первый связан с необходимо определить оптимальные объемы производства с целью достичь максимума прибыли или объемов реализации продукции и другой критерий связан минимизацией затрат на производство продукции.

Ограничениями по выпуску продукции могут быть: прогнозируемый спрос на продукцию

предприятия, потребность рынка в продукции предприятия и данные о достигнутых предприятием объемов производства в базисном периоде.

Ограничение – выпуск продукции не меньше, чем объемы производства в базисном периоде и одновременно не больше, чем прогнозируемый спрос рынка в плановом периоде имеет вид

$$A_i \leq \sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} \leq B_i.$$

Ограничение по выпуску продукции в ассортиментном соотношении базисного периода можно представить как,

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_0 A_i = 0;$$

а по выпуску продукции в ассортиментном соотношении прогнозируемого спроса рынка как.

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - z_0 B_i = 0,$$

где  $x_i^{\delta}$  – оптимальный объем производства  $i$ -го продукта, изготовленного  $\delta$ -тым технологическим способом;

$y_0$  – коэффициент загрузки мощности производства в плановом периоде;

$z_0$  – коэффициент загрузки мощности

производства в условии удовлетворения потребности рынка в плановом периоде.

Основным ограничением производства являются ресурсы предприятия. Это материальные, трудовые, технические, технологические и финансовые ресурсы.

Ограничения по используемым ресурсам имеют вид:

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \text{ для } j = 1, \dots, J,$$

где  $R_{ij}^{\delta}$  – норма расхода  $j$ -го ресурса на производство единицы  $i$ -го продукта  $\delta$ -тым технологическим способом;  $Q_j$  – прогнозируемые объемы  $j$ -го ресурса, выделенного для производства продукции в плановом периоде.

Многовариантность задачи обусловлена взаимозаменяемостью однородных ресурсов и используемых технологических способов производства продукции. Это могут быть: квалификация работников, взаимозаменяемость используемых материалов, топливо, энергетические ресурсы, технологическое оборудование, финансовые средства.

Одну из конечных целей предприятия можно сформулировать в следующем виде: *Необходимо разработать план, ориентирующий производство на максимальное удовлетворение потребностей рынка при минимальных производственных затратах, обоснованных финансовых рисках и оптимальной устойчивости предприятия.*

Сразу возникает вопрос, какая из выше рассмотренных модификаций математических ограничений позволит решить эту задачу?

Естественно, можно подготовить тестовый пример и опробовать различные модели. Но менеджер должен обладать опытом разработки моделей, который позволил бы найти тот единственный вариант, который максимально будет адекватен поставленной генеральной цели.

Математические модели с максимизирующей целевой функцией, например, максимум прибыли от реализации продукции, позволяет разработать более или менее приемлемые планы для производства, но они не удовлетворяют требованиям генеральной стратегии предприятия – *максимум удовлетворения потребности рынка при минимальных затратах и предсказуемом поведении предприятия на рынке.*

*Математические модели с минимизирующей целевой функцией не дают возможность получить более или менее приемлемый производственный план, поскольку он рассчитывается на ранее определенные объемы производства.*

Рассматривая оптимальную производную программу как программу, рассчитанную по узкому звену производственного потенциала предприятия, определяются показатели резервов производства по всем ресурсам предприятия, вовлеченных в производственный процесс. Он выступает как интегральный показатель оптимального функционирования предприятия.

**Материалы исследования.** Прибыль от реализации продукции, как известно, является функцией трех переменных – удельных затрат на производство продукции, объемов производства продукции и рыночных цен на продукцию предприятия, т.е.

$$\Pi = F(c, x, u).$$

Искомой переменной математического программирования являются оптимальный объем производства продукции в заданном ассортименте. На производство продукции влияет множество факторов: техническое состояние оборудования, уровень технологических процессов, конкурентоспособность продукции, инвестиционная привлекательность продукции и другие факторы.

Цены на продукцию складываются тоже под влиянием многих факторов. Это и инфляционные процессы, конкурентность продукции, кредитно-банковские показатели, инвестиционная деятельность, экспортная деятельность,

Еще более сложным показателем является себестоимость единицы продукции. Она зависит от уровня использования ресурсов производства: производительности труда, удельных затрат ресурсов, цен на ресурсы, инфляции, кредитной деятельности и других факторов.

В моделях оптимизации производственной программы наиболее часто используются показатели прибыльности единицы продукции и себестоимости единицы продукции. Эти показатели используются при формализации целевых функций. Они являются

коэффициентам при искомым переменных ( $x_i^{\delta}$ ).

В ограничениях типа:

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} + z_i = B_i$$

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_i = A_i;$$

используются переменные  $y_i$ , экономический смысл которых заключается в объемах дополнительного производства продукции по сравнению с объемами производства в базисном периоде или объемах неудовлетворенной потребности в продукции предприятия  $z_i$  по сравнению с заявленными потребностями рынка. В выше рассмотренных моделях в целевой функции эти переменные не использовались. Однако, очевидно, что дополнительные объемы производства связаны с дополнительными ресурсными затратами. Неудовлетворенная потребность рынка – это дополнительные потери производства. Более полный учет условий производства будет отражать целевые функции вида

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I P_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max$$

или

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min,$$

где  $S_i$  – штрафной (поощрительный) коэффициент производства дополнительного объема  $i$ -го продукта или неудовлетворенной потребности рынка в  $i$ -ом продукте.

Выражение  $\sum_{i=1}^I S_i y_i$  называется

*штрафной функцией*. Ввод его в целевую функцию значительно расширяет класс математических моделей оптимизации планов производства. По сути, мы снимаем ограничения при оценке производственного потенциала предприятия.

Общая схема производственных возможностей предприятия показана на рис.1.

На переменную  $y_i$  могут накладываться ограничения типа:

- дополнительные объемы производства (неудовлетворенная потребность рынка) должны быть больше или равны нулю

- дополнительные объемы производства (неудовлетворенная потребность рынка) должны быть не меньше нуля и не больше разности между спросом и предложением на производство продукта

$$0 \leq y_i \leq B_i - A_i;$$

- дополнительные объемы производства (неудовлетворенная потребность рынка) должны быть в ассортиментном соотношении продукции, произведенной в базисном периоде

$$y_i - y_0 A_i = 0;$$

- дополнительные объемы производства (неудовлетворенная потребность рынка) должны быть в ассортиментном соотношении заявленной продукции рынком в плановом периоде

$$z_i - z_0 B_i = 0.$$

## Поле оптимізації програми

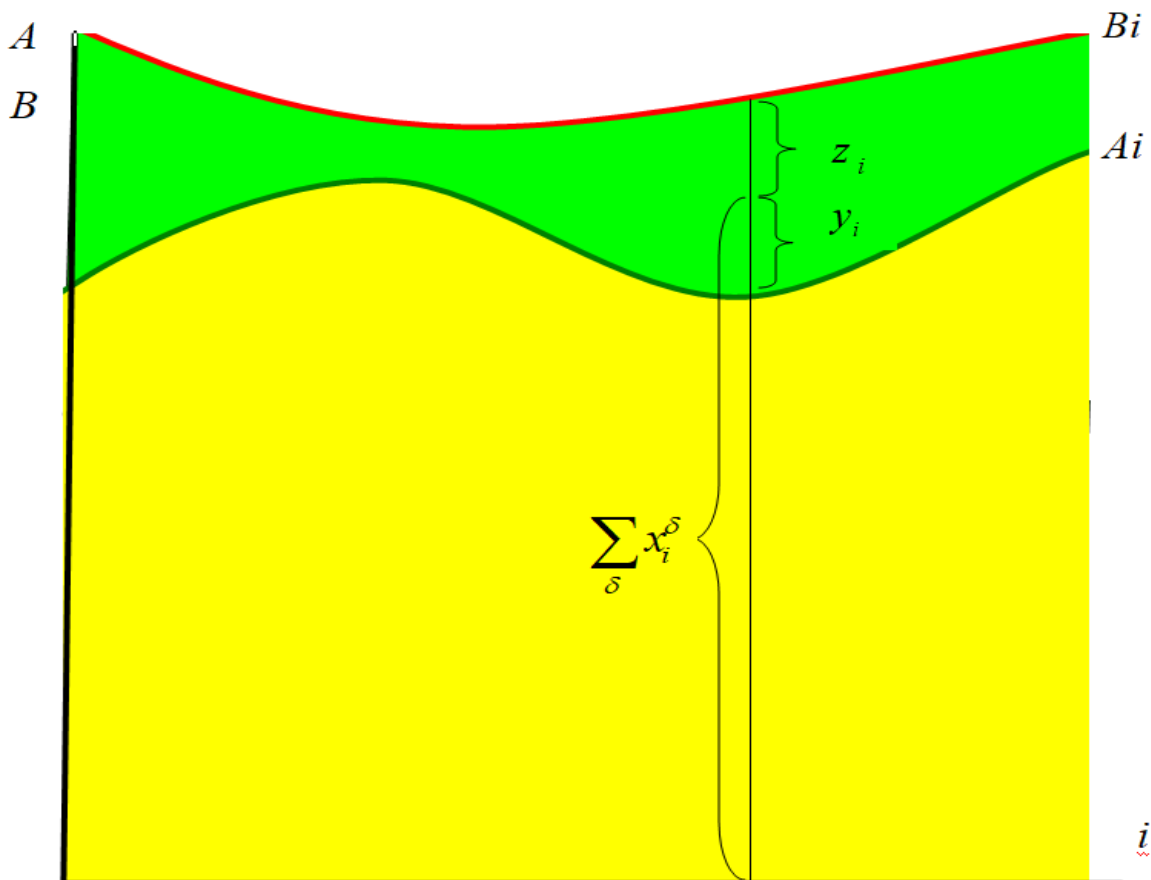


Рис.1. Схема производственных возможностей предприятия

Штрафной коэффициент  $S_i$  целевых функций может иметь значение любого фактора, влияющего на

прибыльность и себестоимость продукции. Значения показателей могут быть как больше, так и меньше нуля.

При этом, в моделях с максимизирующей целевой функцией при  $S_i > 0$  он выступает как поощрительный коэффициент (поощряет дополнительные объемы производства, поощряет неудовлетворенную потребность рынка. Если же  $S_i < 0$ , то он выполняет как штрафной коэффициент. Он не стимулирует дополнительные объемы производства, и не стимулирует рост неудовлетворенной потребности рынка.

В моделях с минимизирующей целевой функцией этот коэффициент оказывает обратное воздействие. При  $S_i > 0$

он выполняет штрафные функции. Он не поощряет дополнительные объемы производства продукции, не стимулирует рост неудовлетворенной потребности рынка. Наоборот, при

$$S_i < 0$$

Математическая модель, позволяющая выполнить все условия поставленной задачи, имеет вид:

- целевая функция

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I C_i^{\delta} x_i^{\delta} + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min,$$

где  $S_i > 0$  и  $|S_i| > |C_i^{\delta}|$ .

- условия производства конечной продукции

$$\sum_{\delta=1}^N x_i^{\delta} - y_i = A_i;$$

$$\sum_{\delta=1}^N y_i - y_0 B_i = 0;$$

- ограничения по используемым ресурсам

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^{\delta} x_i^{\delta} \leq Q_j, \text{ для } j = 1, \dots, J.$$

Внешний вид оптимального плана производства представлен на рис. 2. Этот план ориентирует производство на удовлетворение потребности покупателей в продукции предприятия ( $B_{pi}$ ). В план включены технологические способы производства продукции с минимальными затратами.

Учитывая возможные ограничения по выпуску конечной продукции, ограничения по выпуску дополнительных объемов продукции,

он поощряет дополнительные объемы производства продукции, стимулирует величины неудовлетворенной потребности рынка.

Очевидно, поощрительное действие коэффициента будет осуществляться при  $|S_i| > |P_i^{\delta}|$  и  $|S_i| > |C_i^{\delta}|$ .

В противном случае этот коэффициент будет выполнять корректирующее воздействие. План будет зависеть от прибыльности или себестоимости выпускаемой продукции.

Ввод в целевую функцию штрафного элемента позволяет реализовать решение задачи, которая сформулирована в начале этого раздела. Модель оптимизации производственной программы должна позволять минимизировать производственные затраты, ориентировать предприятие на максимальное удовлетворение потребностей внешних потребителей продукции и демонстрировать стабильность развития производства. Оптимальные объемы производства продукции должны быть не меньше, чем в базисном периоде. Дополнительные объемы производства должны быть в ассортиментном соотношении заявленной продукции.

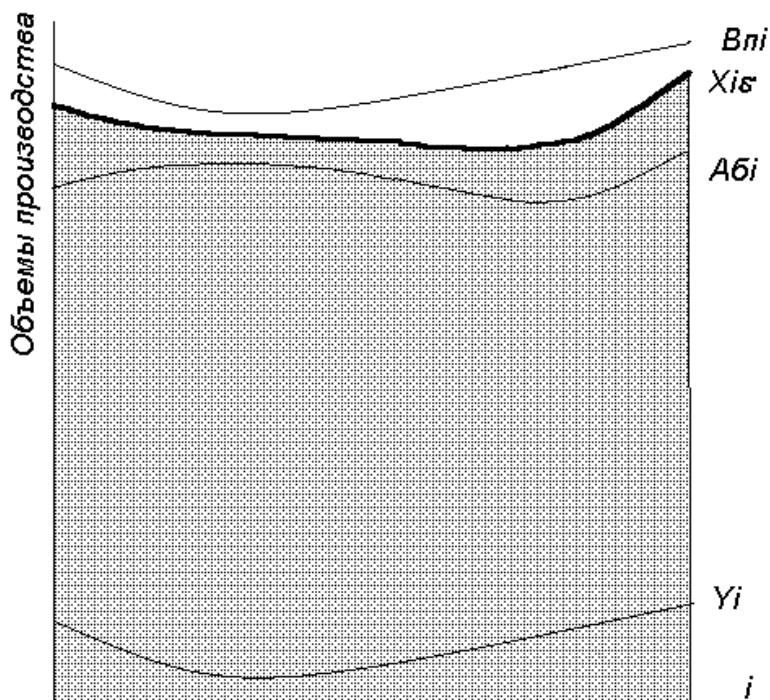


Рис. 2. Оптимальный план с штрафной функцией

ограничений по неудовлетворенной потребности в продукции предприятия, а также разновидности целевой функции можно составить 160 модификаций математических моделей. Этот перечень модификаций является универсальным при оптимизации производственных программ предприятий. Варианты моделей шифруются трехзначным кодом (см. рис. 3.)

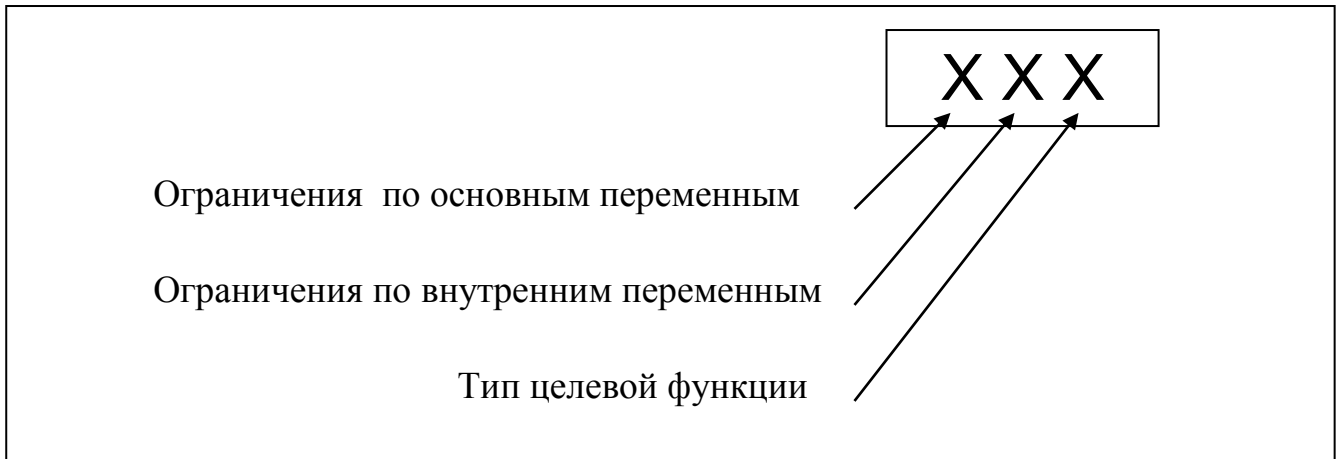


Рис. 3. Структура шифра модели

Варианты моделей сведены в таблицу 1. Имеется четыре модификаций моделей по основным ограничениям, четыре – по внутренним. Максимизированных целевых функций имеется пять типов – 0,1,2,3 и 4 и минимизирующих целевых функций – пять типов – 5, 6, 7, 8 и 9).

Анализ моделей представляет важный элемент обучения менеджера в принятии решений. В процессе тренинга, получив задание в виде трехзначного шифра модели, менеджер должен определить характер плана, который может быть сформирован по заданной модели. Например, модель 141 имеет следующий вид:

$$\sum_{i=1}^I x_i^\delta - y_i = A_i.$$

$$y_i - y_0 B_i = 0.$$

$$\sum_{\delta=1}^N \sum_{i=1}^I R_{ij}^\delta x_i^\delta \leq Q_j, \text{ для } j=1, \dots, J.$$

$$S_i > 0; |S_i| > |P_i^\delta|.$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{\delta=1}^N P_i^\delta x_i^\delta + \sum_i S_i y_i \Rightarrow \max;$$

В этой модели известны объемы спроса рынка в продукции предприятия и объемы производства этой продукции в базисном периоде. Располагаемый ресурс  $Q_j$  больше, чем был в базисном периоде, но недостаточен для полного удовлетворения спроса рынка. Модель стимулирует дополнительные объемы производства в плановом периоде, поскольку  $S_i > 0$ . Оптимальный план

производства будет определять штрафная функция, поскольку

Оптимальный план, рассчитанный по этой модели, будет иметь вид, представленный на рис. 3.

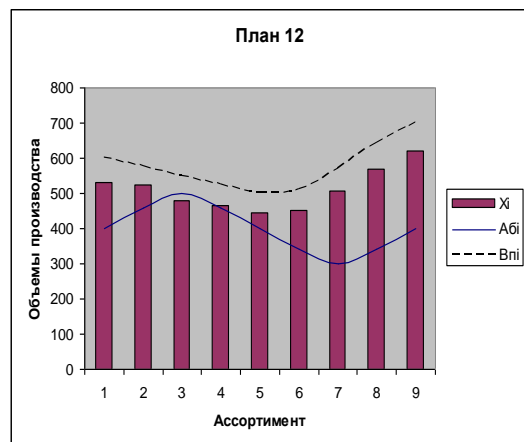


Рис. 3. Оптимальный план, рассчитанный по модели № 141

На рисунке отображаются кривые спроса рынка ( $B\pi_i$ ), объемы производства продукции в базисном периоде ( $A\beta_i$ ), дополнительные объемы производства в плановом периоде ( $y_i$ ) и оптимальный план производства продукции в плановом периоде, рассчитанный по критерию оптимальности – максимум прибыли.

Таблица 1. Система вариантов математических моделей оптимизации производственной программы

| Ограничения:   |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1. $\sum_{i=1}^I x_i^\sigma - y_i = A_i.$  | 1. $y_i \geq 0.$                 |
| 2. $\sum_{i=1}^I x_i^\sigma + y_i = B_i.$  | 2. $0 \leq y_i \leq B_i - A_i.$  |
| 3. $\sum_{i=1}^I x_i^\sigma - y_0 A_i = 0.$  | 3. $y_i - y_0 A_i = 0.$          |
| 4. $\sum_{i=1}^I x_i^\sigma - y_0 B_i = 0.$  | 4. $y_i - y_0 B_i = 0.$          |
| Целевые функции:   |                                  |
| 0. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N P_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max;$ | $S_i = 0.$                       |
| 1. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N P_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max;$ | $S_i > 0;  S_i  >  P_i^\sigma .$ |
| 2. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N P_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max;$ | $S_i > 0;  S_i  <  P_i^\sigma .$ |
| 3. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N P_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max;$ | $S_i < 0;  S_i  >  P_i^\sigma .$ |
| 4. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N P_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \max;$ | $S_i < 0;  S_i  <  P_i^\sigma .$ |
| 5. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N C_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min;$ | $S_i = 0.$                       |
| 6. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N C_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min;$ | $S_i > 0;  S_i  >  C_i^\sigma .$ |
| 7. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N C_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min;$ | $S_i > 0;  S_i  <  C_i^\sigma .$ |
| 8. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N C_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min;$ | $S_i < 0;  S_i  >  C_i^\sigma .$ |
| 9. $\sum_{i=1}^I \sum_{\sigma=1}^N C_i^\sigma x_i^\sigma + \sum_{i=1}^I S_i y_i \Rightarrow \min;$ | $S_i < 0;  S_i  <  C_i^\sigma .$ |

**Выводы.** Несмотря на то, что имеется 160 модификаций моделей оптимизации плана производства, далеко не все можно использовать для практических целей. Однако, для обучения студентов дневного, заочного и дистанционного образования инженерно-технических специальностей данный подход к анализу моделей планирования является весьма эффективным.

При графическом задании функции спроса рынка в продукции предприятия и достигнутых объемах

производства в базисном периоде, а также привлечении дополнительных ресурсов в плановом периоде, учащийся должен определить вид функции оптимального плана. По виду функции можно определить, как учащийся ориентируется в содержании и взаимосвязи экономических показателей производства.

## Список літератури

1. Мур Джон, Уэдерфорд Л. *Экономическое моделирование в Excel*, 6-е изд. : Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1024 с.
2. Уокенбах Джон. *Библия пользователя Excel 97.*: Пер. с англ. – К.: Диалектика, 1997. – 624 с.
3. Уокенбах Джон. *Профессиональное программирование на VBA в Excel 2003*. Пер. с англ. – М. Издательский дом «Вильямс», 2005. – 800 с.
4. Шишкин Е.В., Чхартишвили А.Г. *Математические методы и модели в управлении*: Учеб. пособие. – 2-е изд. – М.: Дело, 2002. – 440 с.
5. Мищенко В.А., Садовский В.А. и др. *Математическое моделирование в управлении производством*: Учеб. пособие. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2002. – 228 с.
6. Лившиц В.Н. *Выбор оптимальных решений в технологических расчетах*. – М., "Экономика", 1971. – 255 с.
7. Схрейвер А. *Теория линейного и целочисленного программирования*. Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 360 с.
8. Чемерис А., Юринетс Р., Мишишин О. *Ч-42 Методи оптимізації в економіці*. Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури. 2006. – 152 с.
9. Садовский В.А., Семенченко Г.В. и др. *Анализ моделей планирования*. Учебн. пособие / Под редакцией В.А.Садовского, Харьков: НТУ «ХПИ», 2009. – 144 с. – На русск. яз.
10. Садовский В.А., Семенченко Г.В. и др. *Экономико-математические модели планирования производства*. Учеб.пособ. / Под ред. В.А.Садовского. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2018. – 152 с. – На рус.яз.

## References (transliterated)

1. Mur Dzhon, Uederford L. *Ekonomicheskoe modelirovanie v Excel* [Economic Modeling in Excel], 6-e izd. : Per. s angl. – Moscow: Izdatelskiy dom «Vilyams», 2004. – 1024 p.
2. Uokenbah Dzhon. *Bibliya polzovatelya Excel 97*. [Excel 97 User Bible]: Per. s angl. – Kiev: Dialektika, 1997. – 624 p.
3. Uokenbah Dzhon. *Professionalnoe programmirovaniye na VBA v Excel 2003* [Professional VBA Programming in Excel 2003]. Per. s angl. – Moscow: Izdatelskiy dom «Vilyams», 2005. – 800 p.
4. Shishkin E.V., Chhartishvili A.G. *Matematicheskie metody i modeli v upravlenii* [Mathematical methods and models in management]: Ucheb. posobie. – 2-e izd. – Moscow: Delo, 2002. – 440 p.
5. Mischenko V.A., Sadovskiy V.A. i dr. *Matematicheskoe modelirovanie v upravlenii proizvodstvom* [Mathematical modeling in production management]: Ucheb. posobie. – Kharkov: NTU «HPI», 2002. – 228p.
6. Livshits V.N. *Vyibor optimalnykh resheniy v tehnologicheskikh raschetakh*. [Selection of optimal solutions in technological calculations] – Moscow, "Ekonomika", 1971. – 255 p.
7. Shreyver A. *Teoriya lineynogo i tselochislennogo programmirovaniya*. [Theory of linear and integer programming] Per. s angl. – Moscow: Mir, 1991. – 360 p.
8. Chemeris A., Yurinetz R., Mischishin O. *Ch-42 Metodi optimizatsiyi v ekonomitsi*. [Methods of optimization in economy.] Navchalniy posibnik. – Kiev: Tsentr navchalnoyi literaturi. 2006. – 152 p.
9. Sadovskiy V.A., Semenchenko G.V. i dr. *Analiz modeley planirovaniya*. [Analysis of planning models] Uchebn. posobie, Kharkov: NTU «HPI», 2009. – 144p. – Na russk. yaz.
10. Sadovskiy V.A., Semenchenko G.V. i dr. *Ekonomiko-matematicheskie modeli planirovaniya proizvodstva*. [Economic-mathematical models of production planning] Ucheb.posob. – Kharkov: NTU «HPI», 2018. – 152 p. – Na rus.yaz.

Поступила (received) 25.03.2020 .

## Сведения об авторах / Відомості про авторів / About the author

**Перерва Петро Григорович (Перерва Петр Григорьевич, Pererva Petr Grigorievich)** – доктор економічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри менеджменту інноваційного підприємництва та міжнародних економічних відносин; тел.: (067) 940-16-81; e-mail: [pgpererva@gmail.com](mailto:pgpererva@gmail.com)

**Садовский Виктор Артемович (Садовський Віктор Артемович, Sadovsky Victor)** - кандидат економічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри менеджменту інноваційного підприємництва та міжнародних економічних відносин, г.Харьков. Тел. (057) 434-37-48, ORCID: 0000 0002 9748 4464, e-mail: [noz@ukrpost.ua](mailto:noz@ukrpost.ua).

**Семенченко Галина Владимировна (Семенченко Галина Володимирівна, Semenchenko Galina)** - кандидат економічних наук, доцент Національного технічного університету «ХПИ», Харьков. Тел. (057)738-58-17. e-mail: [semenchenko@citynet.kharkov.ua](mailto:semenchenko@citynet.kharkov.ua).