УДК 536-12:517.956.4:622

А. П. СЛЕСАРЕНКО, д-р физ.-мат. наук, проф., в.н.с., Институт проблем машиностроения им. Подгорного НАН Украины, Харьков;
И. Р. ВЕНГЕРОВ, канд. физ.-мат. наук, с.н.с., Институт физики горных процессов НАН Украины, Донецк

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМАХ

Предложены математические модели высокотемпературных (пожарных) режимов слоисто-неоднородных систем подземных сооружений. В подземных сооружениях, как добычного назначения, так и в транспортных, складских и других встречаются бетонные и другие крепи, стяжки и прочее. Их теплофизические параметры могут существенно отличаться от таковых у массивов горных пород. При подземных пожарах возникают критические температурные поля и термоупругие напряжения, прогноз которых возможен только методами математического моделирования. В статье приведены решения двух краевых задач нелинейного теплопереноса в слоистых системах.

Ключевые слова: математическое моделирование, нелинейный теплоперенос, слоисто-неоднородные системы, высокотемпературные пожарные режимы, теплофизически неоднородные двух- и трехслойные системы.

Введение. При пожарах в подземных сооружениях горные массивы и контактирующие с ними конструктивные элементы (бетонные и кирпичные крепи, бутовые полосы, закладочные массивы) подвергаются высокотемпературному воздействию греющей среды (пожарные газы, имеющие температуру ~ 10^3 К) [1].

Повышение безопасности горных работ, профилактика негативных социальных и экономических последствий подземных пожаров актуализируют прогноз температурной динамики двух- и трехслойных систем методами математического моделирования. Для реализации перспективных методов визуальной аналитики предлагаются аналитико-численные методы, основанные на использовании структур решений задач теплопереноса в слоистых системах [2].

Горные массивы считаем полуограниченными (области $\Omega_+^{(1)} = \{x \in (0, \infty)\}$,) далее приводимыми к конечным областям $\Omega_\delta^{(1)} = \{x \in (0, \delta(t))\}$ на основе оценок зон локализации температурных полей [2]. Рассматриваются задачи: № 1 – для двухслойной системы, № 2 – для трехслойной системы. Первая – модель теплопереноса в сплошной (бетон-кирпич) крепи горной выработки и примыкающей к ней части горного массива, а вторая – модель теплообмена прогретого пожаром слоя (пласт угля, закладочный массив) с породами кровли и почвы пласта.

Постановка задачи. В задаче номер 1 рассматривается система $\{\Omega_1^{(1)}, \Omega_+^{(1)}\}$, соответствующая, в частности, теплофизически неоднородной $\left(a_1 = a_1(T_1),\ \ a_2 = a_2(T_2) \neq a_1\right)$ системе «сплошная крепь-горный массив». На левой границе $\Omega_1^{(1)} = \{x \in (0, l_1)\}$ (т.е. на внутренней поверхности «крепи») в момент времени $t = 0$ скачкообразно устанавливается «пожарная» температура $T_r^{(+)} \gg T_{\text{ї}}$ ($T_{\text{ї}}$ – начальная температура в $\Omega_1^{(1)}$ и в $\Omega_+^{(1)}$). Согласно методу функций склейки, на общей границе крепи и массива ($x=l_1$) температуру обозначаем $\mu(t)$ и считаем неизвестной функцией, подлежащей определению из условия склейки плотностей потоков тепла (при $x=l_1$).

В задаче номер 2 рассматривается трехслойная система $\left\{\Omega_{+1}^{(1)},\Omega_{+0}^{(1)},\Omega_{+2}^{(1)}\right\}$, моделирующая процесс теплопередачи от нагретого слоя Ω_0 (пласт угля, закладочный массив в выработанном пространстве и т.п.) к слоям $\Omega_{+1}^{(1)}$ и $\Omega_{+2}^{(1)}$ (неограниченные горные массивы – теплофизически различные породы кровли и почвы пласта). Начальные температуры в $\Omega_0^{(1)} - T_{\tilde{A}}^{(+)}$, в $\Omega_{+i}^{(1)} - T_{\ddot{i}}\ (i=1,2), T_{\tilde{A}}^{(+)} > T_{\ddot{i}}$. В силу обычно встречающегося малого отличия теплофизпараметров пород кровли и почвы, будем считать температурное поле в слое $\Omega_0^{(1)} = \left\{|x| \in (0,l_0)\right\}$ симметричным, максимум которого всё время остается в точке $x=0$. Задача редуцируется:

$$\left\{\Omega_{+1}^{(1)},\Omega_{+0}^{(1)},\Omega_{+2}^{(1)}\right\} \to \left\{\Omega_{+1}^{(1)},\Omega_{01}^{(1)}\right\} + \left\{\Omega_{+02}^{(1)},\Omega_{+2}^{(1)}\right\}.$$

Решение задачи № 1. Во временной эволюции функции $\mu(t)$ можно выделить два периода. На первом $-t \in (0,t_1)$ идёт прогрев слоя $\Omega_1^{(1)}$, а зона термического влияния граничной температуры $T_{\tilde{A}}^{(+)}$ возрастает от 0 до l_1. В этом период времени $\mu(t)=\mu(0)=T_{\ddot{i}}$ и $T_2(x,t)=T_{\ddot{i}}$. Второй период $-t \in (t_1,t_s)$ характеризуется возрастанием $\mu(t_1)=T_{\ddot{i}}$ до $\mu(t_s)=\mu_s > T_{\ddot{i}}$, а в слое $\Omega_+^{(1)}$ формируется температурное поле $T_2(x,t) > T_{\ddot{i}}$. Величина порогового времени $t=t_1$ зависит от параметров слоя $\Omega_1^{(1)}\left(l_1, a_1(T_1)\right)$. Описанная двухслойная хроностратификация позволяет записать:

$$T_1(x,t) = \begin{cases} T_{10}(x,t), & t \in (0,t_1) \\ T_{11}(x,t), & t \in (t_1,t_s), \end{cases} \quad \mu(t) = \begin{cases} \mu_0(t) = T_{\ddot{i}}, & t \in (0,t_1), \\ \mu_1(t), & t \in (t_1,t_s). \end{cases} \tag{1}$$

Решение в слое $\Omega_+^{(1)}$, после замены $\Omega_+^{(1)} \to \Omega_\delta^{(1)} = \left\{x \in \left(l_1, l_1 + \delta_{cp}^{(2)}(t)\right)\right\}$:

$$\left.\begin{aligned} &T_2(x,t) = \begin{cases} T_{\ddot{i}}, & t \in (0,t_1) \\ T_{21}(x,t), & t \in (t_1,t_s) \end{cases} \\ &T_{21}(x,t) = T_{\ddot{i}} + \left(\mu_1(t) - T_{\ddot{i}}\right)\exp\left[-3,551\left(\frac{x-l_1}{\delta_{cp}^{(2)}(t)}\right)\right] \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &\delta_{cp}^{(2)}(t) = 0.5(\overline{\delta}^{(2)}(t) + \overline{\overline{\delta}}^{(2)}(t)) = 0.5\left(4\sqrt{\overline{\alpha_2} t} + 4\sqrt{\overline{\overline{\alpha}}_2 t}\right) = \left(\frac{1+K\alpha_2^{0.5}}{2}\right)\delta^{(2)}(t), \\ &K\alpha_2 = \overline{\overline{\alpha_2}} / \overline{\alpha_2} = \alpha_2(\mu(t_S)) / \alpha_2(T_{\ddot{I}}), \\ &\delta^{(2)}(t) = 4\sqrt{\overline{\alpha_2} t}. \end{aligned} \tag{3}$$

Для умеренных значений t_s,когда $\mu(t_s) < T_r^{(+)}$, примем, что $K_{a2} = 1,5$, т.е. $\delta_{cp}^{(2)} = 4,45\sqrt{\overline{a}_2 t}$. Из условия $K_{a2} = \overline{\overline{a}}_2 / \overline{a}_2 = 1,5$ и заданной зависимости $a_2 = a_2(T_2)$ можно найти $\mu(t_s) = \mu_s$.

Для конкретизации решения (2) необходимо найти $\mu_1(t)$. Пусть это сделано, тогда из зависимости $\mu_1(t)$ находим $t_s : \mu_1(t_s) = \mu_s$.Пороговое значение $t = t_1$ оцениваем, используя условие совпадений зоны влияния и ширины слоя $\Omega_1^{(1)} : \overline{\delta}(t) = 4\sqrt{\overline{a}_1 t} = l_1$. Для характерных значений параметров [1]: $l_1 = 0,35\grave{\imath}$, $\overline{a}_1 = 20\cdot 10^{-4}$ м^2/час, получаем $t_1 \simeq$ 3,8 часа. При $a_1 = \overline{\overline{a}}_1 =$ 40×10^{-4} м^2/час $-t_1 \simeq$ 1,9 часа, а при $a_1 = a_{1,cp} = 30\cdot 10^{-4}$ м^2/час $-t_1 \simeq$ 2,6 часа.

Эти оценки показывают, что в определении $T_{10}(x,t)$ нет необходимости. Пороговое время наступления в $\Omega_1^{(1)}$ финишного режима, когда для поля достаточно квазистационарного приближения, составляет $\tau_{1s} \sim l_1^2 / a_{1,cp} \simeq$ 41 час. Для $t \geq$ 41 часа решение в $\Omega_1^{(1)} - T_{11}(x,t)$ можно заменить стационарным $-T_{11}(x)$, которое определяется граничной задачей:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_1(T_{11})\frac{\partial T_{11}}{\partial x}\right]=0, \quad T_{11}(0)=T_{\tilde{A}}^{(+)}, \quad T_{11}(l_1)=\mu(t), \quad t>\tau_{1,s} \tag{4}$$

Зависимости $\lambda_1(T_{11})$ и $\lambda_2(T_{21})$ представим в виде:

$$\lambda_i(T_{i1})=A_i(T_{i1}+T_{\lambda i}), \quad A_i=\frac{(K_i-1)\lambda_i(T_{\text{ï}})}{T_{\tilde{A}}^{(+)}-T_{\text{ï}}},$$
$$K_i=\frac{\lambda_i^{(+)}}{\lambda_i^{(-)}}, \quad T_{\lambda i}=\frac{T_{\tilde{A}}^{(+)}-K_{\lambda i}T_{\text{ï}}}{K_{\lambda i}-1}, \; i=1,2 \tag{5}$$

Подстановка (5) в (4) даёт:

$$\frac{d^2}{dx^2}\left[\left(T_{11}(x)+T_{\lambda 1}\right)^2\right]=0, \quad T_{11}(x)=-T_{\lambda 1}+\sqrt{c_1x+c_2} \tag{6}$$

а из (4) и (6) следует:

$$T_{11}(x,t)=-T_{\lambda 1}+\sqrt{\left(T_{\tilde{A}}^{(+)}+T_{\lambda 1}\right)^2-\left(T_{\tilde{A}}^{(+)}-\mu(t)\right)\left(T_{\tilde{A}}^{(+)}+2T_{\lambda 1}+\mu(t)\right)\frac{x}{l_1}}. \tag{7}$$

Для определения $\mu(t)\left(t\in(\tau_{1,s},t_s)\right)$ имеем условие:

$$\lambda_1(\mu(+))\frac{\partial T_{11}}{\partial x}\bigg|_{x=l_1}=\lambda_2(\mu(t))\frac{\partial T_{21}}{\partial x}\bigg|_{x=l_1}, \quad t\geq\tau_{1,s}, \tag{8}$$

приводящее к квадратному уравнению:

$$\theta^2(t)+P\theta(t)+Q=0, \quad \theta(t)=\frac{\mu(t)+T_{\lambda 1}}{T_{\tilde{A}}^{(+)}+T_{\lambda 1}}, \tag{9}$$

где

$$P=\frac{\tilde{N}_1}{1+B(t)}, \quad Q=\frac{\tilde{N}_2+B(t)}{1+B(t)}, \quad B(t)=\left(\frac{K_{\lambda 1}-1}{K_{\lambda 2}-1}\right)\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_2}\sqrt{\bar{F}o_2},$$
$$\bar{F}o_2=\frac{\bar{a}_2t}{l_1^2}, \quad \tilde{N}_1=-\frac{T_{\text{ï}}+2T_{\lambda 1}-T_{\lambda 2}}{T_r^{(+)}+T_{\lambda 1}}, \quad \tilde{N}_2=\frac{(T_{\lambda 1}-T_{\lambda 2})(T_{\text{ï}}+T_{\lambda 1})}{\left(T_{\tilde{A}}^{(+)}+T_{\lambda 1}\right)^2}. \tag{10}$$

Решив квадратное уравнение (9), находим $\mu(t)$, подстановка, которой в (2) и в (7) исчерпывает решение задачи.

Решение задачи № 2. Рассматриваем систему $\left\{\Omega_{+1}^{(1)},\Omega_{01}^{(1)}\right\}$ (т.к. для системы $\left\{\Omega_{+02}^{(1)},\Omega_{+2}^{(1)}\right\}$ решение строится аналогично), перейдя от $\Omega_{+1}^{(1)}$ к $\Omega_{\delta 1}^{(1)}=\left\{x\in\left(l_0,l_0+\delta_{1,cp}^{(+)}\right)\right\}$. В слое $\Omega_{\delta 1}^{(1)}$ решение записываем в виде:

$$T_1(x,t)=T_{\text{ï}}+\left(\mu_1(t)-T_{\text{ï}}\right)\exp\left[-3{,}551\left(\frac{x-l_0}{\delta_{1,cp}(t)}\right)\right], x\in\left(l_0,l_0+\delta_{1,cp}(t)\right). \tag{11}$$

В слое $\Omega_{01}^{(1)}$ воспользуемся квадратичной аппроксимацией:

$$T_{01}(x,t)=a(t)+b(t)x+c(t)x^2,$$
$$T_{01}(0,t)=\mu_0(t), \quad T_{01}(l_0,t)=\mu_1(t), \quad \frac{\partial T_{01}}{\partial x}\bigg|_{x=0}=0. \tag{12}$$

Последнее из условий (12) отображает постулированную симметрию задачи. Из него следует:

$$T_{01}(x,t)=\mu_0(t)-\left[\mu_0(t)-\mu_1(t)\right]\left(\frac{x}{l_0}\right)^2,\quad x\in(0,l_0),\quad t>0. \tag{13}$$

В отличие от задачи №1, здесь имеются две неизвестные функции склейки - $\mu_0(t)$ и $\mu_1(t)$. При использовании двух независимых условий - непрерывности (при $x=l_0$) потоков тепла и теплового баланса в слоях $\Omega_{01}^{(1)}$ и $\Omega_{\delta 1}^{(1)}$, и в предположении линейной зависимости теплофизпараметров от температуры, переходим к системе из двух квадратных уравнений относительно $\mu_0(t)$ и $\mu_1(t)$. Решение этой системы возможно, но весьма громоздко. Поэтому для решения воспользуемся вилкой $\bar{\mu}_1(t)\div\bar{\bar{\mu}}_1(t)$. Левой границе этой вилки $-\bar{\mu}_1(t)$ соответствуют минимальные (в диапазоне температур $\Delta T=T_{\hat{A}}^{(+)}-T_{\text{ï}}$) значения параметров областей $\Omega_{01}^{(1)}$ и $\Omega_{\delta 1}^{(1)}:\bar{c}_0=c_0(T_{\text{ï}})$, $\bar{\lambda}_0=\lambda_0(T_{\text{ï}})$, и $\bar{c}_1=c_1(T_{\text{ï}})$, $\bar{\lambda}_1=\lambda_1(T_{\text{ï}})$. Правой границе вилки $-\bar{\bar{\mu}}_1(t)$ соответствуют: $\bar{\bar{c}}_0=c_0\left(T_{\hat{A}}^{(+)}\right)$, $\bar{\bar{\lambda}}_0=\lambda_0\left(T_{\hat{A}}^{(+)}\right)$, $\bar{\bar{c}}_1=c_1\left(T_{\hat{A}}^{(+)}\right)$, $\bar{\bar{\lambda}}_1=\lambda_1\left(T_{\hat{A}}^{(+)}\right)$.

Воспользуемся двумя условиями – непрерывности тепловых потоков

$$\bar{\lambda}_1\frac{\partial\bar{T}_0}{\partial x}\bigg|_{x=l_0}=\bar{\lambda}_1\frac{\partial\bar{T}_1}{\partial x}\bigg|_{x=l_0},\quad t>0 \tag{14}$$

и условием баланса тепла:

$$\bar{c}_0\int_0^{l_0}\left[T_{\hat{A}}^{(+)}-T_0(x,t)\right]dx=\bar{c}_1\int_{l_0}^{l_0+4\sqrt{\bar{a}_1 t}}\left[\bar{T}_1(x,t)-T_{\text{ï}}\right]dx,\quad t>0. \tag{15}$$

Условия (14) и (15) записаны для минимальных значений параметров, (сверху с чертой). Имеем точно такие же условия, но при двух чертах над параметрами – для их максимальных значений. Подставив в (14) и (15) и в их аналоги (с $\bar{\bar{\lambda}},\bar{\bar{c}}$ и т.д.) соответствующие выражения, получим:

$$\begin{gathered}\bar{\theta}_1(t)=\bar{\theta}_0(t)\left(1-0,394\bar{K}_\lambda\left(\bar{Fo}_1\right)^{-0,5}\right),\bar{\bar{\theta}}_1(t)=\bar{\bar{\theta}}_0(t)\left(1-0,394\bar{\bar{K}}_\lambda\left(\bar{\bar{Fo}}_1\right)^{-0,5}\right),\\ \bar{\theta}_0(t)=\frac{\bar{\mu}_0-T_{\text{ï}}}{T_{\hat{A}}^{(+)}-T_{\text{ï}}},\ \bar{\theta}_1(t)=\frac{\bar{\mu}_1-T_{\text{ï}}}{T_{\hat{A}}^{(+)}-T_{\text{ï}}},\bar{\bar{\theta}}_0(t)=\frac{\bar{\bar{\mu}}_0-T_{\text{ï}}}{T_{\hat{A}}^{(+)}-T_{\text{ï}}},\bar{\bar{\theta}}_1(t)=\frac{\bar{\bar{\mu}}_1-T_{\text{ï}}}{T_{\hat{A}}^{(+)}-T_{\text{ï}}}.\end{gathered} \tag{16}$$

Здесь обозначены:

$$\bar{K}_\lambda=\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_0},\quad \bar{\bar{K}}_\lambda=\frac{\bar{\bar{\lambda}}_1}{\bar{\bar{\lambda}}_0},\quad \bar{Fo}_1=\frac{\bar{a}_1 t}{l_0^2},\bar{\bar{Fo}}_1=\frac{\bar{\bar{a}}_1 t}{l_0^2}=K_{a1}\bar{Fo}_1,\quad K_{a1}=\frac{\bar{\bar{a}}_1}{\bar{a}_1}. \tag{17}$$

Выражения для $\bar{\theta}_1(t)$ и $\bar{\bar{\theta}}_1(t)$ приводятся к видам:

$$\left.\begin{aligned}\bar{\theta}_1(t)&=\left[1+1,05\bar{K}_C\left(\bar{Fo}_1\right)^{0,5}+0,293\bar{K}_\lambda\left(\bar{Fo}_1\right)^{-0,5}\right]^{-1},\bar{K}_C=\frac{\bar{c}}{\bar{c}_0},\bar{K}_\lambda=\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_0},\\ \bar{\bar{\theta}}_1(t)&=\left[1+1,05\bar{\bar{K}}_C\left(\bar{\bar{Fo}}_1\right)^{0,5}+0,293\bar{\bar{K}}_\lambda\left(\bar{\bar{Fo}}_1\right)^{-0,5}\right]^{-1},\bar{\bar{K}}_C=\frac{\bar{\bar{c}}}{\bar{\bar{c}}_0},\bar{\bar{K}}_\lambda=\frac{\bar{\bar{\lambda}}_1}{\bar{\bar{\lambda}}_0},\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

При достаточно малой полуширине вилки $\hat{R}_1(t)=0,5\left(\bar{\bar{\theta}}_1(t)-\bar{\theta}_1(t)\right)$ в качестве приближенного решения $\hat{\theta}_1(t)$ можно взять полусумму: $\hat{\theta}_1(t)=0,5\left(\bar{\theta}_1(t)+\bar{\bar{\theta}}_1(t)\right)$, или, что проще (а потому – предпочтительней), воспользоваться выражением (18) (одним из них), в которое подставить среднее значение параметров: $\hat{K}_c=0,5\left(\bar{K}_{\tilde{N}}+\bar{\bar{K}}_{\tilde{N}}\right)$, $\hat{K}_\lambda=0,5\left(\bar{K}_\lambda+\bar{\bar{K}}_\lambda\right)$. Для оценки полуширины вилки $\hat{R}_1(t)$ учтем следующее. Параметры $\bar{K}_c,\bar{K}_\lambda,\bar{\bar{K}}_c,\bar{\bar{K}}_\lambda$, могут, в общем случае, принимать произвольные значения. Осуществляя «привязку» задачи №2 к горнотеплофизическим ситуациям, для которых характерны соотношения: $\lambda_0 < \lambda_1, c_0 < c_1$ будем считать, что $\bar{K}_c, \bar{\bar{K}}_c, \bar{K}_\lambda, \bar{\bar{K}}_\lambda > 1$. Как видно из (18), увеличение значений этих параметров только «сужает» вилку. Поэтому, на основании литературных данных [1] примем достаточно реалистические значения:

$$\bar{K}_c \in [1,5; 2,5], \quad \bar{K}_\lambda \in [2,0; 3,0], \quad \bar{\bar{K}}_c \in [1,5; 3,0], \quad \bar{\bar{K}}_\lambda \in [3,0; 50].$$

Далее заметим, что для определения мажорантной полуширины вилки

$\hat{R}_{1,\max}(t)$, такой, что при других значениях параметров, отличных от тех, которые использованы для вычисления $\hat{R}_{1,\max}(t)$, будем получать $\hat{R}_{1,i} < \hat{R}_{1,\max}$, надо положить;

$$\hat{R}_{1,\max}(t) = 0,5\left[\bar{\bar{\theta}}_{1,\max}(t) - \bar{\theta}_{1,\min}(t)\right], \quad \bar{\bar{\theta}}_{1,\max}(t) - \bar{\bar{\theta}}_1\left(t, \bar{\bar{K}}_{c,\min}, \bar{\bar{K}}_{\lambda,\min}\right)$$

$$\bar{\theta}_{1,\min}(t) = \bar{\theta}_1\left(t, \bar{K}_{c,\max}, \bar{K}_{\lambda,\max}\right), \quad \bar{K}_{c,\max} = 2,5; \quad \bar{K}_{\lambda,\max} = 3,0 \tag{19}$$

$$\bar{K}_{c,\min} = 1,5; \quad \bar{\bar{K}}_{\lambda,\min} = 3,0.$$

Результаты численных расчетов на основе (19) при $K_{a_1} = 1,5$ и $\bar{Fo}_1 = \bar{a}_1 t / l_0^2 \in [0,5; 10,0]$ показали, что $\hat{R}_{1,\max}(t)$ монотонно убывает от значения $\hat{R}_1 = 0,026$ при $\bar{Fo}_1 = 0,5$ до $\hat{R}_1 = 0,016$ при $\bar{Fo}_1 = 10,0$.Таким образом, вилка для $\theta_1(t) = \left(\mu_1(t) - T_{\text{ї}}\right) / \left(T_{\text{Â}}^{(+)} - T_{\text{ї}}\right)$, а, следовательно, и вилка для $\mu_1(t)$ является достаточно узкой. Это позволяет записать для приближенного выражения функции склейки $\hat{\mu}_1(t)$:

$$\hat{\theta}_1(t) = \frac{\hat{\mu}_1(t) - T_{\text{ї}}}{T_{\text{Â}}^{(+)} - T_{\text{ї}}} = \left[1 + 1,05\hat{K}_c\left(\hat{Fo}_1\right)^{0,5} + 0,293\hat{K}_\lambda\left(\hat{Fo}_1\right)^{-0,5}\right]^{-1}, \tag{20}$$

где

$$\hat{K}_c = 0,5\left(\bar{K}_c + \bar{\bar{K}}_c\right), \; \hat{K}_\lambda = 0,5\left(\bar{K}_\lambda + \bar{\bar{K}}_\lambda\right), \quad \hat{Fo}_1 = 0,5\left(\bar{Fo}_1 + \bar{\bar{Fo}}_1\right).$$

Подстановка (20) в (16) позволяет найти вторую функцию склейки $-\hat{\theta}_0(t)$. Тем самым выражения для решений в обоих слоях конкретизируются, чем исчерпывается решение задачи.

Выводы. Предложенные аналитико-численные методы позволяют алгоритмически просто строить приближенные решения нелинейных задач теплопереноса в слоисто-неоднородных системах, в то время как применяемые к исследованию нелинейных и слоисто-неоднородных моделей численные и аналитические методы сложны и громоздки.

Список литературы: **1.** *Венгеров, И. Р.* Теплофизика шахт и рудников. Математические модели [Текст] / И. Р. Венгеров // Монография в 2-х томах. Донецк: Норд-Пресс. – 2008. – 632 с. **2.** *Венгеров, И. Р.* Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. – Монография в 2-х томах, том 2 / И. Р. Венгеров. - Донецк: Донбасс. – 2012. – 685 с.

Поступила в редколлегию 08.01.2014

УДК 536-12:517.956.4:622

Математическое моделирование нелинейного/ А. П. Слесаренко, И. Р. Венгеров // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – Х: НТУ «ХПІ», – 2014. - № 7 (1050). – С.196-201. – Бібліогр.:2 назв. ISSN 2079-5459

Запропоновані математичні моделі високотемпературних (пожежних) режимів шарувато-неоднорідних систем підземних споруд. В підземних спорудах, як добичного призначення так і у транспортних, складських та інших зустрічаються бетонні та інші кріплення, стяжки та інше. Їх теплофізичні параметри можуть значно відрізнятися від таких у масивах гірничих порід. При підземних пожарах виникають критичні температурні поля й термопружні напруги, прогноз яких можливий

тільки завдяки методам математичного моделювання. У статті приведені рішення двох крайових задач нелінійного тепло переносу у слоїстих системах.

Ключові слова: математичне моделювання, нелінійний тепло переніс, шарувато-неоднорідні системи, високотемпературні пожежні режими, теплофізично неоднорідні двох- та трьохшарові системи.

Mathematical modeling of nonlinear heat transfer in layered systems/ A. P. Slesarenko, I. R. Vengerov //Bulletin of NTU "KhPI". Series: New desicions of modern technologies. – Kharkov: NTU "KhPI", 2014.-№ 7 (1050).- P.196-201. Bibliogr.:2. ISSN 2079-5459

The mathematical models of high-temperature (fire) regimes layered systems of underground structures . In underground areas as mining destination, and in the transport, storage and other common concrete and other lining, ties and more. Their thermal parameters may differ materially from those in rock masses. When fires occur underground critical temperature field and thermoelastic stress, which can only be forecast using mathematical modeling . The paper presents two solutions of boundary value problems of nonlinear heat transfer in layered systems.

Keywords: mathematical modeling, nonlinear heat transfer, layered system, high fire regimes, thermal inhomogeneous two-and three-layer system.

УДК 621.039.83

Н. И. БАЗАЛЕЕВ, канд. техн. наук, в.н.с., ИЭРТ НАН Украины, Харьков
В. В. БРЮХОВЕЦКИЙ, д-р физ.-мат. наук, зам.директора, ИЭРТ НАН Украины, Харьков;
В. Ф. КЛЕПИКОВ, д-р физ.-мат. наук, проф., член-корресподент НАН Украины, директор, ИЭРТ НАН Украины, Харьков;
В. В. ЛИТВИНЕНКО, д-р техн. наук, зам.директора, ИЭРТ НАН Украины, Харьков;
Е. М. ПРОХОРЕНКО, канд. физ.-мат. наук, с.н.с., ИЭРТ НАН Украины, Харьков

ТЕРМОГРАФИЯ ДЕФЕКТНЫХ СТРУКТУР ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ АКТИВАЦИИ УПРУГИМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

Предложен и апробирован метод тепловизионной термографии дефектных структур в металлах и сплавах на основе циклической активации упругими напряжениями объекта контроля и регистрации термоаномалий, обусловленных структурными неоднородностями. Выявлена значительная чувствительность метода к проявлению нелинейности параметра теплопроводности из-за наличия микродефектов в образце.

Ключевые слова: термографический метод дефектоскопии, термопроявление дефектных структур.

Введение. Многочисленные исследования прочностных характеристик конструкционных материалов подтверждают наличие сложного сочетания и соотношения дефектных структур различных уровней, определяющих их свойства. Обнаружение в конструкционных материалах процессов старения и дефектов различной природы является одной из наиболее актуальных задач неразрушающего контроля при мониторинге состояния изделий в процессе их эксплуатации.

Существующие методы неразрушающего контроля состояния элементов конструкций основаны на взаимодействии физических полей (акустических, магнитных, рентгеновских, тепловых и пр.) с веществом, в результате которого происходит изменение контролируемых параметров поля в зависимости от состояния вещества объекта контроля. При этом, во многих случаях объект контроля, помимо воздействия рабочего (информативного) физического поля, подвержен влиянию неконтролируемых физических полей,