ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ НАХОЖДЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ

Ивашко А.В., Лунин Д.А., Денисенко М.А.
Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт», г. Харьков,
E-mail: ivashkoauts@ gmail.com, lunindenis77@gmail.com

Нахождение спектральной плотности мощности (СПМ) актуально при решении задач в радиолокации, связи, технической и медицинской диагностики и многих других [1]. При вычислении СПМ широкое распространение получили алгоритмы спектрального оценивания, основанные на представлении сигнала как результата прохождения белого шума через цифровой фильтр. При вычислении оценок параметров модели используется система уравнений Юла-Уолкера представленная в (1), коэффициентами которой являются отсчеты автокорреляционной функции (АКФ) анализируемого сигнала:

$$\begin{bmatrix} r_{xx}[0] & r_{xx}[-1] & \cdots & r_{xx}[-p] \\ r_{xx}[1] & r_{xx}[0] & \cdots & r_{xx}[-p+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{xx}[p] & r_{xx}[p-1] & \cdots & r_{xx}[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a[1] \\ \vdots \\ a[p] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{\omega} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где

$$r_{xx}[m]=\frac{1}{N\text{-}m}\sum_{i=0}^{N\text{-}m\text{-}1} x_i \cdot x_{i+m}\,, \tag{2}$$

Основной объем вычислений приходится на нахождение АКФ, однако, решение системы уравнений Юла-Уолкера также занимает значительные ресурсы у вычислительной системы. При небольших p эту систему можно решить с помощью обращения матрицы, для которой потребуется произвести порядка p^3 действий. Однако на практике часто требуется решать систему уравнений с большим p, поэтому желательно применять более эффективные методы решения данной системы, такой как авторегрессионный алгоритм.

Задача решения системы уравнений Юла-Уолкера с помощью авторегрессионного алгоритма становится задачей построения авторегрессионного фильтра, на выходе которого формируется заданная последовательность символов (рис. 1).

А далее восстанавливается вектор коэффициентов фильтра f, который и является решением уравнения Юла-Уолкера.

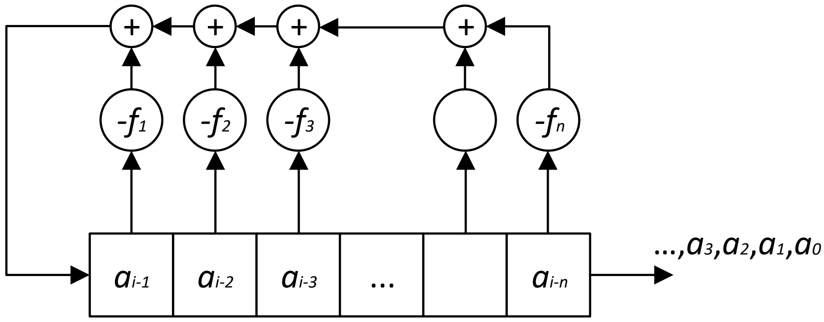

Рисунок 1 – Авторегрессионный фильтр

При вычислении вектора *f* используются следующие рекуррентные равенства [2,3]:

Для начальных условий: $f^{(0)}(x)=1$, $t^{(0)}(x)=1$ и $L_0=0$,

выполняются уравнения:

$$\Delta_r=\sum_{j=0}^{n-1} f_j^{(r-1)} a_{r-j},$$

$$L_r=\delta_r(r-L_{r-1})+(1-\delta_r)L_{r-1},$$

$$\begin{bmatrix} f^{(r)}(x) \\ t^{(t)}(x) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & -\Delta_r x \\ \Delta_r^{-1}\delta_r & (1-\delta_r)x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f^{(r-1)}(x) \\ t^{(t-1)}(x) \end{bmatrix},$$

$r=1,...,2n$, где $\delta_r=1$, если одновременно $\Delta_r\neq 0$ и $2L_{r-1}\leq r-1$, и $\delta_r=0$ в противном случае.

На *r*-м шаге алгоритм содержит число умножений, равное примерно удвоенной степени многочлена $f^{(r)}(x)$. Степень многочлена $f^{(r)}(x)$ равна примерно $r/2$ и при $2n$ итераций, алгоритм содержит примерно $2n^2$ умножений и $2n^2$ сложений.

Следовательно, авторегрессионный алгоритм в вычислениях эффективнее по сравнению с алгоритмом обращения матрицы, в котором требуется порядка n^3 операций.

Список литературы

1. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. / С.Л. Марпл.-мл. – М. : Мир, 1990. – 584 с.
2. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Р. Блейхут – М. : Мир, 1986. – 576 с.
3. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов / Р. Блейхут – М. : – Мир, 1989. – 448 с.