

**Ключові слова:** пакет присадок, хімічно активні речовини, поверхня тертя, хемосорбція, хімічно модифікований шар.

On the basis of up-to-date tribology sources the analytical review of the ways to resolve the problem of choice accounting for the operation of antiwear and frictionproof mechanisms in the tribolinkings of an oil material appropriate for the specific conditions of maintenance is presented. The requirements are systematised for determining the threshold values for the outcome of joint action of thermal and mechanical load when the friction surfaces become chemically and catalytically active that is needed for the intensification of an effective chemically modified layer formation processes.

**Keywords:** a package of additives, chemically active substances, friction surface, chemisorption, and a chemically modified layer.

УДК 621.833

**Е.М. ИВАНОВ**, к.т.н., доцент каф. ИКГ ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;  
**З.А. ИВАНОВА**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник ИПМаш НАН Украины, Харьков

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОЩАДКИ КОНТАКТА ЗУБЬЕВ С УЧЕТОМ ВАРИАЦИИ ЕЕ ГЕОМЕТРИИ

Так как строгое теоретическое решение контактной задачи теории упругости для зубчатых передач отсутствует, то усилие передаваемое зубом математически моделируется как результат силового взаимодействия пары зубьев. При этом, опираясь на результаты экспериментальных исследований и теоретические данные, уточняется процесс моделирования площадки контакта с возможностью вариации ее геометрии при учете различного положения по фазе зацепления за весь период сопряжения пары зубьев.

**Ключевые слова:** зона поля зацепления, мгновенная площадка контакта, элементарная площадка, узловые точки, линия контакта.

**Введение.** В процессе силового взаимодействия пары зубьев возникает некоторая мгновенная площадка контакта, через которую в каждый данный момент времени передается распределенное определенным образом усилие, являющееся одним из краевых условий задачи об объемном напряженно-деформированном состоянии зубьев.

В этой связи возникает необходимость в математическом моделировании ряда ее геометрических параметров.

**Моделирование площадки контакта.** Применительно к случаю линейчатого сопряжения [1] мгновенная площадка контакта (эллипс с большим эксцентриситетом) (рисунок 1,а) рассматривалась как некоторая последовательность элементарных площадок, отнесенных к узловым точкам, расположенным на линии контакта, т.е. на большой оси эллиптической площадки (рисунок 1,б). Учитывалось также, что мгновенная площадка контакта в процессе сопряжения пары зубьев изменяет свою длину по фазе зацепления.

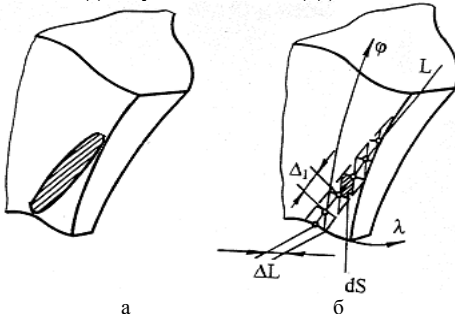


Рисунок 1 – Параметризация мгновенной площадки контакта:

а – эллиптическая площадка;

б – последовательность элементарных площадок

© Е.М. Иванов, З.О. Иванова, 2013

Так как контур зуба в торцовом сечении заменен дугами окружностей [2] (рисунок 2), то это позволило ввести на поверхности зуба криволинейную систему координат, для моделирования мгновенной площадки контакта. Осями этой системы служат контур торцового сечения зуба, обозначенный через  $\lambda$ , и направляющая  $\varphi$ , положительные направления которых показаны на рисунке 1,б.

В работе [3] достаточно подробно рассмотрен общий случай определения координат узловых точек мгновенных площадок контакта, при котором участвует вся боковая поверхность зуба (рисунок 3). Рассмотрен частный случай, когда в сопряжении находится часть боковой поверхности, ограниченная зоной поля зацепления  $L_p$ , имеющая приближенно эллиптический характер (рисунок 4). А также рассмотрена методика вычисления площади элементарной площадки  $dS$  в каждой узловой точке  $A(x,y,z)$ .

Нахождение свободных членов матрицы Ритца является вычисление интеграла по этой поверхности [4], представленного в виде суммы произведений элементарной площадки  $dS$  на зна-

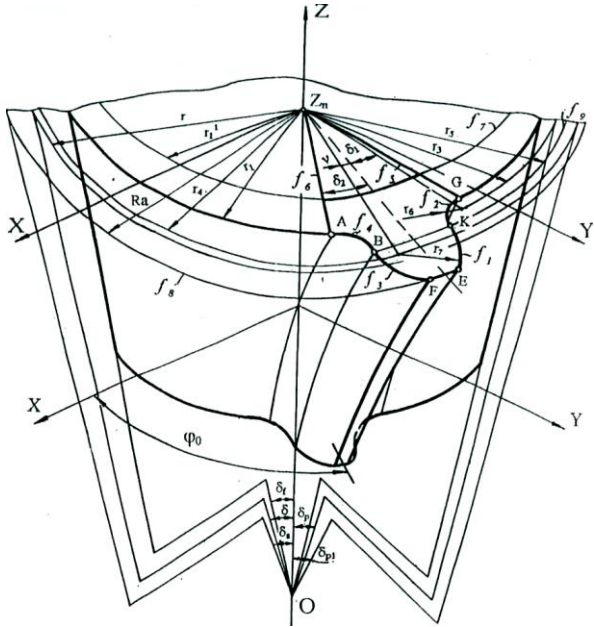


Рисунок 2 – Аппроксимация торцового сечения зуба дугами окружностей

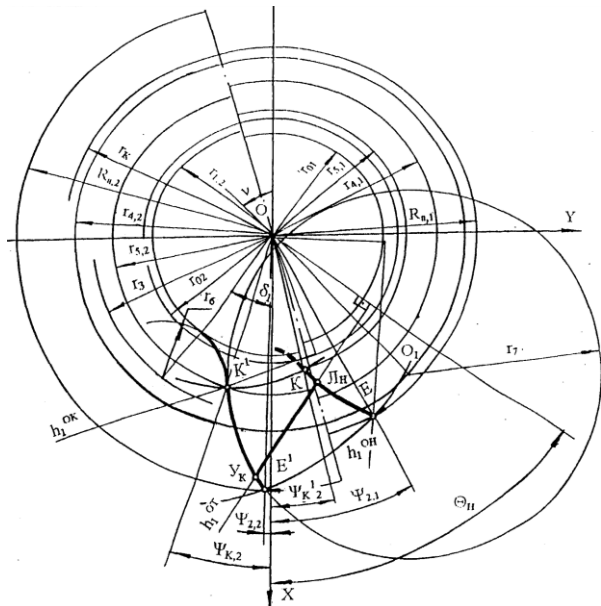


Рисунок 3 – Узловые точки на линии контакта

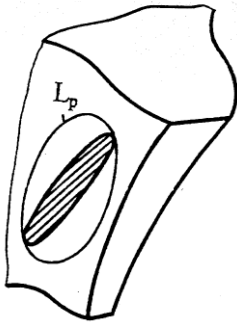


Рисунок 4 – Зона поля зацепления  $L_p$

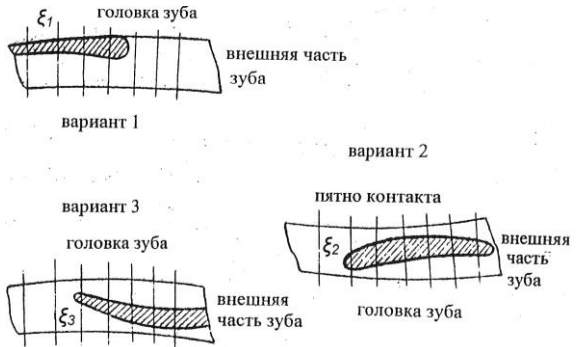


Рисунок 5 – Положение мгновенных площадок контакта

чение подынтегральной функции в узловой точке  $A(x,y,z)$  этого элемента.

Однако, опираясь на экспериментальные исследования (рисунок 5), следует, что представление мгновенной площадки контакта, как эллипса с большим эксцентриситетом, ограничивает проведение численных экспериментов на стадии проектирования зубчатой передачи, так как при определении координат узловых точек элементарных площадок мгновенной площадки контакта [1], считалось, что все они лежат на одной контактной линии  $L_{HVK}$ . И для определения координат

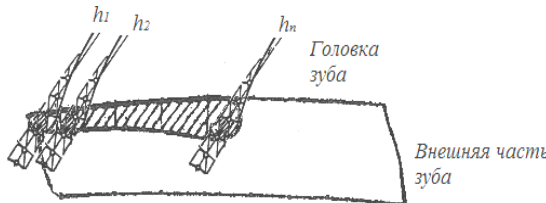


Рисунок 6 – Определение координат узловых точек

узловых точек элементарных площадок последующей мгновенной площадки контакта, необходимо переходить к следующему положению контактной линии  $L_{HVK}$ .

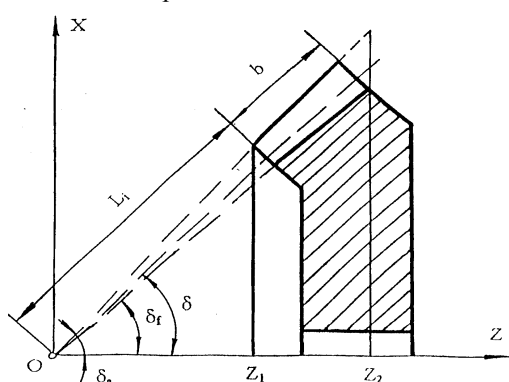


Рисунок 7 – Границы активной поверхности зуба

узловых точек элементарных площадок последующей мгновенной площадки контакта, необходимо переходить к следующему положению контактной линии  $L_{HVK}$ .

Следовательно, при определении координат узловых точек мгновенных площадок контакта необходимо установить "индикатор", проверяющий принадлежность узловых точек характеризующий реальное зацепление (рисунок 6). Таким "индикатором" может быть конъюнктивно-дизъюнктивная форма мгновенных площадок контакта  $\xi_i(N)$  (рисунок 5), предусматривающая большой набор вариаций геометрии последних ( $v$  – число мгновенных площадок контакта  $\xi$ ).

Рассмотрим методику вычисления координат узловых точек на мгновенном пятне контакта для общего случая.

Как уже говорилось выше, торцовое сечение активной поверхности зуба аппроксимировано дугой окружности радиуса  $r_7$ , а галтель – радиуса  $r_6$ , сопряжение этих дуг происходит в

точке  $K$  (рисунок 3), где  $r_5$  – радиус окружности, принадлежащей конусу, на котором осуществляется сопряжение. Дуга  $KE$  представляет собой аппроксимированный профиль нижнего торцового сечения зуба, лежащего в плоскости  $z-z_1=0$  (рисунок 7),

$$z_1 = \frac{L_i \cos \delta_a}{\cos(\delta_a - \delta)}, \quad (1)$$

где  $L_i$  – длина наименьшей образующей основного конуса; дуга  $K^1E^1$  – верхнего, лежащего в плоскости  $z-z_2=0$ .

$$z_2 = \frac{(L_i + b) \cos \delta_f}{\cos(\delta - \delta_f)}. \quad (2)$$

Дуги  $KK^1$  и  $EE^1$  (рисунок 3) являются проекциями на плоскость  $z-z_2=0$  винтовых линий, разграничивающих, соответственно, галтель с активной поверхностью зуба и кромку зуба на его вершине.

Так же как и в работе [1] будем считать, что в процессе сопряжения пары зубьев узловые точки расположены на линии  $L_H Y_K$  (рисунок 3). Начальное положение этой линии  $h_1^{OH}$  определяется точкой  $E$ , конечное  $h_1^{OK}$  – точкой  $K^1$ . При этом сопряжение в общем случае осуществляется в трех принципиально отличных зонах. Первая зона начинается в точке  $E$  и в дальнейшем определяется точкой  $Y_K$  на дуге  $EE^1$  и точкой  $L_H$ , когда она еще находится на дуге  $EK$ . Вторая зона начинается с момента совпадения точки  $Y_K$  с точкой  $E^1$  и заканчивается в момент совпадения точки  $L_H$  с точкой  $K$ , где и начинается третья зона, оканчивающаяся в точке  $K^1$ .

Однако при больших углах наклона зубьев первая зона может оканчиваться в точке  $L_{H1}$  совпадающей с точкой  $K$ , в то время как точка  $Y_K$  еще не достигла точки  $E^1$ . Это условие необходимо учитывать при алгоритмизации процесса сопряжения пары зубьев, задавая соответствующую логику, позволяющую сравнивать координаты точек  $L_H$  и  $K$ , а также точек  $Y_K$  и  $E^1$ . Соответственно принятой разбивке по зонам, определим точки входа и выхода из активной поверхности. Для этого сначала определяются области касательных плоскостей путем вычисления углов  $\Theta_{\max}^i$  и  $\Theta_{\min}^i$  ( $i, j=1, 2$ ):

$$\Theta_{\max}^i = \arctg \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{r_{0,i}}{r_{5,i}}\right)^2} + (-1)^i \frac{r_{0,i}}{r_{5,i}} \left| \frac{y_{K^1}^i}{x_{K^1}^i} \right|}{\frac{r_{0,i}}{r_{5,i}} + (-1)^{i+1} \left| \frac{y_{K^1}^i}{x_{K^1}^i} \right| \sqrt{1 - \left(\frac{r_{0,i}}{r_{5,i}}\right)^2}}; \quad \Theta_{\min}^i = \arctg \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{r_{0,j}}{R_{a,j}}\right)^2} + (-1)^j \frac{r_{0,j}}{R_{a,j}} \left| \frac{y_{E^1}^j}{x_E^j} \right|}{\frac{r_{0,j}}{R_{a,j}} + (-1)^{j+1} \left| \frac{y_{E^1}^j}{x_E^j} \right| \sqrt{1 - \left(\frac{r_{0,j}}{R_{a,j}}\right)^2}}; \quad (3)$$

Координаты  $x_{E^1}^j, y_{E^1}^j, x_{K^1}^i, y_{K^1}^i$  определяются путем вычислений:

$$r_{5,i} = z_i \operatorname{tg} \left( \frac{r_5}{z_n} \right); \quad R_{a,j} = z_j \operatorname{tg} \delta_a, \quad (4)$$

где  $r_{5,i}$  – наименьший и наибольший радиусы конуса, на котором осуществляется сопряжение,  $R_{a,j}$  – наименьший и наибольший радиусы конуса вершин. Определение координат точек  $L_H$  и  $Y_K$  при пересечении окружности радиуса  $r_7$  со следом плоскости  $h_1^{OT}$  достаточно полно освещены в работе [5].

Остановимся подробнее на определении координат точек  $L_H$  и  $Y_K$  следа

плоскости  $h_1^{OT}$ , когда они лежат на спиральных  $KK^1$  и  $EE^1$ . Точки выхода из зацеплений линий контакта, на которые разбивается первая зона, лежат на спирали  $EE^1$ . Если через  $\Delta_1$  обозначить шаг по оси  $OZ$ , то координаты точек выхода  $Y_k$  определяются из системы уравнений:

$$\varphi_k = \Theta_{\min}^j - \frac{p(k-1)\Delta_1}{\cos \delta} + \arccos \left( g_1 \cdot g_2 + \sqrt{(1-g_1^2)(1-g_2^2)} \right) - \frac{\pi \cdot m_n}{4z_k \operatorname{tg} \delta \cos(\arctg(pz_k \operatorname{tg} \delta))};$$

$$x_k = R_p \cos \varphi_k; \quad y_k = R_p \sin \varphi_k; \quad z_N^{VK} = \operatorname{tg} \delta_a \sqrt{x_k^2 + y_k^2}, \quad (5)$$

где

$$g_1 = \frac{(-r_7^2 + z_k^2 \operatorname{tg}^2 \delta_a + z_k^2 \operatorname{tg}^2 \delta_{p1})}{2z_k^2 \operatorname{tg}^2 \delta_a \operatorname{tg}^2 \delta_{p1}}; \quad g_2 = \frac{(-r_7^2 + z_k^2 \operatorname{tg}^2 \delta + z_k^2 \operatorname{tg}^2 \delta_{p1})}{2z_k^2 \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{tg}^2 \delta_{p1}};$$

$$R_p = \operatorname{tg} \delta_a \varphi_k \cos \delta / p; \quad z_k = k\Delta_1 + (2z_n - b \cos \delta) \cos \delta_a / (2 \cos \delta \cos(\delta_i - \delta));$$

$\tau$  – угловой коэффициент следа плоскости  $h_1^{OT}$ :  $\tau = \operatorname{tg} \Theta_N$ ;  $N$  – номер линии  $L_H Y_K$ ;  $\Theta_N$  – текущий угол, определяющий положение следа;  $e$  – величина отрезка, отсекаемого на оси  $OX$  следом  $h_1^{OT}$ :  $e = r_{ON} / \cos \Theta_N$ ;  $m_n$  – нормальный модуль по средней образующей.

Задавая изменения  $k=1,2,3,\dots$  для каждого фиксированного значения  $N$ , определяем координаты точки выхода  $Y_k$ . Как только равенство  $x_k = -\tau y_k + e$  выполнено, переходим к следующему значению  $N$ , определяющему новое положение линии  $L_H Y_K$ .

Аналогично определяются координаты точки входа  $L_H$  для третьей зоны из системы уравнений (5) с переменными  $g_1$  и  $R_p$ , описывающими спираль  $KK^1$  на данном этапе вычисления:

$$g_1 = \frac{(-r_7^2 + z_k^2 \operatorname{tg}^2 \left( \frac{r_5}{z_n} \right) \delta_a + z_n^2 \operatorname{tg}^2 \delta_{p1})}{2z_k^2 \operatorname{tg}^2 \left( \frac{r_5}{z_n} \right) \operatorname{tg}^2 \delta_{p1}}; \quad R_p = \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{r_5}{z_n} \right) \varphi_k \cos \delta}{p}; \quad z_N^{JH} = \operatorname{tg} \left( \frac{r_5}{z_n} \right) \sqrt{x_k^2 + y_k^2}. \quad (6)$$

Если через  $\Delta_1$  обозначить шаг между узловыми точками по линии  $L_H Y_K$ , то координаты узловых точек для всех зон определяются по следующим зависимостям:

$$x_S = x_N^{JH} + S\Delta_1 \sin \psi \sin \Theta_N; \quad y_S = y_N^{JH} - S\Delta_1 \sin \psi \sin \Theta_N; \quad z_S = z_N^{JH} + S\Delta_1 \cos \psi, \quad (7)$$

где

$$\psi = \arctg \frac{\sqrt{(z_N^{JH} - z_N^{VK})^2 + (x_N^{JH} - x_N^{VK})^2 + (y_N^{JH} - y_N^{VK})^2}}{z_N^{JH} - z_N^{VK}}.$$

Задавая последовательно  $S=1,2,3,\dots$ , получим значения координат узловых точек на линии  $L_H Y_K$ . Однако при вычислениях на ЭВМ необходимо установить "индикатор", фиксирующий принадлежность узловых точек мгновенному пятну контакта. Таким "индикатором" служат конъюнктивно-дизъюнктивные формы мгновенных площадок контакта  $\xi_v(N)$  (рисунок 5).

При вычислении координат узловых точек каждый раз производится проверка по "индикатору", и, как только узловая точка выпадает из конъюнктивно-дизъюнктивной формы, необходимо переходить к следующему значению  $N$ , то есть к следующему положению линии  $L_H Y_K$ , пока не будут определены все узловые точки мгновенной площадки контакта  $\xi_i(N)$  (рисунок 6). И процесс повторяется, но уже для следующей мгновенной

венной площадки контакта со своей конъюнктивно-дизъюнктивной формой  $\xi_5(N)$ .

Усовершенствованная методика аналитического моделирования мгновенной площадки контакта предусматривает и варьирование величины элементарной площадки  $dS$  в широком диапазоне.

**Выводы.** Все вышесказанное расширяет возможности исследования объемного напряженно-деформированного состояния конических зубчатых передач на стадии проектирования при учете реального силового взаимодействия, и выбирать наиболее рациональные параметры по критерию изгибных напряжений.

**Список литературы:** 1. Часовников Л.Д. О расчете конических передач с круговыми зубьями // Сб. науч.-метод. статей по деталям машин. – М.: Высшая школа, 1977. – Вып.2. – С.13-41. 2. Иванов Е.М. Математическая модель объемного напряженно-деформированного состояния зубчатых передач. – Харьков: ХНАДУ, 2008. – 80с. 3. Кириченко А.Ф. Теория, расчет и анализ объемного напряженно-деформированного состояния зубьев цилиндрических колес при изгибе: Дисс... докт.техн.наук: 05.02.02 "Машиноведение" – 1991. – 498с. 4. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1982. – 263с. 5. Кириченко А.Ф. Аналитическое моделирование площадки контакта зубьев // Известия ВУЗов. – М.: Машиностроение, 1979. – №4. – С.34-39.

*Поступила в редакцию 30.04.2013*

УДК 621.833

**Математическое моделирование площадки контакта зубьев с учетом вариации ее геометрии / Е.М. Иванов, З.А. Иванова // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №41(1014). – С.44-49. – Бібліогр.: 5 назв.**

Так як суворо теоретичне рішення контактної задачі теорії пружності для зубчастих передач відсутнє, то зусилля яке передається зубом математично моделюється як результат силової взаємодії пари зубців. При цьому, спираючись на результати експериментальних досліджень і теоретичні данні, уточнюється процес моделювання площадки контакту з можливістю варіації її геометрії при обліку різного положення по фазі зачеплення за весь період сполучення пари зубців.

**Ключові слова:** зона поля зачеплення, миттєва площадка контакту, елементарна площадка, вузлові точки, лінія контакту.

So as strict theoretical solution of the contact problem of elasticity theory for the gear is not available, then the force transmitted tooth mathematically modeled as a result of the force of interaction between a pair of teeth. In this case, based on the results of experimental studies and theoretical data, clarifies the process of simulation of the contact area with the possibility of variation of its geometry when considering the various provisions of the phase coupling for the entire period of the pair a pair of teeth.

**Keywords:** the area of the field coupling, instant ground contact, elementary Playground, anchor points, the line of contact.

УДК 621.831

**П.М. КАЛІНІН**, к.т.н., доц., професор каф. ІМ Акад. ВВ МВС України, Харків;  
**М.Є. СЕРГІЄНКО**, к.т.н., доцент каф. АіТ НТУ "ХПІ";  
**Ю.В. ЖЕРЕЖОН-ЗАЙЧЕНКО**, старший викладач каф. ІМ Акад. ВВ МВС України, Харків

## **ДО ПИТАННЯ ОПТИМАЛЬНО-РАЦІОНАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ КОРОБКИ ПЕРЕДАЧ АВТОМОБІЛЯ**

У роботі наведені результати оптимально-раціонального проектування зубчастих передач коробки передач автомобіля Зил-4327 з метою покращення її експлуатаційних характеристик

**Ключові слова:** оптимізація, коробка передач, напруження, працездатність.

**Постановка проблеми.** Створення конкурентоспроможних конструкцій

© П.М. Калінін, М.Є. Сергієнко, Ю.В. Жережон-Зайченко, 2013