

кн.: Ультразвук в физиологии и медицине: / А.А. Резниченко Тез. докл. научн. конф., Ростов-на-Дону, 1972, 1, с. 68-69.4. Аконян В.Б. Закономерности биологического действия ультразвука низких интенсивностей.: / В. Б. Аконян.-Автореф. дис. д-ра биол. наук. – М., 1982, 32 с.5. Аконян В.Б., Сарвазян А.П. Исследование механизмов действия ультразвука на биологические среды и объекты. .: / В. Б. Аконян, А.П. Сарвазян-Акустический журнал, 1979, т. 25, в. 3, с. 462-463.

Поступило в редколлегию 15.02.2012

УДК 621.315.592

А.В. ФРОЛОВ, канд.техн.наук, ХНУРЭ, Харьков

ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ПРОГНОЗНЫХ ОЦЕНОК ВЫХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЕМНИЕВЫХ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ФОТОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Досліджена можливість реалізації прогностичних оцінок вихідних характеристик кремнієвих монокристалічних фотоперетворювачів на основі дискретної кореляційної обробки їх основних параметрів для малої партії зразків.

Ключові слова: кореляція, фотоперетворювач, прогностичні оцінки, критерій Стьюдента, довірчий інтервал.

Исследована возможность реализации прогностических оценок выходных характеристик кремниевых монокристаллических фотопреобразователей на основе дискретной корреляционной обработки основных параметров для малой партии образцов.

Ключевые слова: корреляция, фотопреобразователь, прогностические оценки, критерий Стьюдента, доверительный интервал.

The possibility of prognostic score realization output characteristics of single-crystal silicon photoconverters on the basis of discrete correlation analysis of the main parameters of a small number of samples has been investigated.

Keywords: correlation, photoconverter, prognostic score, Student criteria, confidence interval.

1. Введение

Для оперативного управления и отладки технологического процесса после обновления и совершенствования базовой технологии производства кремниевых фотопреобразователей (ФП) с целью оперативного прогнозирования качества изделий необходимо располагать информацией о влиянии базовых и фотоэлектрических параметров на КПД фотоприбора.

Для решения этой задачи по результатам экспресс-контроля указанных параметров в пределах малой партии экспериментальных образцов исследуем возможности корреляционного анализа для оценки влияния базовых контролируемых параметров на КПД ФП.

2. Основная часть

Для непрерывных случайных переменных $x(t)$ и $y(t)$ используется взаимно-корреляционная функция $K_{xy}(\tau)$, которая определяется формулой

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t + \tau)dt. \quad (1)$$

На практике имеют дело обычно с дискретными значениями $x(t)$ и $y(t)$ через равные промежутки времени t , причем объем выборки N . В этом случае асимптотически несмещенные оценки взаимно - корреляционных функций вычисляют по формуле

$$R_{xy}(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N [x(t_i) - \bar{x}][y(t_i + \tau) - \bar{y}]}{(N-1)S_x S_y}, \quad (2)$$

$=0$, где $t_i = 1t, 2t, \dots, M$; M – число используемых сдвигов; $M=(0.25-0.35)N$; N – объем выборки.

Величина интервала съема данных t должна обеспечивать некоррелированность наблюдений, чтобы соседние отсчеты были стохастически независимы. Для непрерывных технологических процессов изменения переменных представляют собой некоторый случайный процесс, что равносильно требованию $R_{xx}(\tau \geq \Delta t) = 0$. Асимптотически несмещенная оценка $R_{xx}(t)$ (автокорреляционной функции входной переменной) определяется по формуле

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{(N-1)S_x^2} \sum_{i=1}^N [x(t_i) - \bar{x}][x(t_i + \tau) - \bar{x}]. \quad (3)$$

Для исследования корреляционных связей между КПД кремниевых монокристаллических ФП и их базовыми параметрами (ток короткого замыкания $I_{кз}$, напряжение холостого хода U_{xx}) необходимо воспользоваться соотношением для дискретного представления корреляционных функций

$$R_{xy}(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N [x(n_i) - \bar{x}] \cdot [y(n_i + \tau) - \bar{y}]}{(N-1)S_x S_y}, \quad (4)$$

где \bar{x}, \bar{y} - средние значения параметров;

S_x, S_y - среднеквадратичные отклонения параметров;

N - объем выборки (число образцов в исследуемой партии ФП);

$\tau = 0, 1, \dots, m_j, \dots, M$;

M - число используемых сдвигов.

Рекомендуемое значение M [2] составляет $M=(0,25 - 0,35) N$.

Соответственно автокорреляционная функция имеет вид

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{(N-1)S_x^2} \sum_{i=1}^N [x(n_i) - \bar{x}] \cdot [x(n_i + \tau) - \bar{x}] \quad (5)$$

Для вычисления автокорреляционных функций базовых параметров и функций взаимной корреляции между КПД и параметрами ФП использовались экспериментальные образцы монокристаллических кремниевых ФП со структурой $n^+ - p - p^+$ на основе пластин марки КДБ10. Основные параметры партии указанных образцов приведены в табл. 1.

Первоначально исследовались автокорреляционные зависимости для базовых параметров (фактор неидеальности A , последовательное сопротивление $R_{п}$, ток насыщения I_0). Для построения указанных зависимостей использовался объем выборки $N=16$ и $M=8$ (число точек графика) и $N=20$, $M=10$.

Таблица 1. Диодные (A , R_{Π} , I_0) и выходные ($I_{кз}$, U_{xx} , η) параметры кремниевых монокристаллических ФП

Номер образца		1	2	3	4	5	6	7	8
Диодн. параметры	A	1,16	1,2	1,12	1,1	1,15	1,16	1,12	1,12
	R_{Π} , Ом	0,11	0,105	0,115	0,108	0,112	0,11	0,13	0,125
	I_0 , А	$3,28 \cdot 10^{-11}$	$3,2 \cdot 10^{-11}$	$3,82 \cdot 10^{-11}$	$4,11 \cdot 10^{-11}$	$3,12 \cdot 10^{-11}$	$3,11 \cdot 10^{-11}$	$1,44 \cdot 10^{-11}$	$9,9 \cdot 10^{-11}$
$I_{кз}$, mA		332,0	333,4	335,7	331,3	337,8	333,5	293,5	294,7
U_{xx} , mB		621	619	620	621	618	620	614	616
η (КПД), %		14,0	14,1	13,9	14,0	13,8	13,9	11,9	12,0

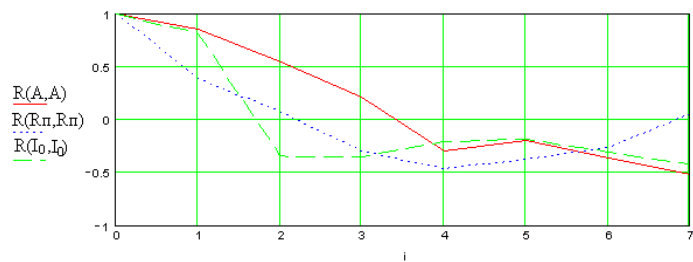
Номер образца		9	10	11	12	13	14	15	16
Диодн. параметры	1,08	1,12	1,12	1,08	1,2	1,0	1,12	1,16	1,12
	0,12	0,13	0,14	0,12	0,132	0,108	0,15	0,158	0,125
	$5,44 \cdot 10^{-11}$	$1,63 \cdot 10^{-11}$	$2,72 \cdot 10^{-11}$	$6,4 \cdot 10^{-11}$	$7,04 \cdot 10^{-11}$	$5,76 \cdot 10^{-11}$	$8 \cdot 10^{-11}$	$8,4 \cdot 10^{-11}$	$9,9 \cdot 10^{-11}$
$I_{кз}$, mA		296,0	286	279,0	290,9	296,0	287,0	300,6	291,5
U_{xx} , mB		617	610	602	616	620	610	614	619
η (КПД), %		12,2	11,7	11,2	12,0	12,1	12,0	12,0	12,1

Результаты вычислений представлены на рис. Из графиков для параметров R_{Π} и I_0 следует, что их значения в партии образцов практически слабо коррелированы. В то же время между значениями параметра A в пределах используемых сдвигов сохраняется корреляционная взаимосвязь.

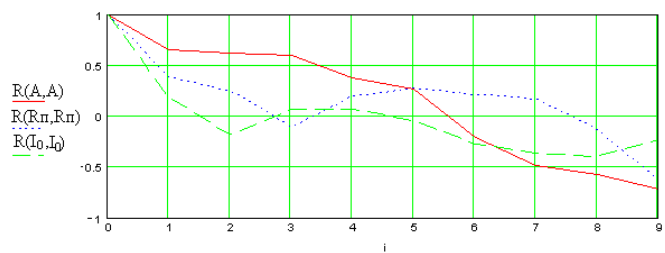
Кроме этого четко просматривается уменьшение уровня осцилляций огибающих автокорреляционных функций с увеличением числа образцов (выборок).

Кусочно-ломаный характер зависимостей свидетельствует о целесообразности увеличения объема выборки при сохранении прежним числа точек графиков, поскольку в данном случае соотношение $M/N=0,5$ выходит за пределы допустимого интервала.

Далее исследовались корреляционные связи между КПД и параметрами $I_{кз}$, U_{xx} . Соответствующие взаимные корреляционные функции представлены на рис.2. Из графиков на рис.2 следует, что влияние $I_{кз}$ на КПД более наглядно проявляется с увеличением числа выборок. Сравнивая графики на рис.2а



а)



б)

Рис. Автокорреляционные зависимости для A , R_{Π} , I_0 : а) $N = 16$, $M = 8$; б) $N = 20$, $M = 10$

и 2б легко заметить, что между КПД и $I_{кз}$ имеется корреляционная связь, а параметр U_{xx} практически не влияет на КПД.

Анализ корреляционных зависимостей между U_{xx} и диодными параметрами (рис.3) показывает, что наиболее сильное влияние оказывают А и I_0 , как было показано ранее [1], с ростом I_0 уменьшается значение U_{xx} и это наглядно проявляется в отрицательном значении корреляционной функции. Влияние $R_{п}$, как следует из графиков, не существенно, что подтверждается известным анализом работы ФП в режиме холостого хода. Оценка влияния параметра А по-видимому требует дальнейших исследований.

В условиях малой партии экспериментальных образцов кремниевых ФП следует выбирать рациональное соотношение между объемом выборки N и количеством M сдвигов (точек) искомой корреляционной зависимости, поскольку с ростом отношения M/N возрастают осцилляции ската указанной зависимости.

В целом следует отметить, что при синтезе корреляционных и автокорреляционных зависимостей с $(0, 1, \dots, M)$ (при ограничении числа $\square \square$ дискретным возрастанием параметра N) происходит уменьшение числа слагаемых в соотношении (2). В результате возрастает погрешность формирования корреляционной зависимости, которую можно оценить с помощью доверительного интервала ее значений, используя критерий Стьюдента и нормальный закон распределения погрешностей.

Рассмотрим особенности обработки параметров образцов ФП, если их количество составляет 10-20 (малая партия выборок).

Как известно, если численность выборки достаточно велика, то все обобщенные характеристики генеральной совокупности считают приблизительно равными соответствующим выборочным характеристикам.

Как показано в [2], математическое ожидание выборочной дисперсии меньше генеральной дисперсии на $\frac{1}{N}D$, где D-генеральная дисперсия.

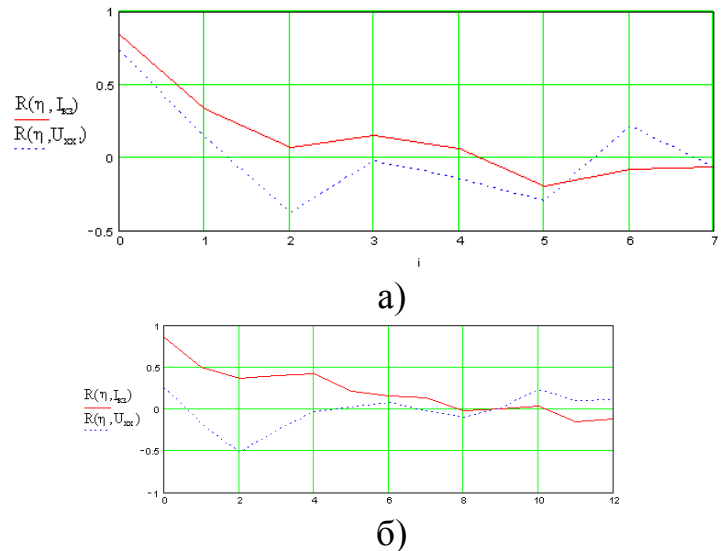


Рис.2 Взаимные корреляционные функции: а) N = 16, M = 8; б) N = 20, M = 12

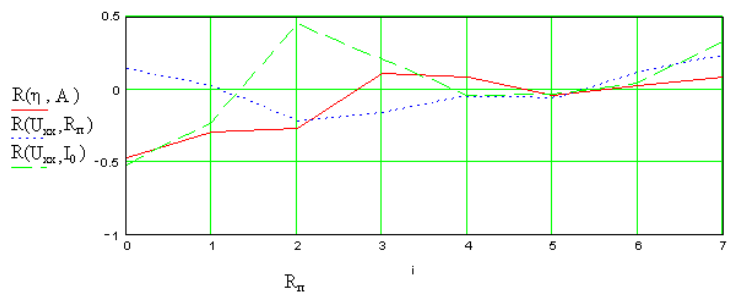


Рис.3. Корреляционные зависимости между U_{xx} и диодными параметрами: N = 16, M = 8

Чтобы выборочная дисперсия D_B стала несмещенной оценкой генеральной D необходимо внести в нее поправку и тогда,

$$D = \frac{N}{N-1} M.o.$$

$$D_B = M.o. \left(\frac{N}{N-1} D_B \right),$$

где M - математическое ожидание величины $\frac{N}{N-1} D_B$. Далее во все формулы ошибки выборки следует вместо генеральной дисперсии подставлять величину так называемой исправленной выборочной дисперсии $S^2 = \frac{N}{N-1} D_B$. При этом средняя ошибка выборки для средней величины будет выражаться формулой

$$\gamma = \sqrt{\frac{N D_B}{(N-1)N}} = \sqrt{\frac{D_B}{N-1}}.$$

Как показал английский математик Стьюдент, вероятность того, что $|\bar{x} - \tilde{x}| < t\gamma$ представляет собой функцию от t и N .

$$P(|\bar{x} - \tilde{x}| < t\gamma) = \int_{-t}^t A \left(1 + \frac{t^2}{N-1}\right)^{\frac{-N}{2}} dt,$$

где A зависит от N :

$$A = \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)}{\sqrt{\pi(N-1)} \Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)}.$$

На практике пользуются таблицами распределения Стьюдента $S(t)$, в которых для различных N и t приведены вероятности:

$$S(t) = \int_{-\infty}^t A \left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^{\frac{-N}{2}} dt$$

Чтобы на их основе получить доверительные вероятности P , необходимо из $S(t)$ вычесть 0,5 и полученную разность удвоить.

$$\beta = \gamma t \quad \bar{y}_x \rightarrow \bar{y}_x \pm \beta$$

Выбор значения вероятности $S(t)$, определение по таблицам $S(t)$ параметра t

Для оценки погрешности согласно гипотезы нормального закона распределения используется зависимость плотности распределения вероятности

$$P(x) P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right], \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2.$$

Функция распределения вероятностей $\Phi(X)$ определится из интегрального преобразования

$$\Phi(X) = \int_{-\infty}^X P(x) dx, \text{ когда } \Phi(X) = P(x \leq X) \text{ и } P(X) = \frac{d\Phi(X)}{dX}$$

При интегрировании с бесконечными пределами

$$\Phi(X) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = \Phi(\infty) = 1$$

Преобразуем $P(X)$ и $\Phi(X)$ при $\sigma = 1$

$$P(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \Phi(X) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

функции □ Для оценки доверительного интервала \bar{y}_x зададим вероятность ошибки – 0,05 (5%). Тогда $\Phi(X) = 0,95$ и $X = 2,00$

$$\beta = \sigma_y X \quad \sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_x)^2}{N} \quad \bar{y}_x \rightarrow \bar{y}_x \pm \beta$$

И □ соответственно доверительный интервал

где y_i - значения выходного параметра образцов ФП;

\bar{y}_x - уравнение $y_0(x)$;

σ_y - СКО между значениями y_i образцов ФП и уравнением \bar{y}_x .

Для иллюстрации сказанного на рис.4

приведена автокорреляционная зависимость для параметра $I_{кз}$ с отложенными границами доверительного интервала по критерию Стьюдента

β_2 (вертикальные линии максимальной длины), а также погрешности на основе гипотезы о нормальном законе распределения β_1 (внутренние вертикальные отрезки). Нетрудно сделать вывод, что уже при $M=12$ и $N=20$ погрешность составляет 100%. Следовательно, применение корреляционного анализа нецелесообразно для обработки параметров малых партий образцов ФП.

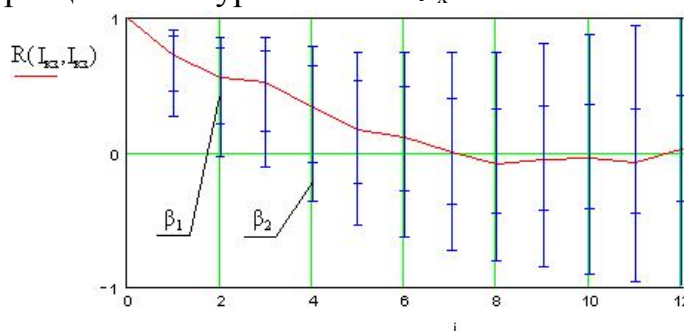


Рис.4 Автокорреляционная зависимость для $I_{кз}$: $N = 20, M = 12$

3. Заключение

Анализ значений доверительных интервалов \square_1, \square_2 и \square_3 при \square формировании автокорреляционной функции показывает, что параметр \square_1 имеет меньшую величину и изменяется в пределах $(\pm 5\%) - (\pm 25\%)$. Это справедливо при условии хорошо отлаженного технологического процесса, когда для параметров партий образцов можно применять нормальный закон распределения. Однако даже при этом условии, величина доверительных интервалов существенно больше допустимых значений (3-5%).

Таким образом, можно сделать вывод, что для эффективного применения корреляционного анализа с целью получения прогнозных оценок выходных параметров кремниевых монокристаллических ФП минимальное необходимое число выборок (образцов) должно быть не менее 50.

Список литературы: 1. Слипченко Н.И. Анализ информативности диодных параметров кремниевых фотопреобразователей / Слипченко Н.И., Письменецкий В.А., Яновская Н.Н., Фролов А.В. Восточно-европейский журнал передовых технологий, Харьков 2007, №6/2(30), с.30-36. 2. Львович Я.Е. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА-М./ Львович Я.Е., Фролов В.Н. : «Радио и связь» 1986г.-194с.

Поступила в редколлегию 15.02.2012