

**Т.Б. НИКИТИНА**, д-р. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;  
**М.О. ТАТАРЧЕНКО**, асп. НТУ «ХПИ»;  
**В.В. ХОМЕНКО**, асп. НТУ «ХПИ»

## **СИНТЕЗ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВУХМАССОВОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ**

Разработана математическая модель двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенности объекта управления и обоснован вектор цели робастного управления. Выполнено исследование динамических характеристик робастного управления двухмассовой электромеханической системой. Показано, что синтезированная система робастного управления имеет низкую чувствительность к изменению параметров модели объекта управления.

**Ключевые слова:** двухмассовая электромеханическая система, робастное управление, математическая модель, неопределенности параметров.

**Введение.** Для эффективного повышения точности регулирования скорости вращения электромеханических систем с упругими элементами в трансмиссии между приводным двигателем и рабочим органом широко используется управление по вектору состояния. Методы синтеза систем управления, основанные на минимизации квадратичного критерия, называются задачами  $H^2$ -оптимизации. Однако, квадратичный критерий чувствителен к наличию неучтенных помех и возмущений как со стороны внешних сигналов, так и параметрических возмущений самих объектов. Поэтому в последнее десятилетие получили развитие методы минимизации  $H^\infty$ -нормы, которая служит эффективным показателем реакции системы на различного типа воздействия при наличии неопределенностей в описании объекта управления.

**Постановка проблемы, связь с научными и практическими задачами.** Рассмотрим построение робастной системы управления для работы во всем диапазоне изменения параметров объекта управления. При таком подходе в вектор цели робастного управления необходимо включить переменные состояния системы, характеризующие чувствительность системы к изменению параметров объекта управления, а в вектор внешних воздействий включить сами изменения параметров объекта управления. Для синтеза робастного управления необходима математическая модель объекта управления в виде уравнения состояния, в которой в вектор внешних воздействий включены неопределенности параметров модели исходного объекта управления, а в вектор цели робастного управления включены переменные состояния объекта управления, характеризующие реакцию объекта управления на вариацию параметров модели исходного объекта управления.

© Т.Б. Никитина, М.О. Татарченко, В.В. Хоменко, 2014

**Анализ последних достижений и публикаций по данной проблеме.** К настоящему времени теория робастного управления динамическими системами представляет собой законченную теорию и доведена до программной реализации, в частности, в Robust control toolbox пакета MATLAB [1]. Задача синтеза робастного управления заключается в минимизации чувствительности системы к параметрическим возмущениям [2-6]. В частности для линейной системы управления в замкнутой форме по вектору состояния системы, восстанавливаемому с помощью робастного наблюдателя, находится из условия минимизации нормы вектора цели по управлению и максимизации этой же нормы вектора цели по норме вектора внешних воздействий [7-10]. В работах [11-16] разработаны математические модели многомассовых электромеханических систем. Однако, в этих работах не разработана математическая модель двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенности объекта управления а также отсутствует методика синтеза робастного управления такой системы с учетом неопределенности объекта управления.

**Цель статьи.** Целью данной статьи повышение точности управления и уменьшение чувствительности к изменению параметров объекта управления двухмассовой электромеханической системой на основе робастных методов. Задачей статьи является разработка математической модели, синтез и исследование динамических характеристик робастного управления двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенности объекта управления.

**Изложение материала исследования, полученных научных результатов.** Наиболее простой моделью электромеханических систем с упругими элементами является модель в виде двух массовой электромеханической системы. В этом случае вся трансмиссия передачи момента от приводного двигателя к рабочему механизму представляется в виде двух сосредоточенных масс с моментами инерции двигателя  $J_\delta$  и рабочего механизма  $J_m$ , связанных упругим валом с жесткостью  $C$ . Приводной двигатель с моментом инерции  $J_\delta$  развивает момент двигателя  $M_\delta$ , а на рабочий механизм с моментом инерции  $J_m$  действует момент сопротивления  $M_c$ . Такой модели двухмассовой электромеханической системы соответствует система следующих уравнений:

$$\begin{aligned}
 J_m \frac{d\omega_m}{dt} &= M_y + \beta(\omega_\delta - \omega_m) - M_c, \\
 \frac{dM_y}{dt} &= C(\omega_\delta - \omega_m), \\
 J_\delta \frac{d\omega_\delta}{dt} &= M_\delta - M_y - \beta(\omega_\delta - \omega_m).
 \end{aligned}$$



Введем вектор состояния этой системы, компонентами которого являются скорость вращения механизма  $\omega_m$ , момент упругости  $M_y$  и скорость вращения двигателя  $\omega_o$  в следующем виде:

$$\vec{x} = [\omega_m, M_y, \omega_o]^T.$$

Введем вектор управления  $\vec{u}(t)$ , компонентами которого являются момент двигателя  $M_o$  и момент сопротивления  $M_c$  в следующем виде:

$$\vec{u}(t) = [M_o, M_c]^T.$$

Тогда в уравнении состояния

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t),$$

матрицы состояния и управления согласно [2] равны

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -\frac{\beta}{J_m} & \frac{1}{J_m} & \frac{\beta}{J_m} \\ \hline -C & & C \\ \hline \frac{\beta}{J_o} & -\frac{1}{J_o} & -\frac{\beta}{J_o} \\ \hline \end{array}, \quad B = \begin{array}{|c|c|} \hline & -\frac{1}{J_m} \\ \hline & \\ \hline \frac{1}{J_o} & \\ \hline \end{array}$$

Рассмотрим теперь математическую модель двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенностей задания ее параметров. В процессе работы системы момент инерции рабочего механизма  $J_m$ , как правило, изменяется в определенных, часто в достаточно широких, пределах. В ряде механизмов достаточно сильно изменяется и жесткость упругого вала  $C$ , связывающего валы рабочего механизма и приводного двигателя [17-20]. В частности, это имеет место при использовании люфтовывбирающих пружин.

Момент инерции приводного двигателя в процессе эксплуатации обычно либо не изменяется вообще, либо изменяется в незначительных пределах. Однако в случае, когда в двухмассовой системе соединение с рабочим механизмом осуществляется с помощью рычагов, приведенный момент инерции двигателя, включающего рычаги также изменяется в широких пределах [21-26]. Поэтому будем рассматривать также и изменяющийся приведенный момент инерции двигателя.

Представим фактические значения моментов инерции приводного двигателя  $\bar{J}_o$ , рабочего механизма  $\bar{J}_m$  и жесткости упругой передачи от вала двигателя к валу рабочего органа  $\bar{C}$  в виде суммы номинальных значений параметров  $J_o$ ,  $J_m$ ,  $C$  и изменения этих значений параметров  $\delta_{J_o}$ ,  $\delta_{J_m}$ ,  $\delta_C$  в следующем виде:

$$\begin{aligned}\bar{J}_o &= J_o + \delta_{J_o}, \\ \bar{J}_M &= J_M + \delta_{J_M}, \\ \bar{C} &= C + \delta_C.\end{aligned}$$

Запишем уравнение состояния, вектор цели  $\bar{z}(t)$  и вектор измеряемого выхода  $\bar{y}(t)$  в стандартной форме, принятой в  $H^\infty$  теории робастного управления

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{x}}{dt} &= A\bar{x}(t) + B_1\bar{w}(t) + B_2\bar{u}(t), \\ \bar{z}(t) &= C_1\bar{x}(t) + D_{11}\bar{w}(t) + D_{12}\bar{u}(t), \\ \bar{y}(t) &= C_2\bar{x}(t) + D_{21}\bar{w}(t) + D_{22}\bar{u}(t).\end{aligned}$$

где  $\bar{w}(t)$  – вектор внешних возмущений. Введем, согласно рис. 1, векторы возмущений  $\bar{w}(t)$  и цели  $\bar{z}(t)$  в следующем виде

$$\begin{aligned}\bar{w} &= [w_1, w_2, w_3, w_4]^T, \\ \bar{z} &= [z_1, z_2, z_3, z_4]^T.\end{aligned}$$

Тогда, согласно рис. 1,  $\bar{w} = \Delta\bar{z}$ , где матрица параметрических возмущений  $\Delta$  имеет диагональный вид

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_{J_M} & & & \\ & \delta_c & & \\ & & \delta_\beta & \\ & & & \delta_{J_o} \end{bmatrix}.$$

Задача синтеза робастного управления заключается в минимизации чувствительности системы к параметрическим возмущениям [26-29]. При синтезе робастного управления будем считать вектор  $\bar{w}(t)$  – вектор внешних возмущений независимым, а задачей синтеза робастного управления является минимизация нормы вектора цели  $\bar{z}(t)$ . При таком подходе с помощью робастного управления фактически минимизируется чувствительность системы к параметрическим возмущениям.

Тогда соответствующие матрицы в стандартном описании системы примут следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{J_M} & \frac{1}{J_M} & \frac{\beta}{J_M} \\ -C & & C \\ \frac{\beta}{J_o} & -\frac{1}{J_o} & -\frac{\beta}{J_o} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_M} & & \frac{1}{J_M} & \\ & 1 & & \\ & & -\frac{1}{J_o} & -\frac{1}{J_o} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} & -\frac{1}{J_M} \\ & \\ \frac{1}{J_o} & \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
D_{11} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_M} & & \frac{1}{J_M} & \\ & & & \\ & & & \\ & & -\frac{1}{J_o} & -\frac{1}{J_o} \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} & -\frac{1}{J_M} & & \\ & & & \\ & & & \\ \frac{1}{J_o} & & & \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{J_M} & \frac{1}{J_M} & \frac{\beta}{J_M} \\ -1 & & 1 \\ -1 & & 1 \\ \frac{\beta}{J_o} & -\frac{1}{J_o} & -\frac{\beta}{J_o} \end{bmatrix}, \\
C_2 &= \begin{bmatrix} & & & 1 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}, \quad D_{22} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Представим контур прямого управления моментом двигателя  $M_o$  в виде аperiodического звена первого порядка в виде следующего уравнения состояния

$$\frac{dM_o}{dt} = -\frac{1}{T_o} M_o + \frac{K_o}{T_o} M_{\text{ж}}.$$

Для реализации астатизма по управлению, включим в модель объекта управления интегратор с переменной состояния  $I$ , на вход которого подадим ошибку системы между заданным значением скорости вращения и скорости вращения рабочего органа.

$$\frac{dI}{dt} = \omega_3 - \omega_o.$$

Минимизация нормы вектора цели  $\vec{z}(t)$  в таком виде приводит к бесконечным управлениям, так как вектор цели не содержат управления и переменных состояния, которые необходимо ограничивать. Потому введем в вектор контролируемых переменных  $Z$  управление – задание по моменту двигателя  $M_3$ , ошибку регулирования  $\varepsilon = \omega_3 - \omega_o$ , а также выходную переменную интегратора  $I$ , так, что вектор  $Z$  примет следующий вид

$$Z = [Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, \varepsilon, I, M_3]^T.$$

В вектор внешних воздействий  $\vec{w}(t)$  введем также заданное значение скорости  $\omega_3$ , момент сопротивления  $M_c$ , а также помеху измерения скорости  $f_\omega$  и фиктивную помеху измерения выхода интегратора  $f_z$ , так что вектор внешних воздействий  $w$  примет следующий вид

$$w = [w_1, w_2, w_3, w_4, \omega_3, M_c, f_\omega, f_z]^T.$$

Тогда соответствующие матрицы в стандартном описании системы примут следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{J_M} & \frac{1}{J_M} & \frac{\beta}{J_M} & & \\ -C & & C & & \\ \frac{\beta}{J_\partial} & -\frac{1}{J_\partial} & -\frac{\beta}{J_\partial} & \frac{1}{J_\partial} & \\ & & & -\frac{1}{T_\partial} & \\ & & & & -1 & \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_M} & & \frac{1}{J_M} & & & -\frac{1}{J_M} & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & & -\frac{1}{J_\partial} & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \frac{K_d}{T_d} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{J_M} & \frac{1}{J_M} & \frac{\beta}{J_M} & & \\ -1 & & 1 & & \\ -1 & & 1 & & \\ \frac{\beta}{J_\partial} & -\frac{1}{J_\partial} & -\frac{\beta}{J_\partial} & & \\ -1 & & & & \\ & & & & 1 & \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} & & 1 & & \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_M} & & \frac{1}{J_M} & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & -\frac{1}{J_\partial} & & & & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} & & & & & 1 & & \end{bmatrix}, \quad D_{22} = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Заметим, что для получения приемлемых показателей качества в вектор цели необходимо также вводить моменты упругости и скорости вращения двигателя и рабочего механизма.

**Результаты моделирования на ЭВМ.** В качестве примера приведем переходные процессы робастной системы управления двухмассовой электромеханической системой. В рассматриваемой системе наиболее сильно изменяется момент инерции рабочего механизма и при этом система должна обеспечивать заданные показатели. При моделировании учтено наличие нелинейностей в объекте управления.

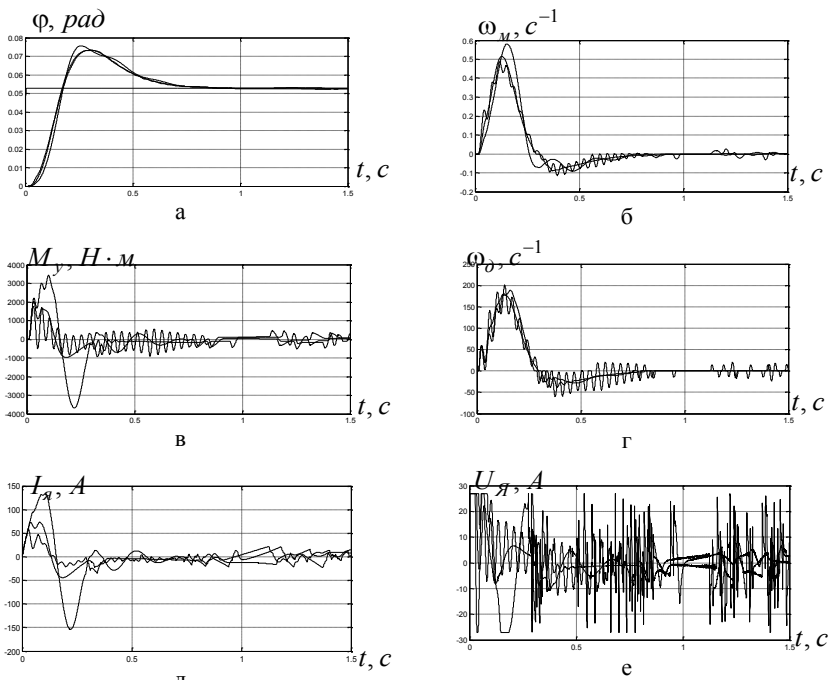


Рис. 2.– Переходные процессы при отработке малых углов

На рис. 2 показаны переходные процессы: а– угла поворота рабочего механизма  $\varphi(t)$ ; б– скорости вращения поворота рабочего механизма  $\omega_M(t)$ ; в –момента упругости  $M_y(t)$ ; г –скорости двигателя  $\omega_0(t)$ ; д –тока двигателя  $I_y(t)$ ; е– напряжения на якорной цепи двигателя  $U_y(t)$  при отработке малых углов. Как видно из рисунка, синтезированная система робастного управления достаточно хорошо парирует изменение величины момента инерции рабочего механизма в широких пределах, и следовательно, имеет низкую чувствительность к изменению параметров модели объекта управления.

**Выводы из проведенного исследования, перспективы этого направления.** В статье разработана математическая модель двухмассовой электро-механической системы с учетом неопределенности объекта управления. Для синтеза робастного управления двухмассовой электромеханической системы обоснован выбор вектора цели робастного управления, включающий вектор неопределенностей параметров объекта управления, ошибку регулирования, переменные состояния объекта управления и само управление. Выполнено исследование динамических характеристик робастного управления двухмас-



совой электромеханической системы с учетом неопределенности объекта управления. В результате проведенных исследований динамических характеристик синтезированных систем робастного управления показано, что эти системы имеет существенно меньшую чувствительность к изменению параметров моделей объектов управления и внешних воздействий по сравнению с аналогичными системами оптимального управления. В частности, применение оптимальных систем управления, синтезированных для одного – центрального объекта управления, привело к потере устойчивости системы при изменении момента инерции рабочего механизма в заданных пределах. Применение робастных регуляторов позволило сохранить устойчивость системы с одним робастным центральным регулятором во всем диапазоне изменения момента инерции рабочего механизма при выполнении требований, предъявляемых к системе.

**Список литературы:** 1. *Gu D.-W.* Robust Control Design with MATLAB / *D.-W. Gu, P.Hr. Petkov, M.M. Konstantinov.* – Springer, 2005. – 389 p. 2. *Hoyle D.* An  $H_\infty$  approach to two-degree-of-freedom design / *D. Hoyle, R. Hyde, D.J.N. Limebeer* // In Proceedings of the 30 th IEEE Conference on Decision and Control. – 1991. – Pp. 1581-1585. 3. *Limebeer D.J.N.* On the design of robust two degree of freedom controllers / *D.J.N. Limebeer, E.M. Kasenally, J.D. Perkins* // Automatica – 1993. – №29. – Pp. 157 – 163. 4. *Diamond P.* Anisotropy – based performance analysis of linear discrete time invariant control systems / *P. Diamond, I.G. Vladimirov, A.P. Kurdjukov, A.V. Semyonov* // Int. J. Control. – 2001. – V. 74. – Pp. 28 – 42. 5. *Vladimirov I.G.* State-space solution to anisotropy-based stochastic  $H_\infty$  – optimization problem / *I.G. Vladimirov, A.R. Kurdjukov, A.V. Semyonov* // Proc. 13th IFAC World Congress. – San-Francisco (USA). – 1996. – Pp. 427 – 432. 6. *Semyonov A.V.* Stochastic approach to  $H_\infty$ –optimization / *A.V. Semyonov, I.G. Vladimirov, A.P. Kurdjukov* // Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control. – Florida (USA). – 1994. – Pp. 2249 – 2250. 7. *Geromel C.* Convex approach to the mixed  $H_2 / H_\infty$  control problem for discrete time uncertain systems / *C. Geromel, P.L.D. Peres, S.R. Souza* // SIAM J. Control and Optimiation. – 1995. – V. 33. – Pp. 1816 – 1833. 8. *Green M.* Linear robust control / *M. Green, D.J.N. Limebeer.* – Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice Hall, 1995. – 538 p. 9. *Gu D.-W.* State-space formulae for discrete – time  $H_\infty$  – optimization / *D.-W. Gu, M.C. Tsai, S.D. O'Young* // Int. J. Control. – 1989. – V. 49. – Pp. 1683 – 1723. 10. *Iglesias P.A.* State-space approach to discrete – time  $H_\infty$  – control / *P.A. Iglesias, K. Glover* // Int. J. Control. – 1991. – V. 54. – Pp. 1031 – 1073. 11. *Qu Z.* Robust Control of Nonlinear Uncertain Systems without Generalized Matching Conditions / *Z. Qu* // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1995. – Vol. 40. – Pp. 1453-1460. 12. *Safonov M.G.*  $H_\infty$  Control Synthesis for a Large Space Structure / *M.G. Safonov, R.Y. Chiang, H. Flashner* // AIAAJ. Guidance, Control and Dynamics. – 1991. - №3. – Pp. 513 – 520. 13. *Maolin Jin.* Robust Compliant Motion Control of Robot With Nonlinear Friction Using Time – delay Estimation / *Jin Maolin, Sang Hoon Kang, Pyung Hun Chang* // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2008. – Vol. 55. – № 1. – P. 258-269. 14. *Pedersen M.* Control of Nonlinear Plants /Moller-Pedersen, Martin Pagh Petersen / *M. Pedersen* – Technical University of Denmark, 1995. – 1192 p. 15. *Khargonekar P.*  $H_\infty$  optimal control with state feedback / *P. Khargonekar, I. Petersen, M. Rotea* // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1988. – Pp. 783 – 786. 16. *Lennartson A.K.* Christiansson.  $H_\infty$  Control for Periodic Mixed Continuous – Time and Discrete – Time Systems. Mathematical Theory of Networks and System. A. Beghi, L. Finesso, G. Picci editors. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, Italy, july, 1998, II poligrafo. – P. 285 – 288. 17. *Lyubchyk L.M.* Robust disturbance decoupling in multivariable systems via the unknown-input observers / *L.M. Lyubchyk, P.C. Mueller* // Proceedings of 16 – th IFAC World Congress, Prague. – 2005. – 6 p. 18. *Coollins E.G.* A Delta Opera-

tor Approach to Discrete-Time  $H_\infty$  Control / *E.G. Coollins, J. Song* // International Journal of Control. – 1999. – Vol. 72. – №4. – Pp. 315-320. **19. Iglesias P.A.** State-space solution of the discrete – time minimum entropy control problem via separation / *P.A. Iglesias, D. Mustafa* // IEEE Trans. on Automat. Control. – 1993. – V. 38. – P. 1525 – 1530. **20. Kwakernaak H.** Linear optimal control systems / *H. Kwakernaak, R. Sivan*. – New York: Wiley, 1972. – 608 p. **21. Luenberger D.G.** Optimization by Vector Space Methods / *D.G. Luenberger*. – New York: Wiley, 1969. – 344 p. **22. Whittle P.** Risk Sensitive Optimal Control / *P. Whittle*. – New York: Wiley, 1990. – 256 p. **23. Xie L.** Robust  $H_\infty$  control for linear time-invariant systems with norm bounded uncertainty in the input matrix / *L. Xie, C.E. Souza* // Systems & Control Letters. – 1990. – V. 14. – Pp. 389 – 396. **23. Xie L.** Robust Hinf control for class of uncertain linear time invariant systems / *L. Xie, C.E. Souza* // IEEE Proc. Ser. D. – 1991. – V. 138. – №5. – Pp. 479 – 483. **24. Amato F., Mattei M., Pironti A.** Robust Stability of Linear, Discrete – Time Systems Subject to Time – Varying, Bounded Rate Parameters. Mathematical Theory of Networks and System. A. Beghi, L. Finesso, G. Picci editors. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, – Italy: II poligrafo. – Pp. 29 – 32. **25. Beeler S.C.** Feedback Control Methodologies for Non-linear Systems / *S.C. Beeler, H.T. Tran, H.T. Banks* // IEEE Trans. Aut. Cont – 1984 – Vol. 29. – №4. – P. 317 – 331. **26. Petersen Ian R.** Robust Control Design Using  $H_\infty$  Methods / *Ian R. Petersen, Valery A. Ugrinovskii and Andrey V. Savkin*. – Springer-Verlag. London. – Berlin. – Heidelberg, 2000. – 451 p. **27. Zhou Kemin.** Robust and optimal control / *Kemin Zhou, John C. Doyle, Keith Glover*. – Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 2007 – 632 p. **28. Slotine J.-J.** Applied Nonlinear Control / *J.-J. Slotine, W. Li*. – Prentice Hall, 1991. – 461 p. **29. Van der Schaft A.J.** Nonlinear State Space  $H_\infty$  - control Theory, in Essay an control: Perspectives in the Theory and Applications / *A.J. Van der Schaft*. – Birhauser, 1993.

**Bibliography (transliterated):** **1. Gu D.-W.** Robust Control Design with MATLAB / *D.-W. Gu, P.Hr. Petkov, M.M. Konstantinov*. – Springer, 2005. – 389 p. **2. Hoyle D.** An  $H_\infty$  approach to two-degree-of-freedom design / *D. Hoyle, R. Hyde, D.J.N. Limebeer* // In Proceedings of the 30 th IEEE Conference on Decision and Control. – 1991. – Pp. 1581-1585. **3. Limebeer D.J.N.** On the design of robust two degree of freedom controllers / *D.J.N. Limebeer, E.M. Kasenally, J.D. Perkins* // Automatica – 1993. – №29. – Pp. 157 – 163. **4. Diamond P.** Anisotropy – based performance analysis of linear discrete time invariant control systems / *P. Diamond, I.G. Vladimirov, A.P. Kurdjukov, A.V. Semyonov* // Int. J. Control. – 2001. – V. 74. – Pp. 28 – 42. **5. Vladimirov I.G.** State-space solution to anisotropy-based stochastic  $H_\infty$  – optimization problem / *I.G. Vladimirov, A.R. Kurdjukov, A.V. Semyonov* // Proc. 13th IFAC World Congress. – San-Francisco (USA). – 1996. – Pp. 427 – 432. **6. Semyonov A.V.** Stochastic approach to  $H_\infty$  – optimization / *A.V. Semyonov, I.G. Vladimirov, A.P. Kurdjukov* // Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control. – Florida (USA). – 1994. – Pp. 2249 – 2250. **7. Geromel C.** Convex approach to the mixed  $H_2 / H_\infty$  control problem for discrete time uncertain systems / *C. Geromel, P.L.D. Peres, S.R. Souza* // SIAM J. Control and Optimiation. – 1995. – V. 33. – Pp. 1816 – 1833. **8. Green M.** Linear robust control / *M. Green, D.J.N. Limebeer*. – Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice Hall, 1995. – 538 p. **9. Gu D.-W.** State-space formulae for discrete – time  $H_\infty$  – optimization / *D.-W. Gu, M.C. Tsai, S.D. O'Young* // Int. J. Control. – 1989. – V. 49. – Pp. 1683 – 1723. **10. Iglesias P.A.** State-space approach to discrete – time  $H_\infty$  – control / *P.A. Iglesias, K. Glover* // Int. J. Control. – 1991. – V. 54. – Pp. 1031 – 1073. **11. Qu Z.** Robust Control of Nonlinear Uncertain Systems without Generalized Matching Conditions / *Z. Qu* // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1995. – Vol. 40. – Pp. 1453-1460. **12. Safonov M.G.**  $H_\infty$  Control Synthesis for a Large Space Structure / *M.G. Safonov, R.Y. Chiang, H. Flashner* // AIAAJ. Guidance, Control and Dynamics. – 1991. – №3. – Pp. 513 – 520. **13. Maolin Jin.** Robust Compliant Motion Control of Robot With Nonlinear Friction Using Time – delay Estimation / *Jin Maolin, Sang Hoon Kang, Pyung Hun Chang* // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2008. – Vol. 55. – № 1. – P. 258-269. **14. Pedersen M.** Control of Nonlinear Plants / *Moller-Pedersen, Martin Pagh Petersen / M. Pedersen* – Technical University of Denmark, 1995. – 1192 p. **15. Khargonekar P.**  $H_\infty$  optimal control with state feedback / *P. Khargonekar, I. Petersen, M. Rotea* // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1988. – Pp. 783 – 786. **16. Lennartson A.K.** Christiansson.  $H_\infty$  Control

for Periodic Mixed Continuous – Time and Discrete – Time Systems. Mathematical Theory of Networks and System. A. Beghi, L. Finesso, G. Picci editors. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, Italy, July, 1998, II poligrafo. – P. 285 – 288. **17.** *Lyubchik L.M.* Robust disturbance decoupling in multivariable systems via the unknown-input observers / *L.M. Lyubchik, P.C. Mueller* // Proceedings of 16 – th IFAC World Congress, Prague. – 2005. – 6 p. **18.** *Coollins E.G.* A Delta Operator Approach to Discrete-Time  $H_\infty$  Control / *E.G. Coollins, J. Song* // International Journal of Control. – 1999. – Vol. 72. – №4. – Pp. 315-320. **19.** *Iglesias P.A.* State-space solution of the discrete – time minimum entropy control problem via separation / *P.A. Iglesias, D. Mustafa* // IEEE Trans. on Automat. Control. – 1993. – V. 38. – P. 1525 – 1530. **20.** *Kwakernaak H.* Linear optimal control systems / *H. Kwakernaak, R. Sivan*. – New York: Wiley, 1972. – 608 p. **21.** *Luenberger D.G.* Optimization by Vector Space Methods / *D.G. Luenberger*. – New York: Wiley, 1969. – 344 p. **22.** *Whittle P.* Risk Sensitive Optimal Control / *P. Whittle*. – New York: Wiley, 1990. – 256 p. **23.** *Xie L.* Robust  $H_\infty$  control for linear time-invariant systems with norm bounded uncertainty in the input matrix / *L. Xie, C.E. Souza* // Systems & Control Letters. – 1990. – V. 14. – Pp. 389 – 396. **23.** *Xie L.* Robust Hinf control for class of uncertain linear time invariant systems / *L. Xie, C.E. Souza* // IEEE Proc. Ser. D. – 1991. – V. 138. – №5. – Pp. 479 – 483. **24.** *Amato F., Mattei M., Pironti A.* Robust Stability of Linear, Discrete – Time Systems Subject to Time – Varying, Bounded Rate Parameters. Mathematical Theory of Networks and System. A. Beghi, L. Finesso, G. Picci editors. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, – Italy: II poligrafo. – Pp. 29 – 32. **25.** *Beeler S.C.* Feedback Control Methodologies for Non-linear Systems / *S.C. Beeler, H.T. Tran, H.T. Banks* // IEEE Trans. Aut. Cont – 1984 – Vol. 29. – №4. – P. 317 – 331. **26.** *Petersen Ian R.* Robust Control Design Using  $H_\infty$  Methods / *Ian R. Petersen, Valery A. Ugrinovskii and Andrey V. Savkin*. – Springer-Verlag. London. – Berlin. – Heidelberg, 2000. – 451 p. **27.** *Zhou Kemin.* Robust and optimal control / *Kemin Zhou, John C. Doyle, Keith Glover*. – Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 2007 – 632 p. **28.** *Slotine J.-J.* Applied Nonlinear Control / *J.-J. Slotine, W. Li*. – Prentice Hall, 1991. – 461 p. **29.** *Van der Schaft A.J.* Nonlinear State Space  $H_\infty$  - control Theory, in Essay an control: Perspectives in the Theory and Applications / *A.J. Van der Schaft*. – Birhauser, 1993.

*Почмуна (received) 25.02.14.*