

В. М. ВАРТАНЯН, д-р. техн. наук, **А.В. КОНОНЕНКО**

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНСТАНТЫ СГЛАЖИВАНИЯ В ПРОГНОЗНОЙ МОДЕЛИ ПРОДАЖ

Розглядається рішення задачі вибору наладжуємого параметру у методі експоненціального згладжування для прогнозування продажу в моделях тимчасових серій. Наведено приклад використання методу з оцінкою ймовірності здобутих результатів.

Имеется целый ряд процессов, сложно поддающийся факторному анализу, в связи с чем, построение причинной модели в виде линейной регрессии не представляется возможным [1, 2].

Рассмотрим одну из задач прогноза, состоящую в установлении количественных оценок тенденций развития исследуемого процесса, путем анализа временных серий и проецирования их вперед на период интервала получения статистических данных.

Одним из методов получения необходимого решения является экспоненциальное сглаживание, базовая формула которого имеет вид

$$f_t = \alpha A_{t-1} + \sum_{i=1}^{t-2} \alpha(1-\alpha)^i A_{t-(i+1)}, \quad (1)$$

где F_t – прогноз, α – вес или константа сглаживания ($0 < \alpha < 1$), $A_{t-(i+1)}$ – текущие продажи прошлого периода.

Константа сглаживания α может быть изменена для придания большего веса текущим данным (когда α высока) или большего веса прошлым данным (когда α низка) и представляет собой настраиваемый параметр [3].

Рассмотрим одну из задач прогноза, состоящую в установлении константы сглаживания, которая характеризует особенности сезонного спроса на конкретный товар и региональные характеристики рынка.

Одним из методов получения необходимого результата является решение обратной задачи по имеющимся данным продаж. Суть предлагаемого подхода состоит в расчете констант сглаживания для известных данных f_i , в моменты T , T_{T-1} , T_{T-2} , ... , а затем в решении прямой задачи вычислении прогнозного значения константы сглаживания в прогнозируемый момент времени - T_{II} методом сплайн-аппроксимации.

Здесь f_i , - значение исследуемой функции в текущий - T и предшествующие моменты времени, T_{T-1} , T_{T-2} , ...

Это позволит повысить достоверность прогноза за счет учета особенностей конкретных условий реализации товаров, что заключается в адаптации прогнозной модели к специфике реальной ситуации.

Пример. Предположим, что динамика изменений продаж некоторого исследуемого процесса имеет вид $f_i[n]=1000(3+\sin(0.3+0.2T[n]))$, представленный на рис. 1

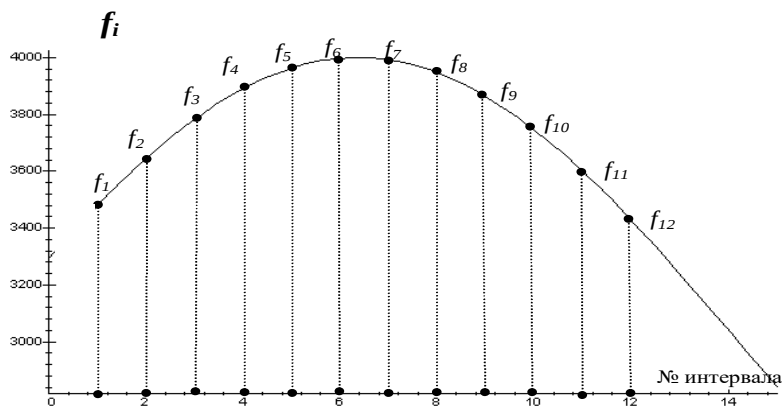


Рис. 1. Моделируемая функция продаж

Численные значения продаж на рассматриваемых интервалах времени сведены в таблице.

№ интервала	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Период	T_{T-10}	T_{T-9}	T_{T-8}	T_{T-7}	T_{T-6}	T_{T-5}	T_{T-4}	T_{T-3}	T_{T-2}	T_{T-1}	T_T	T_{II}
Значение параметра	3483	3651	3782	3893	3954	3999	3991	3942	3853	3739	3588	f_{12}

Константа сглаживания α может быть изменена для придания большего веса текущим данным (когда α высока) или большего веса прошлым данным (когда α низка) и представляет собой настраиваемый параметр.

Для рассмотренного примера

$$f_{12}(\alpha) = 41875\alpha - 208150\alpha^2 + 614745\alpha^3 - 1211667\alpha^4 + 1675747\alpha^5 - 1659010\alpha^6 + 1175215\alpha^7 - 583545\alpha^8 + 19337\alpha^9 - 38481\alpha^{10} + 3483\alpha^{11}. \tag{2}$$

График зависимости прогнозируемого значения исследуемого параметра от величины константы сглаживания представлен на рис. 2.

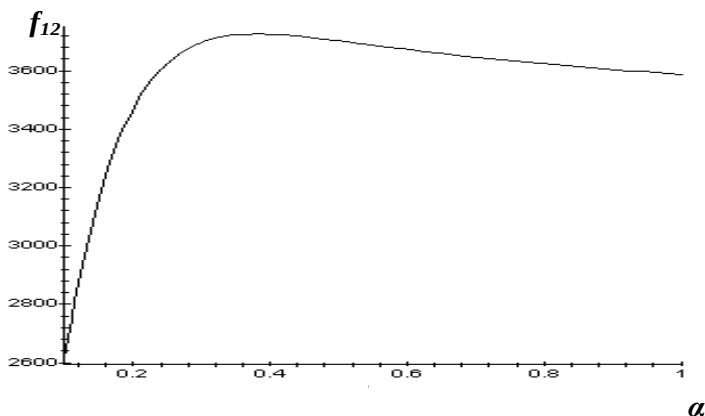


Рис. 2. Зависимость прогнозного значения продаж от величины константы сглаживания

Построим последовательность полиномов относительно константы сглаживания для известных значений исследуемой функции по таблице.

Для T_T : $34998\alpha^9 - 169863\alpha^2 - 3588 - 766785\alpha^4 + 444882\alpha^3 + 908962\alpha^5 - 158378\alpha^8 + 425167\alpha^7 - 750048\alpha^6 + 38287\alpha - 3483\alpha^{10} = 0$.

Откуда $\alpha_T = 0,233731$.

Для T_{T-1} : $34548\alpha - 135315\alpha^2 - 3739 + 451744\alpha^5 - 298304\alpha^6 + 126863\alpha^7 - 31515\alpha^8 + 3483\alpha^9 + 309567\alpha^3 - 457218\alpha^4 = 0$.

Откуда $\alpha_{T-1} = 0,296315$.

Для T_{T-2} : $30695\alpha - 3853 + 204947\alpha^3 - 252271\alpha^4 + 199473\alpha^5 - 104620\alpha^2 - 98831\alpha^6 + 28032\alpha^7 - 3483\alpha^8 = 0$.

Откуда $\alpha_{T-2} = 0,377524$.

Для T_{T-3} : $26753\alpha - 77867\alpha^2 + 3483\alpha^7 + 74282\alpha^5 - 24549\alpha^6 + 127080\alpha^3 - 125191\alpha^4 - 3942 = 0$.

Откуда $\alpha_{T-3} = 0,512089$.

Для T_{T-4} : $-3991 + 22762\alpha - 55105\alpha^2 + 71975\alpha^3 - 53216\alpha + 21066\alpha - 3483\alpha^6 = 0$

Откуда $\alpha_{T-4} = 0,858407$.

Аппроксимирующие полиномы на интересующем нас участке имеют вид:

$$\alpha_{Ih} = 0.548 - 0.063t; \quad (3)$$

$$\alpha_{Ik} = 1.115857117 - 0.413178548t + 0.07098213937t^2 - 0.004732142624t^3. \quad (4)$$

График изменения константы сглаживания, построенный по найденным значениям методом линейной и кубической сплайн-аппроксимации, представлен на рис. 3.

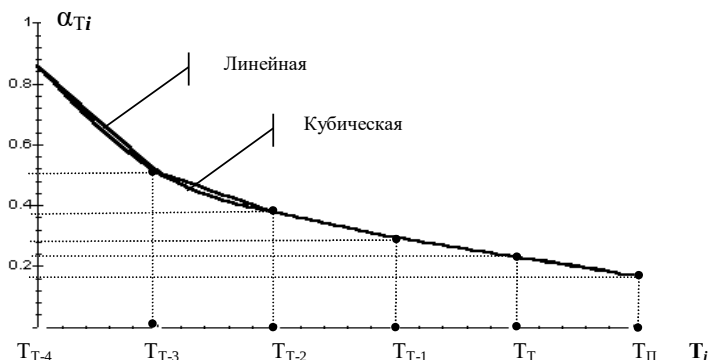


Рис. 3. Сплайн-аппроксимация константы сглаживания α_{Ti}

Совпадающее прогнозное значение константы сглаживания для линейной и кубической аппроксимации на рассматриваемый период составляет 0.17, что даст значение величины реализации на интервале № 12 равную:

$$\begin{aligned}
 f_{12} = & f_{11}\alpha + f_{10}\alpha(1-\alpha) + f_9\alpha(1-\alpha)^2 + f_8\alpha(1-\alpha)^3 + f_7\alpha(1-\alpha)^4 + \\
 & + f_6\alpha(1-\alpha)^5 + f_5\alpha(1-\alpha)^6 + f_4\alpha(1-\alpha)^7 + f_3\alpha(1-\alpha)^8 + \\
 & + f_2\alpha(1-\alpha)^9 + f_1\alpha(1-\alpha)^{10} = 3313.
 \end{aligned}
 \quad (5)$$

С учетом того, что моделируемая функция в рассматриваемом примере известна, то вычисленная ошибка прогноза составляет $\Delta = 2.93\%$, что является вполне удовлетворительным, с точки зрения прогноза продаж.

Т.о. рассмотрено решение задачи выбора настраиваемого параметра в методе экспоненциального сглаживания для прогнозирования продаж в моделях временных серий. Искомое значение константы сглаживания находится решением обратной задачи для серии текущих значений продаж в ретроспективе. Окончательное значение искомого параметра предложено определять путем сплайн-аппроксимации полученных значений константы сглаживания, вычисленных для предыдущих периодов.

Приведен пример использования метода с оценкой достоверности полученных результатов. Численно-аналитическое решение задачи выполнено с использованием интегрированного математического пакета MAPLE.

Список литературы: 1. Хьюбер Дж. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1984. – 304 с. 2. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 352 с. 3. Егоров В.В., Параднов Г.А. Прогнозирование национальной экономики. – М.: ИНФРА-М, 2001.

Поступила в редколлегию 11.05.05