

## ЭНЕРГОПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ С НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ТОКАМИ БЕЗ ПАРАДОКСОВ (КОММЕНТАРИЙ К ДИСКУССИОННОЙ СТАТЬЕ ПРОФЕССОРА ДОЛБНИ В.Т. «ОБ ОДНОМ ПАРАДОКСЕ, ВОЗНИКАЮЩЕМ ПРИ АНАЛИЗЕ ЦЕПЕЙ С ВЫПРЯМИТЕЛЯМИ»)

**Введение.** Общеизвестно, что электропривод, а в более широком смысле – электромеханические системы, являются наиболее весомыми потребителями электрической энергии. Энергопроцессы в электромеханических системах – важнейший вопрос, определяющий быстродействие, точность, управляемость систем, их энергопотребление, энергоиспользование и энергоуправление. Упомянутые вопросы в конечном итоге определяют важнейшее – проблематику энергоресурсосбережения [3].

Ретроспективный анализ материалов значительных по масштабу конференций, прошедших за последние 10 лет, показывает, что сейчас, как и ранее, вопросам преобразования энергии, исследования энергопроцессов в электромеханических системах уделяется практически незначительное внимание. В основе исследований находятся электромеханические и электромагнитные процессы, которые отнюдь не эквивалентны энергетическим. Такое положение объясняется не отсутствием необходимости решать такие вопросы, а отсутствием приемлемых теоретических и практических подходов для анализа энергопроцессов в звеньях преобразования энергии из одного вида в другой, передачи энергии от объекта к объекту. При этом отсутствует единый подход к анализу энергопроцессов, например, в электромеханической и механической частях единой электромеханической системы.

Так, при анализе электроэнергетических процессов широко используются понятия активной, реактивной мощности, а также мощности искажения. При анализе механических процессов такого масштабного количества оценочных параметров, как известно, нет. Наиболее часто используются уравнения баланса активной мощности, учитывающие подводимую мощность, а также мощность потерь в звеньях общей цепи преобразования энергии в электрической сети, в электрических машинах, в кинематических передачах и др. Мощность при этом определяется известной зависимостью, связывающей среднее значение мощности  $P_0$  на заданном интервале усреднения:

$$P_0 = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt, \quad (1)$$

где  $T$  – интервал усреднения;  $p(t)$  – сигнал мгновенной мощности.

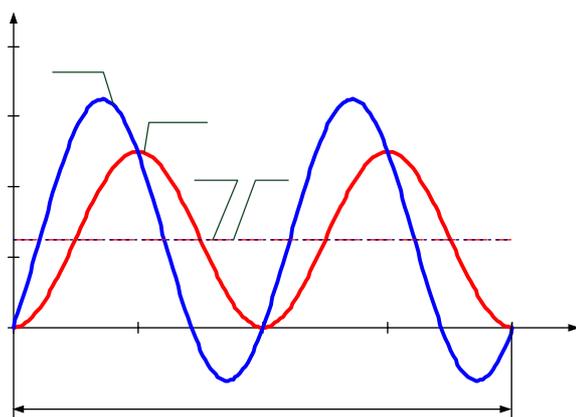


Рисунок 1 – Формирование постоянной составляющей мощности

Из рис. 1 следует, что одно и то же значение средней на интервале  $T$  мощности  $P_{10} = P_{20}$  может быть получено при различных зависимостях мгновенных мощностей  $p_1(t)$  и  $p_2(t)$  на интервале усреднения. Очевидно при этом, что внутри интервала, на котором осуществляется интегрирование, из-за разности мгновенных значений мощности на рассматриваемых траекториях возможна или практически неизбежна потеря информации, что не может не сказаться на качестве получаемых результатов.

### Анализ предыдущих исследований.

Теоретические предпосылки для создания теории энергопроцессов были заложены в 20-е годы прошлого столетия – на заре эпохи решения задач учета в сетях с преимущественно синусоидальными напряжениями и токами. Элементарной базой устройств измерительной техники при этом являлись приборы, в основе которых заложены принципы интегрирования параметров. В этот период по существу отсутствовали возможности анализа мгновенных величин параметров энергетического режима. В эти годы, однако, были заложены основы существующей до сих пор теории энергопроцессов.

Второй период развития теории начался во второй половине прошлого столетия в связи с освоением устройств преобразовательной техники. Энергопроцессы при этом однозначно можно было характеризовать высо-

кими, значительными уровнями искажения напряжения и тока. Работы в данном направлении весьма многочисленны [1-17]. Наиболее существенные результаты были получены проф. Маевским О. А. и Зиновьевым Г. С. [1, 2]. В основу разработанных теоретических положений был положен фундамент, созданный предшественниками в начале прошлого столетия. Наиболее сложными оказались понятия полной мощности электрических сигналов сложной формы. Это понятие является основополагающим при оценке показателей энергопроцессов в цепях с синусоидальными напряжениями и токами. Расхождения с оценкой параметров наиболее явно проявились в объяснении того, что полная мощность, активные и реактивные мощности не соответствуют закону сохранения в полном понимании этого слова. Эти невязки, по выражению Зиновьева Г. С., явились основанием для введения понятия мощности искажения – достаточно неопределенной субстанции. Противоречие частично было снято, когда появилось предложение считать мощность искажения совокупностью некоторых реактивных мощностей [2].

Третья волна интереса к энергопроцессам началась с широкомасштабного освоения цифровых микропроцессорных систем сбора и обработки сигналов. Возможности таких систем настолько значительны, что тривиальная задача учета электроэнергии реализуется с использованием не более процента ресурсов вычислительного устройства. С другой стороны, до сих пор не решенными явились вопросы оценки тех последствий, которые потребитель имеет при полигармонических сигналах напряжения и тока.

Открывшиеся возможности возбудили интерес к основополагающему каркасу энергопроцессов – к мгновенной мощности. Наиболее значимые исследования появились в работах [7-9], в ряде публикаций научной школы Кременчугского государственного университета [6, 10, 11, 15-17], а также в статьях профессора Жемерова Г. Г. по использованию так называемого  $r, d, q$  метода, представляющего собой интерпретацию иначе названного метода мгновенной мощности [4]. Интерес к методу мгновенной мощности вызван прежде всего теми возможностями, которые потенциально этот метод имеет.

**Материалы и результаты исследований.** Существующие методы основаны в значительной части на искусственных приемах, заключающихся в операциях с компонентами, но не с мощностью:

– определения полной мощности как произведения:

$$S = U_3 I_3 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}, \quad (2)$$

полная мощность имеет физический смысл в случае, если частота сигналов одинакова, а число компонент не превышает одной;

– определения произведения одной из компонент на производную от второй:

$$q(t) = u(t) \frac{di(t)}{dt} \quad \text{или} \quad q(t) = i(t) \frac{du(t)}{dt}; \quad (3)$$

– определения произведения одной из компонент на преобразованную с помощью преобразования Гилберта вторую:

$$\begin{aligned} Q &= u(t) H(i(t)); \\ Q &= i(t) H(u(t)). \end{aligned} \quad (4)$$

Преобразование Гилберта, по существу, позволяет сдвигать одну из компонент на определенный угол относительно другой. Возможен сдвиг всей кривой на фиксированный угол. Более правильным может быть сдвиг каждой из составляющих соответствующей компоненты на определенный угол, например,  $\pi/2$ .

При исследовании энергопроцессов в электрических цепях в основном анализируются режимы, которые достаточно условно можно отнести к периодическим с синусоидальными или несинусоидальными токами и напряжениями. С большим основанием можно отнести такие режимы к наиболее редко встречающимся на практике. Тем не менее, практически все аспекты теории энергопроцессов, касающиеся оценки показателей качества их, в основном относятся к указанным выше редко встречающимся, идеальным режимам, независимо от особенностей гармонического состава напряжения и тока. Вне внимания остаются достаточно актуальные вопросы оценки энергетических процессов в режимах с изменяющимися во времени токами и напряжениями, с изменяющимися во времени частотой, амплитудой и другими параметрами таких режимов, которые условно можно отнести к переходным; требуют соответствующей оценки энергопроцессов в цепях постоянного тока, то есть в тех случаях, где о периоде сигнала тока или напряжения говорить нельзя.

Наконец, следует учитывать важное обстоятельство, заключающееся в том, что для перечисленных режимов и других, возможных, должен использоваться один общий подход, что позволит говорить о некотором едином методологическом подходе. Это, естественно, усилит познавательную часть рассматриваемых вопросов и результатов анализа.

Другая сторона вопроса заключается в очевидной необходимости создания такого аппарата, который можно было бы использовать в разных физических средах, где преобразование энергии осуществляется в механических звеньях, электромагнитных средах и т. д. При этом очевидна актуальность указанного анализа в тех случаях, где процессы преобразования происходят в комплексе сред: цепь электропитания, электромагнитная система электрической машины, механические элементы двигателя и технологического механизма. Кажущаяся простота вопроса имеет, однако, сложности прежде всего в том, что в настоящее время имеется терминологическая

неувязка при анализе энергопроцессов в электрических сетях, в элементах механической связи двигателя и рабочей машины. Достаточно сказать, что в последнем случае отсутствует понятие реактивной мощности, мощности искажения и т. п.

Исходя из сказанного, можно сделать заключение о том, что теоретические аспекты оценки энергетических режимов должны отвечать минимальным критериям универсальности, т. е. применимости в разнообразных практических областях.

Сформулированный профессором Долбней В.Т. вопрос об особенностях энергопотребления в цепях с вентильными элементами в работе «Об одном парадоксе, возникающем при анализе цепей с выпрямителями» [14] составляет, по существу, заслуживающий подражания прецедент ввиду сложившегося низкого уровня контактности между представителями разных научных школ, даже несмотря на проявляющуюся тенденцию к регулярному проведению представительных научно-технических конференций, в частности, в области электромеханики и энергосбережения. Примечательно и то, что пример подает один из старейших специалистов по преобразовательной технике в Украине, сподвижник профессора Маевского О.А., создателя знаменитой школы преобразователей Харьковского политехнического университета, человека с мировым именем, благодаря созданной им теории интегральных оценок энергетических показателей вентильных преобразователей. Своевременность предложения дискуссии вполне очевидна в том плане, что из-за распада СССР, кризисных явлений в высшей школе явно снизился авторитет отечественной школы по преобразовательной технике прежде всего из-за уменьшения масштаба работ, упущенного драгоценного времени по указанным ранее причинам. Этим можно объяснить и тот факт, что вовремя не был зафиксирован и развит импульс развития вопросов теории энергопреобразования в период интенсивного становления техники нового поколения на полностью управляемых преобразовательных элементах. Этим можно объяснить успех специалистов США, Японии, Южной Кореи в развитии теоретических вопросов мгновенной мощности, наблюдаемый в периодической печати, начиная с конца прошлого столетия. Можно отметить, что значительных успехов в решении вопросов управления энергопроцессами добился коллектив профессора Жемерова Г.Г. [4, 5], а также исследователи в Кременчугском государственном университете им. Михаила Остроградского, сосредоточившими усилия на задачах идентификационного характера в электротехнических схемах и системах с использованием анализа мощности в частотной области [18].

Развитие теории энергопроцессов в наше время представляет собой дальнейшее совершенствование той базы, которая была создана Маевским О.А. и его последователями. Предлагаемый проф. Долбней В. Т. дискуссионный обмен позволит установить некоторый мост между теоретическими аспектами анализа энергопроцессов середины прошлого столетия и развивающимися в настоящее время. Этот дискуссионный обмен, по существу, позволит установить связь поколений исследователей, пострадавшую от известных политических потрясений.

Предлагаемый лейтмотив дискуссионного обмена формулируется таким образом: как объяснить отмеченный парадокс при анализе энергопроцессов с позиций полученных в последнее время результатов. При этом подчеркиваем – парадокс является результатом анализа с использованием классического интегрального метода оценок энергопроцессов.

На основании анализа простейшей цепи с последовательно включенными диодом и активным сопротивлением и питанием от синусоидального источника напряжения определяется мощность, равная произведению действующих значений напряжения сети и эффективного однонаправленного тока, который может быть представлен определенным спектром на основании известного метода гармонического анализа. В результате имеем напряжение в форме синусоидального и ток в форме полигармонического сигнала, включая постоянную составляющую.

Обратим внимание на то, что показатель энергопроцесса (полная мощность) получен путем умножения мер – эффективного тока и эффективного напряжения, но не путем анализа временной зависимости мгновенной мощности в форме произведения временных зависимостей напряжения  $u(t)$  и тока  $i(t)$ . Логично заключить, что лишь такое произведение несет информацию об энергопроцессе без искажения и ошибок. Показатели энергопроцесса в этой связи должны определяться на основании анализа зависимости  $p(t) = u(t)i(t)$ . Не затрагивая пока проблему показателей, поставим ряд вопросов в соответствии с высказанным ранее сомнением в отношении правильности сделанной математической операции:

– правомерно ли использования понятия полной (отдельные авторы используют термин «кажущейся») мощности;

– соответствует ли выполняемая традиционная операция определения полной мощности закону сохранения.

Возникновение парадокса вызвано, как говорилось ранее, не ошибочными положениями существующей теории интегральных оценок энергетических показателей в электрических цепях, а тем, что вне внимания исследователей остается одна из фундаментальных теорем теории цепей – теорема Телледжена [12]. Сущность этой теоремы исключительно важна: она является формализованной основой соблюдения закона сохранения в электрических цепях. В упрощенной, но приемлемой для дискуссии форме она звучит так: в каждый момент времени мощность на зажимах источника питания равна мощности потребителей. Игнорирование этой теоремы (теорема Телледжена в силу своей общей широкой трактовки на практике используется весьма редко), как указано выше, привело к ошибочному заключению, именуемому парадоксом.

К каким последствиям приводит наиболее произвольный подход, характеризующийся использованием понятия полной мощности.

Эффективные значения напряжения, тока, мощности:

$$I_{\vartheta} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left( \sum_{m=1}^{m=M} I_m(t) \right)^2 dt} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_m^2}; \quad (5)$$

$$U_{\vartheta} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left( \sum_{n=1}^{n=N} U_n(t) \right)^2 dt} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2}. \quad (6)$$

Такая мощность определяется так:

$$S = U_{\vartheta} I_{\vartheta} = \sqrt{(I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_m^2)(U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2)} = \sqrt{\sum_{\substack{m,n=1 \\ m=n}}^{m,n=M} U_n^2 I_m^2 + \sum_{\substack{m,n=1 \\ m \neq n}}^{m,n=M} U_n^2 I_m^2}. \quad (7)$$

Произведение  $U_n I_m$  при  $m=n$  означает полную мощность двух сигналов.

По имеющимся представлениям:

$$U_n^2 I_n^2 = \sqrt{P_0^2 + Q^2}. \quad (8)$$

Следовательно, последняя зависимость для полной мощности  $S$  будет:

$$S = \sqrt{\sum_{k=2}^{2M} P_{0k}^2 + \sum_{k=2}^{k=2M} Q_k^2 + \sum_{\substack{m,n=1 \\ m \neq n}}^{m,n=M} U_n^2 I_m^2}, \quad (9)$$

где  $k=2m=2n$ .

При этом принято считать, что последняя составляющая в подкоренном выражении равна квадрату мощности искажения  $T$ . В соответствии с этим выражение для полной мощности:

$$S = \sqrt{P_{0k}^2 + Q_k^2 + T^2}.$$

Отсюда видно, что в выражение полной мощности должна входить сумма квадратов активных мощностей соответствующих гармоник тока и напряжения. Корректность сделанного вывода очевидна, но неприемлим сам результат. Очевидно, что активная мощность определяется суммой активных мощностей отдельных одноименных гармоник напряжения и тока:

$$P_{0\Sigma} = P_{01} + P_{02} + \dots + P_{0m}. \quad (10)$$

С учетом (9) следует:

$$(P_{01} + P_{02} + \dots + P_{0m})^2 \neq P_{01}^2 + P_{02}^2 + \dots + P_{0m}^2 \quad (11)$$

или

$$(P_{0\Sigma})^2 \neq \sum (P_{0k})^2. \quad (12)$$

Такой же вывод можно сделать и в отношении так называемой реактивной мощности  $Q$ .

На основании выполненного анализа можно сделать вывод о необоснованности и ошибочности применения понятия полной мощности при оценке показателей полигармонических сигналов.

Общий вывод заключается в следующем:

- мгновенная мощность – это физическая величина, получаемая как произведение мгновенных зависимостей напряжения и тока;
- показатели энергопроцессов должны определяться из мгновенной мощности в форме некоторых адекватных мер;
- баланс мгновенных мощностей источника и потребителя в полной мере отвечает теореме Телледжена, т. е. закону сохранения;
- оценка энергетических показателей по отдельным одночастотным значениям напряжения и тока приводит к игнорированию частотных преобразований и, как следствие, не полностью соответствует закону сохранения;
- полная мощность полигармонических сигналов некорректна в плане оценки активной мощности отдельных гармоник и содержит малосодержательную меру мощности искажения. И то, и другое не соответствует корректной трактовке закона сохранения.

Рассмотрим электрическую цепь, которая содержит диод, включенный последовательно с активным сопротивлением (рис. 2) [15].

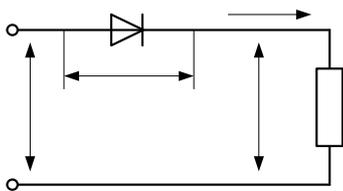


Рисунок 2 - Исследуемая электрическая цепь с диодом

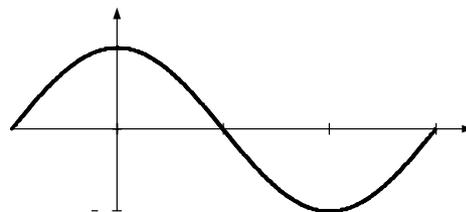


Рисунок 3 – Входное напряжение для цепи с диодом

В соответствии с рис. 2 и рис 3., при синусоидальном напряжении питания можно записать выражения для напряжения сети  $u_s(t)$  и составляющих тока потребителя  $i_c(t)$ :

$$u_s(t) = U_{s1} \cos(\Omega t);$$

$$i_c(t) = \sum_{m=0}^{m=M} I_m \cos(m\Omega t - \varphi_m),$$

где  $U_{s1}$  – амплитуда первой гармоники напряжения;  $m$  – порядок гармонических составляющих тока;  $\varphi_m$  – угол сдвига гармоник тока.

В общем случае, когда сетевое напряжение не синусоидально, его можно представить так:

$$u_s(t) = \sum_{n=0}^{n=M} U_{sn} \cos(n\Omega t - \varphi_{sn}). \quad (13)$$

Мгновенная мощность источника питания при этом:

$$p_s(t) = \sum_{m=0}^{m=M} I_m \cos(m\Omega t - \varphi_m) \sum_{n=0}^{n=N} U_{sn} \cos(n\Omega t - \varphi_{sn}). \quad (14)$$

Как видим, мощность представляет достаточно сложную зависимость, включающую комплекс векторных произведений компонент напряжения и тока. Каждое из произведений дает в общем случае пару векторов, круговые частоты которых определяются суммой и разностью частот векторов-сомножителей:  $k=m \pm n$  – частоты гармоник мгновенной мощности. При  $m=n$  одна из гармоник имеет частоту  $k=2m=2n$ , а вторая –  $k=0$ .

Частотные преобразования и их характер – отдельный вопрос, и ему будет уделено соответствующее внимание. Здесь дополнительно подчеркиваем, что каждая из компонент комплекса векторных произведений дает соответствующие векторы, а непосредственно мгновенная мощность представляет собой векторную сумму:

$$p(t) = \sum_{k=0}^{K=M+N} P_k \cos(k\Omega t - \varphi_k). \quad (15)$$

Не останавливаясь на известных правилах определения эффективных значений напряжения и тока, отметим, что их произведение  $U_s I_s$  дает скалярную величину, что говорит об ошибочности тривиальной операции по определению полной или кажущейся мощности, к искажению физической картины энергопроцесса.

Обратим также внимание на то, что количество составляющих мгновенной мощности существенно выше числа гармоник напряжения и тока, т. к.  $K=M+N$ . Это одно из отличительных особенностей частотных преобразований, которое должно учитываться при определении соответствия получаемого результата закону сохранения. Отсюда очевидно, что определение полной мощности не отражает полноты картины преобразования энергии при наличии нелинейных искажений в токе, напряжении или одновременно в том и другом. Лишь в одном случае – при синусоидальном напряжении и токе – эта операция имеет какую-то оправданность.

Дополнительно следует подчеркнуть то, что определение среднего значения мощности путем интегрирования зависимости  $p(t) = u(t)i(t)$  по существу является усреднением энергии на интервале, равном периоду переменного напряжения. Поэтому на интервале интегрирования неизбежно существенное отличие между  $p(t)$  и  $P_0$ , что можно рассматривать только с одной позиции – на интервале интегрирования имеет место потеря важной в энергетическом смысле информации.

Рассмотрим вопрос с энергетической позиции. Наблюдаемый парадокс объясним во многом нижеследующим. В предложенном анализе авторами статьи не анализируется в полном объеме энергобаланс во всех элементах цепи. Выполненный анализ в равной степени следует отнести как к источнику, так и к активному сопротивлению, причем энергобаланс не учитывает мощность вентильного элемента – источника нелинейных искажений. В сделанной постановке потерь активной мощности на элементе нет, но мгновенная мощность существует и определяется зависимостью:

$$p_d(t) = u_d(t)i_c(t). \quad (16)$$

С учетом последнего будет справедливо равенство:

$$u_s(t)i_c(t) = u_d(t)i_c(t) + Ri_c^2(t). \quad (17)$$

Запишем уравнение баланса мгновенной мощности в форме, вытекающей из разложения кривых  $u(t)$  и  $i(t)$  в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} & \sum_{n_s=0}^{n_s=N_s} U_{sn} \cos(n_s\Omega t - \varphi_{sn}) \sum_{m=0}^{m=M} I_m \cos(m\Omega t - \varphi_m) = \\ & = \sum_{n_d=0}^{n_d=N_d} U_{dn} \cos(n_d\Omega t - \varphi_{dn}) \sum_{m=0}^{m=M} I_m \cos(m\Omega t - \varphi_m) + R \left( \sum_{m=0}^{m=M} I_m \cos(m\Omega t - \varphi_m) \right)^2, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $U_{sn}$  – амплитуды гармонических составляющих источника питания;

$U_{dn}$  – амплитуды гармонических составляющих напряжения;

$I_m$  – амплитуды гармоник тока потребителя;

$\varphi_{su}, \varphi_{dn}, \varphi_n$  – соответствующие фазовые углы относительно общей вещественной оси.

Формально можно считать уместной математическую операцию сокращения правой и левой части на множитель  $i(t)$ , в результате чего уравнение мгновенной мощности превращается в уравнение электрического равновесия:

$$u_s(t) = u_d(t) + Ri_c(t), \quad (19)$$

Покажем, что такое упрощение, т. е. эквивалентизация баланса мгновенных мощностей и электрического равновесия попросту неправомерна.

Ответ на центральный вопрос, касающийся парадокса в вентильной схеме, получим в соответствии с положениями, отмеченными выше. Для этого представим выражение для энергетического равновесия в такой форме:

$$\sum_{n_s=0}^{n_s=N_s} U_{sn} \cos(n_s\Omega t - \varphi_{sn}) = \sum_{n_d=0}^{n_d=N_d} U_{dn} \cos(n_d\Omega t - \varphi_{dn}) + R \sum_{m=0}^{m=M} I_m \cos(m\Omega t - \varphi_m). \quad (20)$$

Если предположить напряжение питания синусоидальным и  $\varphi_{su} = 0$ , то получим такой результат:

$$U_{s1} \cos(\Omega t) = \sum_{n=0}^{n=N} U_{bn} \cos(n_b\Omega t - \varphi_{bn}) + R \sum_{m=0}^{m=N} I_m \cos(m\Omega t - \varphi_m). \quad (21)$$

Из последнего выражения видно, что постоянная составляющая тока равна:

$$I_0 = -\frac{U_{b0} \cos \varphi_{bo}}{R \cos \varphi_0}, \quad (22)$$

где  $U_{b0}$  – постоянная составляющая напряжения на вентильном элементе. Соответствующие значения могут быть получены для любой из гармоник тока. Таким образом, вентильный элемент применительно к данной цепи можно представить в качестве идеального преобразователя частоты. В этом, по существу, и ответ на вопрос природы упомянутого в обсуждаемой статье парадокса. Вывод может быть только один: при использовании метода мгновенной мощности необходим учет энергетических параметров всей цепи: источника питания, вентильного элемента, нагрузки. Все сказанное достаточно просто можно трансформировать на сложные вентильные системы с любыми формами нагрузки. В случае нелинейной нагрузки необходим учет характеристик нелинейного элемента нагрузки, хотя нельзя не отметить то, что расчет энергетического режима существенно усложняется.

Для упрощения записи опустим временно тригонометрические символы в уравнениях баланса мощности, а формирование произведений гармоник напряжения  $U_n$  и тока  $I_m$  представим в виде алгоритма (рис. 4).

На рис. 4 вертикальными линиями определены сомножители одинаковых – одночастотных параметров  $U_n$  и  $I_m$ , а штриховыми линиями определены возможные произведения разночастотных гармоник напряжения и тока. Игнорировать разночастотные произведения, естественно, недопустимо, однако для анализа важно знать, что по существу означает ансамбль гармоник мощности, образованных одночастотными составляющими напряжения и тока. Анализ показывает, что это те составляющие, которые получаются путем умножения уравнения электрического равновесия гармоник напряжения порядка «n» на гармонику тока порядка «m», причем при условии  $m=n$ . Эти произведения определяют постоянную составляющую активной мощно-

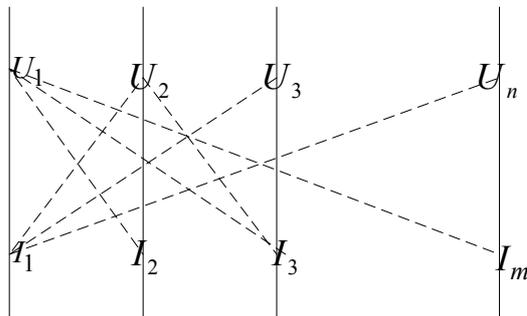


Рисунок 4 Формирование составляющих мощности из одно частотных и разночастотных компонент тока и напряжения

сти. Анализ показывает, что это те составляющие, которые получаются путем умножения уравнения электрического равновесия гармоник напряжения порядка «n» на гармонику тока порядка «m», причем при условии  $m=n$ . Эти произведения определяют постоянную составляющую активной мощно-

сти (активную мощность) и знакопеременные компоненты с частотами  $k=2m=2n$ . Эти знакопеременные компоненты представляют собой гармонические косинусные функции. Перекрестные разночастотные произведения образуют компоненты, порядок которых:  $k=m \pm n \neq 0$ . Итак, если в исследовании делаем предпочтение уравнениям электрического равновесия, то учитываем лишь часть мгновенной мощности; учет же всех составляющих возможен только в том случае, когда за основу берется уравнение баланса мгновенной мощности сети и элементов, входящих в цепь, запитанную от сети. В этом, и только в этом, в полном объеме удовлетворяются требования теоремы Телледжена.

Для детального анализа вопроса, касающегося энергетического парадокса, рассмотрим приведенный в статье В. Т. Довбни [14] пример с применением выше изложенного подхода. Для нахождения параметров этой системы используем автоматизированный алгоритм расчета составляющих мгновенной мощности на элементах исследуемого цепи [15]. В качестве функции, аппроксимирующей нелинейную характеристику диода, связывающую выходное напряжение  $U_c$  с входным  $U_s$ , выбрана полиномиальная зависимость:

$$U_c(U_s) = a_0 + a_1 U_s + a_2 U_s^2 + \dots + a_n U_s^n. \quad (24)$$

Для формирования полинома  $n$ -ой степени и составляющих мгновенной мощности на выходе диода, необходимо выполнить следующие действия, отображенные в алгоритме формирования гармонических составляющих мгновенной мощности на диоде (рис. 5):

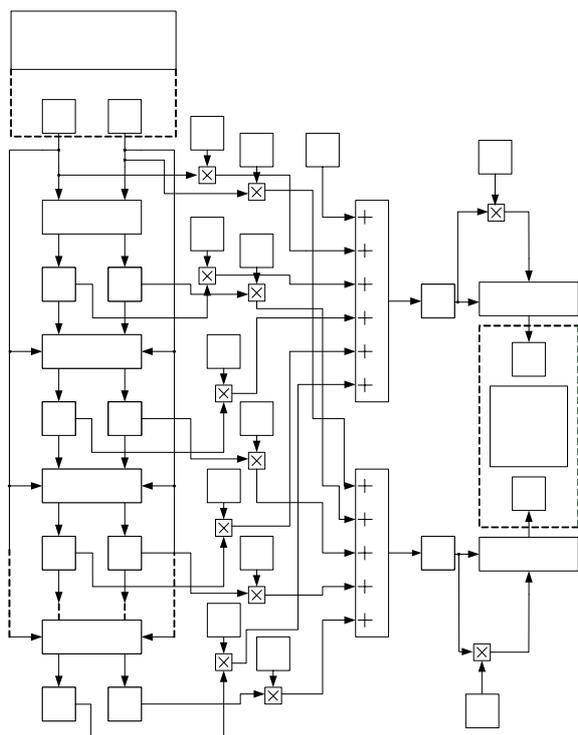


Рисунок 5 - Алгоритм формирования гармонических составляющих мгновенной мощности нелинейной цепи с диодом

- задаются массивы ортогональных гармонических составляющих напряжения питания ( $U_{sa}, U_{sb}$ );
- получаются массивы составляющих напряжения на выходе диода. Используя алгоритм свертки [15, 16], перемножают заданные массивы и получают вторую степень напряжения. Для получения третьей степени необходимо массивы, полученные вследствие предыдущего действия, перемножить с исходными данными. Описанную выше операцию необходимо выполнять, пока не будет получена заданная степень полинома;
- следующим этапом являются умножения полученных массивов составляющих напряжения на соответствующие коэффициенты полинома, при этом находятся  $U_{ca}, U_{cb}$  – вещественные и мнимые гармонические составляющие напряжения на выходе диода соответственно;
- определяются гармонические составляющие тока  $I_{ca}, I_{cb}$  путем умножения составляющих напряжения на выходе диода  $U_{ca}, U_{cb}$  на  $1/R$ ;
- перемножив полученные  $U_{ca}, U_{cb}$  и  $I_{ca}, I_{cb}$  определяются косинусные и синусные составляющие мгновенной мощности нелинейной цепи с диодом.

Для исследования точности аппроксимации нелинейной характеристики диода на результаты вычисления составляющих мгновенной мощности и тока были рассмотрены полиномы: 3-й, 4-й, 5-й и 6-й степеней (рис. 6).

С использованием автоматизированного алгоритма получения гармонических составляющих мгновенной мощности напряжения на выходе диода согласно алгоритму (рис. 5), были получены выражения для косинусных и синусных составляющих напряжения на выходе диода в символьном виде.

При исследовании электрических цепей удобно за начало отсчета принимать максимум напряжения сети питания. Тогда, при равенстве нулю синусной составляющей напряжения  $U_{bl}=0$  (рис. 3) синусные составляющие напряжений, токов и мощностей на элементах схемы также будут равны нулю. Формирование напряжения на выходе диода и тока потребителя в соответствии с алгоритмом (рис. 5) при 3-й степени аппроксимирующего полинома представлены в таблице 1.

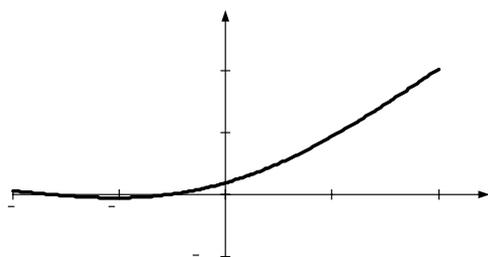


Рисунок 6 – Аппроксимационная зависимость нелинейной характеристики диода, представленная полиномом 3-й степени

Таблица 1 - Гармонический состав напряжений и тока нелинейной цепи с диодом

$U_{sa}$ - входное напряжение сети	$U_{sa}^2$	$U_{sa}^3$	$U_{ca}$ - напряжение на выходе диода (напряжение потребителя)	$I_{ca}$ - ток потребителя	$U_{da} = U_{sa} - U_{ca}$ - напряжение на диоде
$\begin{pmatrix} 0 \\ U_{a1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^3 \\ 0 \\ \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a0 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 \\ U_{a1} \cdot a1 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 \\ \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 \\ \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a0 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 \\ U_{a1} \cdot a1 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 \\ \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 \\ \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} (-a0) - \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 \\ U_{a1} - U_{a1} \cdot a1 - \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 \\ -\frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 \\ -\frac{1}{4} \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{R}$

В соответствии с предложенным алгоритмом (рис. 5) определяется состав мгновенной мощности элементов нелинейной цепи с диодом. При этом баланс мощности сходится только при учете составляющих мгновенной мощности на диоде  $p_{da}(t)$ :

$$\begin{aligned}
 & p_{ca}(t) + p_{da}(t) = p_{sa}(t) = \\
 & \left( \begin{aligned}
 & \frac{1}{4} \cdot a0^2 + \frac{1}{4} \cdot a0 \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 + \frac{3}{16} \cdot U_{a1}^4 \cdot a2^2 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a1^2 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^4 \cdot a1 \cdot a3 + \frac{5}{32} \cdot U_{a1}^6 \cdot a3^2 \\
 & a0 \cdot U_{a1} \cdot a1 + \frac{1}{2} \cdot a0 \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 + U_{a1}^3 \cdot a2 \cdot a1 + \frac{5}{8} \cdot U_{a1}^5 \cdot a2 \cdot a3 \\
 & \frac{1}{2} \cdot a0 \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 + \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^4 \cdot a2^2 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a1^2 + \frac{3}{4} \cdot U_{a1}^4 \cdot a1 \cdot a3 + \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^6 \cdot a3^2 \\
 & \frac{1}{4} \cdot a0 \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 + \frac{3}{8} \cdot U_{a1}^5 \cdot a2 \cdot a3 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^3 \cdot a2 \cdot a1 \\
 & \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^4 \cdot a1 \cdot a3 + \frac{1}{8} \cdot U_{a1}^6 \cdot a3^2 + \frac{1}{8} \cdot U_{a1}^4 \cdot a2^2 \\
 & \frac{1}{8} \cdot U_{a1}^5 \cdot a2 \cdot a3 \\
 & \frac{1}{32} \cdot U_{a1}^6 \cdot a3^2
 \end{aligned} \right) \cdot \frac{1}{R} + \\
 & \left( \begin{aligned}
 & -\frac{1}{4} \cdot a0^2 - \frac{1}{4} \cdot a0 \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 - \frac{3}{16} \cdot U_{a1}^4 \cdot a2^2 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a1^2 - \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^4 \cdot a1 \cdot a3 + \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^4 \cdot a3 - \frac{5}{32} \cdot U_{a1}^6 \cdot a3^2 \\
 & \frac{1}{2} \cdot a0 \cdot U_{a1} - a0 \cdot U_{a1} \cdot a1 - \frac{1}{2} \cdot a0 \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^3 \cdot a2 - U_{a1}^3 \cdot a2 \cdot a1 - \frac{5}{8} \cdot U_{a1}^5 \cdot a2 \cdot a3 \\
 & -\frac{1}{2} \cdot a0 \cdot U_{a1}^2 \cdot a2 - \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^4 \cdot a2^2 + \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^2 \cdot a1^2 - \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^4 \cdot a1 \cdot a3 + \frac{3}{8} \cdot U_{a1}^4 \cdot a3 - \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^6 \cdot a3^2 \\
 & -\frac{1}{4} \cdot a0 \cdot U_{a1}^3 \cdot a3 - \frac{3}{8} \cdot U_{a1}^5 \cdot a2 \cdot a3 - \frac{1}{2} \cdot U_{a1}^3 \cdot a2 \cdot a1 + \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^3 \cdot a2 \\
 & -\frac{1}{4} \cdot U_{a1}^4 \cdot a1 \cdot a3 - \frac{1}{8} \cdot U_{a1}^6 \cdot a3^2 - \frac{1}{8} \cdot U_{a1}^4 \cdot a2^2 + \frac{1}{8} \cdot U_{a1}^4 \cdot a3 \\
 & -\frac{1}{8} \cdot U_{a1}^5 \cdot a2 \cdot a3 \\
 & -\frac{1}{32} \cdot U_{a1}^6 \cdot a3^2
 \end{aligned} \right) \cdot \frac{1}{R} =
 \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^2 \cdot (2 \cdot a_1 + U_{a1}^2 \cdot a_3) \\ \frac{1}{2} \cdot U_{a1} \cdot (a_0 + U_{a1}^2 \cdot a_2) \\ \frac{1}{8} \cdot U_{a1}^2 \cdot (4 \cdot a_1 + 3 \cdot U_{a1}^2 \cdot a_3) \\ \frac{1}{4} \cdot U_{a1}^3 \cdot a_2 \\ \frac{1}{8} \cdot U_{a1}^4 \cdot a_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{R}$$

Расчетные параметры указанной цепи (рис.7) сравнивались с полученными на математической модели. За критерии адекватности расчета нелинейной цепи принимались: относительная погрешность по значениям гармонических составляющих искомого тока и мощности, погрешность по эффективным значениям сигналов, а также сравнение степени совпадения модельной и рассчитанной кривых по коэффициенту детерминации  $R^2$  и среднему квадратичному отклонению (СКО). Результаты сравнения приведены в таблице 2. Погрешности незначимых составляющих тока и мощности, амплитуды которых составляют меньше 1%, не оценивались.

Оценка точности определения искомого параметра представлена графиками восстановления кривых  $i(t)$  и  $p(t)$  (рис. 7) для полинома 3-й степени нелинейной характеристики диода.

Результаты сравнения модельного сигнала с рассчитанным с помощью метода мгновенной мощности показывают сходимость результатов. Большие значения погрешностей наблюдаются для незначительных ортогональных гармонических составляющих тока, который

не влияет на общий результат. Проанализировав полученные данные, можно сделать вывод, что с увеличением степени полиномиальной функции, которая описывает нелинейную характеристику диода, точность расчета возрастает.

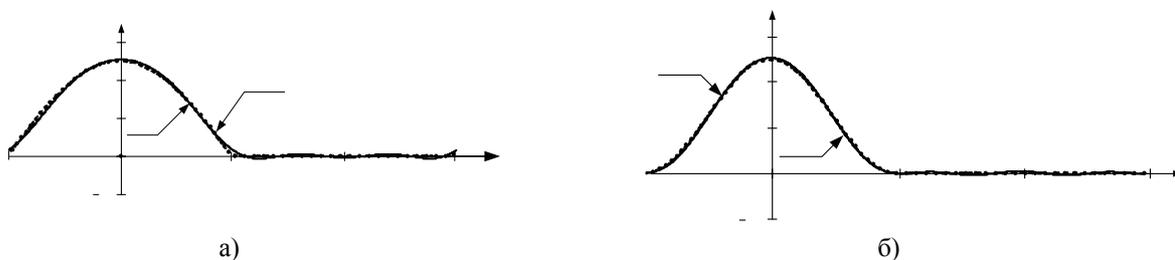


Рисунок 7 - Восстановление зависимостей: а) тока -  $i(t)$ ; б) мощности -  $p(t)$ :

$i_p(t)$  - кривая, построенная по расчетным значениям тока;  $i_m(t)$  - модельная кривая тока;  $p_p(t)$  - кривая, построенная по расчетным значениям мощности;  $p_m(t)$  - модельная кривая мгновенной мощности.

Таблица 2 - Оценка точности расчета составляющих тока и мгновенной мощности для полинома 3-й степени нелинейной характеристики диода

№	$i_c(t)$		№	$p_c(t)$			
	Re	Im		Re	Im		
	$\delta i_c(t), \%$	$\delta i_c(t), \%$		$\delta p_c(t), \%$	$\delta p_c(t), \%$		
Полином 3-й степени							
0	0,3	1	3	0	3,24	1	0,047
2	0,27	3	-	2	10	3	26,5
$\Delta i_{эф}, \%$			$\Delta p_{эф}, \%$				
1,825			2,077				
СКО		$R^2$		СКО		$R^2$	
0,882		0,988		0,385		0,994	

**Выводы.** Использование интегральных методов оценки энергопроцессов даже в простой нелинейной цепи дают ошибочный результат, сопровождающийся потерей информации о важных составляющих энергообменных процессов между источником питания, нелинейным элементом и нагрузкой. Использование метода мгновенной мощности, базирующегося на уравнениях энергоданса гармонических составляющих мощности всех элементов системы позволяет учесть все составляющие энергообменных процессов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Маевский О. А. Энергетические показатели вентильных преобразователей / Маевский О. А. – М.: Энергия, 1975. – 320 с.
2. Зиновьев Г. С. Прямые методы расчета энергетических показателей вентильных преобразователей / Зиновьев Г. С. – Новосибирск: изд-во Новосиб. ун-та, 1990. – 220 с.
3. Родькин Д. И. Актуальные вопросы теории и практики энергоресурсосберегающих электромеханических систем / Родькин Д. И. // Вісник КДПУ ім. М. Остроградського. – Вип. 3/2008(50) - Ч. 1. – С. 8-17.
4. Жемеров Г. Г. Система составляющих полной мощности и энергетических коэффициентов на основе р-q-г теории мощности / Жемеров Г. Г., Крылов Д. С., Тугай Д. В. // Технічна електродинаміка, тематичний випуск. Проблеми сучасної електротехніки, 2004. – Ч. 1. – С. 69-74.
5. Жемеров Г. Г. Мгновенные и средние активные и реактивные мощности в линейных цепях с синусоидальными напряжениями / Г. Г. Жемеров, Д. В. Тугай // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2004. – №43. – С. 153-160.
6. Родькин Д. И. Декомпозиция составляющих мощности полигармонических сигналов / Родькин Д. И. // Электротехника, 2003. – №6. – С. 34-37.
7. Nabai Akira, Tanaka Toshihiko. A New Definition of Instantaneous Active-Reactive Current and Power Based on Instantaneous Space Vectors on Polar Coordinates in Three-Phase Circuits // IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, No 3, 1996, P. 1238-1244.
8. Kim H. S., Akagi H. The Instantaneous Power Theory on the Rotating p-q-r Reference Frames // in Proc. IEEE / PEDS'99 Conf., Hong Kong, 1999, July. – P. 422-427.
9. Peng F. Z., Lai J. S. Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-phase Power Systems // IEEE Trans. Instrum. Meas., - 1996. – Vol. 45, No 1. – P. 293-297.
10. Родькин Д. И. Особенности анализа энергопроцессов в цепях с полигармоническим током и напряжением / Родькин Д. И. // Проблемы создания новых машин и технологий: Научн. труды КГПИ, 2002. – Вып. 2. – Ч. 1. – С. 2-18.
11. Родькин Д. И. Баланс составляющих мгновенной мощности полигармонических сигналов / Родькин Д. И. // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2007. – Вип. 3/2007(44). - Ч. 1. – С. 66 – 77.
12. Сиберт У. М. Цепи, сигналы, системы / Сиберт У. М. – М.: Мир, 1988. – 336 с.
13. Дезоер Ч. А. Ку Э. С. Основы теории цепей / Дезоер Ч. А. – М.: Связь, 1976. – 288 с.
14. Долбня В.Т. Об одном парадоксе, возникающем при анализе цепей с выпрямителями (в порядке обсуждения) // Науково-технічний журнал «Електроінформ», «Проблеми автоматизованого електроприводау Теорія і практика.» – Львов: ЕКОінформ, 2009. – С. 448-451.
15. Калінов А.П., Малякова М.С. Автоматизований алгоритм розрахунку електричних кіл за складовими миттєвої потужності // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук: КДПУ імені Михайла Остроградського, ІЕЕКТ, 2009. – Вип. 1. - С. 34-38.
16. Сидоренко В.М., Родькін Д.Й., Чорний О.П., Мамчур Д.Г. Автоматизація розрахунку складових миттєвої потужності електричних сигналів // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. - Вип. 3 (26). - Кременчук: КДПУ, 2004. - С. 91-96.
17. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Мгновенная мощность нелинейных элементов электрической цепи // XIV міжнар. наук.-техн. конф. «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета. – Днепродзержинск: ДГТУ, 2007. – С. 501–506.
18. Родькин Д. И. Развитие частотных методов оценки параметров двигателей переменного тока / Родькин Д. И., Калинов А. П., Ромашихин Ю. В. // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2005. – №3(33). - Ч. 2. – С. 43 – 47.