

**А.П. ПОПОВ**, д.т.н., проф., заведующий каф. механики и конструирования машин НУК им. адм. Макарова, Николаев;  
**Л.А. ПОПОВА**, научный сотрудник НУК им. адм. Макарова;  
**О.И. САВЕНКОВ**, ассистент НУК им. адм. Макарова

### ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ С ДВУХПАРНЫМ ТОЧЕЧНЫМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ ЗУБЬЕВ

В статье впервые рассмотрена зубчатая передача с двухпарной и пространственной точечной системой зацепления зубьев, обладающая высокой нагрузочной способностью, уменьшенными весогабаритными показателями и улучшенными виброакустическими характеристиками с учётом конструктивных, технологических и эксплуатационных показателей.

**Ключевые слова:** передача, зубья, точка, напряжения, вибрация.

**Постановка проблемы.** Повышение нагрузочной способности зубчатых передач по контактным напряжениям и напряжениям изгиба, уменьшение их весогабаритных показателей и улучшение виброакустических характеристик является актуальной проблемой, успешное решение которой предопределяет дальнейшее развитие и совершенствование современного редукторостроения. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих научных программ и заданий практических во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые передачи.

**Анализ последних исследований.** При решении вышеуказанной научной проблемы были предприняты попытки по созданию новых видов зубчатых передач с новыми видами зацеплений, к которым относятся энкаитное, эволютное, смешанное, эвольвентно-циклоидальное, эксцентриково-циклоидальное зацепление и т.д. Отдавая дань уважения исследователям, разработавшим указанные зацепления, тем не менее, нельзя не отметить, что упомянутые зацепления не сыграли решающей роли в развитии редукторостроения.

В данной работе впервые излагаются зубчатые передачи с пространственной точечной двухпарной системой зацепления зубьев. Разработка указанных зубчатых передач базируется на новой теории контактной прочности и новых технических решениях [4-8].

**Цель работы.** Доказательство высокой эффективности запатентованных зубчатых передач с пространственной точечной системой зацепления зубьев, не имеющих аналогов в мировом редукторостроении.

**Изложение основного материала.** Прежде чем перейти к изложению зубчатых передач с пространственной точечной двухпарной системой зацепления зубьев целесообразно кратко рассмотреть основные положения новой теории контактной прочности упруго сжатых тел [6, 8], которая, как уже указывалось, является основой для разработки высокоэффективных зубчатых передач.

Во-первых, необходимо отметить, что решения Генриха Герца применительно к упруго сжатым сферическим телам с начальным (до нагружения) точечным контактом получены в явном виде, и они полностью совпадают с решениями [8].

Указанные решения пространственной контактной задачи в разные годы различными авторами подтверждены экспериментальными исследованиями в статике, связанные с определением размеров площадки в виде круга.

Что касается решений Герца применительно к начальному точечному взаимодействию упруго сжатых тел, характеризующихся в процессе нагружения

© А.П. Попов, Л.А. Попова, О.И. Савенков, 2014

эллиптической площадкой контакта, то эти решения при определении максимальных контактных напряжений  $\sigma_{\max}$  и размеров малой  $a$  и большой  $b$  полуосей эллиптической площадки контакта получены в неявном виде. Более того, как следует из источников информации, экспериментальные исследования по определению полуосей  $a$  и  $b$  никем и никогда не проводились.

Однако главное в указанных решениях заключается в том, что полученные величины напряжений  $\sigma_{\max}$ , исходя из этих решений, достигают очень больших величин, не имеющих места в реальных конструкциях, включая и зубчатые передачи. В связи со сказанным передачи Новикова, конические зубчатые передачи со спиральными зубьями и гипоидные зубчатые передачи, характеризующиеся начальным точечным зацеплением зубьев, при определении  $\sigma_{\max}$  рассчитываются по известной формуле Герца, характерной для линейного контакта зубьев, которая не отражает сути точечного взаимодействия тел.

Для подтверждения неприемлемости решений Герца при нахождении  $\sigma_{\max}$  в случае начального точечного зацепления зубьев выполним расчет передачи Новикова ОЛЗ-1,35-0,15, которая характеризуется данными [9]:  $z_1=34$ ;  $z_2=70$ ;  $m_n=5$  мм;  $\alpha_k=27^\circ$ ;  $\beta=15^\circ$ ;  $b_w=60$  мм;  $F_n=2,1 \cdot 10^5$  Н;  $v=0,3$ ;  $E=2,1 \cdot 10^5$  МПа. В таблице 1 приведены величины  $\sigma_{\max}$ , найденные не только по Герцу [10], но и по методикам расчетов других авторов, основанных на решениях Герца, за исключением [8].

Таблица 1 – Значения величин  $\sigma_{\max}$

Определяемые параметры	[1]	[2]	[3]	[8]	[10]
	ВНИИНАШ	Ковалёв М.П.	Макушин М.И.	Попов А.П.	Г.Герц
Напряжения $\sigma_{\max}$ , МПа	4473	3848	9818	698	9771

Из таблицы 1 очевидно, что напряжения  $\sigma_{\max}$ , за исключением [8], отличаются друг от друга в  $9818/3848=2,55$  раза, что эквивалентно различиям по нагрузочной способности в  $2,55^3$  раза. Напряжения  $\sigma_{\max}=698$  МПа [8] близким к действительным напряжениям в указанной передаче, что очевидно из следующих рассуждений. Если от передачи Новикова ОЛЗ-1,35-0,15 перейти, меняя размеры и параметры зацепления, к косозубой зубчатой передаче, то в этом случае максимальные контактные напряжения  $\sigma_{\text{ГБ}}=783$  МПа. Сравнивая между собой  $\sigma_{\max}=698$  МПа и  $\sigma_{\text{ГБ}}=783$  МПа, отмечаем, что нагрузочная способность передачи Новикова ОЛЗ-1,35-0,15 по контактным напряжениям выше таковой косозубой передачи в  $(783/698)^3=1,411$  раза, что соответствует истине [9].

Таким образом, очень высокие напряжения  $\sigma_{\max}$  в передачах Новикова, конических зубчатых передачах со спиральными зубьями и в гипоидных зубчатых передачах, характеризующихся до нагружения точечным контактом зубьев, полученные с использованием решений Герца, при которых указанные передачи неработоспособны, хотя в действительности они работоспособны, что подтверждает практика их эксплуатации, послужили основанием для создания новой теории контактной прочности с начальным точечным и линейным взаимодействием упруго сжатых тел [8].

Основа указанной теории базируется на полученных двух равнозначных функций контактной деформации применительно как к линейному, так и к точечному взаимодействию упруго сжатых тел. При этом первая функция контактных деформаций определяется с учётом конфигураций контактирующих тел и формы зазора между телами до и после нагружения. Вторая функция контактных деформаций базируется на гипотезе Винклера.

При этом гипотеза Винклера, характеризующая зависимость между посадкой кромки упругого основания и интенсивностью его реакции, характер-

на для случая решения плоских контактных задач, т.е. когда посадка кромки и интенсивность реакции упругого основания являются переменными величинами только лишь  $x$ . В новой теории контактной прочности [8] гипотеза Винклера доработана, расширена и впервые использована для решений пространственных задач, когда просадка кромки упругого основания и интенсивность его реакции определяются переменными величинами  $x$  и  $y$ .

Для получения точечного зацепления в традиционных эвольвентных передачах необходимо прямолинейные образующие боковых поверхностей зубьев шестерни заменить криволинейными образующими с постоянным радиусом кривизны  $R = b_w^2 / 8\Delta S$ , где  $b_w$  – ширина зубчатого венца шестерни, равная длине прямых зубьев;  $\Delta S$  – параметр криволинейности образующих поверхностей зубьев шестерни в торцевых сечениях зубьев, при этом  $0,005\text{мм} \leq \Delta S \leq 0,03\text{мм}$ .

В качестве расчетных моделей контакта рассматриваемого зубчатого зацепления (рисунок 1) выступают в плоскости  $zOx$  (а) модель контакта двух упруго сжатых круговых цилиндров с радиусами  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , а в плоскости  $zOy$  (б) – модель контакта кругового цилиндра, имеющего радиус  $R$ , с плоскостью.

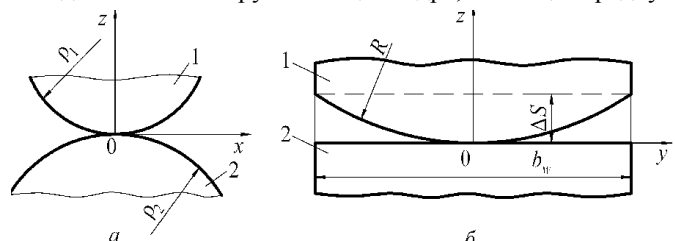


Рисунок 1 – Расчетные модели контакта цилиндров 1 и 2 в плоскости  $zOx$  (а) и цилиндра с плоскостью 2 в плоскости  $zOy$  (б) в соответствии с решениями новой теории контактной прочности имеют вид [8]:

$$\sigma_{\max} = 0,333 \sqrt[3]{\frac{\alpha(\alpha+\nu)^2 E^2 F_n}{\rho_w^2}}; (1) \quad a = 1,2023 \sqrt[3]{\frac{\alpha \rho_w F_n}{(\alpha+\nu)E}}; (2) \quad b = 1,2023 \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{\alpha^2(\alpha+\nu)E}}, (3)$$

где  $\alpha = \sqrt{\rho_w / R_w}$  – коэффициент;  $\rho_w = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2)$ ,  $R_w = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$  – приведенные радиусы кривизны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях  $zOx$  и  $zOy$ ;  $E$  – модуль упругости;  $F_n$  – нормальная сила.

В предлагаемых зубчатых передачах имеем  $R_1 = R$  и  $R_2 = \infty$ , в связи с чем  $R_w = R$ . Если в уравнениях (1)-(3) принять коэффициент  $\alpha = 1$ , что соответствует модели контакта сферических тел, так как  $\rho_w = R_w = \rho$ , то в этом случае получим:

$$\sigma_{\max} = 0,393 \sqrt[3]{\frac{E^2 F_n}{\rho_w^2}} \quad \text{и} \quad r = a = b = 3 \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{E^2}},$$

где  $r$  – радиус круговой площадки контакта упруго сжатых сферических тел.

Два последних уравнений, как частный случай уравнений (1)-(3), целиком и полностью совпали с аналогичными уравнениями Герца [10], полученными впервые им применительно к упруго сжатым сферическим телам, что позволяет сделать вывод о достоверности выражений (1)-(3).

Уравнения (1)-(3) получены для случая линейной зависимости между упругими перемещениями тел и возникающими при этом контактными напряжениями.

Если решения выполнить в нелинейной постановке при показателе степени нелинейности  $n=0,7$ , то в этом случае уравнения (1)-(3) примут вид [8]:

$$\sigma_{\max} = 0,2943 \sqrt[3]{\frac{\alpha(\alpha+\nu)^2 E^2 F_n}{\rho_w^2}}; (4) \quad a = 1,2753 \sqrt[3]{\frac{\alpha \rho_w F_n}{(\alpha+\nu)E}}; (5) \quad b = 1,2753 \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{\alpha^2(\alpha+\nu)E}}. (6)$$

Учет влияния нелинейности между упругими перемещениями тел и напряжениями, привёл, как следует из уравнений (1) и (4), к повышению нагрузочной способности контактирующих зубьев в  $(0,33/0,294)^3 = 1,414$  раза. При решении плоской контактной задачи при определении  $\sigma_H$  вместо коэффициента 0,418 [10] будет коэффициент 0,396, в связи с чем напряжения составят  $(0,418/0,396)^2 = 1,114$  раза. Таким образом, с учётом указанной нелинейности нагрузочная способность по контактным напряжениям точечного зацепления зубьев превысит таковую при линейном взаимодействии зубьев в  $1,414/1,114 = 1,27$  раза.

На основании новой теории контактной прочности впервые установлено ранее неизвестное объективно существующее свойство упруго сжатых зубьев с начальным точечным касанием, заключающееся в том, что при определенных величинах приведенных радиусов кривизны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и установленного соотношения между ними максимальные контактные напряжения могут быть не только больше напряжений, имеющих место при линейном взаимодействии зубьев, но эти напряжения могут быть меньше или равны указанным напряжениям.

Для подтверждения сказанного выполним расчёт прямозубой зубчатой передачи, исходя из  $z_1 = 33$ ;  $z_2 = 127$ ;  $m = 4\text{мм}$ ;  $b_w = 77\text{мм}$ ;  $\alpha_w = 20^\circ$ ;  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$ ;  $E = E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{МПа}$ ;  $F_n = 2,1 \cdot 10^4 \text{Н}$ ;  $\Delta S = 0,0120$ ;  $0,0527$ ;  $0,1000$ ;  $0,2000$ ;  $2,2395\text{мм}$ . По общеизвестной зависимости (7) определяем  $\rho_w = 17,916\text{мм}$ , а по формуле Герца для начального линейного контакта зубьев

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{E F_n}{b_w \rho_w}} \quad (7)$$

находим напряжения и  $\sigma_H = 747\text{МПа}$ .

Расчетные данные зубчатой передачи приведены в таблице 2.

Напряжения  $\sigma_{\max}$  при  $R = 3705 \dots 61730\text{мм}$  определялись по формуле (1), а при  $R = 17,916\text{мм}$  и коэффициенте  $\alpha = 1$  – по формуле для упруго сжатых сферических тел. Из

Таблица 2 – Расчетные данные зубчатой передачи

Определяемые параметры	Параметры $\Delta S$ , мм				
	0,0120	0,0527	0,1000	0,2000	2,2395
Радиус $R$ , мм	61730	14057	7411	3705	17,916
Коэффициент $\alpha$	0,0170	0,0357	0,0492	0,0695	1,000
Напряжения $\sigma_{\max}$ , МПа	561	747	1453	2201	5592

таблицы 2 очевидно, что при  $R = 61730\text{мм}$  напряжения  $\sigma_{\max} < \sigma_H = 747\text{МПа}$ . Если принять  $\rho_w = R = 17,916\text{мм}$  (модель контакта двух упруго сжатых шаров), то в этом случае  $\sigma_{\max} = 5592\text{МПа}$ . Новая теория контактной прочности подтверждена путём проведения экспериментальных исследований в статике и на штатном редукторе [7, 8].

А теперь перейдём непосредственно к определению углов поворота вторых венцов шестерни и колеса относительно первых венцов шестерни и колеса на углы соответственно  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , исходя из рисунков 2 и 3.

Для определения углов поворота (рисунок 2) зубчатой передачи с прямыми зубьями, характеризуемой двухпарным точечным их зацеплением, воспользуемся треугольниками  $0_1pa$  и  $0_2pa$  (рисунок 3), исходя из которых на основе теоремы косинусов запишем:

$$\cos \varphi_1 = \frac{(0_1 p)^2 + (0_1 a)^2 - (ap)^2}{2(0_1 p)(0_1 a)}; \quad (8) \quad \cos \varphi_2 = \frac{(0_2 p)^2 + (0_2 a)^2 - (ap)^2}{2(0_2 p)(0_2 a)}, \quad (9)$$

где  $0_1 p = r_1$ ;  $0_2 p = r_2$  – радиусы делительных окружностей шестерни и колеса;  $N_2 a = N_1 N_2 - N_1 a$ ;  $N_1 N_2 = \rho_1 + \rho_2$ ;  $0_1 a = \sqrt{r_{b1}^2 + \rho_{1\min}^2}$ ;  $0_2 a = \sqrt{r_{b2}^2 + (N_2 a)^2}$ ;  $\rho_{1\min} = N_1 N_2 - N_2 a = \rho_1 + \rho_2 - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2}$ ;  $N_1 a = \rho_{1\min}$ ;  $ap = N_1 p - N_1 a$ ;  $N_1 p = \rho_1$ ;  $\rho_1 = m z_1 \sin \alpha_w / 2$ ;  $\rho_2 = m z_2 \sin \alpha_w / 2$ ;  $\rho_{1\min}$  – минимальный радиус кривизны сопряженной пары зубьев на входе в зацепление;  $r_{a2}$  – радиус окружности выступов зубьев колеса;  $r_{b1}$ ,  $r_{b2}$  – радиусы основных окружностей шестерни и колеса;  $m$  – модуль;  $z_1$ ,  $z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса;  $\alpha_w$  – угол зацепления.

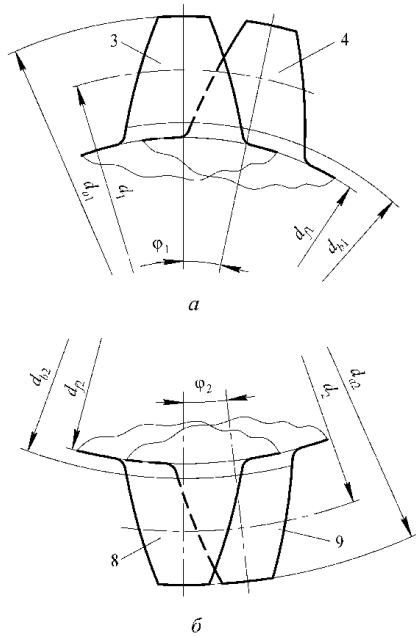


Рисунок 2 – Поворот зубьев 1 шестерни (а) и зуба 2 колеса (б) в окружном направлении венцов

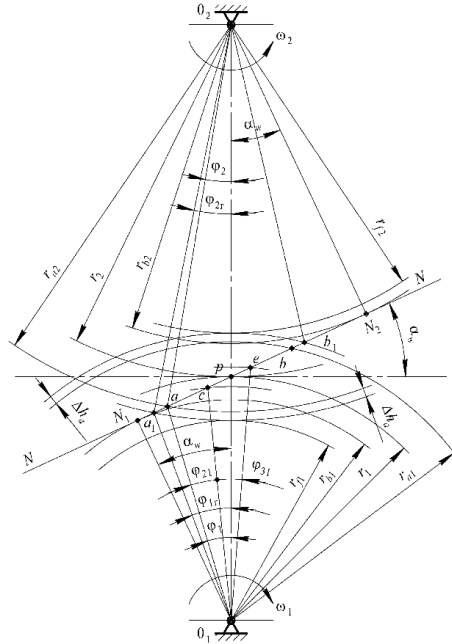


Рисунок 3 – К определению углов поворота венцов зубчатых колес в окружном направлении

В результате подстановки в уравнения (8) и (9) вышеприведенных обозначений и выражений получим зависимости углов поворота  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , а именно:

$$\varphi_1 = \arccos \frac{r_1^2 + r_{b1}^2 + \rho_{1\min}^2 - (\rho_1 - \rho_{1\min})^2}{2r_1 \sqrt{r_{b1}^2 + \rho_{1\min}^2}}; \quad (10) \quad \varphi_2 = \arccos \frac{r_2^2 + r_{a2}^2 - (\rho_1 - \rho_{1\min})^2}{2r_2 r_{a2}}. \quad (11)$$

При двухпарном точечном зацеплении зубьев расчет напряжений  $\sigma_{\max}$ , малой  $a$  и большой  $b$  полуосей эллиптической площадки контакта осуществляется по формулам (1)-(3) с той лишь разницей, что вместо силы  $F_n$  в эти формулы следует ввести силу  $kF_n/2$ , где  $k=1,06 \dots 1,1$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между зубьями венцов шестерни и колеса. В соответствии со сказанным запишем:

$$\sigma_{\max} = 0,262 \sqrt{\frac{\alpha(\alpha + \nu)^2 k E^2 F_n}{\rho_w^2}}; \quad (12) \quad a = 0,954 \sqrt{\frac{\alpha \rho_w k F_n}{(\alpha + \nu) E}}; \quad (13) \quad b = 0,954 \sqrt{\frac{\rho_w k F_n}{\alpha^2 (\alpha + \nu) E}}. \quad (14)$$

Если исходить из равенства напряжений  $\sigma_{\max} = \sigma_H$ , определяемых по формулам (1) и (7), то в этом случае при неизменных осевых размерах можно определить диаметральные размеры зубчатой передачи с точечным зацеплением зубьев, которые по своей величине будут меньше размеров зубчатой передачи с линейным зацеплением зубьев. Если в зубчатой передаче с точечным зацеплением зубьев оставить без изменения диаметральные размеры при  $\sigma_{\max} = \sigma_H$ , то в данном случае можно определить осевые размеры, которые также будут меньше таковых, имеющих место при линейном зацеплении зубьев.

В соответствии со сказанным, приравняв правую часть выражения (1) к левой части выражения (7), найдем два трансцендентных уравнения:

$$\frac{(\alpha + \nu)^2}{\rho_w^2} = 55,6 \frac{\sigma_H^3}{k E^2 F_n}; \quad (15) \quad (\alpha + \nu)^2 = 55,6 \frac{\rho_w^2 \sigma_H^3}{k E^2 F_n}. \quad (16)$$

Кроме того при точечном взаимодействии зубьев нагрузка по сравнению с линейным зацеплением распределяется по большей площадке контакта, что приводит к уменьшению напряжений изгиба  $\sigma_n$  в  $1/K_R$ , где  $K_R$  – коэффициент, который применительно к двухпарному зацеплению зубьев имеет вид [8]:

$$K_R = 0,753 \sqrt{b_w} \sqrt[3]{\alpha(\alpha + \nu)^2} \sqrt{\frac{E}{k \rho_w F_n}}. \quad (17)$$

Выражение (17) получено в предположении, что зуб при расчёте на изгиб следует рассматривать не как консольную упруго заданную балку, а как заданную прямоугольную пластину эквивалентной толщины.

При определении снижения уровня вибрации и шума  $\Delta L$  в децибелах (дБ) в рассматриваемой зубчатой передаче при  $n \geq 2$  можно воспользоваться уравнением [8], которое имеет вид:

$$\Delta L = 20 \lg \frac{n_1(n_1 + 1)}{2n}, \quad (18)$$

где  $n$  – число венцов;  $n_1 = n \varepsilon_\alpha$  – число пар зубьев венцов, находящихся в контакте;  $\varepsilon_\alpha$  – коэффициент торцевого перекрытия зубьев, равный

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha_w};$$

$a_w$  – межосевое (межцентровое расстояние).

При использовании уравнения (17) количество пар зубьев в контакте принимается как целое число. Например,  $n=2$  и  $\varepsilon_\alpha=1,825$ , тогда  $n_1 = n \varepsilon_\alpha = 3,65$  принимается в виде целого числа, равного  $n_1=3$ . В соответствии со сказанным величина  $\Delta L$ , найденная по формуле (18), составляет 9,54 дБ.

Для более существенного снижения уровня вибрации и шума  $\Delta L$ , что характерно для зубчатых передач, например судов специального назначения, выполним расчёт данного зацепления с "глубоким" профилем зубьев, исходя из высоты головки зуба  $h_a=1,25m$  и величины радиального зазора  $c=(0,3 \dots 0,5)m$ . Затем по формуле [8] для зубьев с "глубоким" профилем определим коэффициент торцевого перекрытия зубьев  $\varepsilon_\alpha=2,379$ , а из выражения (18) с учётом того, что  $\alpha$  число пар зубьев

ев венцов  $n_1=2 \cdot 2,379=4,758$  принято равным 4, найдем величину  $\Delta L=14$ дБ.

Для оценки эффективности предлагаемой зубчатой передачи рассмотрим I ступень двухступенчатого прямозубого редуктора, которая характеризуется следующими данными:  $z_1=36$ ;  $z_2=110$ ;  $m_n=6$ мм;  $\alpha_w=20^\circ$ ;  $b_w=215$ мм;  $\nu=0,3$ ;  $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа;  $F_{n1}=F_{n2}=3,93 \cdot 10^4$ Н.

При переходе от одновенцовой I ступени редуктора к двухвенцовой ступени принимаем  $\Delta S=0,010$ мм и  $c=7$ мм, тогда  $b_m=(b_w-c)/2=104$ мм. По общеизвестным формулам и формуле [8]

$$\rho_{1\min} = \frac{m}{2} [z_1 + z_2] \sin \alpha_w - \sqrt{(z_2 + 2)^2 - (z \cos \alpha_w)^2}$$

находим:  $\rho_1=36,936$ мм;  $\rho_2=112,86$ мм;  $\rho_w=27,828$ мм;  $R=135,2 \cdot 10^3$ мм;  $\alpha=0,0148$ ;  $r_{a1}=114$ мм;  $r_{a2}=336$ мм;  $r_{b1}=101,52$ мм;  $r_{b2}=310,2$ мм;  $a_w=438$ мм;  $\varepsilon_\alpha=1,761$ ;  $n_1=n\varepsilon_\alpha=2 \cdot 1,761=3,522$ , приняв  $n_1=3$ .

Затем на основании выражений (10) и (11) определяем  $\varphi_1=8,51^\circ$  и  $\varphi_2=2,78^\circ$ , причем  $\varphi_2/\varphi_1=u=z_2/z_1=3,055$ . Далее, исходя из зависимостей (7) и (12), вычисляем  $\sigma_H=491$ МПа и  $\sigma_{\max}=396$ МПа, а по формуле (17) – коэффициент уменьшения напряжений изгиба зубьев (при  $k=1,1$ ), который равен  $K_R=0,644$ . Кроме того, снижение уровня вибрации и шума предлагаемой зубчатой передачи в соответствии с формулой (18) составит  $\Delta L=9,54$ дБ.

На основании выполненных расчетов  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_H$  и коэффициента  $K_R$  заключаем, что нагрузочная способность рассматриваемой зубчатой передачи по контактным напряжениям в  $(491/396)^3=1,9$  раза выше таковой по сравнению с традиционной зубчатой передачей, а по напряжениям изгиба выше в  $1/0,644=1,55$  раза. К сказанному следует добавить, что повышение нагрузочной способности зубчатой передачи в 1,9 раза не учитывает положительного влияния нелинейной зависимостью между упругими деформациями зубьев и возникающими при этом контактными напряжениями, а также то обстоятельство, что допускаемые напряжения  $[\sigma_{\max}]$  при точечном зацеплении зубьев выше таковых  $[\sigma_H]$  при линейном зацеплении зубьев в 1,5...2 раза.

А теперь перейдем к оценке габаритных показателей рассматриваемой зубчатой передачи, воспользовавшись трансцендентными уравнениями (15) и (16). В уравнении (15) в качестве переменной величины выступает приведенный радиус кривизны  $\rho_w$ , изменение которого при постоянной величине радиуса  $R$  и длины зубьев венца  $b_m$  сопровождается изменением коэффициента  $\alpha$ . В уравнении (16), наоборот приведенный радиус кривизны  $\rho_w$  является величиной неизменной, а в качестве переменных выступают величины  $b_m$  и  $R$ , в соответствии с которыми изменяется коэффициент  $\alpha$ .

В соответствии с вышеизложенным в результате решения трансцендентного уравнения (15) определим величину  $\rho_w=18$ мм, которая указывает на то, что при  $\sigma_{\max}=\sigma_H$  и неизменных осевых размерах рассматриваемая зубчатая передача характеризуется уменьшением диаметральных размеров в  $27,828/18=1,546$  раза. При этом межосевое расстояние будет также уменьшено в 1,546 раза и оно составит  $a_w=438/1,546=284$ мм.

При решении трансцендентного уравнения (16), которое при неизменных диаметральных размерах учитывает уменьшение осевых размеров зубчатой передачи, получим длину зубьев  $b_m=60$ мм. При  $b_m=60$ мм осевой размер зубчатой передачи составит  $b_w=2b_m+c=2 \cdot 60+7=127$ мм, что при равенстве  $\sigma_{\max}=\sigma_H$  указывает на снижение осевых габаритов анализируемой передачи в  $215/127=1,69$  раза.

Если осуществить одновременное уменьшение  $\rho_w$  и  $b_m$  рассматриваемой зубчатой передачи, то в этом случае как диаметральные, так и осевые размеры зубчатой передачи будут одновременно снижены примерно в 1,33 раза. Указанное уменьшение габаритов зубчатой передачи сопровождается, как известно, снижением их веса.

## Выводы:

1. Впервые разработаны зубчатые передачи с пространственной точечной и двухпарной системой зацепления зубьев, характеризуемые высокой нагрузочной способностью по контактным напряжениям и по напряжениям изгиба, а также улучшенными весогабаритными показателями и виброакустическими характеристиками.

2. Установлено, что нагрузочная способность данных передач по контактным напряжениям выше таковой традиционных зубчатых передач с линейным зацеплением зубьев в 1,7...2,2 раза, а по напряжениям изгиба – в 1,4...1,7 раза.

3. Указанные зубчатые передачи характеризуются также снижением уровня вибрации и шума  $\Delta L$  от 9дБ 15дБ. При этом меньшие значения  $\Delta L$  характерны для зубьев с нормальным профилем, а большие значения  $\Delta L$  для зубьев с "глубоким" профилем.

**Список литературы:** 1. ВНИИМАШ. Передачи Новикова с твердостью зубьев  $HV>350$ . Расчет на прочность. [Текст] // Методические рекомендации. – М., 1987. – 87с. 2. Ковалёв М.П. Расчет высокоточных шарикоподшипников [Текст] / М.П. Ковалёв, М.З. Народецкий. – М.: Машиностроение, 1980. – 375с. 3. Макушин М.И. Напряженное состояние и прочность в местах контакта [Текст] / М.И. Макушин // Труды кафедры сопромата МВТУ, 1947. – С.79-145. 4. Пат. 77304 на винахід. Україна. Зубчата передача з криволінійними твірними зубів [Текст] / О.П. Попов. – а2004121281; заявл. 14.02.04; опубл. 15.11.06. Бюл. №11. 5. Пат. 81008 на винахід. Україна. Зубчата передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів [Текст] / О.П. Попов – а200507850; заявл. 08.08.05; опубл. 26.11.07. Бюл. №19. 6. Alexey Popov. Новая теория контактной прочности упруго жестких тел [Текст] / Popov Alexey // Lublin (Poland). – Изд-во Motrol, 2010. – С.223-231. 7. Попов А.П. Разработка высокоэффективных зубчатых передач на основе новой теории контактной прочности [Текст] / А.П. Попов, А.И. Мироненко // Специализированный информационно-аналитический журнал "Газотурбинные технологии". – М., 2011. – №4(95). – С.32-37. 8. Попов А.П. Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев [Текст] / А.П. Попов. – Николаев: Изд-во Атолл, 2010. – 774с. 9. Федякин Р.В. Расчет цилиндрических передач Новикова и фрикционных передач [Текст] / Р.В. Федякин, В.А. Чесноков // Изв. ВВИА им. проф. Жуковского. – М., 1982. – 144с. 10. Энциклопедический справочник. Инженерные расчеты в машиностроении [Текст]. – М.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностроит. лит-ры, 1948. – 891с.

Поступила (received) 16.02.2014

УДК 621.833

**Р.В. ПРОТАСОВ**, ассистент каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";  
**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР;  
**В.И. СЕРИКОВ**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР

## ФОРМИРОВАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ И АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭВОЛЮТНОЙ ПЕРЕДАЧИ

*Памяти проф. А.Г. Приймакова посвящается*

В статье рассмотрено создание параметрической 3D-модели эволютной зубчатой пары, зубья которой контактируют в полюсе зацепления. Построена упрощенная расчетная модель и, используя ее геометрию, создана конечно-элементная сетка. На основании метода конечных элементов определено напряженно-деформированное состояние зубчатой пары для случая однопарного зацепления в полюсе.

**Ключевые слова:** эволютная передача, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, контактное давление.

**Введение. Постановка задачи.** Работы [1, 2] посвящены вопросам исследования качественных показателей и нагрузочной способности эволютных передач, предложенных А.И. Павловым [3]. Основным фактором, влияющим на работоспособность силовой зубчатой передачи, является контактная прочность зубьев.

© Р.В. Протасов, А.В. Устиненко, В.И. Сериков, 2014