

параметри прийматимуть значення: $\varphi_1=0$, $\varphi_2=0$, модулі радіус-векторів r_1 і r_2 дорівнюватимуть радіусам R_1 і R_2 початкових циліндрів шестірни і колеса, куту $\Theta_1=0$, $\Theta_2=\pi$. Тоді рівняння (15) і (17) перетворяться на відоме співвідношення $R_1+R_2=a_w$, а у рівнянні (16) буде тотожність.

При розв'язуванні системи (14) в залежності від заданих функцій f_1 , f_2 і ϕ_1 , ϕ_2 зручнішим може виявитися одне з представлених рівнянь – (15), (16) або (17).

Результати досліджень. У загальному випадку незалежно від функцій f_1 , f_2 і ϕ_1 , ϕ_2 розв'язання рівняння (14) можна виконати методом ітерацій.

1. Задаємо $f_1(\lambda_{10})$, $f_2(\lambda_{10})$, $\alpha_1(\lambda_{10})$, $\Theta_1(\lambda_{10})$ – у вигляді числових значень, починаючи з розрахункової точки контакту, наприклад – з полюсу зачеплення;

2. Задаємо у параметричному виді $\phi_1(\lambda_2)$, $\phi_2(\lambda_2)$, $\alpha_2(\lambda_2)$, $\Theta_2(\lambda_2)$ (можна задати профіль у явному виді $\phi_2(\phi_1)$ та через цю функцію знайти α_2 і Θ_2).

3. Скориставшись рівнянням (17), перебираємо параметр λ_2 у межах від λ_2^{\min} до λ_2^{\max} , що відповідають ϕ_1^{\max} і ϕ_1^{\min} . При цьому можна прийняти $\phi_1^{\max}(h_a)=+1,0$; $\phi_1^{\min}(h_f)=-1,0$.

4. Перебір параметра в цих межах дасть значення λ_{20} , що відповідає точці контакту. Це дозволить знайти $\Phi_1(\lambda_{20})$; $\Phi_2(\lambda_{20})$; $\alpha_2(\lambda_{20})$; $\Theta_2(\lambda_{20})$ – у вигляді чисел.

5. Підстановка цих значень у співвідношення (18) дозволить обчислити ϕ_1 , а отже і $\phi_2=\pi-\alpha_2-\phi_1+\alpha_1$.

Висновки:

1. Одержано залежності, що дозволяють визначити умови, за яких контакт двох довільних профілів зубців буде можливим; при цьому встановлено зв'язок між функціями, що описують профілі, та кутами повороту шестірни і колеса.

2. Одержані залежності визначають обов'язкові умови для визначення миттєвого значення передатного відношення; такий підхід до його визначення можна також застосовувати для моделювання передачі із спрацьованими профілями зубців шестірни і колеса.

Список літератури: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф.Л. Литвин. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Гагарченко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи / В.А. Гагарченко. – М.: "Машиностроение", 1969. – 430с. 3. Вулгаков Э.Б. Общий случай синтеза эвольвентного зацепления / Э.Б. Вулгаков // Труды Рижского института инженеров гражданской авиации. Сб: "Исследование механических передач приводов агрегатов, 1970. – Вып. 148. – С.55-68. 4. Вулгаков Э.Б. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами / Э.Б. Вулгаков. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с. 5. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений / Л.В. Коростелев // Изв. вузов. М.: Машиностроение, 1964. – № 10. – С.5-15. 6. Шишов В.П. Теоретические основы синтеза передач зацеплением / В.П. Шишов, П.Л. Носко, П.В. Филь. – Луганск: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2006. – 408с. 7. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. Монография / А.И. Павлов. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 8. Воронцов Б.С. Математическое обеспечение интерактивного синтеза передач зацеплением / Б.С. Воронцов // Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПІ". Зб. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С. 49-54. 9. Шишов В.П. Синтез циліндричних полюбокатних передач по геометро-кінематическим критеріям / В.П. Шишов, П.Л. Носко, П.Н. Ткач, І.Г. Ткач // Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПІ". Зб. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №29. – С.179-188. 10. Tökölly P. Effect of tooth shape to size of contact stress noninvolute gearing / P. Tökölly, M. Gajdos, M. Bošanský // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.10-20. 11. Бабичев Д.Т. Оптимизационный синтез профиля зуба как отрезка кривой, заданной натуральным уравнением / Д.Т. Бабичев, Д.А. Бабичев // Теория и практика зубчатых передач: Сборник трудов Международного симпозиума (21-23 января, 2014 г., Россия, Ижевск). – Ижевск: изд-во ИжГТУ, 2013. – С.301-308. 12. Повышение работоспособности тягового редуктора тепловоза: Автореф. дисс... канд. техн. наук. 05.22.07 / Вельгодская Т.В. – Омск, 2007. – 24с. 13. Влияние износа зубчатых колес на качество работы тяговой передачи электропоездов: Автореф. дисс... канд. техн. наук. 05.22.07 / Сун Сяохинь. – М., 2000. – 24с. 14. Шишов В.П. Основы синтеза выходного контура циліндричних зубчатих передач із підвищеною зносостійкістю зубців коліс / В.П. Шишов, П.Л. Носко, П.М. Ткач, Ю.О. Скіяр, І.Г. Ткач // Віс-

ник Нац. Техн. ун-ту "ХПІ". Зб. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №20. – С.171-176. 15. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. Монография / Г.И. Шевелева. – М.: Станкин, 1999. – 494с. 16. Грицай І.Є. Удосконалення технології виготовлення зубчастих коліс на основі нового методу зубонарізання / І.Є. Грицай, В.І. Вільшанецький // Вісник Нац. Техн. ун-ту "ХПІ". Зб. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №28. – С.44-52. 17. Грицай І.Є. Синусоїдальні зубчасті передачі як альтернатива традиційним передачам та новий метод їх виготовлення / І.Є. Грицай, Я.М. Литвиняк // Вісник Нац. Техн. ун-ту "ХПІ". Зб. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.43-52. 18. Аникин Ю.В. Синусоїдальное зацепление: основы геометро-кинematicкой теории / Ю.В. Аникин. – Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1975. – 63с.

Надійшла (received) 04.03.2014

УДК 621.833

П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. "ДВЗ і машинознавство" СНУ ім. В.Даля, Луганськ;
О.Ю. ЧАЛА, асистент каф. "Прикладна математика" СНУ ім. В.Даля

ГЕОМЕТРО-КІНЕМАТИЧНІ КРИТЕРІЇ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ЦИЛІНДРИЧНИХ АРКОВИХ ПЕРЕДАЧ ЗМІШАНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ З КРУГОВИМ ЗУБОМ

Пам'яті проф. В.П. Шишова присвячується

Розглянуто деякі питання геометрії аркових циліндричних передач з круговим зубом. Отримано аналітичні залежності, що зв'язують значення показників працездатності кругових аркових передач змішаного зачеплення з геометрією зубців та інструменту. Отримані формули можуть бути використані для синтезу геометрії вихідного контуру за значенням якісних показників.

Ключові слова: змішане зачеплення, кругові аркові зубці, критерії працездатності.

Вступ. В основі високої працездатності, надійності, довговічності та конкурентоспроможності будь-якого редуктора лежить висока надійність і працездатність зубчастих передач, що входять до нього, у тому числі і аркових.

Актуальність дослідження. При дослідженні зубчастих зачеплень, зокрема для синтезу геометрії їх зубців, виникає необхідність вирішення низки завдань, пов'язаних з визначенням якості зачеплення. Якість передачі зачепленням визначається умовами контактної міцності, теплостійкості та спрацювання зубців. Для оцінки цих якісних показників використовуються геометро-кінематичні критерії навантажувальної здатності. Тому завдання визначення зазначених критеріїв працездатності при конструюванні і виробництві нових видів передач з покращеними конструктивними і технологічними властивостями є актуальним.

Аналіз останніх досліджень та літератури. Оскільки експлуатаційні характеристики передачі повинні бути прогнозовані вже на стадії проектування, для найбільш поширених видів передач отримані і глибоко досліджені критерії працездатності. Зокрема для прямозубих і косозубих циліндричних передач [1], а також передач із арковими зубцями [2]. До теперішнього часу накопичено значний досвід у дослідженні традиційного евольвентного зачеплення [3], причому і в класичних передачах використовуються елементи синтезу [4]. За останні десятиліття набули значного розвитку нові види зачеплень з опукло-увігнутих контактом, наприклад аркові передачі Новікова [5]. Застосування зубчастих коліс з арковими зубцями замість прямозубих і косозубих є ефективним напрямом підвищення їх навантажувальної здатності і довговічності. Найбільшого поширення в техніці на-

© П.М. Ткач, О.Ю. Чала, 2014

були циліндричні зубчасті передачі з круговим зубом.

Перспективним напрямком удосконалення параметрів опукло-ввігнутого контакту в аркових передачах є синтез геометрії за якісними показниками працездатності. Аналітичні залежності для визначення показників працездатності були отримані для різних видів зачеплень [6-8]. Проте ці критерії досліджені недостатньо для кругових аркових передач змішаного зачеплення, які характеризуються широкою сферою їх можливого застосування.

Мега статті. Отримати та проаналізувати аналітичні залежності, що в'язують значення показників працездатності аркових передач змішаного зачеплення з геометрією кругових зубців та інструменту.

Постановка завдання. Розглянемо зубці інструментальної рейки, спрофільовані в нормальному перерізі вихідним контуром, заданим в параметричному вигляді (для головки та ніжки відповідно)

$$\begin{cases} x_p = f_1(\lambda); & \begin{cases} x_p = \Phi_1(\lambda); \\ y_p = f_2(\lambda); & \begin{cases} y_p = \Phi_2(\lambda). \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Тут f_1, f_2, Φ_1, Φ_2 – необхідну кількість разів диференційовані функції, залежні від параметра λ . Параметр λ надалі вказувати не будемо.

Приймемо, що поздовжня лінія зуба по ширині зубчастого вінця окреслена дугою окружності з радіусом R_Γ – номінальним радіусом різцевої головки (див. рисунок).

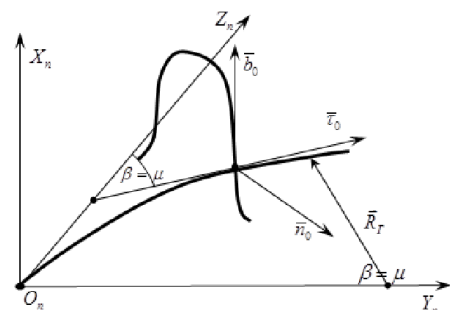


Рисунок – до виводу рівняння твірної поверхні з круговими арковими зубцями

Тоді крива $\bar{r}_0(\mu)$, що визначає поздовжню форму зуба, може бути представлена в системі координат $X_n Y_n Z_n$ рівнянням

$$\begin{cases} x_0(\mu) = 0; \\ y_0(\mu) = R_\Gamma(1 - \cos \mu); \\ z_0(\mu) = R_\Gamma \sin \mu; \end{cases} \quad (2)$$

де μ – кут між віссю $O_n Y_n$ та поточним напрямком вектора \bar{R}_Γ (див. рисунок).

Матеріали досліджень. Таким чином, маємо циліндричні зубчасті

передачі з круговим зубом. Причому, поточний кут нахилу зубців рейки з арковими зубцями в даному випадку $\beta = \mu$ (див. рисунок). Величина цього кута залежить від положення перерізу на зубчастому вінці. Вважаючи, що площина $Y_n O_n Z_n$ є початковою площиною рейки, а початкова пряма вихідного контуру спрямована по вектору \bar{n}_0 , можна отримати рівняння поверхні зубців інструментальної рейки для опуклої сторони (головка та ніжка відповідно)

$$\begin{cases} x_n = f_1; \\ y_n = R_\Gamma - (R_\Gamma - f_2) \cos \mu; \\ z_n = (R_\Gamma - f_2) \sin \mu; \end{cases} \quad \begin{cases} x_n = \Phi_1; \\ y_n = R_\Gamma - (R_\Gamma - \Phi_2) \cos \mu; \\ z_n = (R_\Gamma - \Phi_2) \sin \mu. \end{cases} \quad (3)$$

Рівняння поверхні зубців рейки для увігнутої сторони можуть бути отримані аналогічно, додаючи $\pi/2$ до y_n .

Вектори відносних швидкостей у верстатному зачепленні можуть бути записані у вигляді (для точок на голівці і ніжці відповідно) [9]

$$\begin{aligned} \bar{V}_f^{p1} &= (\Omega_{1f} \cos \mu) \bar{i} + f_1 \bar{j} + 0 \bar{k}; & \bar{V}_\phi^{p1} &= (\Omega_{1\phi} \cos \mu) \bar{i} + \Phi_1 \bar{j} + 0 \bar{k}; \\ \bar{V}_f^{p2} &= (-\Omega_{1f} \cos \mu) \bar{i} - f_1 \bar{j} + 0 \bar{k}; & \bar{V}_\phi^{p2} &= (-\Omega_{1\phi} \cos \mu) \bar{i} - \Phi_1 \bar{j} + 0 \bar{k}. \end{aligned} \quad (4)$$

Рівняння зачеплення з урахуванням (2)-(4) будуть мати наступний вигляд для колеса (для головки і ніжки відповідно)

$$\begin{aligned} F_{if} &= \frac{f_2'}{n_f} [\pm \Omega_{2f} \cos \mu \pm R_\Gamma (1 - \cos \mu) \mp R_i \phi_i] = 0; \\ F_{i\phi} &= \frac{\Phi_2'}{n_\phi} [\pm \Omega_{2\phi} \cos \mu \pm R_\Gamma (1 - \cos \mu) \mp R_i \phi_i] = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

У наведених співвідношеннях верхній знак відповідає опуклій стороні зуба, нижній знак – увігнутий стороні. Крім того, прийняті наступні позначення

$$\begin{aligned} \Omega_{1f} &= \frac{f_1 f_1'}{f_2'}; & \Omega_{1\phi} &= \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{\Phi_2'}; & \Omega_{2f} &= \Omega_{1f} + f_2; & \Omega_{2\phi} &= \Omega_{1\phi} + \Phi_2; \\ n_f &= \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}; & n_\phi &= \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2}; & K_{nf} &= \frac{1}{R_\Gamma + f_2}; & K_{n\phi} &= \frac{1}{R_\Gamma + \Phi_2}. \end{aligned}$$

Коефіцієнти квадратичних форм твірної поверхні можуть бути отримані за допомогою відомих залежностей [10].

Оцінка якості передачі зачеплення визначається умовами контактної міцності, термічної потужності, зносу зубців, для оцінки яких використовуються геометро-кінематичні показники і критерії навантажувальної здатності. Комплексні критерії працездатності аркових передач глибоко досліджені в роботі [6] і можуть бути використані з урахуванням поздовжньої форми зуба (2). Розглянемо основні геометро-кінематичні критерії, необхідні для оцінки працездатності і синтезу геометрії зубців циліндричних передач з круговими арковими зубцями.

Швидкість ковзання (відносна швидкість). При $\beta = \mu$, використовуючи (4), а також рекомендації [6, 8], маємо формулу для визначення швидкості ковзання (для точок на голівці і ніжці відповідно)

$$V_{ck} = \left(1 + \frac{1}{u}\right) f_1 \sqrt{\left(\frac{f_1'}{f_2'}\right)^2 \cos^2 \mu + 1}; \quad V_{ck} = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \Phi_1 \sqrt{\left(\frac{\Phi_1'}{\Phi_2'}\right)^2 \cos^2 \mu + 1}.$$

З (6) випливає, що при інших рівних умовах швидкість ковзання зменшується зі збільшенням кута нахилу зубців. Вона має найбільше значення при $\mu = 0$, тобто у середині арки, а на торці при $\mu = \mu_T$ має мінімальне значення.

Швидкості кочення сполучених поверхонь зубців. Швидкості руху точок контакту в зачепленні кругових аркових зубців з використанням [6, 8, 9] для поверхонь зубів шестірні ($i=1$) і колеса ($i=2$) можна отримати, використовуючи рівняння (3), продиференційовані за часом, а також частинні похідні рівняння зачеплення (5). Значення швидкостей кочення в напрямку, перпендикулярному миттєвої лінії контакту, дорівнюють (для головки і ніжки відповідно)

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{\omega_1 n_f}{\tau_f} \left(R_1 + \frac{f_1}{f_2'} \Delta_f \right); & V_1 &= \frac{\omega_1 n_\phi}{\tau_\phi} \left(R_1 + \frac{\Phi_1}{\Phi_2'} \Delta_\phi \right); \\ V_2 &= \frac{\omega_1 n_f}{u \tau_f} \left(R_2 - \frac{f_1}{f_2'} \Delta_f \right); & V_2 &= \frac{\omega_1 n_\phi}{u \tau_\phi} \left(R_2 - \frac{\Phi_1}{\Phi_2'} \Delta_\phi \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Тут прийнято такі позначення

$$\tau_f = \sqrt{n_f^2 \sin^2 \mu (1 - \Omega_{1f} K_{nf})^2 + (\Omega_{2f}')^2 \cos^2 \mu}; \quad (7)$$

$$\tau_\phi = \sqrt{n_\phi^2 \sin^2 \mu (1 - \Omega_{1\phi} K_{n\phi})^2 + (\Omega_{2\phi}')^2 \cos^2 \mu};$$

$$\Delta_f = \Omega_{2f}' \cos^2 \mu + f_2' (1 - \Omega_{1f} K_{nf}) \sin^2 \mu; \quad \Delta_\phi = \Omega_{2\phi}' \cos^2 \mu + \Phi_2' (1 - \Omega_{1\phi} K_{n\phi}) \sin^2 \mu. \quad (8)$$

Сумарна швидкість кочення робочих поверхонь. Використовуючи залежності (6), (7), (8), маємо (відповідно для головки і ніжки)

$$V_{\Sigma f} = \frac{\omega_1 n_f}{\tau_f} \left[2R_1 \pm \frac{f_1}{f_2'} \Delta_f \left(1 - \frac{1}{u} \right) \right]; \quad V_{\Sigma \phi} = \frac{\omega_1 n_\phi}{\tau_\phi} \left[2R_1 \pm \frac{\Phi_1}{\Phi_2'} \Delta_\phi \left(1 - \frac{1}{u} \right) \right].$$

Приведена кривизна робочих поверхонь зубців. Використовуючи залежності (3), (5), рекомендації [6, 8, 10], а також враховуючи, що $\beta = \mu$, маємо значення зведеної нормальної кривизни контактуючих поверхонь (відповідно для головки і ніжки)

$$\chi_{np} = \frac{f_2' \tau_f^2}{n_f^3} \cdot \frac{(R_1 + R_2)}{\left(R_2 - \frac{f_1 \Delta_f}{f_2'} \right) \left(R_1 + \frac{f_1 \Delta_f}{f_2'} \right)}; \quad \chi_{np} = \frac{\Phi_2' \tau_\phi^2}{n_\phi^3} \cdot \frac{(R_1 + R_2)}{\left(R_2 - \frac{\Phi_1 \Delta_\phi}{\Phi_2'} \right) \left(R_1 + \frac{\Phi_1 \Delta_\phi}{\Phi_2'} \right)}.$$

Приведена кривизна зменшується зі збільшенням кута μ , досягаючи мінімального значення при $\mu = \mu_T$ (на торцях зубців) і максимального – при $\mu = 0$ (в середньому перерізі арки). Значення μ_T може бути знайдено зі співвідношення

$$\mu_T = \arcsin \frac{B}{2R_f}, \quad (9)$$

де B – ширина зубчастого вінця.

Питомі ковзання можна знайти, використовуючи рекомендації [6-8], за формулами (для головки і ніжки відповідно)

$$\eta_i = \pm \frac{\left(1 + \frac{1}{u} \right) f_1 \Delta_f}{R_i f_2' \pm f_1 \Delta_f}; \quad \eta_i = \pm \frac{\left(1 + \frac{1}{u} \right) \Phi_1 \Delta_\phi}{R_i \Phi_2' \pm \Phi_1 \Delta_\phi}. \quad (10)$$

Аналізуючи співвідношення (10), можна зробити висновок про те, що питомі ковзання дорівнюють нулю при $f_1 = 0$, $\Phi_1 = 0$, тобто на полюсній лінії поверхонь зубців. Питомі ковзання дорівнюють нескінченності, якщо має місце підрізання зубців. Найбільших значень питомі ковзання набувають при $\mu = 0$ (в середині арки) і найменших – на торцях зубців при $\mu = \mu_T$, знайденому з (9).

Кут між вектором швидкості кочення і контактної лінії. Застосовуючи співвідношення, отримані в роботі [7], до кругових аркових зубців,

отримаємо (відповідно для головки і ніжки):

$$v_f = \arctg \frac{n_f \Delta_f}{\Delta_{1f} \sin \mu \cos \mu}; \quad v_\phi = \arctg \frac{n_\phi \Delta_\phi}{\Delta_{1\phi} \sin \mu \cos \mu}, \quad (11)$$

де прийнято такі позначення

$$\Delta_{1f} = f_2' \Omega_{2f}' - n_f^2 (1 - \Omega_{1f} K_{nf}); \quad \Delta_{1\phi} = \Phi_2' \Omega_{2\phi}' - n_\phi^2 (1 - \Omega_{1\phi} K_{n\phi}).$$

З (11) видно, що $v = 0,5\pi$ при $f_1 = 0$ та $\Phi_1 = 0$, тобто на полюсній лінії поверхонь зубців, а також при $\mu = 0$, тобто в середньому перерізі арки. Із збільшенням кута μ значення кута v зменшується, приймаючи найменше значення на торцях зубів при $\mu = \mu_T$, яке визначається залежністю (9).

Коефіцієнти перекриття. Коефіцієнт торцевого перекриття аркових циліндричних передач залежить від положення торцевого перерізу по ширині зубчастого вінця зубців зубчастого колеса. Співвідношення для коефіцієнта торцевого перекриття можна отримати, використовуючи рівняння зачеплення (5), а також рекомендації [6, 8] (відповідно для головки і ніжки)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha f} &= z_i \frac{(\Omega_{2f}(\lambda_2) - R_f) \cos \mu_2 - (R_f + \Omega_{2f}(\lambda_1)) \cos \mu_1}{2\pi R_i}; \\ \varepsilon_{\alpha \phi} &= z_i \frac{(\Omega_{2\phi}(\lambda_2) - R_f) \cos \mu_2 - (R_f + \Omega_{2\phi}(\lambda_1)) \cos \mu_1}{2\pi R_i}. \end{aligned} \quad (12)$$

Тут λ_1 та λ_2 – граничні значення параметра λ , які відповідають вершинам зубців шестірні та колеса, можуть бути знайдені за рекомендаціями [6], z_i – кількість зубців. Для визначення параметрів μ_1 і μ_2 необхідно підставити $z_n = \text{const}$ в останнє рівняння системи (3) і розв'язати його відносно $\mu = \mu(\lambda)$.

Коефіцієнт осьового перекриття [6, 9] (відповідно для головки і ніжки):

$$\varepsilon_{\beta f} = z_i \frac{(\Omega_{2f}(\lambda_0) - R_f)(\cos \mu_{20} - \cos \mu_{10})}{2\pi R_i}; \quad \varepsilon_{\beta \phi} = z_i \frac{(\Omega_{2\phi}(\lambda_0) - R_f)(\cos \mu_{20} - \cos \mu_{10})}{2\pi R_i}. \quad (13)$$

Тут $\lambda_0 = \text{const}$ фіксоване значення параметра λ , μ_{10} , μ_{20} – граничні значення параметра μ , які визначаються з останнього рівняння системи (3) при $z = 0$, $z = 0,5B$.

Користуючись матеріалами [6] можна аналогічно визначити коефіцієнти профільного ε_μ і фазового ε_ϕ перекриття. Параметри λ і μ визначаються у відповідності з рекомендаціями [6] при $\beta = \mu$. Рівняння (13) дозволяють визначити ширину зубчастих коліс при заданих ε_β і R_f . Приймавши в (13) $f_1 = 0$, $\Phi_1 = 0$ і $f_2 = 0$, $\Phi_2 = 0$ (лінія контакту розташована на циліндрі з радіусом $R_i = 0,5mz_i$), маємо

$$\varepsilon_\beta = z_i \frac{R_f (\cos \mu_{10} - \cos \mu_{20})}{\pi m},$$

де $\sin \mu_{10} = B_1/R_f$, $\sin \mu_{20} = B_2/R_f$.

Висновки:

1. У статті отримано і проаналізовано аналітичні залежності, що пов'язують значення показників працездатності аркових передач змішаного зачеплення з геометрією кругових зубців коліс і інструменту.

2. Отримані формули можуть бути використані для синтезу геометрії вихідного контуру за значенням якісних показників працездатності.

Список літератури: 1. *Гавриленко В.А.* Зубчатые передачи в машиностроении. – М.: Машгиз, 1962. – 532с. 2. *Скляров А.Е.* Исследование цилиндрических передач с круговыми зубьями: Дис. ... канд. техн. наук: 05.02.02. – Ворошиловград, 1973. – 167с. 3. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. Изд-во "Наука", М. 1968. – 584с. 4. *Вулгаков Э.В.* Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М.: Машиностроение. 1974. – 264с. 5. *Грибанов В.М., Малый Д.В., Фесенко Т.Н., Хмеловский Т.Г.* Сравнительный анализ зубчатых цилиндрических передач Новикова с арочным зубом // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – 2001. – Вып.13. – С.43-51. 6. *Шишов В.П., Носко П.Л., Ревакина О.А.* Цилиндрические передачи с арочными зубьями (теория, анализ, синтез): Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В.Даля, 2004. – 336с. 7. *Шишов В.П., Филь П.В., Ревакина О.А., Мухоматов А.А.* Геометро-кинематические показатели цилиндрических зубчатых передач с арочными зубьями // Ресурсосберегающие технологии производства и обработки давлением материалов в машиностроении. Сб. научн. работ. – Луганск: Изд. ВНУ, 2001. – С.193-200. 8. *Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.Н., Филь П.В.* Високонвантажени циліндричні передачі з двоопукло-ввігнутими зубьями. – Луганськ: СНУ ім. В.Даля, 2005. 9. *Shishov V., Tkach P., Chalaya E., Juravlyova T.* Internal geometry of active surfaces of teeth of cylindrical gear arch mixed gearing // TEKA Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture. – Vol.13, №3. – 2013. – P.203-208. 10. *Раишевский П.К.* Курс дифференциальной геометрии. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 420с.

Надійшла (received) 04.03.2014

УДК 621.833

Н.Л. УТУТОВ, д.т.н., профессор каф. "ДВС и машиноведение"
ВНУ им. В. Даля, Луганск;

Н.В. ПЛЯСУЛЯ, ассистент каф. "Прикладная математика" ВНУ им. В.Даля

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ЗАЦЕПЛЯЮЩИХСЯ ЗУБЬЕВ В КРУГОВИНТОВОЙ ГЛОБОИДНО-ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧЕ

В статье приведена математическая модель относительных движений в зубчатой глобоидно-цилиндрической круговинтовой передаче с двумя линиями зацепления. Проведен анализ коэффициента скольжения в горловом сечении глобоидно-цилиндрической зубчатой круговинтовой передачи и на границе торцевых плоскостей глобоидного колеса.

Ключевые слова: зубчатая передача, угловая скорость, относительная скорость, вращение, верчение.

Введение. В зацеплении круговинтовых зубьев глобоидно-цилиндрической зубчатой передачи одновременно происходят сложные движения: перекатывание, скольжение, верчение поверхностей зубьев одного колеса относительно зубьев другого колеса.

Уравнения поверхностей зубьев ведущего и ведомого колес представим в системах $O_1X_{11}Y_{11}Z_{11}$ и $O_2X_{22}Y_{22}Z_{22}$ координат соответственно.

Уравнения поверхностей головки зуба ведущего колеса в системе координат $O_1X_{11}Y_{11}Z_{11}$:

$$\begin{aligned}x_{11} &= (r_1 + R_1 \cos \lambda_{11}) \sin(\varphi_{11} + \varphi_1) + R_1 \cos(\varphi_{11} + \varphi_1) \sin \lambda_{11} \cos \beta_1; \\y_{11} &= (r_1 + R_1 \cos \lambda_{11}) \cos(\varphi_{11} + \varphi_1) - R_1 \cos(\varphi_{11} + \varphi_1) \sin \lambda_{11} \cos \beta_1; \\z_{11} &= p\varphi_1 \operatorname{ctg} \gamma - R_1 \sin \lambda_{11} \sin \gamma,\end{aligned}\quad (1)$$

где r_1 – радиус начальной окружности глобоида,

$$r_1 = r_{10}(1 + u - u \cos \varphi_2^*); \quad (2)$$

r_{10} – радиус начальной окружности глобоида в его средней (горловой части); φ_2^* – угол обхвата глобоидным колесом цилиндрического колеса; u – передаточное

© М.Л. Утутов, Н.В. Плясуля, 2014

число передачи; γ – угол подъема линии зуба на глобоидном колесе; P – винтовой параметр; R_1 – радиус кривизны профиля зуба головки зуба; λ_{11} – угол поворота радиусов профилирующей окружности; φ_1 – угол поворота ведущего колеса; β_1 – угол наклона линий зубьев и оси вращения ведущего колеса.

Уравнение поверхностей ножки зубьев ведущего колеса:

$$\begin{aligned}x_{12} &= (r_1 + R_2 \cos \lambda_{12}) \sin(\varphi_{11} + \varphi_1 - \xi_1) + R_2 \cos(\varphi_{11} + \varphi_1 - \xi_1) \sin \lambda_{12} \cos \beta_1; \\y_{12} &= (r_1 + R_2 \cos \lambda_{12}) \cos(\varphi_{11} + \varphi_1 - \xi_1) - R_2 \cos(\varphi_{11} + \varphi_1 - \xi_1) \sin \lambda_{12} \cos \beta_1; \\z_{12} &= p(\varphi_1 \operatorname{ctg} \gamma - \xi_1) - R_2 \sin \lambda_{12} \sin \gamma,\end{aligned}\quad (3)$$

где R_2 – радиус кривизны профиля ножки зуба в ведущего колеса; λ_{12} – независимая переменная, угол поворота радиусов профилирующих окружностей; ξ_1 – угол, определяющий положение профильности зуба относительно головки этого же зуба; φ_{11} – угол, определяющий положение торцевого сечения головки зуба с торцевой плоскостью ведущего колеса.

Уравнение поверхностей головки зуба ведомого колеса в системе $O_2X_{22}Y_{22}Z_{22}$:

$$\begin{aligned}x_{21} &= (r_2 + R_1 \cos \lambda_{21}) \sin(\varphi_{22} + \varphi_2) + R_1 \cos(\varphi_{22} + \varphi_2) \sin \lambda_{21} \cos \beta_2; \\y_{21} &= (r_2 + R_1 \cos \lambda_{21}) \cos(\varphi_{22} + \varphi_2) - R_1 \cos(\varphi_{22} + \varphi_2) \sin \lambda_{21} \cos \beta_2; \\z_{21} &= p\varphi_1 \operatorname{tg} \gamma - R_1 \sin \lambda_{21} \sin \gamma,\end{aligned}\quad (4)$$

где r_2 – делительный диаметр ведомого колеса; λ_{21} – независимая переменная; φ_{12} – угол, определяющий положение торцевого сечения головки зуба с торцевой плоскостью ведомого колеса.

Уравнения поверхностей ножек зубьев ведомого колеса:

$$\begin{aligned}x_{22} &= (r_2 + R_2 \cos \lambda_{22}) \sin(\varphi_{22} + \varphi_2 - \xi_2) + R_2 \cos(\varphi_{22} + \varphi_2 - \xi_2) \sin \lambda_{22} \cos \beta_2; \\y_{22} &= (r_2 + R_2 \cos \lambda_{22}) \cos(\varphi_{22} + \varphi_2 - \xi_2) - R_2 \cos(\varphi_{22} + \varphi_2 - \xi_2) \sin \lambda_{22} \cos \beta_2; \\z_{22} &= p(\varphi_1 \operatorname{tg} \gamma - \xi_2) - R_2 \sin \lambda_{22} \sin \gamma,\end{aligned}\quad (5)$$

где λ_{22} – независимая переменная; ξ_2 – угол, определяющий положение профиля ножки зуба колеса относительно головки зуба этого колеса.

Основное содержание. Относительные перекатывания зубьев друг по другу рассмотрим как состоящие из двух элементарных движений перекатываний, когда касательные к контактными линиям на их поверхностях не совпадают между собой.

Угловые скорости перекатывания зубьев по направлению касательной к контактными линиям на зубьях головок ведущего и ножек ведомого колес соответственно:

$$w_{n1Гкач} = \frac{V_{K1Г}}{\rho_{\lambda 11}} = \frac{w_1 K_{L11} \sqrt{K_{VK1Г}}}{K_{E11} \sqrt{K_{E11} K_{G11} - K_{F11}^2}}; w_{n2Hкач} = \frac{V_{K2H}}{\rho_{\lambda 22}} = \frac{w_2 K_{L22} \sqrt{K_{VK2H}}}{K_{E22} \sqrt{K_{E22} K_{G22} - K_{F22}^2}}, \quad (6)$$

где $V_{K1Г}$ и V_{K2H} – скорости перекатывания точки контакта по головке зуба ведущего и ножке зуба ведомого колес соответственно; $\rho_{\lambda 11}$ и $\rho_{\lambda 22}$ – радиусы кривизн поверхностей зубьев головки ведущего и ножки ведомого колес соответственно.

Аналогично (6) получим выражения угловых скоростей перекатывания точек контакта по направлению касательной к контактными линиям на зубьях ножек ведущего и головок ведомого колес соответственно:

$$w_{n1Hкач} = \frac{V_{K1H}}{\rho_{\lambda 12}} = \frac{w_1 K_{L12} \sqrt{K_{VK1H}}}{K_{E12} \sqrt{K_{E12} K_{G12} - K_{F12}^2}}; w_{n2Гкач} = \frac{V_{K2Г}}{\rho_{\lambda 21}} = \frac{w_2 K_{L21} \sqrt{K_{VK2Г}}}{K_{E21} \sqrt{K_{E21} K_{G21} - K_{F21}^2}}, \quad (7)$$