

## ЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ВЕКТОРНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

**Введение.** В настоящее время асинхронные двигатели (АД) с векторным управлением (ВУ) используются для управления с умеренной точностью технологическими объектами со сравнительно простой динамикой. Разработка систем управления сложными объектами с помощью АД с ВУ затруднена из-за взаимодействия двух сложных динамических процессов, происходящих в АД с ВУ и в технологическом объекте. Эта сложность, в первую очередь, обусловлена многочисленными нелинейностями в математической модели АД с ВУ. Целью данной статьи является разработка линейной динамической модели АД с ВУ, которая с достаточной для практики точностью воспроизводит динамику исходной нелинейной модели АД с ВУ. Достижение поставленной цели позволит проектировать с помощью хорошо разработанных линейных методов всю нелинейную систему управления, включающую АД с ВУ и сложный объект управления. Линеаризация математической модели АД с ВУ оказывается возможной благодаря применению разработанных робастных комбинированных методов управления [1]. Ниже рассматриваются основные блоки, более подробно описанные в работе [1].

**1. Регулятор электромагнитного момента.** Рассматриваются уравнения движения ротора и формирования электромагнитного момента  $m$  [1].

$$I\ddot{\vartheta} = m + m_l + m_f, \quad m = n \frac{L_m}{L_r} \psi_d i_q, \quad T_r \dot{\psi}_d + \psi_d = L_m i_d, \quad (1), (2), (3)$$

где  $\vartheta$  – угол поворота ротора АД,  $m_l$  – момент нагрузки,  $m_f$  – момент трения,  $I$  – момент инерции ротора. В уравнении (1) нелинейными являются  $m$ ,  $m_f$  и могут быть  $m_l$  и  $I\ddot{\vartheta}$ . Для компенсации влияния неопределенностей, полагается, что  $m_l$ ,  $m_f$ ,  $T_r$  не известны. С целью компенсации  $T_r$ , а также компенсации влияния неопределенностей, за номинальный электромагнитный момент принимается

$$m_0 = n L_{m0}^2 L_{r0}^{-1} i_d i_q. \quad (4)$$

В этом случае системе (1)–(3) можно придать вид

$$I_0 \ddot{\vartheta} = m_0 + f_m, \quad (5)$$

где суммарная неопределенность

$$f_m = m_\delta + m_l + m_f - I_0 \ddot{\vartheta} + f_1(L_{m\delta}, L_{r\delta}, T_r \dot{\psi}_d, i_d, i_q). \quad (6)$$

Уравнение (5) представляет собой уравнение полностью детерминированного объекта с номинальными параметрами, подверженного действию суммарной неопределенности  $f_m$ . Задача обеспечения робастности и высокой точности управления состоит в оценке неопределенности  $f_m$  и ее компенсации с помощью специального слагаемого в законе управления. Неопределенность оценивается с помощью наблюдателя [1]

$$\dot{z} = -k(z + m_0 + k I_0 \dot{\vartheta}), \quad \hat{f}_m = z + k I_0 \dot{\vartheta}. \quad (7)$$

Для компенсации влияния неопределенности задается комбинированный закон управления в виде

$$m_0 = m_{00} - \hat{f}_m. \quad (8)$$

Закон позиционного управления задается в виде

$$m_{00} = -k_0(\vartheta - \vartheta_p) - k_1(\dot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_p) + I_0 \ddot{\vartheta}_p. \quad (9)$$

При управлении только скоростью принимается следующий закон управления:

$$m_{00} = -k_0(\omega - \omega_p) + I_0 \dot{\omega}_p. \quad (10)$$

Из (4)–(6), (8) следует, что электромагнитный момент робастен ко всем параметрам, входящим в (6), а также к изменению модуля потокосцепления ротора. При точной оценке переменных  $\vartheta$  и  $\dot{\vartheta}$ , точном формировании статорных токов в соответствии с их программными значениями ( $i_d = i_{dp}$ ,  $i_q = i_{qp}$ ) и при недостижении токами и напряжениями их ограничений система будет вести себя как линейная с заданными показателями качества переходных процессов вне зависимости от возмущений и разброса параметров электропривода.

**2. Формирователь программных токов.** Путем минимизации активной мощности, потребляемой АД, найдены следующие выражения оптимальных (программных) значений составляющих статорного тока:

$$i_{dp} = 4 \sqrt{\frac{R_{s0} + R_{r0} L_{mr}^2}{R_{s0}}} \sqrt{\frac{|m_0|}{n L_{m0}}}, \quad i_{qp} = \frac{m_0 L_{r0}}{n L_{m0}^2 i_{dp}} \quad (11)$$

где  $R_{s0}$ ,  $R_{r0}$  – известные номинальные значения сопротивлений статора и ротора, истинные значения которых не известны и могут меняться в широких пределах (до двух раз вверх и вниз от номинальных значений).

Выражения (11) в общем случае являются нелинейными. Для линеаризации этих выражений приходится оптимизировать электропотребление для одного наиболее типичного случая  $m_0$  (так делают во всех известных системах ВУ). В этом случае  $i_{dp}$  будет постоянным, а  $i_{qp}$  в соответствии с (11) будет иметь только одну переменную  $m_0$ , от которой зависит линейно.

**3. Регуляторы тока и напряжения.** При управлении токовыми контурами используются комбинированные регуляторы токов (КРТ), обеспечивающие независимую оптимизацию быстродействия и точности, с одной стороны, и перерегулирования, с другой стороны, в условиях неопределенности параметров электродвигателя, преобразователя частоты, и аналого-цифровых преобразователей и при наличии неопределенных перекрестных связей.

Работа АД и ПЧ в синхронном базисе описывается следующей нелинейной системой уравнений [1-4]:

$$T_r p \psi_d = -\psi_d + L_m i_d, \quad (12)$$

$$\sigma L_s p i_{dq} = -R_s i_{dq} - \omega_0 \sigma L_s J i_{dq} - e_{dq} + u, \quad (13)$$

$$e = \omega_0 L_{mr} J \psi + L_{mr} p \psi, \quad u = k_1 u_{dq p}, \quad (14), (15)$$

где  $\psi$ ,  $i$ ,  $u$  – векторы потокосцепления ротора, тока и напряжения статора, заданные в базисе  $(d, q)$ ;  $e$  – вектор противоЭДС;  $\omega_0$  – неизвестная угловая скорость вращения вектора  $\psi$ , формирующая перекрестные связи между контурами тока;  $\sigma$  – коэффициент рассеивания;  $p$  – оператор дифференцирования; подстрочный индекс  $p$  указывает на программное значение;  $k_1$  – коэффициент передачи ПЧ, учитывающий также изменения напряжения сети;  $R_s$  – активное сопротивление всей статорной цепи.

Система уравнений токовых контуров представляется в виде номинальной модели, на которую действует вектор неопределенности  $f_i$ , а именно,

$$p i = -\frac{1}{T'_{s0}} i + k_0 (u_p + f_i), \quad k_0 = k_{10} (\sigma L_{s0})^{-1}, \quad (16), (17)$$

$$f_i = k_{10}^{-1} (k_{1\delta} u_p - e - \omega_0 \sigma L_s J i - R_s \delta i - p i L_s \delta). \quad (18)$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad T'_s = \sigma \frac{L_s}{R_s}, \quad \psi = \begin{bmatrix} \psi_d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i = i_{dq} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}, \quad u = u_{dq} = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}, \quad e = e_{dq} = \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Задача состоит в очистке сигнала  $i$  от оставшихся после фильтрации пульсаций, обусловленных ШИМ, оценке  $f_i$  и его компенсации в регуляторе. Для каждого контура тока строится независимое управление. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать скалярные уравнения для тока намагничивания и моментного тока, по форме совпадающие с (16), а именно,

$$p i = -(T'_{s0})^{-1} i + k_0 (u_p + f_i) \quad (20)$$

с измерением

$$y = i. \quad (21)$$

Наблюдатель для оценки  $i$  и  $f_i$  имеет вид [1-4]

$$p \hat{i} = -(T'_{s0})^{-1} \hat{i} + k_0 (u_p + \hat{f}_i) + l_1 (\hat{i} - i), \quad p \hat{f}_i = l_2 (\hat{i} - i) \quad (22), (23)$$

Здесь, как и ранее, знак « $\hat{\phantom{x}}$ » указывает на оценку соответствующей переменной;  $l_1$ ,  $l_2$  – постоянные коэффициенты наблюдателя. Система (22), (23) является линейной с постоянными коэффициентами, быстродействие которой может быть задано любым.

Комбинированный регулятор контура тока представим в виде

$$u_p = k_0^{-1} p i_p + (k_0 T'_{s0})^{-1} i_p - q (\hat{i} - i_p) - \hat{f}_i, \quad (24)$$

где  $i_p$  – программное значение тока;  $q$  – постоянные коэффициенты.

При точной работе наблюдателя аналогичные уравнения будут иметь вид

$$p i = -[(T'_{s0})^{-1} + k_0 q] (i - i_p), \quad u_p = (k_0 T'_{s0})^{-1} i_p - q (i - i_p). \quad (25), (26)$$

Передаточная функция полной системы равна единице, упрощенной системы –

$$W(p) = \frac{i}{i_p} = \frac{(T'_{s0})^{-1} + k_0 q_1}{p + [(T'_{s0})^{-1} + k_0 q_1]}. \quad (27)$$

Следует обратить внимание на то, что работа контуров тока не зависит от неидеальностей, включенных в вектор неопределенности (18), а именно: 1) бросков напряжения сети питания; 2) всех погрешностей преобразователя частоты (сопротивлений ключей, запаздываний их открытия и закрытия, мертвого времени); 3) перекрестных связей между моментным и намагничивающим контурами тока; 4) изменений (в том числе, температурных) сопротивлений контуров; 5) изменений индуктивностей контуров, обусловленных кривой намагничивания.

Из выражения (4) следует: номинальный электромагнитный момент  $m_0$  пропорционален произведению  $i_d, i_q$ . Для устранения этой нелинейности принято фиксировать значение тока намагничивания путем задания  $i_{dp} = \text{const}$ , в результате чего моментный программный ток определится выражением (11). На основании сказан-

ного, в дальнейшем будет полагаться  $i_d = i_{dp} = \text{const}$ . В упрощенной системе, предполагающей идеальную работу наблюдателей неопределенностей и их компенсацию, уравнения (25), (26) описывают работу замкнутого контура моментного тока.

**4. Оценка скоростей и сопротивлений.** При позиционном управлении в обязательном порядке измеряется или вычисляется перемещение, по которому можно вычислить скорость. В этом случае для оценки скорости можно применить один и тот же метод, как в исходной нелинейной, так и в эквивалентной линейной системе. Проблема возникает при управлении скоростью при отсутствии информации о скорости и перемещении. В монографии [1] рассмотрено несколько методов оценки скоростей. К сожалению, среди известных методов не обнаружены методы, которые можно было бы использовать в разрабатываемой эквивалентной линейной системе. Поэтому в линейной системе скорость будет считаться известной. В связи с этим, отпадает необходимость в оценке сопротивлений статора и ротора

На рис. 1 представлена структурная схема линейризованной системы ВУ АД, состоящая из контура моментного тока и динамики механической части системы.

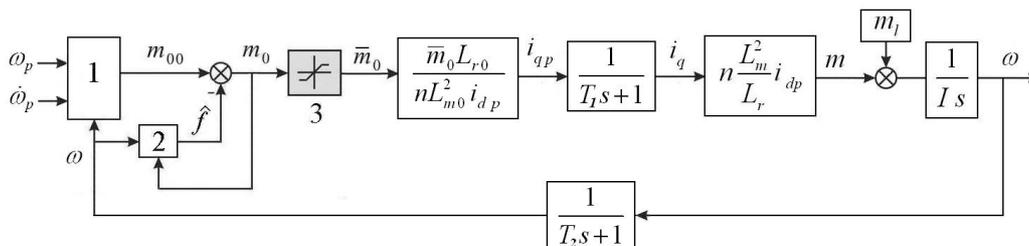


Рисунок 1

На рис. 2–4 сопоставлены результаты численного моделирования полной нелинейной и линейной моделей АД с ВУ. Моделирование показало практическое их совпадение.

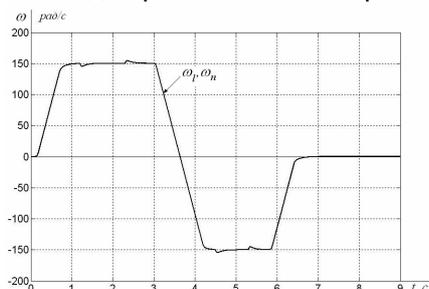


Рисунок 2

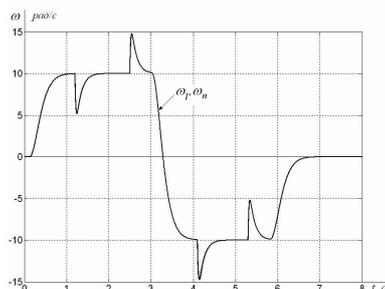


Рисунок 3

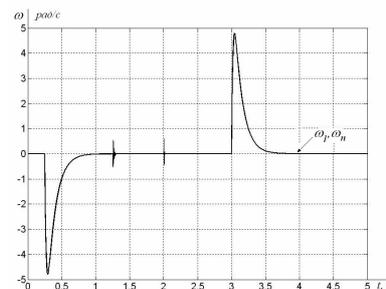


Рисунок 4

**Выводы.** Для системы векторного управления АД с нелинейной математической моделью составлена простая эквивалентная математическая модель, достаточно точно описывающая работу исходной системы во всех режимах работы. Эквивалентная система сохраняет свойство робастности исходной системы по отношению к неточности знания приведенного момента инерции ротора, нагрузки, трения, сопротивлений статора и ротора, неточности формирования электромагнитного момента, бросков напряжения сети питания, всех погрешностей преобразователя частоты (сопротивлений ключей, запаздываний их открытия и закрытия, мертвого времени, нелинейности эквивалентной характеристики), перекрестных связей между моментным и намагничивающим контурами тока. Простота и линейность эквивалентной системы позволяют синтезировать законы управления исходной нелинейной системы хорошо разработанными линейными методами с существенно меньшими затратами времени на моделирование. Это особенно важно при разработке систем управления сложными динамическими объектами с помощью асинхронных двигателей. Моделирование процессов с помощью линейной модели требует на порядок меньше времени, чем моделирование полной модели. Разработанные линейные методы управления с небольшими доработками можно применить для управления с помощью двигателей постоянного тока и синхронных двигателей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Потапенко, Е. М. Робастные алгоритмы векторного управления асинхронным приводом / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко – Запорожье: ЗНТУ, – 2009. – 352 с.
2. Потапенко Е.Е. Синтез и анализ компенсаторов контуров тока асинхронных электродвигателей / Е.Е. Потапенко, Е.М. Потапенко – Материалы 11-й международной конф. по автоматическому управлению «Автоматика-2004», т. 2. – Киев, 2004. – С. 49.
3. Потапенко Е.С. Векторне керування асинхронними двигунами / Е.С. Потапенко – Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня канд. техн. наук – Харків: ХНУРЕ. – 2005. – С. 20.
4. Потапенко Е.М. Синтез робастних комбінованих регуляторів токових контурів при векторному управлінні двигателями переменного тока / Е.М. Потапенко, Е.Е. Потапенко – Проблеми управління і інформатики. – 2006. – №6. – С. 69-78.