

**Т. Б. НИКИТИНА**, д-р тех. наук, проф. НТУ «ХПІ»;  
**А. В. ВОЛОШКО**, канд. техн. наук НТЦ МТО НАН України, Харків;  
**М. О. ТАТАРЧЕНКО**, аспірант НТУ «ХПІ»

## СИНТЕЗ КОМБІНИРОВАННИХ СИСТЕМ РОБАСТНОГО УПРАВЛІННЯ

Пропонується метод синтезу комбінованих систем робастного управління, який дозволяє якнайповніше використовувати інформацію, про задаючу та збурюючу дії для підвищення точності управління. Зроблені висновки про еквівалентність класичної задачі комбінованого управління і задачі синтезу робастного управління.

**Ключові слова:** комбіноване управління, робастне управління, структура робастної комбінованої системи.

Предлагается метод синтеза комбинированных систем робастного управления, позволяющий наиболее полно использовать имеющуюся информацию о задающем и возмущающем воздействии для повышения высокой точности управления. Сделаны выводы об эквивалентности классической задачи комбинированного управления и задачи синтеза робастного управления.

**Ключевые слова:** комбинированное управление, робастное управление, структура робастной комбинированной системы.

A method is offered of synthesis of the combined systems of robust control, allowing to use most complete present information about the referent and disturbance influence for the rise of high exactness of control. Conclusions are done about the equivalence of classic task of the combined control and task of synthesis of robust control.

**Key words:** combined control, robust control, structure of the robust combined system.

**Введение.** Идея построения систем комбинированного управления благодаря усилиям ученых бывшего Советского Союза была чисто русским изобретением [1-4]. Теория инвариантности достаточно бурно развивалась в 30-50 годы прошлого столетия, о чем свидетельствует многочисленные всесоюзные конференции по теории инвариантности [1-2]. Однако в последнее время в ряде отечественных и зарубежных работ появилось направление по созданию систем комбинированного управления на основе синтеза систем робастного управления, в которых используется управление как по разомкнутому, так и по замкнутому контуру – т.е., по сути – комбинированное управление. Такое управление в англоязычной литературе называется «2-degree-of-freedom  $H_\infty$  design» – робастное управление удвоенной размерности степени свободы [5-8].

**Постановка проблемы, связь с научными и практическими задачами.** Синтез систем комбинированного управления, у которых сочетается принцип управления по разомкнутому и замкнутому контуру, схема которой показана на рис. 1, в ряде практических случаев позволяет

получать точность, недостижимую в классических системах только с обратной связью.

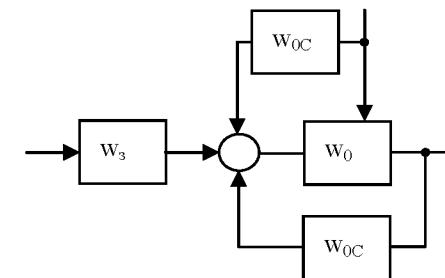


Рис.1 – Схема комбинированной системы управления.

При этом синтез контура обратной связи  $w_{oc}$  выполняется для обеспечения устойчивости и заданных показателей качества регулирования. Синтез разомкнутого контура регулирования  $w_3$  по заданию  $r_3$  осуществляется из условия, чтобы передаточная функция от заданного воздействия  $r$  до выходной координаты системы  $y$  была бы равна желаемой передаточной функции, в частности, для следящих систем, равной единице, т.е.

$$w_{yr} \equiv 1, \quad (1)$$

что соответствует комбинированному управлению по задающему воздействию.

Синтез разомкнутого контура регулирования  $w_B$  по возмущению выполняется из условия, чтобы передаточная функция от возмущающего воздействия  $F$  до выходной координаты системы  $y$  была бы тождественно равна нулю, т.е.

$$w_{yf} \equiv 1. \quad (2)$$

Условия (1) и (2) являются условиями инвариантности ошибки системы относительно задающего воздействия  $r_u$  возмущающего воздействия  $F(t)$ .

Заметим, что условие инвариантности по задающему воздействию (1) может быть записано в форме тождественного равенства нулю передаточной функции  $w_{er}$  ошибки  $\epsilon(t)$  отработки системой задающего воздействия  $r(t)$  так, что  $\epsilon(t) = r(t) - y(t)$ , а  $\epsilon(t) = w_{er}r(t)$ . При этом условие инвариантности (1) принимает вид

$$w_{er} \equiv 0, \quad (3)$$

что эквивалентно выражению (2) условий инвариантности системы по возмущающему воздействию  $F(t)$ .

Реализация условий инвариантности (1) и (2) приводит к необходимости реализации регуляторов  $w_s(p)$  и  $w_e(p)$  в виде передаточных функций, обратных передаточной функции объекта управления  $w_0(p)$ , замкнутого обратной связью  $w_{oc}(p)$ . Эти условия (1) и (2) не могут быть точно реализованы и обычно выполняются в виде разложения по степеням оператора  $p$  в виде

$$w_s(p) = \alpha_0 + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2 + \dots \quad (4)$$

Реализация разомкнутых контуров в виде ряда (3) требует знания не только задающих и возмущающих воздействий, но и их производных, что реально позволяет выполнить условия инвариантности (1) и (2) лишь до определенной степени оператора  $p$  и реализовать условия инвариантности приближенно до  $\varepsilon$ . Однако, даже такое приближенное выполнение условий инвариантности до  $\varepsilon$  реально позволяет получать системы с астатизмом второго, третьего и т.д. порядков и, по меньшей мере, обеспечивать повышенную точность управления в установившихся режимах.

Кроме того, синтез замкнутого  $w_{oc}$  и разомкнутых  $w_s$  и  $w_e$  контуров регулирования может осуществляться раздельно, так как синтез разомкнутых контуров регулирования не влияет на устойчивость системы, замкнутой обратной связью  $w_{oc}(p)$ .

Однако, проектирование и эксплуатация комбинированных систем управления вскрыла и их определенные недостатки. Во-первых, условия инвариантности (1) и (2) не учитывают наличие помех измерения задающего  $r(t)$  и возмущающего  $F(t)$  воздействий, имеющих место в реальных системах управления. Фактически, условия инвариантности (1) и (2) представляют условия бесконечно большой полосы пропускания системы и, следовательно, помехи измерения будут беспрепятственно усиливаться такой системой. Одним из подходов решения этой проблемы является предварительная фильтрация сигналов с помощью определенных фильтров, однако этот подход не позволяет решать полностью этот недостаток компенсированных систем.

Другим недостатком синтезированных систем комбинированного управления, следующем из условий выполнения (1) и (2), является игнорирование ограничений, реально присутствующих во всех исполнительных устройствах объектов управления. При синтезе комбинированных систем априори предполагается, что «подвижности» объекта – т.е. его энергетических возможностей достаточно для точной

обработки задающего воздействия  $r(t)$  и точной компенсации возмущающего воздействия  $F(t)$ , что реально не имеет места, либо требует использования заведомо более мощных и быстродействующих исполнительных устройств.

Еще одним существенным недостатком комбинированных систем управления является их высокая чувствительность к изменению параметров и структуры объекта управления, так как условия инвариантности (1) и (2) могут быть выполнены (теоретически точно, а практически приближенно) лишь для одной единственной точки пространства параметров объекта управления, изменяющихся в ходе работы.

Однако это не значит, что в системе управления не нужно использовать информацию о задающем и возмущающем воздействиях, а также о других переменных состояния. Рассмотрим постановку задачи синтеза комбинированного управления на основе современных методов робастного управления.

**Цель статьи.** Целью статьи является разработка методики синтеза систем робастного управления, у которых используется информация о задающем и возмущающем воздействиях для повышения точности управления, т.е. методики синтеза комбинированных систем робастного управления.

**Метод решения.** Смысловая постановка задачи синтеза комбинированного управления в виде условий инвариантности (1) и (2) подразумевает нулевую, а практически малую ошибку  $\varepsilon(t)$  отработки системой задающего воздействия  $r(t)$  при наличии возмущающего воздействия  $F(t)$  так, что

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t).$$

Естественно, что при синтезе комбинированной системы для выработки управляющего сигнала  $u(t)$  необходимо учитывать информацию о задающем воздействии  $r(t)$  и о возмущающем воздействии  $F(t)$ , а также о других компонентах вектора состояния системы  $x_0(t)$ , измеренных с соответствующими помехами  $f_i(t)$  так, что  $r_u(t) = r(t) + f_r(t)$ ,  $F_u(t) = F(t) + f_F(t)$ ,  $y_{ou}(t) = y_o(t) + f_o(t)$ .

Более того, обычно имеется информация о характере изменения задающего и возмущающего воздействий, так что могут быть заданы (естественно, приближенно) модели этих воздействий, например, в виде передаточных функций формирующих фильтров  $w_{qr}(p)$  и  $w_{qe}(p)$ , с помощью которых задающее  $r(t)$  и возмущающее  $F(t)$  воздействия формируются от генераторов случайных сигналов таким образом, чтобы

характеристики этих задающих  $r(t)$  и возмущающих  $F(t)$  воздействий были близки к характеристикам реальных задающих и возмущающих воздействий.

Введем вектор состояния расширенной системы  $x(t)$ , компонентами которого являются векторы состояния исходной системы  $x_0(t)$  и формирующих фильтров  $x_{\phi_r}(p)$  и  $x_{\phi_e}(p)$  задающего и возмущающего воздействий.

Введем вектор внешних воздействий  $w(t)$ , компонентами которого являются сигнал типа белого шума  $w_{бшз}(t)$ ,  $w_{бшe}(t)$ , поступающие на входы формирующих фильтров задающего  $r(t)$  и возмущающего  $F(t)$  воздействий, также помехи измерения  $f_y(t)$  – задающего воздействия  $r(t)$ ,  $f_e(t)$  – возмущающего воздействия  $F(t)$  и  $f_x(t)$  – вектора состояния  $x_0(t)$  исходного объекта управления

$$w(t) = \{w_{бшз}(t), w_{бшe}(t), f_r(t), f_e(t), f_x(t)\}^T.$$

Тогда рассматриваемая система может быть записана в стандартной форме, принятой в теории робастного управления [1-2].

При таком подходе для формирования управления  $u(t)$  используется информация о задающем  $r(t)$  и возмущающем  $F(t)$  воздействиях для получения минимальной  $H_\infty$  нормы ошибки  $\varepsilon(t)$  отработки системой задающего воздействия  $r(t)$  и компенсации возмущающего воздействия  $F(t)$ . При этом условия инвариантности (1) и (3) фактически формулируются в виде минимизации  $H_\infty$  нормы передаточной функции  $\|w_{\varepsilon}\|_\infty$  ошибки  $\varepsilon(t)$  отработки системой задающего воздействия  $r(t)$  и  $H_\infty$  нормы  $\|w_{yF}\|_\infty$  передаточной функции компенсации системой  $y(t)$  возмущающего воздействия  $F(t)$

$$\|w_{\varepsilon}\|_\infty \rightarrow \min, \|w_{yF}\|_\infty \rightarrow \min.$$

**Выводы из проведенного исследования, перспективы этого направления.** При синтезе робастного управления эффект комбинированного управления определяется тем, что используются вся имеющаяся информация о задающем и возмущающем воздействии. Причем, при синтезе робастного управления учитываются помехи измерения этих сигналов, с помощью соответствующих технических устройств. Однако, в отличие от классического комбинированного управления, когда разомкнутые контуры управления по задающему и возмущающему воздействиям

синтезируются отдельно, независимо друг от друга и, как правило, после синтеза контура обратной связи, при робастном управлении синтез контуров разомкнутого и замкнутого управлений выполняется одновременно для минимизации  $H_\infty$  нормы вектора цели  $z(t)$  робастного управления.

Для рассмотренных систем построены функции Гамильтона и показана эквивалентность структур систем комбинированного управления и систем робастного управления, у которых вектор внешних воздействий используется для восстановления вектора состояния расширенной системы, включающей вектор состояния соответственно объекта управления и вектор состояния внешних воздействий, задающих и возмущающих с помощью робастного наблюдателя. На основании анализа уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана-Айзекса показано, что никакие другие алгоритмы синтеза разомкнутого контура регулирования в структуре системы комбинированного управления не могут привести к повышению точности управления по сравнению с системой робастного управления и, следовательно, не могут сделать систему комбинированного управления «более оптимальной» по сравнению с оптимальной системой робастного управления.

Результаты экспериментальных исследований на стенде двух массовой электромеханической системы подтвердили эффективность такого подхода при синтезе комбинированной системы робастного управления.

**Список литературы:** 1. Кунцевич В.М. Инвариантность и квазинвариантность систем управления / В.М. Кунцевич // Праці міжнародної конференції «50 років інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України». Україна, Київ, 24-26 грудня 2007 р. – Київ: інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України. – 2008. – С. 61-74. 2. Кунцевич В.М. Квазинвариантность, робастность и адаптация в системах управления / В.М. Кунцевич // Труды научного семинара «70 – лет теории инвариантности». Москва, 2 июня 2008 г. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – С. 61 – 90. 3. Кунцевич В.М. От проблем управления одним объектом – к проблемам управления классами объектов / В.М. Кунцевич // Проблемы управления и информатики. – 1994. – № 1-2. – С. 3-15. 4. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В.М. Кунцевич. – К.: Наукова думка, 2006. – 264 с. 5. D.-W. Gu, P.Hr. Petkov, Konstantinov M.M. Robust Control Design with MATLAB. – Springer, 2005. – 389 p. 6. D. Hoyle, R. Hyde, D.J.N. Limebeer. An  $H^\infty$  approach to two-degree-of-freedom design. In Proceedings of the 30 th IEEE Conference on Decision and Control, pages 1581-1585, Brighton, UK, December 1991. 7. D.J.N. Limebeer, E.M. Kasenally, J.D. Perkins. On the design of robust two degree of freedom controllers. Automatica, 29:157 – 1993. 8. G. Murad, I. Postlethwaite, D.-W. Gu, R. Samar. On the structure of an  $H^\infty$  two-degree-of-freedom internal model-based controller and its application to a glass tube production process. In Proceedings of the Third European Control Conference. – Р. 595-600, Rome, September 1995.

Надійшла до редколегії 11.12.2012