

ня дисперсних систем в динамічних умовах. На конкретних прикладах показана доцільність застосування даного методичного підходу в комплексі з прийнятими інструментальними способами дослідження властивостей структурованих дисперсій і матеріалів на їх основі.

**Ключові слова:** дисперсні системи, топологічне моделювання, структуроутворення, фізико-хімічна динаміка.

It is suggested for description of aberrant behavior of some disperse systems and materials to attract the topology approach based on the theory of catastrophes. The processes of disperse systems formation are analysed in dynamic conditions. Specific examples were used to demonstrate the expediency of the use of this methodical approach in a complex with the accepted instrumental methods of research of properties of the structured disperse systems and materials on their basis.

**Keywords:** disperse systems, topological modeling, structure formation, physical and chemical dynamics.

УДК 622.74: 621.928.235

**В.П. ФРАНЧУК**, д-р техн. наук, проф., НГУ, Днепропетровск,  
**В.П. НАДУТЫЙ**, д-р техн. наук, проф., НГУ, Днепропетровск,  
**П.В. ЛЕВЧЕНКО**, мл. науч. сотруду., ИГТМ НАН Украины,  
Днепропетровск

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА С УЧЁТОМ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОГРОХОТА

В статье представлены аналитические выражения для определения траектории движения части горной массы на просеивающей поверхности грохота с регулируемой пространственной траекторией колебаний. Полученные уравнения позволяют исследовать путь перемещения частей материала разной массы и плотности.

**Ключевые слова:** математическая модель, траектория движения, виброгрохот, просеивающая поверхность.

Вибрационная классификация горной массы по крупности является одной из основных операций при переработке минерального сырья. Данная операция получила широкое распространение в различных отраслях промышленности, таких как горная, строительная, металлургическая, химическая, пищевая, а также при переработке техногенного сырья. На всех этих предприятиях эксплуатируется более тысячи различных типоразмеров вибрационных грохотов, отличающиеся как конструктивно, так режимами их работы.

© В.П. Франчук, В.П. Надутый, П.В. Левченко, 2013

В результате проведенного обзора существующих конструкций вибрационных грохотов для классификации различных материалов мелкой и тонкой фракции были выделены основные направления в совершенствовании и создании новых машин данного типа, позволяющие реализовать современные требования к качеству и себестоимости выпускаемой продукции производственных объединений и частных фирм. К таким направлениям относится применение пространственного возбуждения сита, с целью создания необходимой траектории колебаний рабочего органа. При этом, правильно подобранный характер вибрации сита позволяет увеличить путь транспортирования материала по просеивающей поверхности грохота, тем самым повышая вероятность его более эффективного разделения по крупности.

В Институте геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины разработан грохот с пространственными колебаниями короба [1].

Экспериментальный грохот (рис. 1) имеет габаритные размеры деки  $1500 \times 500$  мм и состоит из установленного на опорной раме 1 через упругие амортизаторы 2 короба 3 с просеивающей поверхностью 4. Смонтированный вибропривод 5 предназначен для создания пространственной траектории колебаний короба.

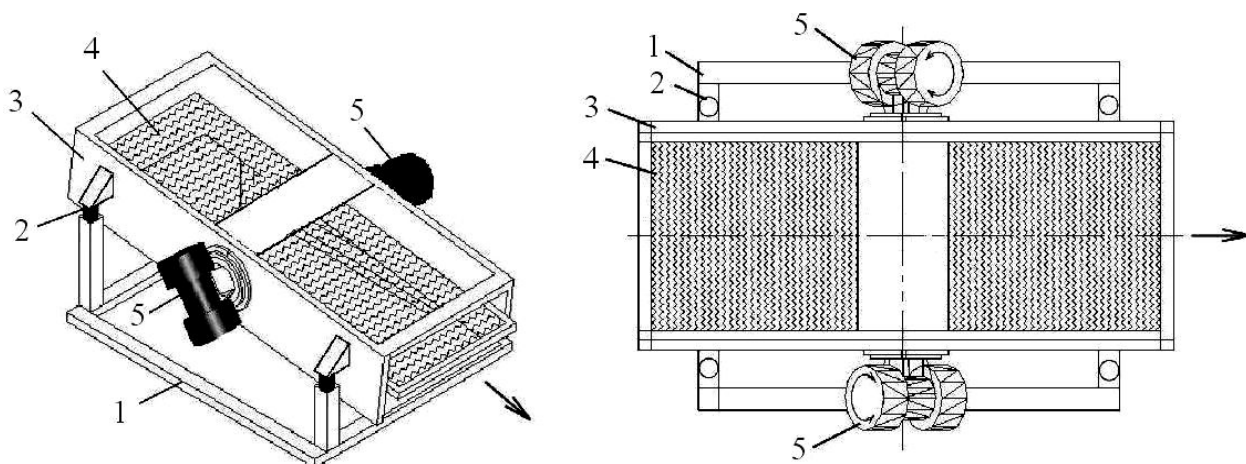


Рис. 1 – Конструкция грохота с пространственными колебаниями короба: 1 – рама; 2 – амортизаторы; 3 – короб; 4 – просеивающая поверхность; 5 – вибропривод.

Авторами [2] были проведены сравнительные испытания технологических показателей виброгрохотов с круговой, направленной и пространственной траекторией колебаний. Результаты показали, что использование дополнительных регулируемых поперечных колебаний рабочего органа виброгрохота позволяет равномерно распределить перерабатываемый материал по площади сита, и повысить эффективность классификации на 8 – 14 % и про-

изводительность грохота на 3 – 5 %.

**Целью данной работы** является определение траектории движения материальной частицы с учётом поперечных колебаний виброгрохота.

Расчетная схема вибрационного перемещения материальной частицы массой  $m$  по просеивающей поверхности грохота с пространственными колебаниями короба представлена на рис. 2.

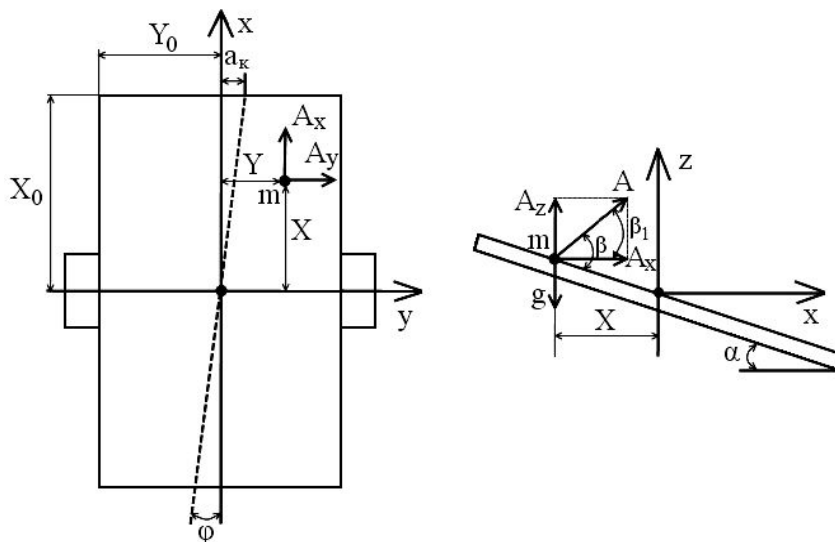


Рис. 2 – Расчётная схема вибрационного перемещения материальной частицы по просеивающей поверхности грохота с пространственными колебаниями

Движение частицы материала в трёх координатных плоскостях описывается системой уравнений [3]:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} = m \cdot A_x \cdot \omega^2 \cdot \cos \beta \cdot \sin \omega \cdot t + m \cdot g \cdot \sin \alpha; \\ m \cdot \ddot{y} = m \cdot A_y \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega \cdot t; \\ m \cdot \ddot{z} = m \cdot A_z \cdot \omega^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \omega \cdot t - m \cdot g \cdot \cos \alpha, \end{cases} \quad (1)$$

где  $A_x = Y \cdot a_\varphi$ ,  $A_y = X \cdot a_\varphi$ ,  $\varphi$  – угол поворота плоскости сита относительно оси  $x$ , град,  $A_z$  – амплитуды колебаний по координатным осям, мм.

Амплитуда поворотных колебаний короба:

$$a_\varphi = \frac{a_k}{X_0},$$

где  $a_k$  – амплитуда горизонтальных колебаний на контуре короба, мм;  $X_0$  – расстояние от центра короба к его разгрузочному торцу, мм.

Коэффициент режима виброперемещения в точке нахождения частицы:

$$\tilde{A} = \frac{A \cdot \omega^2 \cdot \sin \beta}{g \cdot \cos \alpha}, \quad (2)$$

где  $A = \sqrt{A_z^2 + A_x^2}$  – результирующая амплитуда колебаний короба грохота, мм;  $\omega$  – частота колебаний,  $c^{-1}$ ;  $\beta = \beta_1 + \alpha$ ;  $\beta_1 = \arctg \frac{A_z}{A_x}$  – угол направления вибрации, град.;  $\alpha$  – угол наклона просеивающей поверхности, град.

Уравнение (2) и фазный угол отрыва материальной частицы от поверхности сита  $\psi_o$  связаны соотношением:

$$\psi_o = \arcsin \frac{1}{\tilde{A}}.$$

Из системы уравнений (1) определим закон движения частицы относительно координаты  $z$  (при  $\psi = \omega \cdot t$ ):

$$\ddot{z} = A_z \cdot \omega^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \psi - g \cdot \cos \alpha;$$

$$\dot{z} = -A_z \cdot \omega \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi - g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi}{\omega} + C_1; \quad (3)$$

$$z = -A_z \cdot \sin \beta \cdot \sin \psi - g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi^2}{2 \cdot \omega^2} + C_1 \cdot \frac{\psi}{\omega} + C_2. \quad (4)$$

Из условия отрыва материала от рабочей поверхности (начальные условия):  $\dot{z} = 0; z = 0$  при  $t = t_o$  ( $\psi = \psi_o$ ) определим  $C_1$  и  $C_2$  из (3) и (4):

$$C_1 = A_z \cdot \omega \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi_o + g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi_o}{\omega}; \quad (5)$$

$$C_2 = A_z \cdot \sin \beta \cdot \sin \psi_o + g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi_o^2}{2 \cdot \omega^2} - C_1 \cdot \frac{\psi_o}{\omega} = A_z \cdot \sin \beta \cdot \sin \psi_o + g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi_o^2}{2 \cdot \omega^2} - A_z \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi_o \cdot \psi_o - g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi_o^2}{\omega^2} \quad (6)$$

Подставив значения коэффициентов (5) и (6) в уравнение (4) определим

координату  $z$ :

$$z = -A_z \cdot \sin \beta \cdot \sin \psi - g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi^2}{2 \cdot \omega^2} + A_z \cdot \omega \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi_o \cdot \psi + g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi_o \cdot \psi}{\omega^2} +$$

$$+ A_z \cdot \sin \beta \cdot \sin \psi_o + g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi_o^2}{2 \cdot \omega^2} - A_z \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi_o \cdot \psi_o - g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\psi_o^2}{\omega^2}$$

Принимая во внимание (2) уравнение примет вид:

$$z = A_z \cdot \sin \beta \cdot \left[ \sin \psi_o - \sin \psi_{\hat{a}} + \cos \psi_o \cdot (\psi_{\hat{a}} - \psi_o) - \frac{(\psi_{\hat{a}} - \psi_o)^2}{2 \cdot \tilde{A}} \right]. \quad (7)$$

Определим координату  $\Delta z$  встречи материальной частицы с плоскостью рабочего органа (при  $\psi = \psi_{\hat{a}}$ ) грохота:

$$\Delta z = A_z \cdot \sin \beta \cdot \left[ \sin \psi_o - \sin \psi_{\hat{a}} + \cos \psi_o \cdot (\psi_{\hat{a}} - \psi_o) - \frac{(\psi_{\hat{a}} - \psi_o)^2}{2 \cdot \tilde{A}} \right].$$

Из уравнения (7) определим фазный угол встречи частицы с поверхностью  $\psi_{\hat{e}}$  при граничных условиях  $z = 0$ :

$$\sin \psi_o - \sin \psi_{\hat{a}} + \cos \psi_o \cdot (\psi_{\hat{a}} - \psi_o) - \frac{(\psi_{\hat{a}} - \psi_o)^2}{2 \cdot \tilde{A}} = 0. \quad (8)$$

Уравнение трансцендентное. Учитывая, что частица движется с непрерывным подбрасыванием, считаем, что  $\psi_{\hat{a}}$  близок к  $2\pi$ . В таком случае  $\psi_{\hat{a}} = 2\pi + \Delta\psi_{\hat{a}}$ . Выражение (8) преобразуется к виду:

$$\sin \psi_o - \sin(2\pi + \Delta\psi_{\hat{a}}) - \frac{(2\pi + \Delta\psi_{\hat{a}} - \psi_o)^2}{2 \cdot \tilde{A}} + \cos \psi_o \cdot (2\pi + \Delta\psi_{\hat{a}} - \psi_o) = 0.$$

Отсюда, учитывая, что при малых  $\Delta\psi_{\hat{a}}$   $\sin \Delta\psi_{\hat{a}} = \Delta\psi_o$ , получим:

$$\Delta\psi_{\hat{a}} = -\frac{1}{2} \cdot b + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot b\right)^2 - c},$$

где  $b = 4\pi - 2 \cdot \psi_o + 2 \cdot \tilde{A} \cdot (1 - \cos \psi_o)$ ,

$c = 4\pi^2 + \psi_o^2 - 4\pi \cdot \psi_o - 2 \cdot \tilde{A} \cdot [\sin \psi_o + (2\pi - \psi_o) \cdot \cos \psi_o]$ .

Аналогичным образом определим координаты для продольных  $x$  и поперечных  $y$  перемещений материальной частицы.

В результате расчёта получены следующие уравнения:

$$x = -A_x \cdot \cos \beta \left[ \sin \psi_o - \sin \psi + \cos \psi_o (\psi - \psi_o) + \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot (\psi - \psi_o)^2}{2 \cdot \tilde{A}} \right];$$

$$y = A_y \cdot [\cos \psi_o \cdot (\psi - \psi_o) - \sin \psi + \sin \psi_o].$$

Координаты встречи материальной частицы с плоскостью сита (при  $\psi = \psi_{\hat{a}}$ ):

$$\Delta x = -A_x \cdot \cos \beta \left[ \sin \psi_o - \sin \psi_{\hat{a}} + \cos \psi_o (\psi_{\hat{a}} - \psi_o) + \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot (\psi_{\hat{a}} - \psi_o)^2}{2 \cdot \tilde{A}} \right];$$

$$\Delta y = A_y \cdot [\cos \psi_o \cdot (\psi_{\hat{a}} - \psi_o) - \sin \psi_{\hat{a}} + \sin \psi_o].$$

Полученные уравнения позволяют смоделировать траекторию движения частицы по деке грохота программными средствами «Mathcad».

Входные параметры:  $A_x = 1$  мм,  $A_y = 1,5$  мм,  $A_z = 2$  мм,  $\omega = 25$  Гц,  $\beta = 60$  град.,  $\alpha = 12$  град. На рис. 3 представлены траектории перемещения трёх частиц материала первоначально располагающихся: на продольной оси грохота ( $Y2(x)$ ) и равно удалённые относительно её на  $0,15$  м ( $Y1(x)$  и  $Y3(x)$ ). Траектория носит волнообразный характер. Представленные аналитические выражения для определения траектории движения частицы горной массы на просеивающей поверхности грохота с регулируемой пространственной траекторией колебаний позволяют исследовать путь перемещения частиц материала, различной массы и плотности.

**Выводы.** Установлено, что наличие, дополнительных к продольным, поперечных колебаний рабочего органа виброгрохота позволяет увеличить путь движения частиц материала при её перемещении в сторону разгрузки, что способствует повышению эффективности грохочения. Поскольку частицы горной массы при рассеивании в этом случае находятся больше времени на просеивающей поверхности, то для сохранения показателей производительности грохота рекомендуется увеличить угол наклона рабочего органа в сторону разгрузки.

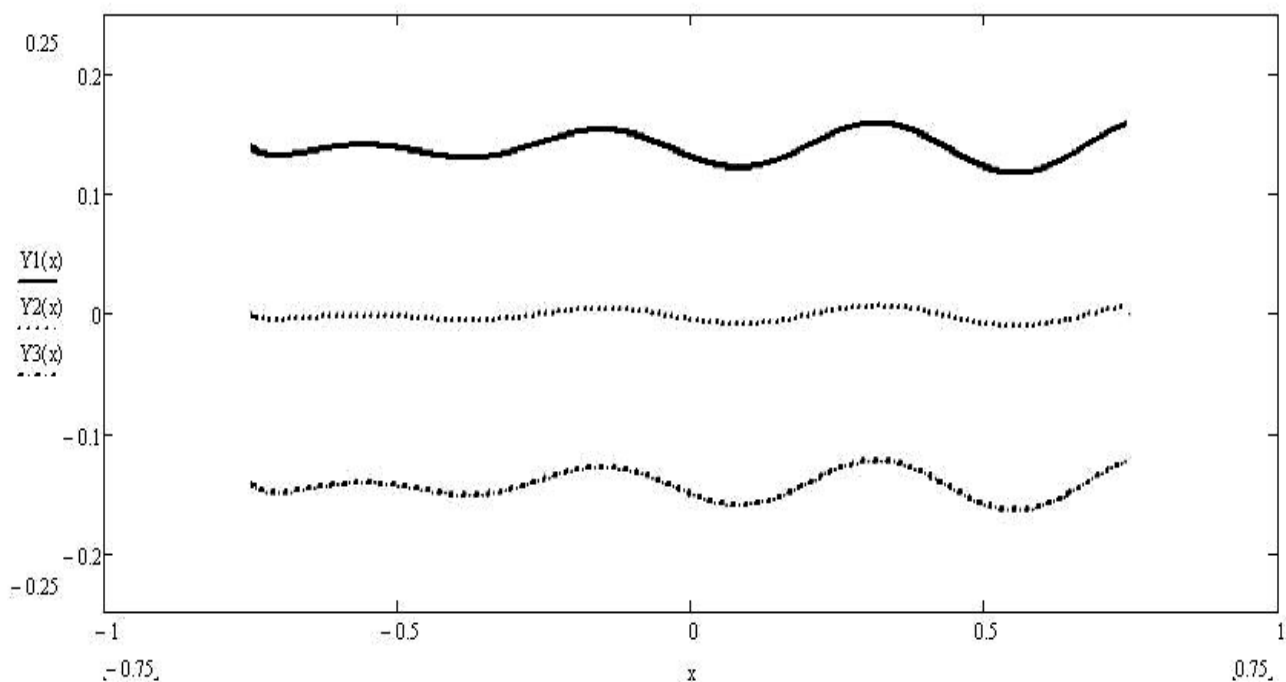


Рис. 3 – Траектории перемещения частиц материала по деке грохота в координатах  $XU$

**Список литературы:** 1. Патент на корисну модель № 77403 UA, МПК<sup>8</sup> В 07 В 1/40 (2006.01). Віб-раційний грохот / *Надутый В.П., Левченко П.В.*; заявник і патентовласник ІГТМ НАНУ; заявл. 14.08.12; опубл. 11.02.13, Бюл. № 3. 2. *Франчук В.П.* Повышение технологических показателей виброгрохотов путем совершенствования динамической схемы / *В.П. Франчук, В.П. Надутый, П.В. Левченко* // Вісник НТУ «ХПІ». – 2012. – № 54. – С. 64 – 70. 3. *Бухгольц Н.Н.* Основы курс теоретической механики: в 2 ч. / *Н.Н. Бухгольц.* – [8-е изд.]. – М.: Наука, 1969. – Часть 1: Кинематика, статика, динамика материальной точки. – 1969. – 468 с.

*Поступила в редколлегию 15.07.13*

УДК 622.74: 621.928.235

**Определение траектории движения материала с учётом поперечных колебаний виброгрохота** // *В.П. ФРАНЧУК, В.П. НАДУТЫЙ, П.В. ЛЕВЧЕНКО* // Вісник НТУ «ХПІ». – 2013. – № 57 (1030). – (Серія: Хімія, хімічна технологія та екологія). – С. 142 – 149. – Бібліогр.: 3 назв.

У статті представлені аналітичні вирази для визначення траєкторії руху частки гірської маси на просіваючій поверхні грохоту з регульованою просторовою траєкторією коливань. Отримані рівняння дозволяють досліджувати шлях переміщення часток матеріалу різної маси й щільності.

**Ключові слова:** математична модель, траєкторія руху, віброгрохот, просіваюча поверхня.

Analytical expressions are presented in article for definition of a movement trajectory of mountain weight particle on a sifting surface of a screen with an adjustable spatial trajectory of fluctuations. The received equations allow to investigate a way of movement of particles material of various weight and density.

**Keywords:** mathematical model, the trajectory movement, vibrating screen, screening surface.