

РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ЗАДАЧІ КОМП'ЮТЕРНОЇХ ТОМОГРАФІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ НЕВЕЛИКОЇ КІЛЬКОСТІ ТОМОГРАМ

Нехай функція $f(x, y, z) \in C^{(s,p,0)}(\Omega)$, $s, p = \overline{0, N}$, $\Omega \subset R^3$ представляє собою щільність тривимірного тіла (чи коефіцієнт поглинання, послаблення тощо) та задані чотири площини $x = x_k, y = y_\ell, k, \ell = 1, 2$. Беремо площини, перпендикулярні двом координатним вісям, наприклад вісі Ox та Oy . Знайдемо загальний вигляд функцій, що описують внутрішню структуру тривимірного тіла, які точно будуть відновлюватися за допомогою оператора інтерфлетації, побудованого в [1], використовуючи чотири томограми, що лежать на заданих площинах $x = x_k, y = y_\ell, k, \ell = 1, 2$. І розглянемо два випадки:

1) Функція неперервна та має дві неперервні похідні, тобто $f(x, y, z) \in C^{(1,1,0)}(\Omega), \Omega \subset R^3$. Для точного відновлення похибка наближення повинна дорівнювати нулю. Із загального вигляду похибки [1] виходить, що повинна виконуватися рівність:

$$\int_{x_k}^x \int_{y_\ell}^y f^{(1,1,0)}(u, v, z) du dv = 0$$

Для виконання цієї рівності повинно $f^{(1,1,0)}(x, y, z) = 0$. Розв'яжемо це диференціальне рівняння:

$$f^{(0,1,0)}(x, y, z) = \int f^{(1,1,0)}(x, y, z) dx = \varphi(y, z);$$

$$f^{(0,0,0)}(x, y, z) = \int f^{(0,1,0)}(x, y, z) dy = \int \varphi(y, z) dy + \psi(x, z) = w(y, z) + \psi(x, z).$$

Тобто, загальний вигляд функції, яка точно відновлюється за допомогою оператора інтерфлетації, визначеного в теоремі 1, має вигляд: $f(x, y, z) = w(y, z) + \psi(x, z)$.

2) Функція неперервна та має чотири неперервні похідні, тобто $f(x, y, z) \in C^{(2,2,0)}(\Omega), \Omega \subset R^3$. Для точного відновлення похибка наближення повинна дорівнювати нулю. Із загального вигляду похибки [1] виходить, що повинна виконуватися рівність:

$$\int_{x_k}^x \int_{y_\ell}^y f^{(2,2,0)}(u, v, z)(x_k - u)(y_\ell - v) du dv = 0.$$

Для виконання цієї рівності повинно $f^{(2,2,0)}(x, y, z) = 0$. Розв'язуючи диференціальне рівняння

$$f^{(1,2,0)}(x, y, z) = \int f^{(2,2,0)}(x, y, z) dx = \varphi_1(y, z), \text{ отримаємо}$$

$$f(x, y, z) = x \int \left[\int \varphi_1(y, z) dy \right] dy + \int \left[\int \varphi_2(y, z) dy \right] dy + y\psi_1(x, z) + \psi_2(x, z).$$

Висновок. Таким чином, в даній роботі запропонований та досліджений метод відновлення внутрішньої структури тривимірного тіла за допомогою всього чотирьох томограм, паралельних осі і взаємно перпендикулярних між собою. Встановлено клас функцій, які описують внутрішню структуру тіла і які точно можуть бути відновлені за допомогою розробленого методу.

1. Литвин О.М., Першина Ю.І. Метод відновлення внутрішньої структури тривимірного тіла з використанням томограм та мішаної апроксимації. *Таврійський вісник інформатики та математики*. Симферополь. 2008. №2. С. 18 – 24.