

ПРИНЦИП РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК В АСИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМАХ КОМПЕНСИРОВАННОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Мишин В.И., д.т.н., Чуенко Р.Н., к.т.н., Кулинич А.Н.
Национальный аграрный университет, кафедра "Электрических машин и эксплуатации электрооборудования"
Украина, 03041, Киев, ул. Героев обороны, 12,
тел. (044) 267-87-57

Розглянуто методику та принцип розрахунку асиметричних режимів роботи компенсованого асинхронного двигуна для порівняльної характеристики їх з серійним асинхронним короткозамкнутим двигуном.

Рассмотрена методика и принцип расчета асимметричных режимов работы компенсированного асинхронного двигателя для сравнительной характеристики их с серийным короткозамкнутым асинхронным двигателем.

Объединение в цепи статора компенсированного асинхронного двигателя (КАД) обмоток серийного асинхронного двигателя (АД) и поворотного автотрансформатора (АТ), включенного на электрическую емкость [6, 7] определяет ряд особенностей физических явлений и свойств КАД [3] по сравнению с серийным базовым АД.

Наличие в цепи статора КАД электрических контуров с емкостью приводит к эффектам подмагничивающего действия емкостного тока и введения добавочной ЭДС в цепь ротора через статор. Изменение пространственной ориентации токов основной и дополнительной обмоток АТ, включенного на емкость, величины емкости, схем включения конденсаторов, соотношения чисел витков (W) основной и дополнительной обмоток (ΔW) дает возможность в широких пределах изменять величину и характер потребляемой двигателем реактивной мощности, его коэффициента мощности, оказывать существенное влияние на пусковой момент, рабочие и пусковые токи, потери мощности в обмотках. Двигатель становится энергосберегающим, регулируемым по потреблению реактивной мощности, с возможностью влияния на пусковые и рабочие характеристики.

По-иному, по сравнению с АД, протекают в КАД и переходные процессы как в нормальных так и аномальных режимах. Например, за счет электрических контуров с емкостью при пуске уменьшается время разгона двигателя, а при отключении от питающей сети появляется электродинамический тормозной момент и уменьшается время торможения, при обрыве одной фазы питающей сети, пусковой момент не падает до нуля и т.п.

Исследования таких явлений в переходных и установившихся процессах нормальных и аномальных режимов КАД может быть проведено на базе математической модели по некоторой обобщенной электрической схеме, представленной на рис. 1.

Так как задачей исследования является выявление особенностей и анализ физических процессов в КАД, закономерностей их протекания, основных свойств КАД по сравнению с серийным двигателем, за основу принята классическая математическая модель асинхронной машины с постоянными параметрами [1, 4, 5], что, как показали лабораторные исследования, обеспечивает не только качественные, но и количественные результаты, отвечающие требованиям необходимой степени точности инженерной практики.

Математическая модель представлена в реальных фазовых координатах основной обмотки статора с приведением к ее фазным осям токов неподвижного

ротора, эквивалентного вращающемуся и дополнительной обмотки статора пространственно смещенной относительно основной на произвольный угол $0 \leq \delta \leq 2\pi$. Это дает возможность в результате расчетов при заданных ЭДС источника питания, параметрах двигателя [8] и величинах вносимых сопротивлений (рис. 1) определять реальные токи статорной цепи и приведенные токи ротора, электромагнитный момент и скорость машины, а также зависящие от них величины напряжений и мощности.

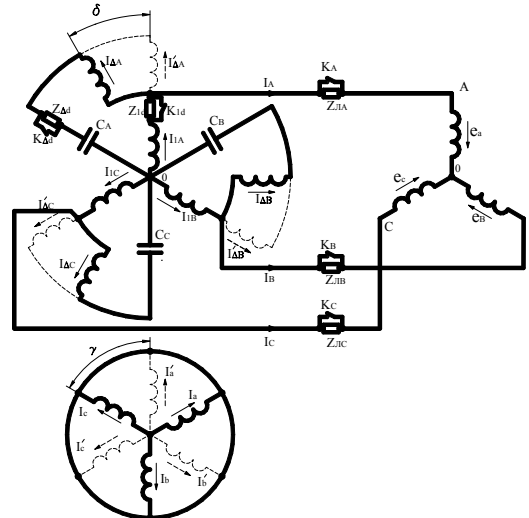


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема КАД для расчета процессов в асимметричных режимах (реальное положение обмоток представлено сплошными линиями, приведенное к оси основной обмотки - пунктиром)

Математическая модель электромагнитных и электромеханических процессов КАД для режимов работы их по схеме (рис. 1) представлена системой уравнений электрического равновесия контуров цепей статора и ротора, уравнениями электромагнитного момента двигателя и движения привода.

Принимаем для исследования симметричный трехфазный компенсированный асинхронный двигатель по схеме рис. 1 с постоянными параметрами Т-образной схемы замещения базового серийного двигателя [8]. Асимметричные режимы в системе источник питания – компенсированный асинхронный двигатель создаем асимметрией вносимых сопротивлений питающей линии $Z_{ЛA}=r_{ЛA}+jx_{ЛA}$, $Z_{ЛB}=r_{ЛB}+jx_{ЛB}$, $Z_{ЛC}=r_{ЛC}+jx_{ЛC}$, введением внешних сопротивлений в цепь обмоток одной из фаз статора, например, в цепь основной обмотки фазы "А"

$Z_{1d} = r_{1d} + jx_{1d} = r_{1d} + j\omega L_{1d}$ и дополнительной обмотки в виде $Z_{\Delta d} = r_{\Delta d} + jx_{\Delta d} = r_{\Delta d} + j\omega L_{\Delta d}$, величины электрических емкостей в фазах в общем виде могут быть различными C_A, C_B, C_C . ЭДС источника питания задаются симметричными по фазам

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \cos \omega t, \\ e_B &= E_m \cos(\omega t - \rho) \\ e_C &= E_m \cos(\omega t + \rho) \text{ при } \rho = 120^\circ \end{aligned}$$

или асимметричными

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \cos(\omega t + \psi_A) + e_0, \\ e_B &= E_m \cos(\omega t - \rho + \psi_B) + e_0, \\ e_C &= E_m \cos(\omega t + \rho + \psi_C) + e_0. \end{aligned}$$

При достаточно большой мощности источника питания, степень асимметрии и величина ЭДС неизменны и не зависят от режима работы двигателя, а напряжение на отдельных элементах фаз зависит от режима работы двигателя, поэтому уравнения электрического равновесия контуров фаз системы "двигатель – сеть – источник питания", например, для контура основной обмотки статора, необходимо составлять относительно заданных и неизменных напряжений (ЭДС) фаз источника питания как

$$\begin{aligned} e_A &= u_{1A} + u_{\Delta d} + u_{\Delta A} + u_0; \\ e_B &= u_{1B} + u_{\Delta B} + u_0; \\ e_C &= u_{1C} + u_{\Delta C} + u_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_{1A}, u_{1B}, u_{1C} - напряжение фаз основных обмоток статора двигателя; $u_{\Delta d}$ - напряжение на сопротивлении Z_{1d} , которое вводится в цепь основной обмотки фазы "А"; $u_{\Delta A}, u_{\Delta B}, u_{\Delta C}$ - падения напряжения на сопротивлении $Z_{\Delta \Phi} = r_{\Delta \Phi} + jx_{\Delta \Phi} = r_{\Delta \Phi} + j\omega L_{\Delta \Phi}$ питающей линии соответственно в фазах "А", "В", "С"; u_0 - напряжение нулевой последовательности между нулевой точкой двигателя и источника питания, имеющее место при асимметричных режимах и переходных процессах.

При этом напряжение на основной обмотке фазы равно

$$u_{1\Phi} = -(e_{1\Phi} - i_{1\Phi} r_1),$$

где $e_{1\Phi} = -\frac{d\psi_{1\Phi}}{dt}$ ЭДС фазы основной обмотки статора, $i_{1\Phi}$ - ток фазы, $\psi_{1\Phi}$ - потокосцепление обмотки.

В соответствии со схемой рис. 1 потокосцепление этой обмотки, созданное собственным током и токами всех других обмоток статора и ротора, связанных с ней взаимноиндуктивной связью [2], выражается, например, для фазы "А", как

$$\begin{aligned} \psi_{1A} &= (L_1 + M_\Phi) i_{1A} + M_\Phi [i_{1B} \cos \rho + i_{1C} \cos(-\rho)] + \\ &+ k M_\Phi [i_{\Delta A} \cos \delta + i_{\Delta B} \cos(\delta + \rho) + i_{\Delta C} \cos(\delta - \rho)] + \\ &+ M_\Phi [i_a \cos \gamma + i_b \cos(\gamma + \rho) + i_c \cos(\gamma - \rho)], \end{aligned} \quad (2)$$

где L_1 - индуктивность рассеяния основной обмотки фазы статора; M_Φ - главная собственная индуктивность этой обмотки (или обмотки ротора), а также взаимная индуктивность с равными ей другими обмотками при совпадении их осей; k - отношение количества витков дополнительной ΔW и основной W обмотки статора, $k = \frac{\Delta W}{W}$; $i_{\Delta \Phi}$ - ток дополнительной

обмотки соответствующей фазы.

С учетом $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$ и $\cos(\pm \rho) = -0,5$ первая часть выражения (2) становится равной $(L_1 + \frac{3}{2} M_\Phi) i_{1A} = L_S i_{1A}$, где $L_S = L_1 + \frac{3}{2} M_\Phi = L_1 + M$ - полная индуктивность основной обмотки фазы статора, $M = \frac{3}{2} M_\Phi$ - полная главная индуктивность фазы трехфазной обмотки статора с учетом взаимной индуктивной связи ее с двумя другими обмотками других фаз.

Наличие в выражении (2) произвольного угла δ и переменного угла вращения ротора $\gamma = \int \omega_p dt$ приводит к периодическому изменению взаимной индуктивности между обмотками и усложняет расчет токов при заданных ЭДС источника питания и параметрах двигателя и сети. В классической теории электрических машин [4, 5] применяют приведение токов и потоков обмотки ротора к неподвижным осям фаз обмотки статора, заменяя вращающийся ротор эквивалентным неподвижным, исключают из уравнений угол γ . Для КАД с тремя взаимно смещенными системами обмоток к оси основной обмотки статора приводят как токи ротора так и токи дополнительной ΔW или вторичной обмотки поворотного АТ. Из выражения (2) эти токи, приведенные к оси основной обмотки соответственно запишутся:

- для дополнительной обмотки фазы "А" статора

$$i'_{\Delta A} = \frac{2}{3} [i_{\Delta A} \cos \delta + i_{\Delta B} \cos(\delta + \rho) + i_{\Delta C} \cos(\delta - \rho)],$$

- для фазы "А" обмотки ротора

$$i'_a = \frac{2}{3} [i_a \cos \gamma + i_b \cos(\gamma + \rho) + i_c \cos(\gamma - \rho)], \quad (3)$$

тогда поток ψ_{1A} можно выразить

$$\psi_{1A} = L_S i_{1A} + k M i'_{\Delta A} + M i'_a,$$

а в общем виде для любой фазы основной обмотки статора

$$\psi_{1\Phi} = L_S i_{1\Phi} + k M i'_{\Delta \Phi} + M i'_{2\Phi}, \quad (4)$$

где

$$i'_{\Delta \Phi} = i'_{\Delta A, B, C} = i_{\Delta A, B, C} \cdot \prod(\delta),$$

$$i'_{2\Phi} = i'_{a, b, c} = i_{a, b, c} \cdot \prod(\gamma),$$

$$\prod(\delta) = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \delta & \cos(\delta + \rho) & \cos(\delta - \rho) \\ \cos(\delta - \rho) & \cos \delta & \cos(\delta + \rho) \\ \cos(\delta + \rho) & \cos(\delta - \rho) & \cos \delta \end{vmatrix} \quad (5)$$

- матрица приведения трехфазной системы координат по углу δ (аналогично записывается для тока ротора матрица приведения по углу γ [1]).

С учетом (2-5) ЭДС основной обмотки фазы "А" статора становится равной

$$e_{1A} = -\frac{d\psi_{1A}}{dt} = -\left(L_S \frac{di_{1A}}{dt} + k M \frac{di'_{\Delta A}}{dt} + M \frac{di'_a}{dt} \right),$$

в других фазах такие ЭДС будут выражены через собственные потоки ψ_{1B}, ψ_{1C} . Принимая падение напряжения на сопротивлениях линии как $u_{\Delta \Phi} = i_{\Phi} r_{\Delta \Phi} + L_{\Delta \Phi} \frac{di_{\Phi}}{dt}$ при токе $i_{\Phi} = i_{1\Phi} - i_{\Delta \Phi}$ и напряжение на вносимом сопротивлении в основную обмотку фазы "А" Z_{1d} в виде $u_{\Delta d} = i_{1A} r_{1d} + L_{1d} \frac{di_{1A}}{dt}$, запишем

уравнение (1) электрического равновесия контуров фаз основной обмотки статора – сети – источника:

$$\left\{ \begin{aligned} e_A &= i_{1A}(r_1 + r_{1d}) + (L_S + L_{1d}) \frac{di_{1A}}{dt} + kM \frac{di'_{1A}}{dt} + \\ &+ M \frac{di'_a}{dt} + i_{A'} r_{1A} + L_{1A} \frac{di_A}{dt} + u_0; \\ e_B &= i_{1B} r_1 + L_S \frac{di_{1B}}{dt} + kM \frac{di'_{1B}}{dt} + M \frac{di'_b}{dt} + \\ &+ i_{B'} r_{1B} + L_{1B} \frac{di_B}{dt} + u_0; \\ e_C &= i_{1C} r_1 + L_S \frac{di_{1C}}{dt} + kM \frac{di'_{1C}}{dt} + M \frac{di'_c}{dt} + i_{C'} r_{1C} + \\ &+ L_{1C} \frac{di_C}{dt} + u_0, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Уравнения электрического равновесия фаз симметричного по параметрам, неподвижного, короткозамкнутого ротора, эквивалентного вращающемуся, независимо от степени асимметрии токов и напряжений статора могут быть записаны [2] в виде:

$$\left\{ \begin{aligned} 0 &= i'_{a2} r_2 + L_p \frac{di'_a}{dt} + M \frac{di'_{1A}}{dt} + kM \frac{di'_{1A}}{dt} + \\ &+ \frac{\omega_p}{\sqrt{3}} [L_p (i'_b - i'_c) + M(i_{1B} - i_{1C}) + kM(i'_{1B} - i'_{1C})], \\ 0 &= i'_{b2} r_2 + L_p \frac{di'_b}{dt} + M \frac{di'_{1B}}{dt} + kM \frac{di'_{1B}}{dt} + \\ &+ \frac{\omega_p}{\sqrt{3}} [L_p (i'_c - i'_a) + M(i_{1C} - i_{1A}) + kM(i'_{1C} - i'_{1A})], \\ 0 &= i'_{c2} r_2 + L_p \frac{di'_c}{dt} + M \frac{di'_{1C}}{dt} + kM \frac{di'_{1C}}{dt} + \\ &+ \frac{\omega_p}{\sqrt{3}} [L_p (i'_a - i'_b) + M(i_{1A} - i_{1B}) + kM(i'_{1A} - i'_{1B})], \end{aligned} \right. \quad (7)$$

Последнее слагаемое в правой части уравнений (7) выражает так называемую ЭДС вращения, которая представляет неподвижный ротор эквивалентным вращающемуся [4].

Напряжение на конденсаторе фазы, как выходное напряжение АТ, может быть представлено сумой ЭДС обмоток АТ с учетом падений напряжений в обмотках и на вносимых в цепь АТ сопротивлениях:

$$u_{\Delta\Phi} = \frac{1}{C_\Phi} \int i_{\Delta\Phi} dt = (e_{1\Phi} - i_{1\Phi} r_1) - u_{\Phi 1d} + (e_{\Delta\Phi} - i_{\Delta\Phi} r_{\Delta}) - u_{\Delta\Phi d} =$$

$$= -u_{1\Phi} - u_{\Phi 1d} + u_{\Delta\Phi} - u_{\Delta\Phi d} \quad (8)$$

где $e_{\Delta\Phi} - i_{1\Phi} r_1 = -u_{1\Phi}$ или $u_{1\Phi} = -(e_{1\Phi} - i_{1\Phi} \cdot r_1)$ - напряжение на основной обмотке фазы, т.е. на первичной обмотке АТ, $e_{\Delta\Phi} - i_{\Delta\Phi} \cdot r_{\Delta} = u_{\Delta\Phi}$ - напряжение на дополнительной (вторичной) обмотке АТ, $u_{\Phi 1d} = i_{1A} \cdot r_{1d} + L_{1d} \frac{di_{1A}}{dt}$, $u_{\Delta\Phi d} = i_{\Delta A} \cdot r_{\Delta d} + L_{\Delta d} \frac{di_{\Delta A}}{dt}$ - падения напряжения на вносимых в цепь АТ сопротивлениях Z_{1d} и $Z_{\Delta d}$, r_{1d} и $r_{\Delta d}$ - их активные составляющие, L_{1d} и $L_{\Delta d}$ - индуктивности, соответствующие реактивным сопротивлениям x_{1d} и $x_{\Delta d}$. Сопротивления Z_{1d} и $Z_{\Delta d}$ (рис. 1) имеют место только в фазе "А".

ЭДС вторичной (дополнительной) обмотки АТ, пространственно смещенной относительно основной обмотки на угол δ , может быть выражена как реаль-

ная величина $e_{\Delta\Phi} = -\frac{d\psi_{\Delta\Phi}}{dt}$ относительно своей оси

или как приведенная $e'_{\Delta\Phi} = -\frac{d\psi'_{\Delta\Phi}}{dt}$ к оси основной обмотки.

В первом случае реальный поток дополнительной обмотки, например фазы "А" равен

$$\psi_{\Delta A} = (\Delta L + k^2 M) i_{\Delta A} + kM_\Phi [i'_{1A} \cos \delta + i'_{1B} \cos(\delta - \rho) + i'_{1C} \cos(\delta + \rho)] + kM_\Phi [i'_a \cos \delta + i'_b \cos(\delta - \rho) + i'_c \cos(\delta + \rho)]$$

или $\psi_{\Delta A} = L_{S\Delta} i_{\Delta A} + kMi'_{1A} + kMi'_a$,

что в общем виде может быть записано как

$$\psi_{\Delta\Phi} = L_{S\Delta} \cdot i_{\Delta\Phi} + kM \cdot i'_{1\Phi} + kM \cdot i'_{2\Phi}, \quad (9)$$

где $L_{S\Delta} = \Delta L + k^2 M$ - полная индуктивность дополнительной обмотки, ΔL - ее индуктивность рассеяния, $k^2 M$ - полная главная индуктивность этой обмотки при числе ее витков $\Delta W = kW$, при этом $M \equiv W^2$, $i'_{1\Phi}$, $i'_{2\Phi}$ - ток основной обмотки фазы и приведенный к ней ток ротора, приведенные к оси дополнительной обмотки, которые выражены таким образом:

$$i'_{1A} = \frac{2}{3} [i'_{1A} \cos \delta + i'_{1B} \cos(\delta - \rho) + i'_{1C} \cos(\delta + \rho)],$$

$$i'_a = \frac{2}{3} [i'_a \cos \delta + i'_b \cos(\delta - \rho) + i'_c \cos(\delta + \rho)]$$

или в общем виде:

$$i'_{1\Phi} = i'_{1A,B,C} = i_{1A,B,C} \cdot \prod^{-1}(\delta),$$

$$i'_{2\Phi} = i'_{a,b,c} = i'_{a,b,c} \cdot \prod^{-1}(\delta)$$

$$\prod^{-1}(\delta) = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \delta & \cos(\delta - \rho) & \cos(\delta + \rho) \\ \cos(\delta + \rho) & \cos \delta & \cos(\delta - \rho) \\ \cos(\delta - \rho) & \cos(\delta + \rho) & \cos \delta \end{vmatrix} \quad (10)$$

- транспонированная матрица приведения трехфазной системы координат по углу δ .

Умножение потока $\Psi_{\Delta\Phi}$ в выражении (9) на матрицу $\prod(\delta)$ дает приведение его и всех токов, входящих в уравнение (9), к оси основной обмотки, т.е.

$$\Psi'_{\Delta\Phi} = L_{S\Delta} \cdot i'_{\Delta\Phi} + kM \cdot i'_{1\Phi} + kM \cdot i'_{2\Phi} \quad (11)$$

а токи $i'_{1\Phi}$, $i'_{2\Phi}$ возвращаются к исходным значениям $i_{1\Phi}$, $i_{2\Phi}$ по оси основной обмотки. Реальная ЭДС дополнительной обмотки относительно своей оси и приведенная к оси основной обмотки будут равны соответственно:

$$e_{\Delta\Phi} = -\left(L_{S\Delta} \frac{di_{\Delta\Phi}}{dt} + kM \frac{di'_{1\Phi}}{dt} + kM \frac{di'_{2\Phi}}{dt} \right),$$

$$e'_{\Delta\Phi} = -\left(L_{S\Delta} \frac{di'_{\Delta\Phi}}{dt} + kM \frac{di_{1\Phi}}{dt} + kM \frac{di_{2\Phi}}{dt} \right), \quad (12)$$

Любое выражение (12) ЭДС дополнительной обмотки может быть принято для дальнейших расчетов, но более удобным оказалось реальное ее значение $e_{\Delta\Phi}$, по которому будем определять напряжение на дополнительной обмотке $u_{\Delta\Phi} = e_{\Delta\Phi} - i_{\Delta\Phi} \cdot r_{\Delta}$.

Для упрощения расчетов напряжения ($u_{1\Phi} + u_{\Phi 1d}$) в последующем выразим через ЭДС e_Φ фазы источника как

$$u_{1\Phi} + u_{\Phi 1d} = e_{\Phi} - u_{1\Phi} - u_0,$$

тогда уравнение (8) представится в виде

$$\frac{1}{C_{\Phi}} \int i_{\Delta\Phi} dt = -e_{\Phi} + u_{1\Phi} + u_0 + u_{\Delta\Phi} - u_{\Delta\Phi d}$$

или по каждой фазе для схемы (рис.1)

$$\begin{cases} \frac{1}{C_A} \int i_{\Delta A} dt = -e_A + i_A r_{1A} + L_{1A} \frac{di_A}{dt} + u_0 - \\ -i_{\Delta A}(r_{\Delta} + r_{\Delta d}) - (L_{S\Delta} + L_{\Delta d}) \frac{di_{\Delta A}}{dt} - kM \left(\frac{di_{1A}''}{dt} + \frac{di_a''}{dt} \right), \\ \frac{1}{C_B} \int i_{\Delta B} dt = -e_B + i_B r_{1B} + L_{1B} \frac{di_B}{dt} + u_0 - \\ -i_{\Delta B} r_{\Delta} - L_{S\Delta} \frac{di_{\Delta B}}{dt} - kM \left(\frac{di_{1B}''}{dt} + \frac{di_b''}{dt} \right), \\ \frac{1}{C_C} \int i_{\Delta C} dt = -e_C + i_C r_{1C} + L_{1C} \frac{di_C}{dt} + u_0 - \\ -i_{\Delta C} r_{\Delta} - L_{S\Delta} \frac{di_{\Delta C}}{dt} - kM \left(\frac{di_{1C}''}{dt} + \frac{di_c''}{dt} \right). \end{cases} \quad (13)$$

В расчетной системе уравнений (6, 7, 13) при заданных фазных ЭДС источника питания, параметрах двигателя и его скорости, значениях вносимых сопротивлений определяют токи $i_{1A}, i_{1B}, i_{1C}, i_{\Delta A}, i_{\Delta B}, i_{\Delta C}, i_a', i_b', i_c'$. Токи питающей линии определяются по найденным значениям токов обмоток АТ как $i_A = i_{1A} - i_{\Delta A}, i_B = i_{1B} - i_{\Delta B}, i_C = i_{1C} - i_{\Delta C}$.

Однако неопределенность значения нулевого напряжения u_0 , наличие в расчетных уравнениях кроме реальных токов их значений, приведенных к разным осям (к оси основной обмотки фазы - $i_{\Delta\Phi}', i_{2\Phi}'$ и к оси дополнительной обмотки - $i_{1\Phi}'', i_{2\Phi}''$) затрудняют расчеты.

В дальнейшем оставляем приведенными к оси основной обмотки статора только токи ротора, которые не изменяют результаты расчетов по величине МДС, мощности, момента двигателя. Постоянство в заданной конкретной схеме угла δ между осями пер-

вичной и вторичной обмоток поворотного АТ упрощает условия использования его при расчетах реальных токов статора, значения которых определяем из выражений типа:

$$i_{\Delta A, B, C}' = i_{\Delta A, B, C} \cdot \prod(\delta);$$

$$i_{1A, B, C}'' = i_{1A, B, C} \cdot \prod^{-1}(\delta);$$

$$i_{a, b, c}'' = i_{a, b, c}' \cdot \prod^{-1}(\delta).$$

Используя (5, 10) и условие типа $i_A + i_B + i_C = 0$, заменяя ток одной из фаз, суммой (с обратным знаком) двух других, получаем:

$$\begin{aligned} i_{\Delta A}' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_{\Delta A} \cos(\delta + 30^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta + 90^\circ)]; \\ i_{\Delta B}' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_{\Delta A} \cos(\delta - 90^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta - 30^\circ)]; \\ i_{\Delta C}' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_{\Delta A} \cos(\delta + 150^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta - 150^\circ)]; \\ i_{1A}'' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_{1A} \cos(\delta - 30^\circ) + i_{1B} \cos(\delta - 90^\circ)]; \\ i_{1B}'' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_{1A} \cos(\delta + 90^\circ) + i_{1B} \cos(\delta + 30^\circ)]; \\ i_{1C}'' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_{1A} \cos(\delta - 150^\circ) + i_{1B} \cos(\delta + 150^\circ)]; \\ i_a'' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_a' \cos(\delta - 30^\circ) + i_b' \cos(\delta - 90^\circ)]; \\ i_b'' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_a' \cos(\delta + 90^\circ) + i_b' \cos(\delta + 30^\circ)]; \\ i_c'' &= \frac{2\sqrt{3}}{3} [i_a' \cos(\delta - 150^\circ) + i_b' \cos(\delta + 150^\circ)]. \end{aligned} \quad (14)$$

Используя в уравнениях (6, 7, 13) связь (14) между токами, приведенными к различным осям (основной или дополнительной обмоток), выражая токи линии как $i_{\Phi} = i_{1\Phi} - i_{\Delta\Phi}$ и ток фазы "С" через токи двух других фаз, получим систему расчетных уравнений в пофазной записи их

$$\begin{cases} e_A = i_{1A}(r_1 + r_{1d} + r_{1A}) + (L_S + L_{1d} + L_{1A}) \frac{di_{1A}}{dt} - i_A r_{1A} - L_{1A} \frac{di_{\Delta A}}{dt} + M \frac{di_a'}{dt} + u_0 + \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [i_{\Delta A} \cos(\delta + 30^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta + 90^\circ)]; \\ e_B = i_{1B}(r_1 + r_{1B}) + (L_S + L_{1B}) \frac{di_{1B}}{dt} - i_B r_{1B} - L_{1B} \frac{di_{\Delta B}}{dt} + M \frac{di_b'}{dt} + u_0 + \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [i_{\Delta A} \cos(\delta - 90^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta - 30^\circ)]; \\ -e_C = (i_{1A} + i_{1B})(r_1 + r_{1C}) - (i_{\Delta A} + i_{\Delta B}) r_{1C} + (L_S + L_{1C}) \frac{d(i_{1A} + i_{1B})}{dt} - L_{1C} \frac{d(i_{\Delta A} + i_{\Delta B})}{dt} + M \frac{d(i_a' + i_b')}{dt} - u_0 - \\ - \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [i_{\Delta A} \cos(\delta + 150^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta - 150^\circ)]; \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} 0 = i_a' r_2 + L_p \frac{di_a'}{dt} + M \frac{di_{1A}}{dt} + \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [i_{\Delta A} \cos(\delta + 30^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta + 90^\circ)] + \\ + \frac{\omega_p}{\sqrt{3}} [L_p (i_a' + 2i_b') + M (i_{1A} + 2i_{1B}) + 2kM [i_{\Delta A} \cos(\delta - 60^\circ) + i_{\Delta B} \cos \delta]], \\ 0 = i_b' r_2 + L_p \frac{di_b'}{dt} + M \frac{di_{1B}}{dt} + \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [i_{\Delta A} \cos(\delta - 90^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta - 30^\circ)] - \\ - \frac{\omega_p}{\sqrt{3}} [L_p (2i_a' + i_b') + M (2i_{1A} + i_{1B}) + 2kM [i_{\Delta A} \cos \delta + i_{\Delta B} \cos(\delta + 60^\circ)]], \\ 0 = -(i_a' + i_b') r_2 - L_p \frac{d(i_a' + i_b')}{dt} - M \frac{d(i_{1A} + i_{1B})}{dt} + \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [i_{\Delta A} \cos(\delta + 150^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta - 150^\circ)] + \\ + \frac{\omega_p}{\sqrt{3}} [L_p (i_a' - i_b') + M (i_{1A} - i_{1B}) + 2kM [i_{\Delta A} \cos(\delta + 60^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta + 120^\circ)]], \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases}
-\frac{1}{C_A} \int i_{\Delta A} dt = e_A - i_A r_{\Delta A} - L_{\Delta A} \frac{di_A}{dt} + i_{\Delta A} (r_{\Delta} + r_{\Delta d} + r_{\Delta A}) + (L_{S\Delta} + L_{\Delta d} + L_{\Delta A}) \frac{di_{\Delta A}}{dt} - u_0 + \\
+ \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [(i_{1A} + i'_a) \cos(\delta - 30^\circ) + (i_{1B} + i'_b) \cos(\delta - 90^\circ)]; \\
-\frac{1}{C_B} \int i_{\Delta B} dt = e_B - i_B r_{\Delta B} - L_{\Delta B} \frac{di_B}{dt} - i_{\Delta B} (r_{\Delta} + r_{\Delta B}) + (L_{S\Delta} + L_{\Delta B}) \frac{di_{\Delta B}}{dt} - u_0 + \\
+ \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [(i_{1A} + i'_a) \cos(\delta + 90^\circ) + (i_{1B} + i'_b) \cos(\delta + 30^\circ)]; \\
\frac{1}{C_C} \int (i_{\Delta A} + i_{\Delta B}) dt = e_C + (i_{1A} + i_{1B}) r_{\Delta C} + L_{\Delta C} \frac{d(i_{1A} + i_{1B})}{dt} - (i_{\Delta A} + i_{\Delta B}) (r_{\Delta} + r_{\Delta C}) - (L_{S\Delta} + L_{\Delta C}) \frac{d(i_{\Delta A} + i_{\Delta B})}{dt} - u_0 + \\
+ \frac{2\sqrt{3}}{3} kM \frac{d}{dt} [(i_{1A} + i'_a) \cos(\delta - 150^\circ) + (i_{1B} + i'_b) \cos(\delta + 150^\circ)]
\end{cases} \quad (17)$$

Система уравнений (15, 16, 17) может быть использована лишь в частном случае для расчета переходных и установившихся электромагнитных процессов в симметричном режиме КАД при заданных ЭДС источника питания, параметрах двигателя, величинах δ и C , а также при заданной постоянной скорости вращения ω_p ротора. По результатам расчета можно построить статические электромеханические характеристики для установившихся процессов двигателя. Асимметрия цепи вызывает появление неопределенного нулевого напряжения u_0 , наличие которого в уравнениях исключает решение системы без дополнительных условий.

Для использования уравнений электрического равновесия фаз в общем случае для расчета процессов в любом режиме КАД их нужно представить относи-

тельно линейных напряжений (ЭДС) двух фаз по контуру электрической цепи, когда исключаются нулевые напряжения. Уменьшается до двух и число уравнений в каждой из отдельных трехфазных цепей при замене тока одной из фаз через токи двух других фаз. Тогда уравнения электрического равновесия КАД для расчета на ПК запишутся в виде (18 – 20).

Система уравнений (18 – 20) более универсальна т.к. может быть использована для расчета переходных и установившихся электромагнитных процессов КАД при любой степени асимметрии источника питания и вносимых в цепи фаз сопротивлений, но при заданной постоянной скорости вращения ω_p ротора,

$$\omega_p = \omega_0(1 - S), \quad \omega_0 = 2\pi f.$$

$$\begin{cases}
e_A - e_B = i_{1A} (r_1 + r_{1d} + r_{1A}) + (L_S + L_{1d} + L_{1A}) \frac{di_{1A}}{dt} - i_{1B} (r_1 + r_{1B}) - (L_S + L_{1B}) \frac{di_{1B}}{dt} - \\
- i_{\Delta A} r_{\Delta A} + [2kM \cos(\delta + 60^\circ) - L_{\Delta A}] \frac{di_{\Delta A}}{dt} + i_{\Delta B} r_{\Delta B} + [2kM \cos(\delta + 120^\circ) + L_{\Delta B}] \frac{di_{\Delta B}}{dt} + M \frac{di'_a}{dt} - M \frac{di'_b}{dt}, \\
e_B - e_C = i_{1A} (r_1 + r_{1C}) + (L_S + L_{1C}) \frac{di_{1A}}{dt} + i_{1B} (2r_1 + r_{1B} + r_{1C}) + (2L_S + L_{1B} + L_{1C}) \frac{di_{1B}}{dt} - \\
- i_{\Delta A} r_{\Delta C} + [2kM \cos(\delta - 60^\circ) - L_{\Delta C}] \frac{di_{\Delta A}}{dt} - i_{\Delta B} (r_{\Delta B} + r_{\Delta C}) + [2kM \cos \delta - L_{\Delta B} - L_{\Delta C}] \frac{di_{\Delta B}}{dt} + M \frac{di'_a}{dt} + 2M \frac{di'_b}{dt},
\end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases}
0 = \sqrt{3}\omega_p M i_{1A} + M \frac{di_{1A}}{dt} + \sqrt{3}\omega_p M i_{1B} - M \frac{di_{1B}}{dt} + 2kM\omega_p \cos(\delta - 30^\circ) \cdot i_{\Delta A} + 2kM \cos(\delta + 60^\circ) \frac{di_{\Delta A}}{dt} + 2kM\omega_p \cos(\delta + 30^\circ) \cdot i_{\Delta B} + \\
+ 2kM \cos(\delta + 120^\circ) \cdot \frac{di_{\Delta B}}{dt} + i'_a (r_2 + \sqrt{3}\omega_p L_p) + L_p \frac{di'_a}{dt} - i'_b (r_2 - \sqrt{3}\omega_p L_p) - L_p \frac{di'_b}{dt}; \\
0 = -\sqrt{3}\omega_p M i_{1A} + M \frac{di_{1A}}{dt} + 2M \frac{di_{1B}}{dt} - 2kM\omega_p \cos(\delta + 30^\circ) \cdot i_{\Delta A} + 2kM \cos(\delta - 60^\circ) \frac{di_{\Delta A}}{dt} - 2kM\omega_p \cos(\delta + 90^\circ) \cdot i_{\Delta B} + \\
+ 2kM \cos \delta \frac{di_{\Delta B}}{dt} + i'_a (r_2 - \sqrt{3}\omega_p L_p) + L_p \frac{di'_a}{dt} + i'_b \cdot 2r_2 + 2L_p \frac{di'_b}{dt};
\end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases}
e_A - e_B = i_{1A} r_{\Delta A} + [2kM \cos(\delta + 120^\circ) + L_{\Delta A}] \frac{di_{1A}}{dt} - i_{1B} r_{\Delta B} - [2kM \cos(\delta + 60^\circ) - L_{\Delta B}] \frac{di_{1B}}{dt} - \\
- i_{\Delta A} (r_{\Delta} + r_{\Delta d} + r_{\Delta A}) - (L_{S\Delta} + L_{\Delta d} + L_{\Delta A}) \frac{di_{\Delta A}}{dt} - \frac{1}{C_A} \int i_{\Delta A} dt + i_{\Delta B} (r_{\Delta} + r_{\Delta B}) + (L_{S\Delta} + L_{\Delta A}) \frac{di_{\Delta B}}{dt} + \\
+ \frac{1}{C_B} \int i_{\Delta B} dt + 2kM \cos(\delta + 120^\circ) \frac{di'_a}{dt} + 2kM \cos(\delta + 60^\circ) \frac{di'_b}{dt}; \\
e_B - e_C = i_{1A} r_{\Delta C} - [2kM \cos(\delta + 60^\circ) - L_{\Delta C}] \frac{di_{1A}}{dt} + i_{1B} (r_{\Delta C} + r_{\Delta B}) - [2kM \cos \delta - L_{\Delta C} - L_{\Delta B}] \frac{di_{1B}}{dt} - \\
- i_{\Delta A} (r_{\Delta} + r_{\Delta C}) - (L_{S\Delta} + L_{\Delta C}) \frac{di_{\Delta A}}{dt} - \frac{1}{C_C} \int i_{\Delta A} dt - i_{\Delta B} (2r_{\Delta} + r_{\Delta C} + r_{\Delta B}) - (2L_{S\Delta} + L_{\Delta C} + L_{\Delta B}) \frac{di_{\Delta B}}{dt} - \\
- \left(\frac{1}{C_B} + \frac{1}{C_C} \right) \int i_{\Delta B} dt - 2kM \cos(\delta + 60^\circ) \frac{di'_a}{dt} - 2kM \cos \delta \frac{di'_b}{dt}.
\end{cases} \quad (20)$$

Для расчета динамических электромеханических характеристик необходимо к системе уравнений электрического равновесия цепей добавить уравнения движения привода (21) с расчетом электромагнитного момента M_{Σ} компенсированного двигателя, который по данным [8] в общем виде может быть представлен выражением (22)

$$M_{\Sigma} = M_C + \frac{Jd\omega_p}{dt} \quad (21)$$

$$M_{\Sigma} = \frac{-PM}{\sqrt{3}} \left[(i_{1A} + ki'_{\Delta A}) (i'_b - i'_c) + (i_{1B} + ki'_{\Delta B}) (i'_c - i'_a) + (i_{1C} + ki'_{\Delta C}) (i'_a - i'_b) \right] \quad (22)$$

В (21) M_C есть момент статической нагрузки на валу двигателя, J - момент инерции вращающихся масс привода, приведенный к валу, P - число пар полюсов двигателя.

Заменяя в (22) приведенные к оси основной обмотки токи дополнительной обмотки $i'_{\Delta\Phi}$ на реальные токи ее $i_{\Delta\Phi}$ по (14) и выражая ток фазы "С" через токи двух других фаз получим формулу электромагнитного момента КАД в виде двух составляющих

$$M_{\Sigma} = -\sqrt{3}PM (i'_b i_{1A} - i'_a i_{1B}) - 2kPP \left[i'_a [i_{\Delta A} \cos(\delta + 90^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta + 150^\circ)] + i'_b [i_{\Delta A} \cos(\delta + 30^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta + 90^\circ)] \right] \quad (23)$$

Первая часть момента $M_{\Sigma 1} = -\sqrt{3}PM (i'_b i_{1A} - i'_a i_{1B})$, как в серийном двигателе, определяется взаимодействием токов основной обмотки статора с токами ротора, а вторая часть

$$M_{\Sigma 2} = 2kPM \left[i'_a [i_{\Delta A} \cos(\delta + 90^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta + 150^\circ)] + i'_b [i_{\Delta A} \cos(\delta + 30^\circ) + i_{\Delta B} \cos(\delta + 90^\circ)] \right]$$

возникает от взаимодействия токов ротора с токами дополнительной обмотки статора. Причем между токами "своих" фаз эта часть момента

$$-2kPM (i'_a i_{\Delta A} + i'_b i_{\Delta B}) \cos(\delta + 90^\circ) = 2kPM (i'_a i_{\Delta A} + i'_b i_{\Delta B}) \sin \delta$$

имеет место только при взаимном смещении основной и дополнительной обмоток статора относительно друг друга (при $\delta \neq 0$) и максимальна при $\delta = 90^\circ$, что подтверждает максимум электромеханического взаимодействия между взаимно перпендикулярными токами. Связь между токами дополнительной обмотки статора и ротора разных фаз дает величину момента

$$-2kPM \left[i'_a i_{\Delta B} \cos(\delta + 150^\circ) + i'_b i_{\Delta A} \cos(\delta + 30^\circ) \right] = 2kPM \left[i'_a i_{\Delta B} \cos(\delta - 30^\circ) - i'_b i_{\Delta A} \cos(\delta + 30^\circ) \right]$$

Используя (23) совместно с уравнением движения привода (21), в общей системе уравнений (18 – 21, 23) и решая их можно получить зависимость токов, напряжений, мощностей на отдельных участках схемы рис.1, скорости двигателя и момента в функции времени, зависимости скорости от момента при различных C и δ , степени асимметрии питающих напряжений (ЭДС) или параметров сети, отдельные характеристики машины в переходных и установившихся процессах, выявить особенности КАД по сравнению с серийным двигателем. Решения проводятся для частных случаев режимов работы КАД при различных C и δ .

Для установившихся процессов КАД, расчетные уравнения могут быть выражены через комплексы действующих значений электрических величин, при этом $\frac{di}{dt}$ заменяется на $j\omega I$, а $\int idt$ на $-j\frac{I}{\omega}$. При

переходе к установившимся процессам система алгебраических уравнений электрического равновесия КАД в симметричном режиме цепи расчетной системы достаточно использовать уравнения только одной фазы, которые после незначительных преобразований выглядят в виде

$$\begin{aligned} \dot{E}_A &= I_{1A}(r_1 + jx_S) + jx_m(kI_{\Delta A}e^{j\delta} + i'_a); \\ 0 &= i'_a \left(\frac{r_2}{S} + jx_P \right) + jx_m(kI_{\Delta A}e^{j\delta} + I_{1A}); \\ -\dot{E}_A &= I_{\Delta A}(r_{\Delta} + jx_{S\Delta} - jx_C) + jkx_m(I_{1A} + i'_a)e^{-j\delta}, \end{aligned} \quad (24)$$

где $x_S = \frac{1}{\omega_0 C}$ емкостное сопротивление конденсатора,

S - скольжение асинхронного двигателя.

Электромагнитный момент двигателя в этом случае может быть выражен через ток и активное сопротивление ротора:

$$M_{\Sigma} = \frac{m \cdot P \cdot I_a'^2 \cdot r_2}{\omega_0 \cdot S} \quad (25)$$

Система уравнений электрического равновесия цепей и уравнений движения привода представляют универсальную математическую модель идеализированного компенсированного асинхронного двигателя с постоянными параметрами, дает возможность рассчитать динамические характеристики машины в различных переходных процессах при любой электрической асимметрии цепей.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Мишин В.И., Собор И.В. Моделирование аварийных режимов электродвигателей в сельском хозяйстве. – Кишинев, Штиинца, 1991. – 127 с.
- [2] Мишин В.И., Чуенко Р.М., Кулинич А.М. Методика моделирования асинхронного короткозамкнутого электродвигателя. – Київ, НАУ, 2004. – 40 с.
- [3] Мишин В.И., Чуенко Р.М., Кулинич А.Н. Особенности физических процессов в компенсированном асинхронном двигателе. Научно-практический журнал національного технічного університету "ХПІ". Харків. Електротехніка і електромеханіка №2, 2004. – 48 с.
- [4] Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высшая школа, 2001 – 328с.
- [5] Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков К.А. Электрические машины. Спец. Курс. - М.: Высшая школа, 1978 – 287 с.
- [6] Патент України №68049А НО2К17/34 Трифазний асинхронний електродвигун. 15.07.2004. Бюл.№7 (Мишин В.І., Кафтан Б.М.).
- [7] Патент України №56330 НО2К17/34 Трифазний асинхронний електродвигун. 15.05.2003. Бюл.№5 (Мишин В.І., Чуенко М.О., Чуенко Р.М., Кафтан Б.М.).
- [8] Асинхронные двигатели серии 4А. Справочник (Кравчик А.Э., Шлаф М.М. и др.). – М.: Энергоиздат, 1982. – 504 с.

Поступила 22.09.2005