

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ ЧАСТОТНО-УПРАВЛЯЕМОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ

Розроблено математичну модель теплового стану частотно-керованого асинхронного двигуна, що працює в нестационарних режимах. Виконано розрахунок теплового стану електродвигуна типу АИР160 S4. Результати цього розрахунку довели адекватність отриманої моделі.

Разработана математическая модель теплового состояния частотно-управляемого асинхронного двигателя, работающего в нестационарных режимах. Выполнен расчет теплового состояния электродвигателя типа АИР160S4. Результаты этого расчета доказали адекватность полученной модели.

The mathematical model of the thermal state of the frequency-guided asynchronous motor that works in the non-stationary modes was obtained. The calculation of the thermal state of АИР160S4 type electric motor is executed, the results of this calculation proved adequacy of the got model.

Как известно, метод эквивалентных тепловых схем (ЭТС) используется для определения средних температур узлов ЭТС при стационарном тепловом состоянии, т.е. при продолжительном режиме работы двигателя S1. Однако, этот метод может быть использован и в случае нестационарных тепловых состояний, имеющих место при работе двигателя в режимах S2 – S8.

В тепловом отношении электрическая машина в нестационарном режиме представляет собой сложный комплекс взаимосвязанных элементов. Процессы в которой описываются системой дифференциальных уравнений Пуассона в частных производных, при этом взаимозависимые граничные условия для этих уравнений существенно осложняют решение [1].

Если отказаться от рассмотрения температурных полей внутри каждого отдельно взятого элемента электрической машины, то нестационарный тепловой процесс можно описать системой обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Их число зависит от количества тел, на которое разбивается электрическая машина. В нашем случае количество тел равняется числу узлов ЭТС. Для каждого тела (узла) составляется дифференциальное уравнение теплового баланса.

© Осташевский Н.А., Шайда В.П.,
Петренко А.Н., 2010

Дифференциальные уравнения теплового баланса всех узлов образуют систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} C_1 \frac{d\theta_1}{dt} = \left(- \sum_{i=2}^m \lambda_{i1} \right) \theta_1 + \left(- \sum_{i=2}^m (\lambda_{i1} \cdot \theta_i) \right) + P_1; \\ C_2 \frac{d\theta_2}{dt} = \left(- \sum_{i=1}^{k(i \neq 2)} \lambda_{i2} \right) \theta_2 + \sum_{i=1}^{k(i \neq 2)} (\lambda_{i2} \cdot \theta_i) + P_2; \\ C_n \frac{d\theta_n}{dt} = \left(- \sum_{i=1}^{q(i \neq n)} \lambda_{in} \right) \theta_n + \sum_{i=1}^{q(i \neq n)} (\lambda_{in} \cdot \theta_i) + P_n. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $C_1 - C_n$ – теплоемкости узлов; $\theta_1 - \theta_n$ – температуры узлов; $\lambda_1 - \lambda_i$ – тепловые проводимости от одного из соседних узлов i к данному узлу от 1 до n ; $P_1 - P_n$ – мощность тепловыделений в данном узле от 1 до n ; m – количество тел, имеющих тепловую связь с первым телом ($n = 1$); k – количество тел, имеющих тепловую связь со вторым телом ($n = 2$); q – количество тел, имеющих тепловую связь с n -м телом; t – текущее время.

С учетом принятой терминологии $\sum_{i=2}^m \lambda_{i1}$ – это собственная тепловая проводимость первого узла, а λ_{i1} во втором слагаемом правой части первого уравнения представляют собой взаимные тепловые проводимости первого узла со всеми m узлами, имеющими тепловую связь с первым узлом отличную от нуля.

Таким образом, предложенная в [3] ЭТС закрытого обдуваемого частотно - управляемого асинхронного двигателя может быть использована для расчета нестационарных тепловых состояний, но каждый узел должен быть дополнен соответствующей теплоемкостью. В дальнейшем такую ЭТС будем называть динамической, в отличие от ранее рассмотренной стационарной ЭТС. Динамическая ЭТС представлена на рис.1. Конвективные тепловые сопротивления обозначены как нелинейные.

Расчет теплоемкостей узлов проводим по выражению

$$c_i = c_{iуд} \cdot m_i, \quad (2)$$

где $c_{iуд}$ – удельная теплоемкость материала i -го узла (медь, алюминий, электротехническая сталь, воздух, конструкционная сталь, изоляция пазов); m_i – масса материала i -го узла, кг.

Применительно к узлам динамической ЭТС уточним массы, используемые при определении теплоемкостей: m_1, m_2, m_3 – массы

корпуса на участках по длине («свисающая» часть корпуса со стороны вентилятора, часть корпуса над сердечником статора, «свисающая» часть корпуса со стороны привода соответственно); m_4, m_5, m_6 – массы зубцов сердечника статора, изоляции «дна» пазов статора, спинки сердечника статора; m_7, m_8, m_9 – массы пазовой части обмотки статора и лобовых частей обмотки статора; m_{10}, m_{11} – массы воздуха внутренних полостей двигателя со стороны вентилятора и со стороны привода соответственно; m_{12}, m_{13} – массы подшипниковых щитов; m_{14} – масса обмотки ротора и зубцов сердечника ротора ($m_{14} = m_{14Al} + m_{14Fe}$); m_{15} – масса вала двигателя; m_{16} – масса спинки сердечника ротора.

Все массы определяются на основании известной конструкции двигателя.

Применительно к двигателю АИР160S4 (15 кВт, 660/380 В, 1476 об/мин), рассматриваемому в [3] в качестве примера, значения теплоемкостей узлов приведены в табл.1.

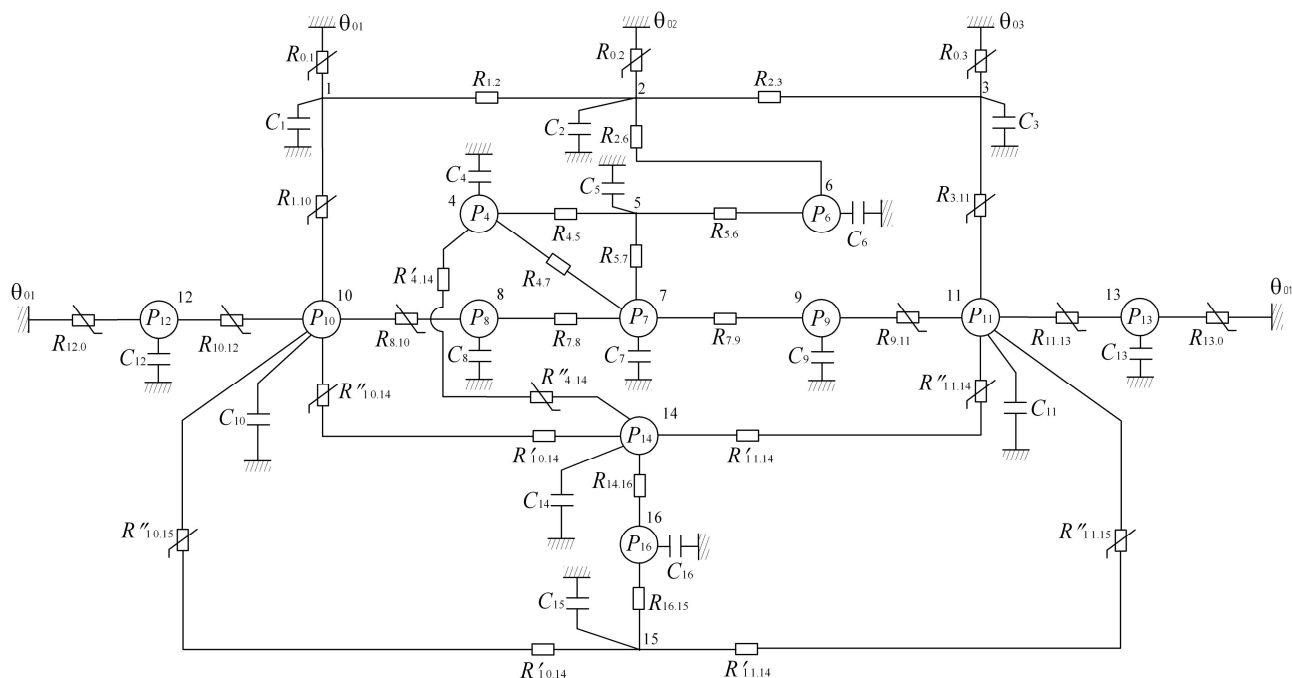


Рис. 1. Динамическая ЭТС асинхронного частотно-управляемого двигателя

Таблица 1. Значения теплоемкостей узлов рассматриваемого асинхронного двигателя

Номер узла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Теплоемкость узла, Дж/К	2839	4750	2839	3032	76	10357	1574	2341	2341	5,13	5,13	1001	1001	9073	2750	4836

Отметим, что теплоемкость воздуха во внутренних полостях двигателя намного меньше теплоемкостей остальных узлов ЭТС, однако, для сохранения структуры уравнений при переходе от стационарной ЭТС к динамической, эта теплоемкость должна быть учтена.

При записи дифференциальных уравнений теплового баланса для узлов ЭТС, как и при записи алгебраических уравнений, теп-

ловые сопротивления заменяются на тепловые проводимости и учитываются тепловые связи всех узлов между собой. Однако, если между i -м и j -м узлами реально тепловая связь отсутствует, то тепловая проводимость λ_{ij} принимается равной нулю.

С учетом всех сделанных замечаний система дифференциальных уравнений динамической ЭТС имеет вид (3).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 C_1 \frac{d\theta_1}{dt} = -(\lambda_{0.1} + \lambda_{1.2} + \lambda_{1.10})\theta_1 + \theta_2\lambda_{1.2} + \theta_{10}\lambda_{1.10} + \theta_{01}\lambda_{0.1}; \\
 C_2 \frac{d\theta_2}{dt} = \theta_1\lambda_{1.2} - \theta_2(\lambda_{0.2} + \lambda_{1.2} + \lambda_{2.3} + \lambda_{2.6}) + \theta_3\lambda_{2.3} + \theta_6\lambda_{2.6} + \theta_{02}\lambda_{0.2}; \\
 C_3 \frac{d\theta_3}{dt} = \theta_2\lambda_{2.3} - \theta_3(\lambda_{0.3} + \lambda_{2.3} + \lambda_{3.11}) + \theta_{11}\lambda_{3.11} + \theta_{03}\lambda_{0.3}; \\
 C_4 \frac{d\theta_4}{dt} = -\theta_4(\lambda_{4.5} + \lambda_{4.7} + \lambda_{4.14}) + \theta_5\lambda_{4.5} + \theta_7\lambda_{4.7} + \theta_{14}\lambda_{4.14} + P_4; \\
 C_5 \frac{d\theta_5}{dt} = \theta_4\lambda_{4.5} - \theta_5(\lambda_{4.5} + \lambda_{5.6} + \lambda_{5.7}) + \theta_6\lambda_{5.6} + \theta_7\lambda_{5.7}; \\
 C_6 \frac{d\theta_6}{dt} = \theta_2\lambda_{2.6} - \theta_6(\lambda_{2.6} + \lambda_{5.6}) + \theta_5\lambda_{5.6} + P_6; \\
 C_7 \frac{d\theta_7}{dt} = \theta_4\lambda_{4.7} + \theta_5\lambda_{5.7} - \theta_7(\lambda_{7.8} + \lambda_{4.7} + \lambda_{5.7} + \lambda_{7.9}) + \theta_8\lambda_{7.8} + \theta_9\lambda_{7.9} + P_7; \\
 C_8 \frac{d\theta_8}{dt} = \theta_7\lambda_{7.8} - \theta_8(\lambda_{7.8} + \lambda_{8.10}) + \theta_{10}\lambda_{8.10} + P_8; \\
 C_9 \frac{d\theta_9}{dt} = \theta_7\lambda_{7.9} - \theta_9(\lambda_{7.9} + \lambda_{9.11}) + \theta_{11}\lambda_{9.11} + P_9; \\
 C_{10} \frac{d\theta_{10}}{dt} = \theta_8\lambda_{8.10} - \theta_{10}(\lambda_{1.10} + \lambda_{8.10} + \lambda_{10.12} + \lambda_{10.14} + \lambda_{10.15}) + \theta_1\lambda_{1.10} + \theta_{14}\lambda_{10.14} + \\
 + \theta_{15}\lambda_{10.15} + \theta_{12}\lambda_{10.12} + P_{10}; \\
 C_{11} \frac{d\theta_{11}}{dt} = \theta_3\lambda_{3.11} + \theta_9\lambda_{9.11} - \theta_{11}(\lambda_{3.11} + \lambda_{9.11} + \lambda_{11.13} + \lambda_{11.14} + \lambda_{11.15}) + \theta_{13}\lambda_{11.13} + \\
 + \theta_{14}\lambda_{11.14} + \theta_{15}\lambda_{11.15} + P_{11}; \\
 C_{12} \frac{d\theta_{12}}{dt} = \theta_{10}\lambda_{10.12} - \theta_{12}(\lambda_{10.12} + \lambda_{12.0}) + \theta_{01}\lambda_{12.0} + P_{12}; \\
 C_{13} \frac{d\theta_{13}}{dt} = \theta_{11}\lambda_{11.13} - \theta_{13}(\lambda_{11.13} + \lambda_{13.0}) + \theta_{01}\lambda_{13.0} + P_{13}; \\
 C_{14} \frac{d\theta_{14}}{dt} = \theta_4\lambda_{4.14} + \theta_{10}\lambda_{10.14} + \theta_{11}\lambda_{11.14} - \theta_{14}(\lambda_{4.14} + \lambda_{10.14} + \lambda_{11.14} + \lambda_{14.16}) + \theta_{16}\lambda_{14.16} + P_{14}; \\
 C_{15} \frac{d\theta_{15}}{dt} = \theta_{10}\lambda_{10.15} + \theta_{11}\lambda_{11.15} - \theta_{15}(\lambda_{10.15} + \lambda_{11.15} + \lambda_{16.15}) + \theta_{16}\lambda_{16.15} + P_{15}; \\
 C_{16} \frac{d\theta_{16}}{dt} = \theta_{14}\lambda_{14.16} + \theta_{15}\lambda_{16.15} - \theta_{16}(\lambda_{14.16} + \lambda_{16.15}) + P_{16}.
 \end{array} \right. \quad (3)$$

Уравнения записаны относительно температур узлов динамической ЭТС. Здесь θ_{01} – температура окружающей среды, θ_{02} , θ_{03} – температуры воздуха в наружном контуре с учетом подогрева.

Полученная система дифференциальных уравнений (3) является математической моделью теплового состояния управляемого регулирования частоты асинхронного двигателя в нестационарных режимах.

Математическая модель тестирована на примере асинхронного двигателя типа АИР160S4. Рассматривается включение двигателя и выход на установившийся тепловой режим при номинальной нагрузке ($\gamma = 1$, $\alpha = 1$, питание двигателя от АИН, т.е. форма напряжения – ступенчатая). Все виды потерь рассчитываются в соответствии с [4].

Значения тепловых проводимостей и свободные члены уравнений приведены в таблице 2 и 3 соответственно.

Математическая модель (3), адаптированная к условиям поставленной задачи решалась по универсальному гибриднему методу Адамса – *BDF* [2].

Начальные температуры $\theta_{нач}$ всех узлов одинаковы и равны 25°C , время расчета – 9000 с, шаг по времени – 138,46 с.

В табл. 4 приведены значения температур узлов, полученные при расчете динамической ЭТС. Значения температур соответствуют установившемуся режиму.

По результатам расчета построены кривые нагрева отдельных узлов динамической ЭТС, представленные на рис. 2.

Отмечены определенные различия в скорости нарастания температур отдельных узлов при выходе на установившийся режим, что обусловлено различной теплоемкостью узлов и взаимным влиянием отдельных узлов один на другого.

Характеристикой скорости нарастания температур отдельных узлов может служить время достижения 95 % превышения температур $t_{(0,95)}$ над начальной. Использование параметра тепловая постоянная времени при численном моделировании нестационарного теплового процесса с учетом сложных взаимных тепловых связей элементов конструкции двигателя невозможно.

Таблица 2. Значения тепловых проводимостей в системе уравнений (3)

λ_{01}	λ_{02}	λ_{03}	$\lambda_{1,2} = \lambda_{2,3}$	$\lambda_{2,6}$	$\lambda_{4,5}$	$\lambda_{5,6}$	$\lambda_{4,7}$	$\lambda_{5,7}$	$\lambda_{4,14}$	$\lambda_{7,8} = \lambda_{7,9}$
46,403	36,751	24,563	11,035	159,235	172,413	220,945	37,523	3,062	5,878	19,391

Продолжение таблицы 2

$\lambda_{8,10} = \lambda_{9,11}$	$\lambda_{10,12} = \lambda_{11,13}$	$\lambda_{1,10} = \lambda_{3,11}$	$\lambda_{12,0}$	$\lambda_{13,0}$	$\lambda_{10,14} = \lambda_{11,14}$	$\lambda_{16,15}$	$\lambda_{14,16}$	$\lambda_{10,15} = \lambda_{11,15}$
5,861	7,686	8,271	4,844	2,422	3,699	25,361	21,097	0,392

Таблица 3. Свободные члены системы уравнений (3)

Порядковый номер уравнения в системе (3)	1	2	3	4	5	6
Свободные члены	1160	1105	862,5	118,5	0	325

Продолжение таблицы 3

7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
406,2	302,7	302,7	31	31	152	91,6	679,9	0	0

Таблица 4. Температура узлов динамической ЭТС в установившемся режиме

Номер узла ЭТС, n	1	2	3	4	5	6	7
Температура узлов θ_n , $^\circ\text{C}$	36,64	58,92	49,83	78,65	72,71	67,77	95,48

Продолжение таблицы 4

8	9	10	11	12	13	14	15	16
102,13	104,21	72,58	81,54	56,66	71,11	125,57	123,72	124,76

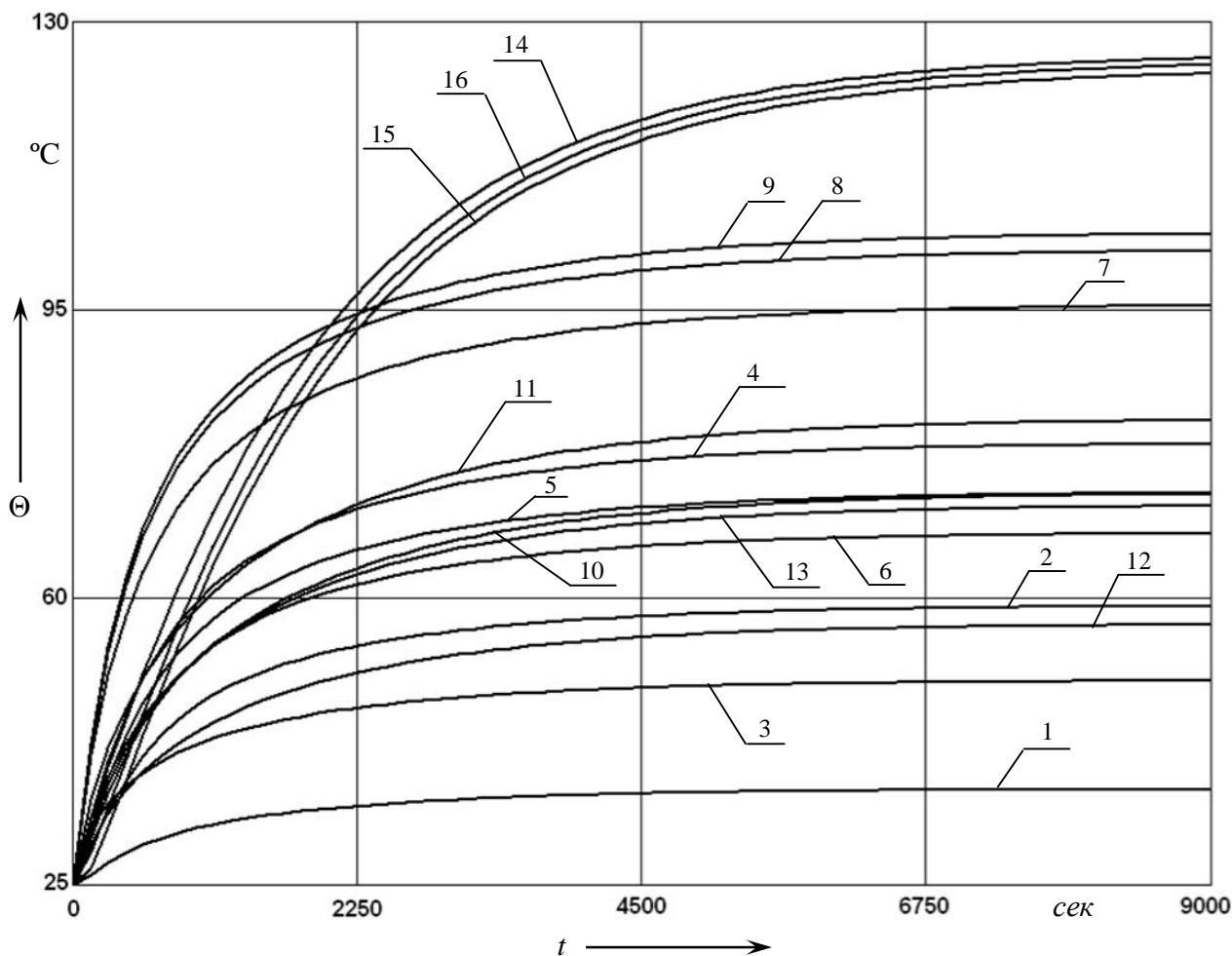


Рис. 2. Кривые нагревания узлов динамической ЭТС

Параметр $t_{i(0,95)}$ в определенной мере выполняет роль тепловой постоянной времени элемента конструкции как характеристики скорости нарастания температуры в нестационарном режиме. Температура 1-го узла в момент времени $t_{1(0,95)}$

$$\begin{aligned} \theta_{1(0,95)} &= (\theta_{\text{луст}} - \theta_{\text{нач}}) 0,95 + \theta_{\text{нач}} = \\ &= 0,95\theta_{\text{луст}} + 0,05\theta_{\text{нач}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Значения указанных температур и длительностей промежутков времени приведены в табл. 5.

Близость отдельных $t_{i(0,95)}$ имеет ярко выраженный локальный характер (узлы 4, 5, 6 – сердечник статора; узлы 7, 8, 9 – обмотка статора; узлы 14, 15, 16 – ротор и т.д.)

В целом же, исполнение двигателя IC0141, IP44, предполагает «тесную» тепловую связь между элементами конструкции,

что и подтверждается результатами теплового расчета.

Таблица 5. Значения температур $\theta_{n(0,95)}$ и времени их достижения $t_{i(0,95)}$ для каждого узла ЭТС

Номер узла ЭТС, n	$\theta_{n(0,95)}$, °C	$t_{n(0,95)}$, секунды
1	36,06	4160
2	57,23	4012
3	48,59	3875
4	75,97	4017
5	70,32	4014
6	65,63	4013
7	91,96	3739
8	98,27	3735

Продолжение таблицы 5

Номер узла ЭТС, n	$\theta_{n(0,95)}, ^\circ\text{C}$	$t_{n(0,95)},$ секунды
9	100,25	3736
10	70,20	4434
11	78,72	4426
12	55,07	4429
13	68,80	4425
14	120,54	5122
15	118,78	5145
16	119,77	5137

С помощью предложенной математической модели можно исследовать тепловое состояние двигателя в режимах S2 – S8 при широком изменении частот вращения и нагрузки на валу при различных законах регулирования. При этом задаются начальные температуры узлов, время расчета, шаг по времени, значения мощностей тепловыделения в узлах в функции времени в соответствии с [4]. Конвективные тепловые проводимости изменяются в соответствии с изменением частоты вращения.

Список использованной литературы

1. Гуревич Э.И. Переходные тепловые процессы в электрических машинах /Э.И. Гуревич, Ю.Л. Рыбин – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1983, – 216 с.
2. Кирьянов Д.В. Mathcad 14. /Кирьянов Д.В. – СПб.: БХВ – Петербург, 2007. – 704 с.
3. Осташевский Н.А. Математическая модель теплового состояния частотно-управляемого асинхронного двигателя в стационарных режимах /Н.А. Осташевский, А.Н. Петренко //Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. Тематич.вып.науч.-техн. журнала «Электронформ». – 2009. – С.266.

4. Осташевский Н.А. Потери частотно-управляемого асинхронного двигателя при различных законах регулирования и типах преобразователей частоты /Н.А. Осташевский, В.Н. Иваненко, А.Н. Петренко //Электротехника и электромеханика. – 2009. – №3. – С. 37 - 41.

Получено 09.03.2010



Осташевский
Николай Александрович,
канд. техн. наук,
доцент каф. электр. машин,
НТУ «ХПИ»



Шайда
Виктор Петрович,
канд. техн. наук,
доцент каф. электр. машин,
НТУ «ХПИ»
E-mail:
vito@kpi.kharkov.ua



Петренко
Александр Николаевич,
начальник расчетного
отдела СКБ «ХЭЛЗ»
«Укрэлектромаш»
г. Харьков