

Н.В.РУДЕВИЧ, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХП»

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ В ФАЗНИХ КООРДИНАТАХ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

В статті розглянуто математичну модель лінії електропередач в фазних координатах для дослідження електромагнітних перехідних процесів. Іл.:2. Бібліогр. 9 назв.

Ключові слова: математична модель, лінія електропередач

Постановка проблеми. Дослідження процесів в елементах електроенергетичної системи в різних режимах роботи є важливою науково-практичною задачею. Особливий інтерес викликають електромагнітні перехідні процеси, що постійно мають місце при роботі електричних систем. Дослідження електромагнітних перехідних процесів в несиметричних режимах при використанні математичних моделей елементів в однофазному виконанні недостатньо повно відображають усю картину процесу, при цьому доцільно використовувати трьохфазні математичні моделі в фазних координатах. З існуючим рівнем комп'ютерних технологій рішення таких задач не викликає ніяких труднощів, при цьому одразу будемо отримувати реальні значення параметрів режиму, що дозволить контролювати фізику процесу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій.

Одним з основних функціональних елементів електроенергетичної системи є лінії електропередач (ЛЕП). Відомі роботи, де при формуванні математичних моделей ЛЕП використовують фазні координати для розрахунку сталого режиму [1, 2]. Для дослідження електромагнітних перехідних процесів такі моделі будуть не придатними. В такому випадку треба використовувати модель в фазних координатах з миттєвими значеннями струмів та напруг [3]. Головною особливістю ЛЕП є те, що її параметри розподілені рівномірно за всією довжиною і, як відомо, схема заміщення ділянки лінії довжиною dx має вигляд представлений на рис. 1 [4]. Різниця напруг на кінцях ділянки в матричній формі визначається [4]

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_A & & \\ & R_B & \\ & & R_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AC} \\ M_{BA} & L_B & M_{BC} \\ M_{CA} & M_{CB} & L_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}. \quad (1)$$

© Н.В. Рудевич, 2013

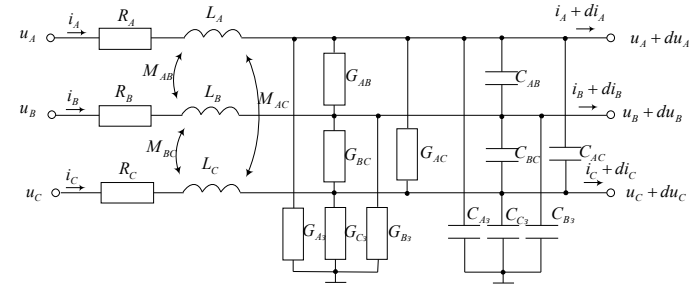


Рис.1 – Схема заміщення ділянки лінії довжиною dx

Різниця струмів на початку і в кінці ділянки в матричній формі визначається [4]

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{A_3} + G_{AB} + G_{AC} & -G_{AB} & -G_{AC} \\ -G_{BA} & G_{B_3} + G_{BA} + G_{BC} & -G_{BC} \\ -G_{CA} & -G_{CB} & G_{C_3} + G_{CA} + G_{CB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} C_{A_3} + C_{AB} + C_{AC} & -C_{AB} & -C_{AC} \\ -C_{BA} & C_{B_3} + C_{BA} + C_{BC} & -C_{BC} \\ -C_{CA} & -C_{CB} & C_{C_3} + C_{CA} + C_{CB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{pmatrix}. \quad (2)$$

При ідеально транспонованій лінії фазні дроти ідентичні в геометричному співвідношенні, тому виконуються наступні залежності

$$\left. \begin{aligned} R_A &= R_B = R_C = R \\ L_A &= L_B = L_C = L \\ M_{AB} &= M_{AC} = M_{CB} = M \\ C_{A_3} &= C_{B_3} = C_{C_3} = C_3 \\ C_{AB} &= C_{AC} = C_{BC} = C \\ G_{A_3} &= G_{B_3} = G_{C_3} = G_3 \\ G_{AB} &= G_{AC} = G_{BC} = G \end{aligned} \right\},$$

де R – активний опір ділянки лінії, що відповідає втратам активної потужності на нагрівання дротів; G, G_3 – активні провідності, що відповідають втратам на корону ділянки лінії; C, C_3 – ємності, що відповідають електричним зарядам ділянки лінії; L, M – власна та взаємна індуктивності дротів ділянки лінії.

Мета статті. Визначення виду повної математичної моделі ЛЕП в фазних координатах при урахуванні усіх впливаючих факторів з можливістю комп'ютерної реалізації для дослідження електромагнітних перехідних процесів.

Основні матеріали досліджень. При дослідженні несиметричних чи несинусоїдальних режимів обов'язково враховувати опір землі та наявність заземлених тросів. На рис.2 представлена схема заміщення ідеально транспонованої одноцепної лінії електропередач з урахуванням усіх впливаючих факторів в несиметричних режимах, що складається з однієї ділянки.

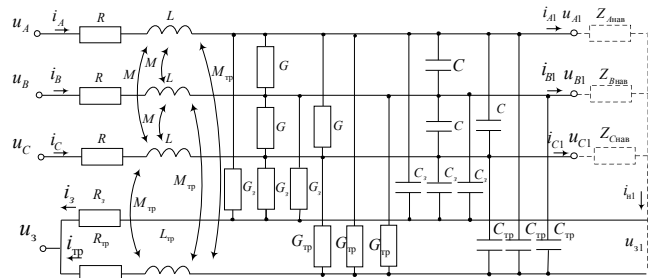


Рис.2 – Схема заміщення одноцепної лінії електропередач з заземленим тросом з обох боків лінії

Струм в кінці лінії визначається згідно з наступної системи рівнянь

$$\left. \begin{aligned} u_{An} &= R_{\text{нав}A} i_{An} + L_{\text{нав}A} \frac{\partial i_{An}}{\partial t} \\ u_{Bn} &= R_{\text{нав}B} i_{Bn} + L_{\text{нав}B} \frac{\partial i_{Bn}}{\partial t} \\ u_{Cn} &= R_{\text{нав}C} i_{Cn} + L_{\text{нав}C} \frac{\partial i_{Cn}}{\partial t} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де $R_{\text{нав}}$, $L_{\text{нав}}$ – активний опір та індуктивність навантаження фаз лінії електропередач; n – загальна кількість ділянок dx ЛЕП.

Напряга в кінці лінії та кожної ділянки dx лінії визначається

$$\left. \begin{aligned} u_{An} &= u_A - \sum_{k=1}^n \Delta u_{Ak} \\ u_{Bn} &= u_B - \sum_{k=1}^n \Delta u_{Bk} \\ u_{Cn} &= u_C - \sum_{k=1}^n \Delta u_{Ck} \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} u_{Ak} &= u_{Ak-1} - \Delta u_{Ak} \\ u_{Bk} &= u_{Bk-1} - \Delta u_{Bk} \\ u_{Ck} &= u_{Ck-1} - \Delta u_{Ck} \end{aligned} \right\}, \quad \text{де} \quad \left. \begin{aligned} \Delta u_{Ak} &= \frac{\partial u_{Ak}}{\partial x} \\ \Delta u_{Bk} &= \frac{\partial u_{Bk}}{\partial x} \\ \Delta u_{Ck} &= \frac{\partial u_{Ck}}{\partial x} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

де k – номер ділянки ($k=[1...n]$).

Падіння напруги на активному та індуктивному опорі ділянки dx лінії дорівнює

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_{Ak}}{\partial x} &= Ri_{Ak} + \frac{\partial i_{Ak}}{\partial t} L + \frac{\partial i_{Bk}}{\partial t} M + \frac{\partial i_{Ck}}{\partial t} M + M_{\text{тр}} \frac{\partial i_{\text{тр}k}}{\partial t} \\ \frac{\partial u_{Bk}}{\partial x} &= Ri_{Bk} + \frac{\partial i_{Ak}}{\partial t} M + \frac{\partial i_{Bk}}{\partial t} L + \frac{\partial i_{Ck}}{\partial t} M + M_{\text{тр}} \frac{\partial i_{\text{тр}k}}{\partial t} \\ \frac{\partial u_{Ck}}{\partial x} &= Ri_{Ck} + \frac{\partial i_{Ak}}{\partial t} M + \frac{\partial i_{Bk}}{\partial t} M + \frac{\partial i_{Ck}}{\partial t} L + M_{\text{тр}} \frac{\partial i_{\text{тр}k}}{\partial t} \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

де $M_{\text{тр}}$ – взаємна індуктивність між тросом та дротами фаз, $i_{\text{тр}k}$ – струм, що протікає в тросі ділянки dx лінії.

Струм на початку лінії та кожної ділянки dx лінії визначається

$$\left. \begin{aligned} i_A &= i_{An} + \sum_{k=1}^n \Delta i_{Ak} \\ i_B &= i_{Bn} + \sum_{k=1}^n \Delta i_{Bk} \\ i_C &= i_{Cn} + \sum_{k=1}^n \Delta i_{Ck} \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} i_{Ak-1} &= i_{Ak} + \Delta i_{Ak} \\ i_{Bk-1} &= i_{Bk} + \Delta i_{Bk} \\ i_{Ck-1} &= i_{Ck} + \Delta i_{Ck} \end{aligned} \right\}, \quad \text{де} \quad \left. \begin{aligned} \Delta i_{Ak} &= \frac{\partial i_{Ak}}{\partial x} \\ \Delta i_{Bk} &= \frac{\partial i_{Bk}}{\partial x} \\ \Delta i_{Ck} &= \frac{\partial i_{Ck}}{\partial x} \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Струм, що відгалужується в активні провідності та ємності ділянки dx лінії дорівнює

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial i_{Ak}}{\partial x} &= (u_{Ak} - u_{zk})(G_3 + G_{\text{тр}}) + (u_{Ak} - u_{Bk})G + (u_{Ak} - u_{Ck})G + \\ &+ (C_3 + C_{\text{тр}}) \frac{\partial (u_{Ak} - u_{zk})}{\partial t} + C \frac{\partial (u_{Ak} - u_{Bk})}{\partial t} + C \frac{\partial (u_{Ak} - u_{Ck})}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{Bk}}{\partial x} &= (u_{Bk} - u_{zk})(G_3 + G_{\text{тр}}) + (u_{Bk} - u_{Ak})G + (u_{Bk} - u_{Ck})G + \\ &+ (C_3 + C_{\text{тр}}) \frac{\partial (u_{Bk} - u_{zk})}{\partial t} + C \frac{\partial (u_{Bk} - u_{Ak})}{\partial t} + C \frac{\partial (u_{Bk} - u_{Ck})}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{Ck}}{\partial x} &= (u_{Ck} - u_{zk})(G_3 + G_{\text{тр}}) + (u_{Ck} - u_{Ak})G + (u_{Ck} - u_{Bk})G + \\ &+ (C_3 + C_{\text{тр}}) \frac{\partial (u_{Ck} - u_{zk})}{\partial t} + C \frac{\partial (u_{Ck} - u_{Ak})}{\partial t} + C \frac{\partial (u_{Ck} - u_{Bk})}{\partial t} \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

де $C_{\text{тр}}$, $G_{\text{тр}}$ – ємність та активна провідність між тросом та дротами фаз.

Струм, що протікає в тросі ділянки dx лінії визначається згідно з диференційного рівняння

$$i_{\text{тр}k} R_{\text{тр}} + L_{\text{тр}} \frac{\partial i_{\text{тр}k}}{\partial t} + M_{\text{тр}} \frac{\partial i_{Ak}}{\partial t} + M_{\text{тр}} \frac{\partial i_{Bk}}{\partial t} + M_{\text{тр}} \frac{\partial i_{Ck}}{\partial t} = u_{zk} - u_{zk-1}, \quad (6)$$

де u_{zk} – потенціал землі в кінці кожної ділянки ЛЕП.

Різниця потенціалів землі кожної ділянки лінії дорівнює

$$u_{зк} - u_{зк-1} = (i_{нк} - i_{трк} + \frac{\partial i_{трк}}{\partial x})R_3, \quad (7)$$

де R_3 – активний опір землі, $i_{нк}$ – струм в уявній нейтралі кожної ділянки dx ЛЕП, що визначається

$$i_{нк} = i_{ак} + i_{бк} + i_{ск}, \quad (8)$$

$\frac{\partial i_{трк}}{\partial x}$ – струм, що відгалужується в активні провідності та ємності між

тросом (землею) та дротами фаз кожної ділянки dx , дорівнює

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial i_{трк}}{\partial x} = & [(u_{ак} - u_{ск})(G_3 + G_{тр}) + (C_3 + C_{тр}) \frac{\partial (u_{ак} - u_{ск})}{\partial t} + \\ & (u_{бк} - u_{ск})(G_3 + G_{тр}) + (C_3 + C_{тр}) \frac{\partial (u_{бк} - u_{ск})}{\partial t} + \\ & (u_{ск} - u_{ск})(G_3 + G_{тр}) + (C_3 + C_{тр}) \frac{\partial (u_{ск} - u_{ск})}{\partial t}] \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Таким чином, рівняння (1-9) представляють повну математичну модель ЛЕП з урахуванням усіх впливаючих факторів. У разі відсутності гроззахисних тросів та заземлених нейтралей в системі з ЛЕП, рівняння, що описують процеси в названих елементах будуть відсутні в математичній моделі лінії.

Важливою задачею є перерахунок довідникових даних до параметрів моделі. Параметри, що задаються в моделі є: $R, R_3, R_{тр}, G, G_3, G_{тр}, C, C_3, C_{тр}, L, L_{тр}, M, M_{тр}$. Зазвичай в довідниках наводяться наступні дані [5]: r – радіус дроту, м; $d_{ф}$ – середня геометрична відстань між дротами фаз, м; $\Delta P_{кор}$ – втрати на корону, кВт/км; $R_{пит}$ – питомий активний опір дроту, Ом/км; l – довжина лінії, км; $U_{ном}$ – номінальна напруга лінії, кВ.

Власна та взаємна індуктивність ділянки dx дроту фази лінії може бути визначена як (Гн) [6]

$$L = 0.000461 \lg \frac{D_3}{r_{еквф}} \frac{l}{k}, \quad M = 0.00046 \lg \frac{D_3}{d_{ф}} \frac{l}{k},$$

де D_3 – глибина проходження еквівалентного струму через землю, $D_3 \approx 1000$ м, $r_{еквф}$ – еквівалентний радіус дроту фази, $r_{еквф} = 0,95 r_{ф}$ (для алюмінієвих та сталевалюмінієвих проводів марок А, АС, АСО, АСУ), $d_{ф}$ – середня геометрична відстань між дротами фаз.

Власна та взаємна індуктивність ділянки dx дроту тросу обчислюється як (Гн) [6]

$$L_{тр} = 0.000461 \lg \frac{D_3}{r_{еквтр}} \frac{l}{k}, \quad M_{тр} = 0.000461 \lg \frac{D_3}{d_{тр-ф}} \frac{l}{k},$$

де $r_{еквтр}$ – еквівалентний радіус проводу тросу, $r_{еквтр} = 0,779 r_{тр}$, $d_{тр-ф}$ – середня геометрична відстань від тросу до дротів фаз.

Активний опір ділянки dx дроту фази лінії, тросу та землі визначається як (Ом) [6]

$$R = R_{дпит} \frac{l}{k} \quad R = R_{трпит} \frac{l}{k}, \quad R = R_{зпит} \frac{l}{k},$$

де $R_{дпит}, R_{трпит}, R_{зпит}$ – питомий активний опір дроту фази, тросу та землі відповідно ($R_{зпит} = 0.05$ Ом/км [6]).

Ємність між дротом фази та землею, між дротами фаз, між тросом та дротом фази ділянки dx , визначаємо відповідно як (Ф) [7]

$$C_3 = (\beta_3 + 2\beta + \beta_{тр}) \frac{l}{k}; \quad C = -\beta \frac{l}{k}; \quad C_{тр} = -\beta_{тр} \frac{l}{k},$$

де $\beta_3, \beta, \beta_{тр}$ – відповідні ємнісні коефіцієнти, що обчислюються за наступними формулами (Ф/км) [7]

$$\beta_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta_\Sigma}; \quad \beta = \frac{\Delta}{\Delta_\Sigma}; \quad \beta_{тр} = \frac{\Delta_{тр}}{\Delta_\Sigma},$$

де $\Delta_\Sigma, \Delta, \Delta_3, \Delta_{тр}$ – визначники матриць

$$\Delta_\Sigma = \begin{pmatrix} \alpha_3 & \alpha & \alpha & \alpha_{тр} \\ \alpha & \alpha_3 & \alpha & \alpha_{тр} \\ \alpha & \alpha & \alpha_3 & \alpha_{тр} \\ \alpha_{тр} & \alpha_{тр} & \alpha_{тр} & \alpha_{тр-3} \end{pmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{pmatrix} \alpha_3 & \alpha & \alpha_{тр} \\ \alpha & \alpha_3 & \alpha_{тр} \\ \alpha_{тр} & \alpha_{тр} & \alpha_{тр-3} \end{pmatrix}, \quad \Delta = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha & \alpha_{тр} \\ \alpha_3 & \alpha & \alpha_{тр} \\ \alpha_{тр} & \alpha_{тр} & \alpha_{тр-3} \end{pmatrix},$$

$$\Delta_{тр} = \begin{pmatrix} \alpha_3 & \alpha & \alpha_{тр} \\ \alpha & \alpha & \alpha_{тр} \\ \alpha & \alpha_3 & \alpha_{тр} \end{pmatrix}.$$

де $\alpha_3, \alpha, \alpha_{тр}$ – відповідні потенційні коефіцієнти ($\alpha_{тр-3}$ – потенційний коефіцієнт між тросом та землею), що обчислюються за наступними формулами (км/Ф) [7]

$$\alpha_3 = 41,5 \lg \frac{D_{ф-зв}}{r_{еквф}} 10^6; \quad \alpha_{тр} = 41,5 \lg \frac{D_{тр-звф}}{d_{тр-ф}} 10^6;$$

$$\alpha = 41,5 \lg \frac{D_{ф-звф}}{d_{ф}} 10^6; \quad \alpha_{тр-3} = 41,5 \lg \frac{D_{тр-зв}}{r_{еквтр}} 10^6,$$

де $D_{ф-зв}$ – середня відстань дротів фаз до їх дзеркальних відображень відносно поверхні землі; $D_{тр-звф}$ – середня відстань від тросу до дзеркальних відображень дротів фаз відносно поверхні землі; $D_{ф-звф}$ – середня відстань від дротів фаз до дзеркальних відображень дротів сусідніх фаз відносно поверхні землі; $D_{тр-зв}$ – відстань від тросу до його дзеркального відображення відносно поверхні землі.

Вище наведені відстані залежать від конструктивного виконання опор ліній електропередач і можуть бути обчислені згідно з їх геометричних характеристик, що наводяться в довідниках [8, 9].

Сумарна активна провідність дроту фази, що враховує провідність між фазами, фазою і землею та фазою і тросом обчислюється за формулою [9]

$$G_{\Sigma} = \frac{\Delta P_{\text{кор}}}{U_{\text{фном}}^2} I [\text{СМ}].$$

Зазвичай, сумарне значення втрат на корону визначають експериментально, тому точне визначення значення кожного виду активної провідності не можливе. При врахуванні втрат на корону під час моделювання можна сумарну активну провідність рівномірно розділити між всіма видами провідності.

Висновки. Таким чином, за допомогою наведеної математичної моделі можна створити комп'ютерну модель ЛЕП для дослідження як перехідних, так і усталених режимів з отриманням миттєвих значень реальних фізичних величин при різних режимах роботи електричної системи.

Список літератури. 1. *Закарюкин В.П.* Сложнонесимметричные режимы электрических систем / *В.П.Закарюкин, А.В.Крюков* ; под. ред. *А.В.Крюкова*. – Иркутск : Изд-во ИРГУПС. – 2005. – 273с. 2. *Веприк Ю.Н.* Математическое моделирование воздушных линий с тросами в несимметричных режимах / *Ю.Н. Веприк* // Восточно-Европейский журнал передовых технологий, 2012. – 5/8(59). – С.30-34. 3. Математичне моделювання в електроенергетиці: Підручник / *О.В. Кириленко, М.С.Сегеда, О.Ф. Буткевич, Т.А. Мазур*. – Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2010. – 608с. 4. *Бернас С.* Математические модели элементов электроэнергетических систем / *С.Бернас, З.Цек* ; пер. с польск. – М.: Энергоиздат, 1982. – 312с. 5. Справочник по электрическим сетям 35-1150 кВ. – М.: ОАО «Энергосетьпроект», 2004. – 109с. 6. *Ульянов С.А.* Электромагнитные переходные процессы / *С.А. Ульянов*. – М.: Энергия, 1970. – 520с. 7. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники / *Л.А. Бессонов*. – М.: Высш. шк., 1964 – 750с. 8. Справочник по проектированию линий электропередачи / *М.Б. Вязьменский, В.Х. Ишкин, К.П. Крюков и др.* ; под ред. *М.А. Реута, С.С. Рокотяна*. – М.: Энергия, 1980. – 296с. 9. *Гологорский Е.Г.* Справочник по строительству и реконструкции линий электропередачи напряжением 0,4-750кВ / *Е.Г.Гологорский, Крацов А.Н., Узелков Б.М.*; под ред. *Е.Г.Гологорского*. – М.: Энас, 2007. – 560с.

Надійшла до редколегії 5.11.2013

УДК 621.314

Математична модель лінії електропередач в фазних координатах для дослідження електромагнітних перехідних процесів / Рудевич Н.В. // Вестник НТУ «ХПИ». Серія: Енергетика: надежность и энергоэффективность. – Харьков: НТУ «ХПИ». – № 59 (1032). – С. 111 – 117

В статье рассмотрено математическую модель линии электропередач в фазных координатах для исследования электромагнитных переходных процессов. Ил.: 2. Библиогр.: 9 назв.

Ключевые слова: математическая модель, линия электропередач.

In the article the mathematical model of the power lines in the phase coordinates for the study of electromagnetic transients

Keywords: mathematical model, power line.