

УДК 536.2

**В.В. БІЛЯЄВА**, канд. техн. наук; доц. ДНУ ім. О. Гончара, Дніпропетровськ;  
**О.В. БЕРЛОВ**, ст. викладач ДНУ ім. О. Гончара, Дніпропетровськ;  
**В.Ю. КЛИМ**, канд. техн. наук; доц. ДНУ ім. О. Гончара, Дніпропетровськ

### **ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕПЛООБМІНУ БАГАТОШАРОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ**

Параметры теплообмена многослойных элементов конструкций определены с помощью решения обратных задач теплопроводности. Операционным методом получены решения задачи нестационарной теплопроводности для составных элементов конструкций с условиями неидеального теплового контакта. Для решения граничной обратной задачи теплопроводности использованы методы регуляризации и ортогональные полиномы Чебышева.

Параметри теплообміну багатошарових елементів конструкцій були визначені за допомогою розв'язання обернених задач теплопровідності. Операційним методом отримані розв'язки задачі нестационарної теплопровідності для складених елементів конструкцій з умовами неідеального теплового контакту. Для розв'язку граничної оберненої задачі теплопровідності використані методи регуляризації та ортогональні поліноми Чебишева.

The heat transfer parameters of multilayer construction elements are determined with the help of solution of inverse heat conduction problems. The solutions of non-stationary heat conduction problem for component construction elements with the condition of non-ideal thermal contact are obtained by operational method. The methods of regularization and orthogonal polynomials of Chebishev are used to solve the boundary inverse heat conduction problem.

Багатошарові конструкції широко використовуються в інженерній практиці для запобігання елементів конструкцій від впливу високих теплових потоків. Вони завжди складаються з матеріалів та середовищ з різними теплофізичними властивостями, що дозволяє обирати раціональну конструкцію за вагою та об'ємом, виходячи із заданого теплового режиму.

У зв'язку з безперервним зростанням інтенсивності теплообмінних процесів, що відіграють важливу роль в різноманітних областях промисловості, к точності їх розрахунку пред'являються все більш високі вимоги. В особливості це має відношення до таких галузей народного господарства як ядерна енергетика, авіаційна, ракетна та космічна техніка.

Розрахунок теплового та теплонпруженого стану багатошарової конструкції при високоінтенсивних процесах переносу тепла вимагає врахування наступних факторів:

- вплив, залежних від часу, координат та температури, характеристик матеріалів та середовищ, в яких працює конструкція, особливо на нестационарних режимах;
- вплив фізико-хімічних перетворень матеріалів конструкцій;
- вплив термічного опору контакту поверхонь в різноманітній фізичній реалізації.

В інженерній практиці багатошарові конструкції, як правило, використовують для зменшення витоків тепла або для оберігання елементів конструкцій від дії високих теплових потоків. Поєднання різних матеріалів, їх теплофізичних властивостей, товщини шарів дозволяє вибрати конструкцію, оптимальну по вазі і об'єму, виходячи із заданого теплового режиму.

Інтенсифікація енергетичних і технологічних процесів, пов'язана з підвищенням теплонапруженості багат шарових елементів конструкцій, працюючих часто на граничних температурних режимах, пред'являє особливо жорсткі вимоги до повноти і точності результатів досліджень теплообміну. Тому розрахунок теплового і теплонапруженого стану багат шарової конструкції вимагає більш строгої постановки задачі, а також підвищеної точності завдання граничних умов і інших параметрів тепло- і масопереносу. Граничні умови можна, наприклад, визначити експериментально в результаті натурних випробувань (чи на фізичних моделях) або розрахунковим шляхом за емпіричними формулами, що є узагальненням експериментальних даних. У ряді випадків єдиним шляхом визначення граничних умов є розв'язання обернених задач теплопровідності [1–4].

Розв'язок задач нестационарної теплопровідності з урахуванням названих чинників нині можливо чисельними, чисельно-аналітичними методами. Переваги і недоліки кожного з цих підходів викладені в [3–8]. Застосування чисельних методів може виявитися плідним, наприклад, після попереднього аналітичного розв'язку відповідної задачі. Коли розв'язок вже отриманий у вигляді рядів, певних інтегралів і т.д., то чисельне підсумовування рядів, обчислення інтегралів є для сучасної ЕОМ досить простим завданням, тоді як при чисельному розв'язку початкової (часто нелінійною) системи диференціальних рівнянь в часткових похідних виникають певні труднощі.

Трудомісткість і тривалість експериментального підбору необхідних композицій матеріалів, що задовольняють вимогам надійності і економічності, ставлять питання про аналітичний розрахунок їх температурного режиму. Аналітичний метод, на відміну від найбільш розвинених нині чисельних методів, дозволяє представити розв'язок в кінцевому вигляді і надає можливість варіювати теплофізичними і геометричними параметрами для детального аналізу температурних полів.

Використання чисельних методів вимагає великих витрат часу розрахунку на ЕОМ при проведенні варіантних розрахунків, необхідних для вибору оптимальних параметрів цих елементів. Цей недолік відсутній при застосуванні аналітичного розв'язку задачі. Тому доцільною є розробка алгоритмів, заснованих на наближених аналітичних розв'язках задачі теплопровідності.

Нині в розробці теорії і методів розв'язку некоректних обернених задач посилюється вплив статистичного підходу [2, 4]. У роботах цього напрямку конструюються алгоритми розв'язку різних класів задач при деяких припущеннях про похибки в початкових даних і про імовірнісні властивості шуканих розв'язків.

Основна ідея пропонованого методу розв'язку обернених задач теплопровідності полягає в тому, що відому з експерименту температуру, а також граничні умови, що визначаються, апроксимуємо по методу найменших квадратів поліномами Чебишева, тим самим вирівнюючи помилку в завданні і визначенні цих функцій, отримуємо кращу в сенсі критерію найменших квадратів відповідність до відповідної дійсності значенням. Поліноми Чебишева значно спрощують обчислення, а головне, дають високу точність визначення апроксимуючого полінома, тоді як система Гауса погано обумовлена і при її розв'язку зникають знаки. Пропонований метод використовує статистику похибок експериментальної температури і статистику похибок визначуваних граничних умов, тобто є статистичним у своїй основі.

Відомо, що ортогональні поліноми Чебишева не лише не вносять похибки апроксимації, але і, при відповідному виборі міри полінома, вирівнюють похибки апроксимуючої функції. За допомогою поліномів Чебишева можна вирівнювати навіть

значні похибки даних, що апроксимуються. Завдяки цьому вони і пропонуються для використання при розв'язку обернених задач теплопровідності.

Математична постановка задачі нестационарної теплопровідності для складеної системи з неідеальним тепловим контактом на стиках має вигляд:

$$\beta_v \frac{\partial^2 T_v(x, Fo)}{\partial x^2} = \frac{\partial T_v(x, Fo)}{\partial (Fo)} - \beta_v^* w_v(x, Fo); \quad (1)$$

$$T_v(x, Fo)|_{Fo=0} = \varphi_v(x); \quad (2)$$

$$\begin{cases} \alpha_0 \frac{\partial T_1(x, Fo)}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_0 Bi_0 [f_0(Fo) - M_0 T_1(x, Fo)] \Big|_{x=0}; \\ \alpha_1 \frac{\partial T_m(x, Fo)}{\partial x} \Big|_{x=1} = h_1 Bi_1 [f_1(Fo) - M_1 T_m(x, Fo)] \Big|_{x=1}; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \alpha_2 \frac{\partial T_v(x, Fo)}{\partial x} \Big|_{x=1} = R_{v,v+1}^* [T_{v+1}(0, Fo) - T_v(1, Fo)]; \\ \frac{\partial T_v(x, Fo)}{\partial x} \Big|_{x=1} - \mu_{v+1,v} \frac{\partial T_{v+1}(x, Fo)}{\partial x} \Big|_{x=0} = f_2(Fo), \end{cases} \quad (4)$$

де  $\beta_v = \frac{a_v}{a_0} \cdot \frac{R_0^2}{R_v^2}$ ;  $\beta_v^* = \beta_v \cdot \frac{R_v^2}{\lambda_v}$ ;  $\mu_{v+1,v} = \frac{\lambda_{v+1}}{\lambda_v} \cdot \frac{R_v}{R_{v+1}}$ ;  $R_{v,v+1}^* = \frac{R_v}{R_{v,v+1} \cdot \lambda_v}$ ;  $Fo = \frac{a_0}{R_0^2} \cdot \tau$ ;  $x = \frac{x_v}{R_v}$ ;  
 $Bi_0 = \frac{\alpha_0^*}{\lambda_1} \cdot R_1$ ;  $Bi_1 = \frac{\alpha_1^*}{\lambda_m} \cdot R_m$ ;  $a_0, R_0$  – деякі довільні параметри: коефіцієнт температуропровідності і лінійний розмір.

При  $\alpha_2 = 0, f_2(Fo) = 0$  умови (4) відповідають умовам ідеального теплового контакту на стиках шарів; при  $\alpha_2 = 1, f_2(Fo) = \omega_{v,v+1}^*(Fo) = \frac{R_v}{\lambda_v} \omega_{v,v+1}(R_v, Fo)$  умови (4) відповідають умовам неідеального теплового контакту; при  $\alpha_2 = 0, f_2(Fo) = A_{v,v+1} \frac{\partial T_{v+1}(x, Fo)}{\partial Fo} \Big|_{x=0}$ ,  $A_{v,v+1} = \frac{\delta_{v,v+1} R_v}{R_0^2} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda_v} \frac{c_{v,v+1}}{c_0}$  умови (4) відповідають умовам неідеального теплового контакту.

Потужність внутрішніх джерел (стоків) тепла є суперпозицією потужності джерел тепла, що є наслідком дії на конструкцію полів різної фізичної природи:

$$w_v(x, Fo) = \sum_{j=1}^N f_j(x, Fo).$$

Застосовуючи до (1) інтегральне перетворення Лапласа по змінній Fo, отримаємо

$$\frac{d^2 \bar{T}_v(x, p)}{dx^2} = \frac{p}{\beta_v} \bar{T}_v(x, p) + \bar{z}_v(x, p), \quad (5)$$

де  $\bar{z}_v(x, p) = -\varphi_v(x) - \beta_v^* w_v(x, p)$ .

Інтеграл (5) можна записати у вигляді:

$$\bar{T}_v(x, p) = C_v \operatorname{ch} \sqrt{\frac{P}{\beta_v}} x + D_v \operatorname{sh} \sqrt{\frac{P}{\beta_v}} x + \bar{z}_v^*(x, p), \quad (6)$$

де  $\bar{z}_v^*(x, p)$  – частковий розв’язок неоднорідного рівняння (5),  $C_v$ ,  $D_v$  – константи інтегрування, які визначаються з умов (3), (4), записаних в полі зображень.

Функцію  $\bar{z}_v^*(x, p)$  представимо у вигляді нескінченного ряду по похідних від  $\bar{z}_v(x, p)$  [3, 8]:

$$\bar{z}_v^*(x, p) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_v^n}{P^{n+1}} \frac{d^{2n}}{dx^{2n}} \bar{z}_v(x, p). \quad (7)$$

Згідно теорії лінійних диференціальних рівнянь, розв’язок задачі (1)–(4) представимо у вигляді суми часткових розв’язків (принцип суперпозиції), які формуються під впливом наступних компонент впливу: зовнішніх граничних умов, умов на стику пластин, джерел тепла по перерізу кожної пластини, початкового розподілу температури і взаємного теплового впливу пластин. Розв’язок лінійних задач теорії теплопровідності відповідно до теореми розкладання про розв’язок задач нестационарної теплопровідності операційним методом для багат шарових плоских тіл з неідеальним тепловим контактом [3, 4] дозволяє уникнути недоліків класичних методів [1].

Температурне поле складених конструкцій визначається функцією

$$T_v(x, Fo) = \sum_{r=1}^{2m} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n [\mu_{n,r}^v(x), \varphi_n] g_r^n(Fo) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{g}_r(P_k)}{\Psi'(\varphi_n, P_k)} Q[\mu_{n,r}^v(x), P_k] \exp(\gamma^2 Fo) \right\} + z_v^*(x, Fo), \quad (8)$$

де  $g_r(Fo)$  – компоненти впливу;  $\Omega_n [\mu_{n,r}^v(x), \varphi_n] = \frac{\mu_{n,r}^v(x)}{\varphi_0} - \sum_{j=1}^n \Omega_{n-j} [\mu_{n-j,r}^v(x), \varphi_{n-j}] \frac{\varphi_j}{\varphi_0}$  –

рекурентне співвідношення;  $Q[\mu_{n,r}^v(x), P_k] = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_{n,r}^v(x) P_k^n$ ,  $\Psi(\varphi_n, P_k) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n P_k^n$  –

узагальнені цілі функції;  $P_k = \gamma_k^2 \frac{a_0}{R_0^2}$ ,  $\gamma_k$  – корені трансцендентного рівняння,

$\Psi(\varphi_n, \gamma_k) = 0$ ,  $z_v^*(x, Fo) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_v^n \frac{Fo^n}{n!} \varphi_v^{(2n)}(x) + \beta_v^* \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_v^n}{n!} \int_0^{Fo} (Fo - \theta)^n \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}} w_v(x, \theta) d\theta$  –

частковий розв’язок неоднорідного диференціального рівняння (5), записаного в полі зображень, точно задовольняє диференціальному рівнянню (1), початковим і

граничним умовам (2)–(4), якщо послідовності  $\{\varphi_n\}_0^\infty$ ,  $\{\mu_{n,r}^v(x)\}_0^\infty$  відповідають представленню мероморфних функцій розв’язку задачі в полі зображень.

Обернена задача теплопровідності для системи тришарових пластин формулюється наступним чином. Вимагається по вимірах температур на стику другої і третьої пластини (рис. 1) знайти зміну температури і теплового потоку на зовнішній поверхні третьої пластини ( $x = 1$ ).

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \beta_v \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}; \quad v = 1, 2; \quad 0 \leq x \leq 1; \quad 0 \leq \tau \leq \infty; \quad (9)$$

$$T_2(1, \tau) = f_{2,\nu}(\tau); \quad \frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (10)$$

$$T_v(x, 0) = 0. \quad (11)$$

Умови на стику пластин:

$$-\frac{\lambda_1}{R_1} \frac{\partial T_1(1, \tau)}{\partial x} = \frac{1}{R_{1,2}} (T_1(1, \tau) - T_2(0, \tau)); \quad \frac{\lambda_1}{R_1} \frac{\partial T_1(1, \tau)}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{R_2} \frac{\partial T_2(0, \tau)}{\partial x} = \omega_{1,2}. \quad (12)$$

В (9)–(12)  $\tau = \frac{a_2}{R_2} t$ ,  $x = \frac{x_v}{R_v}$  – безрозмірний час і координата;  $\beta_v = \frac{a_v}{a_2} \frac{R_2^2}{R_v^2}$ , де  $a_v, R_v$  – коефіцієнт температуропровідності та товщина  $v$ -ої пластини.

Розв’язок задачі Коші [6] для третьої пластини має вигляд

$$T_3(x, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x)^{2n}}{(2n)!} f_2^{(n)}(\tau) - \frac{x}{\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x)^{2n}}{(2n+1)!} g_2^{(n)}(\tau), \quad (13)$$

де  $g_2(\tau) = -\frac{\lambda_2}{R_2} \frac{\partial T_2(1, \tau)}{\partial x}$ ;  $f_2(\tau) = f_3(\tau)$ .

Розв’язок задачі (9)–(12) операційним методом має наступний вигляд

$$T_v(x, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{v,n}(x) f_{2,\nu}^{(n)}(\tau) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\overline{f_{2,\nu}(p)}}{\Psi'(p_k)} Q_v(x) \exp(p_k \tau), \quad (14)$$

де комплекси  $\Omega_{v,n}(x), Q_v(x), \Psi'(p_k)$  визначаються за співвідношеннями [8].

Розв’язок (13) при заданих  $f(\tau)$  і  $g(\tau)$  дозволяє знайти шукані зміни температури  $T_w$  і теплового потоку  $q_w(\tau)$ . Проте в такій інтерпретації розв’язок (13), де функції  $f(\tau)$ ,  $g(\tau)$  відомі з експерименту з деякою похибкою, необхідно враховувати і той факт, що обчислення операторів диференціювання  $f^{(n)}(\tau)$ ,  $g^{(n)}(\tau)$  нестійке до обурень в початкових даних [2, 6]. Таким чином, маємо типову некоректну задачу, для побудови стійкого розв’язку якої потрібна побудова регуляризуючих алгоритмів.

Збережемо в розв'язку (13) кінцеве число доданків  $N$ . Введемо позначення

$$Z_1(\tau) = f'(\tau), \quad Z_2(\tau) = f''(\tau), \quad \dots, \quad Z_n(\tau) = f^{(N)}(\tau). \quad (15)$$

Тоді розв'язок (13) з урахуванням позначень (15) записується у вигляді

$$T(x, \tau) = f(\tau) + \frac{x^2}{2!} Z_1(\tau) + \frac{x^4}{4!} Z_2(\tau) + \dots + \frac{x^{2N}}{2N!} Z_N(\tau). \quad (16)$$

Таким чином, граничні умови при  $X = 1$  відновлюються співвідношенням (16), в якому функції  $Z_k(\tau)$  знаходяться з розв'язку інтегральних рівнянь (15)

$$AZ_k = \int_0^\tau \frac{(\tau - \eta)^{k-1}}{(k-1)!} Z_k(\eta) d\eta = U(\tau), \quad (17)$$

де права частина задається приблизно, тобто  $U = U_\delta = f(\tau) - \sum_{v=0}^{k-1} f^{(v)}(\tau) \frac{\tau^v}{v!}$ .

Тут  $\delta$  – числовий параметр, що характеризує похибку правої частини рівняння (17).

Інтегральне рівняння (17) за допомогою методу кінцевих сум (формули прямокутників, трапецій Сімпсона) може бути зведене до системи лінійних рівнянь алгебри:  $\sum_{r=0}^n K_{r,S} q_r = f_S$ , де  $r, S$  – час, виражений в одиницях дискретності  $\Delta t$ .

Задачу апроксимації експериментально вимірної температури, заданої на множині  $T \{ \tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n \}$  поліномами міри  $\rho$ ,  $\rho \leq 0$  зведемо до визначення многочленів

$$U_\rho(\tau) = a_0 \cdot H_0(\tau) + a_1 \cdot H_1(\tau) + \dots + a_\rho \cdot H_\rho(\tau), \quad (18)$$

де многочлени  $\{H_k(\tau)\}$ ,  $(k = 0, 1, 2, \dots, \rho)$  ортогональні на системі точок  $T$ . Зокрема, якщо (18) складається з цілих ненегативних мір змінної  $\tau$ , тобто

$$H_0(\tau) = 1, \quad H_1(\tau) = \tau, \quad H_2(\tau) = \tau^2, \quad \dots,$$

то  $U_\rho(\tau) = a_0 + a_1 \tau + \dots + a_\rho \tau^\rho$  звичайний поліном міри  $\rho$ .

Для шуканого многочлена квадратичне відхилення

$$\Omega_\rho = \sum_{S=0}^N [U_\rho(\tau_S) - f(\tau_S)]^2 = \min. \quad (19)$$

Таким чином, праві частини інтегральних рівнянь – відому з експерименту температуру – апроксимуємо по методу найменших квадратів многочленами (18) і тим самим вирівнюючи помилку в завданні цих функцій, отримуємо кращу в сенсі критерію

найменших квадратів згоду з відповідними дійсності значеннями, а невідомі функції  $q(\tau)$  інтегральних рівнянь шукаємо як

$$Q_\rho(\tau_r) = \sum_{j=0}^{\rho} C_j \omega_j(\tau_r), \quad (20)$$

де многочлени  $\{\omega_j(\tau_r)\}$ ,  $(j = 0, 1, 2, \dots, \rho)$  ортогональні на системі точок  $T$ . Зокрема, якщо (20) складається з цілих ненегативних мір змінної  $\tau$ , тобто

$$\omega_0(\tau) = 1, \quad \omega_1(\tau) = \tau, \quad \omega_2(\tau) = \tau^2, \dots, \omega_\rho(\tau) = \tau^\rho, \dots,$$

то

$$Q_\rho(\tau) = C_0 + C_1\tau + \dots + C_\rho\tau^\rho$$

є звичайний поліном міри  $\rho$ .

Для шуканого многочлена  $Q_\rho(\tau_r)$  повинна виконуватись умова

$$\Omega_\rho^* = \sum_{r=0}^n [Q_\rho(\tau_r) - q(\tau_r)]^2 = \min. \quad (21)$$

Замінюючи  $q_r$  і  $f_s$  на  $Q_\rho(\tau)$  і  $U_\rho(\tau_s)$ , помноживши обидві частини (18) на  $\omega_j(\tau_r)$  і проводячи підсумовування по  $r$  від 0 до  $n$  отримуємо систему рівнянь для невідомих коефіцієнтів  $C_j$ :

$$\sum_{j=0}^{\rho} A_{j,k} \cdot C_j = a_k, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, \rho), \quad (22)$$

$$A_{j,k} = \sum_{r=0}^n \sum_{s=0}^n K_{r,s} \omega_j(\tau_r) \cdot \omega(\tau_r). \quad (23)$$

Її і слід вирішувати чисельно. Вона має значно менший порядок, ніж початкова система, і добре обумовлена [2, 6]. По знайдених  $C_j$  з (8) визначаємо невідому функцію, припускаючи  $q_r \approx Q_\rho(\tau_r)$ .

Міра  $\rho$  ортогональних многочленів, що апроксимують задану і шукану функцію, аналогічний параметру регуляризації [2].

Оптимальне значення  $\rho = \rho_0$  міри ортогонального многочлена, що апроксимує розв'язок інтегрального рівняння, вибираємо з умови мінімуму функціонала

$$\Omega_\rho^* = \frac{\sum_{r=0}^n [Q_\rho(\tau_r) - q_r]^2}{n - \rho}. \quad (24)$$

Таким чином, у разі використання ортогональних многочленів обчислення параметрів  $a_k$  і  $C_j$  виконується по готових формулах, які позбавляють від необхідності розв'язку системи нормальних рівнянь.

Організація охолодження конструкції камер згоряння рідинних ракетних двигунів є одним із найважливіших питань проектування та в порівнянні з іншими видами теплових машин ускладнюється тим, що теплові процеси протікають при високих температурах (3000–4000) К та тиску. Оскільки високотемпературні продукти згоряння рухаються по камері з дуже великою швидкістю, то різко зростають коефіцієнт конвективної тепловіддачі від гарячих продуктів згоряння до стінок камери та конвективні теплові потоки  $q_k$ , що досягають в критичному перерізі сопла до  $7 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup>. Крім того, теплообмін в конструкції характеризується високим рівнем радіації в камері, що призводить до великих променевих теплових потоків  $q_p$ .

Внаслідок потужних сумарних конвективних та променевих теплових потоків до стінки камери її температура може досягати значень вище (1000–1500) °С. Величина цих потоків визначається значеннями режимних параметрів, складом продуктів згоряння у ядрі газового потоку та в пристіночному шарі, а також температурою внутрішньої поверхні конструкції. Внаслідок зміни діаметру проточної частини по довжині тепловідвід від продуктів згоряння виявляється нерівномірним. Нерівномірним є також розподіл температури по периметру, що зумовлено зміною складу продуктів згоряння.

Коефіцієнт тепловіддачі від продуктів згоряння визначається з урахуванням спільної дії конвективного та променевого теплових потоків у відповідному перерізі конструкції вузла за значеннями параметрів (тиск, склад і температура продуктів згоряння у ядрі газового потоку та в пристіночному шарі) на сталому режимі експлуатації [2, 3].

Час виходу розглянутих конструкцій на сталий тепловий режим може виявитися навіть більше часу їх роботи при експлуатації. В таких умовах задача визначення теплового стану в період роботи зводиться до розрахунку прогріву їх під впливом високотемпературних продуктів згоряння [3].

У частині сопла, що розширюється протікає процес конвективного теплообміну між газовим потоком, що має велику швидкість ( $M > 1$ ) та стінкою сопла. Для розрахунку цього випадку тепловіддачі в літературі пропонується формула:

$$\text{Nu}_{\text{вх}} = 0,029 \cdot \text{Re}_{\text{вх}}^{0,8} \cdot \text{Pr}_w^{0,4} \left( \frac{T_w}{T_r} \right)^{0,39} \cdot \left( 1 + r \frac{k-1}{2} \mu^2 \right)^{0,11} \quad (25)$$

У якості визначальної температури приймається відповідно:  $T_f$  – температура у ядрі, що визначається з термодинамічного розрахунку камери згоряння;  $T_w$  – температура внутрішньої стінки камери згоряння;  $T_m = 0,5 \cdot (T_f + T_w)$  та  $T_m = 0,5 \cdot (T_r + T_w)$ ;  $T_r$  і  $T_w$  – відповідно температура продуктів згоряння та газової стінки в К.

Безпосередньо виміряти значення температури ( $T_w(y, \tau)$ ) та теплового потоку ( $q_w(y, \tau)$ ) на внутрішній стінки камери згоряння в більшості випадків неможливо, тому необхідно використовувати непрямі методи їх визначення. Значення  $T_w(y, \tau)$  та  $q_w(y, \tau)$  можливо визначити за вимірюваними при експерименті температурами усередині або на поверхні стінки, вирішуючи обернені задачі теплопровідності.

При стендовій обробці камер згоряння робиться вимір температури поверхні в перерізах відповідних корпусів вузлів (рис. 1). На поверхні в перерізі розташовується по дві точки виміру, розташованих в діаметрально протилежних точках периметру



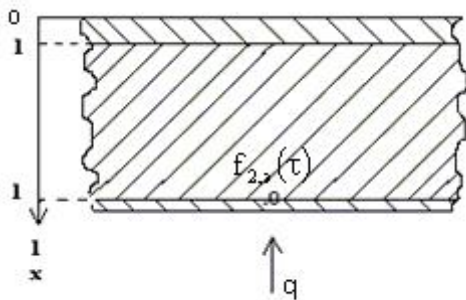


Рис. 1. Розрахункова схема системи тришарових пластин

в реальних умовах механічні характеристики, теплофізичні та геометричні параметри та температура, що вимірюється є випадковими величинами із-за дефектів виробництва, технології виготовлення, забруднення поверхні, погрішності виміру та обробки експериментальної інформації та інших факторів. Отже, ймовірна природа величин, що спостерігаються в реальному експерименті, призводить до випадкового функціонального характеру та температурного поля.

Розв'язок граничних ОЗТ для багатошарових конструкцій є багато параметричною задачею. Тут наряду з випадковим характером експериментальної температури великий розкид існує і в інших параметрах: теплофізичні характеристики, геометричні розміри системи та місце установки датчиків температури, характеристики неідеального теплового контакту.

Відомо, що устаткування, що використовується при проведенні натурних вимірювань температур мають достатньо високий клас точності, а саме: приладова погрішність вимірювань температур в діапазоні їх коливань від 0 до 600 °С знаходиться в межах 3 °С, а сумарна погрішність вимірювань дорівнює (1–2) % температури, що вимірюється. В деяких випадках при організації спеціальної системи реєстрації та вимірювань температур загальна погрішність вимірювань температури може бути зведена до мінімуму (не більш ніж 1 °С).

Одним з методів розв'язку оберненої задачі теплопровідності є метод статистичних випробувань Монте-Карло [3, 4], котрий полягає в статистичному моделюванні аналітичних розв'язків обернених задач теплопровідності з урахуванням випадкового характеру вихідних даних. Використовуючи метод Монте-Карло можливо досліджувати вплив погрішностей вихідної інформації (геометричні розміри, місце установки температурного датчику, теплофізичні характеристики, вимірювання та обробка експериментальною температури внутрішніх точок тіла) на розв'язок оберненої задачі теплопровідності. Коридор помилок відновленого розв'язку можливо визначити по результатам статистичної обробки отриманих реалізацій. Крім того, процедура Монте-Карло дозволяє розглядати вплив кожної вхідної величини на розв'язок оберненої задачі теплопровідності.

Розрахунки для тришарової пластини показали, що похибка в завданні експериментальної температури до 5 % викликає максимальні відхилення температури поверхні до 10 % на тимчасовому інтервалі 0–55 с, а на іншій тимчасовій ділянці до 5%, теплового потоку – 20 % і 10 % відповідно.

корпусу. Експериментальні дані і результати розв'язку оберненої теплової задачі для системи тришарових пластин приведені на рис. 2а–г.

Невід'ємною частиною будь-якого реального теплового експерименту є стохастичність спостережуваних величин. Стохастичність процесу визначається різноманітними факторами. Зокрема,

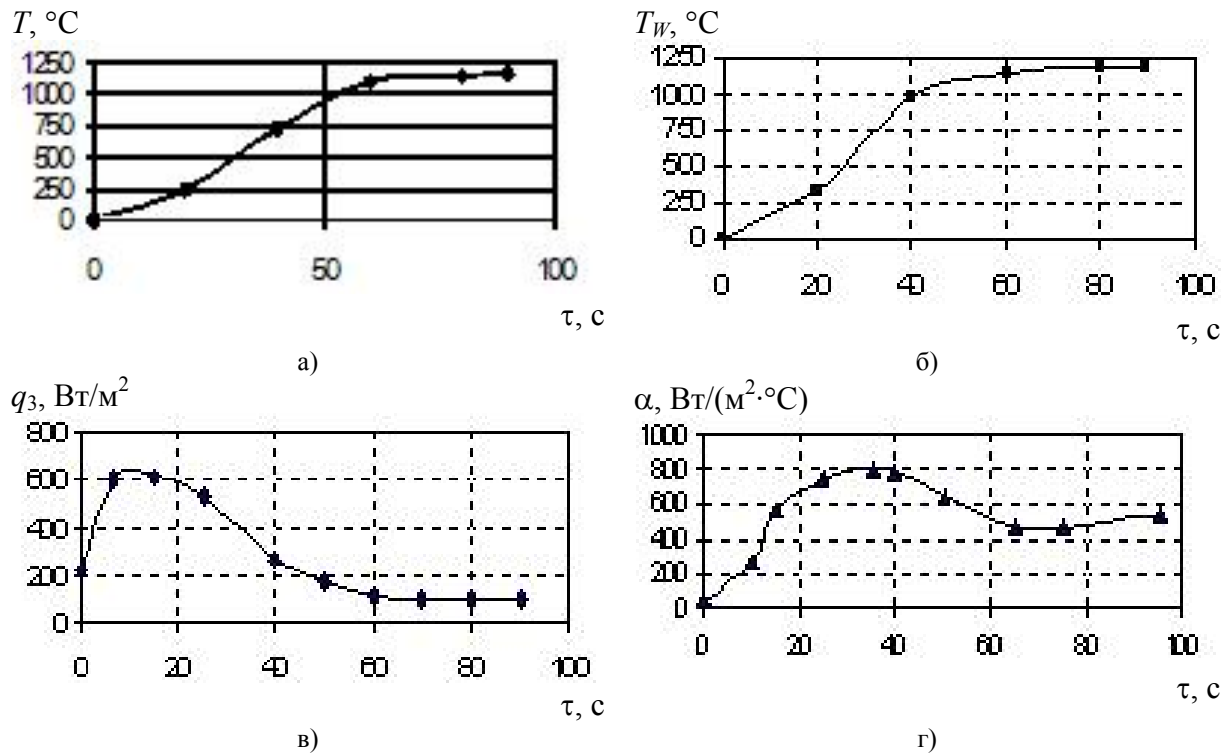


Рис. 2. Відновлені краєві умови:

*a* – експериментальна температура  $f_{2,3}(\tau)$ ; *б* – температура поверхні  $T_{3,и}(1, \tau)$ ;  
*в* – тепловий потік  $q_{3,и}(1, \tau)$ ; *г* – коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$

**Список літератури:** 1. Карташов, Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел [Текст] / Э.М. Карташов. – М.: Высшая школа, 2001. – 540 с. 2. Алифанов, О.М. Обратные задачи как методологическая основа идентификации тепловых математических моделей [Текст] / О.М. Алифанов // Теплообмен. ММФ. – Минск: ИТМО АНБ, 2000. – Т. 3. – С. 3-13. 3. Веселовский, В.Б. Решение задач нестационарной теплопроводности для многослойных плоских тел с неидеальным тепловым контактом [Текст] / В.Б. Веселовский // Прикладные вопросы аэродинамики летательных аппаратов. – Киев: Наук. думка, 1984. – С. 140-144. 4. Веселовский, В.Б. Тепловые режимы составных элементов конструкций летательных аппаратов [Текст] / В.Б. Веселовский // Теплообмен. – Вычислительный эксперимент в задачах теплообмена и теплопередачи. – Минск: Институт тепло- и массообмена АН Беларуси, 1996. – Т. 9. – С. 37-41. 5. Веселовский, В.Б. Температурные поля электрических кабелей при воздействии полей различной физической природы [Текст] / В.Б. Веселовский, А.В. Берлов, Н.И. Белый, В.И. Ляшенко // Вісник Дніпропетровського університету. Сер. Механіка. – 2001. – Вип. 5, Т. 1. – С. 73-83. 6. Веселовский, В.Б. Определение нестационарных граничных условий на огневых стенках корпусов по экспериментальным замерам температур [Текст] / В.Б. Веселовский, И.Н. Даценко, В.В. Никульникова, В.И. Ляшенко // Вісник Дніпропетровського університету. Сер. Механіка. – 2002. – Вип. 6, Т. 1. – С. 102-110. 7. Веселовский, В.Б. Нестационарное температурное поле составных элементов конструкций [Текст] / В.Б. Веселовский // Математические методы теплообмена. – Днепропетровск: Днепропетровский гос. университет, 1986. – С. 107-110. 8. Веселовский, В.Б. Моделирование влияния полей различной физической природы на тепловые режимы составных элементов конструкций [Текст] / В.Б. Веселовский, В.Ю. Клим, Н.И. Белый // Вісник Дніпропетровського університету. Сер. Механіка. – 2002. – Вип. 6, Т. 1. – С. 111-119.

© Біляєва В.В., Берлов О.В., Клім В.Ю., 2012  
 Надійшла до редколегії 15.02.12