

В.О. Бржезицький, Я.О. Гаран, А.О. Держук, О.Р. Проценко, Є.О. Троценко, М.М. Dixit

ГРАНИЧНИЙ ВПЛИВ НЕІДЕНТИЧНОСТІ ЄМНІСНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВИСОКОВОЛЬТНОГО ПЛЕЧА НА ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОДІЛЬНИКА НАПРУГИ (АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ)

На основі раніше розвинутої теорії широкосмугових подільників напруги з паралельно-последовним з'єднанням R-, C-елементів вперше одержані аналітичні вирази для амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик подільника напруги з урахуванням граничного випадку неідентичності ємнісних елементів високовольтного плеча. Визначений загальний характер залежностей частотних характеристик від значення допуску ємнісних елементів, коефіцієнта ділення подільника напруги в широкому діапазоні зміни частоти. Запропоновані спрощені апроксимуючі вирази для максимальних значень частотних характеристик та визначена їх похибка. Рекомендовано уведення в нормативну документацію широкосмугових подільників напруги відкоригованого значення коефіцієнта ділення. Бібл. 13, табл. 2, рис. 3.

Ключові слова: подільник напруги, частотні характеристики, аналітичні вирази, допуск ємнісних елементів, коригування параметрів.

На основе ранее развитой теории широкополосных делителей напряжения с параллельно-последовательным соединением R-, C-элементов впервые получены аналитические выражения для амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик делителя напряжения с учетом предельного случая неидентичности ёмкостных элементов высоковольтного плеча. Определён общий характер зависимостей частотных характеристик от значения допуска ёмкостных элементов, коэффициента деления делителя напряжения в широком диапазоне изменения частоты. Предложены упрощённые аппроксимирующие выражения для максимальных значений частотных характеристик и определены их погрешности. Рекомендуются введение в нормативную документацию широкополосных делителей напряжения откорректированного значения коэффициента деления. Библ. 13, табл. 2, рис. 3.

Ключевые слова: делитель напряжения, частотные характеристики, аналитические выражения, допуск ёмкостных элементов, корректировка параметров.

Вступ. Миттєві значення напруги високовольтних електроенергетичних систем та їх зміни у часі є одним із найважливіших масивів інформації стану та характеристик таких систем (слід зазначити, що такий масив є постійно змінюваним). Десятки і більше років тому для одержання інформації про значення високої напруги використовувались (і використовуються дотепер) електромагнітні трансформатори напруги (існують навіть «трансформатори напруги» постійного струму). Це пов'язано з тим, що в якості елементів керування таких систем використовувались релейні пристрої, підключені до вихідних кіл трансформаторів напруги. Робота таких релейних пристроїв орієнтована на відслідковування усталених (або наближених до них) режимів енергосистем. Потреби сучасного етапу розвитку електроенергетики вимагають переходу до використання замість трансформаторів напруги подільників напруги різноманітних типів, при цьому додатковою перевагою подільників напруги є можливість одержання інформації не тільки для усталених, але й для миттєвих значень напруги перехідних режимів (що є важливим для удосконалення систем керування). Разом з тим, перехід до широкого використання подільників напруги потребує проведення додаткових досліджень, зокрема і тих, що пропонуються в даній статті.

В Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» системні дослідження високовольтних подільників напруги проводяться з 1985 р. Суть цих досліджень полягає в тому, що як для систем змінного струму, так і для нових систем постійного струму, необхідно реєструвати миттєві значення напруги, оскільки, наприклад, для систем змінного струму

важливими є також перехідні режими автоматичного повторного вмикання, комутаційних і грозових перенапруг тощо. Для систем постійного струму внаслідок неідеальності випрямлячів та інверторів, а також фільтрів, буде характерною наявність пульсацій високої напруги (не кажучи вже також про важливість реєстрації перехідних процесів та перенапруг). Тому, як для систем змінної, так і для систем постійної напруги, важливим є створення широкосмугових високовольтних подільників напруги. І в цьому сенсі високовольтні подільники напруги можуть бути уніфіковані як для систем змінної, так і для систем постійної напруги, що забезпечить суттєве зменшення їх вартості та підвищить їх доступність.

У більшості випадків високовольтне плече широкосмугових подільників напруги складається з великої кількості паралельно-последовних з'єднань R-, C- елементів, які, загально, не є однаковими (ідентичними). Врахування неідентичності R-, C- елементів високовольтного плеча є характерною ознакою вищезазначених досліджень.

В даній статті показана важливість врахування можливої неідентичності ємнісних елементів високовольтного плеча широкосмугових подільників напруги, продемонстровано її розрахункове визначення, та наведені рекомендації щодо суттєвого зменшення її негативного впливу, що є актуальною проблемою.

Огляд публікацій. В сучасній концепції «цифрова підстанція» відпадає необхідність використання традиційних релейних елементів систем керування, оскільки обробка сигналів каналів напруги та струму буде відбуватись за схемою «аналоговий датчик величини → аналого-цифровий перетворювач → система обробки цифрової інформації». При цьому існуючі

трансформатори напруги з високовартісними витратами ізоляційних та магнітних матеріалів можуть бути замінені високовольтними широкосмуговими подільниками напруги [1]. В зв'язку з цим, в останніх публікаціях по високовольтним подільникам напруги приділяється значна увага підвищенню точності математичних моделей, стабільності їх параметрів, врахуванню різноманітних факторів, особливостям метрولوгічного калібрування і нормуванню характеристик подільників напруги. Так, в [2] повідомляється про підтвердження зміни коефіцієнта ділення еталонного подільника напруги постійного струму в діапазоні 100-1000 кВ в розмірі $2,5 \cdot 10^{-6}$ (2,5 ppm). В [3] стверджується про зміну до 158,4 ppm коефіцієнта ділення подільника напруги «500 кВ/2 мА» постійного струму в оточуючому середовищі з температурою 35 °C в залежності від терміну роботи подільника в діапазоні 30-200 хвилин. В [4] показується, що подільник напруги постійного струму до 1000 кВ повинен мати смугу пропускання щонайменше 10 кГц. Публікації [5, 6] присвячені створенню реальних конструкцій широкосмугових подільників напруги, при цьому в [5] розраховується частотний «відгук» подільника за схемою заміщення, а в [6] він встановлюється експериментально з використанням індуктивного подільника напруги. В [7] показано, що ємнісний «комерційний» подільник напруги 22 кВ суттєво змінює свої характеристики після 18 годин безперервної роботи. В [8] розроблений метод калібрування промислового подільника напруги змінного струму на рівні 400 кВ, при цьому складові невизначеності метода мають значення: по коефіцієнту ділення $\pm 0,26$ %; по фазовому куту $\pm 3,6 \cdot 10^{-3}$ рад. В [9] розраховуються характеристики вимірювальної системи імпульсного подільника напруги з паралельно-послідовним з'єднанням R-, C- елементів високовольтного плеча, призначеної для вимірювання аперіодичного комутаційного імпульсу до 400 кВ. Розглянуті схеми заміщення різних типів високовольтних подільників напруги мають екрановані паралельно-послідовні з'єднання R-, C- елементів високовольтного плеча, «набрані», як правило, з однаковими значеннями елементів.

Додатковою перевагою високовольтних подільників напруги є можливість досягнення унікальної властивості забезпечення сталої величини їх амплітудно-частотної характеристики в діапазоні від нуля до частот мегагерцового діапазону, що дозволяє рівноцінно реєструвати сигнали напруги від постійного струму до сплесків короткочасних імпульсів [10]. Разом з тим, ця властивість подільників напруги може бути суттєво знецінена впливом неідентичності реальних значень R_{RV} , C_{RV} - елементів [10] їх високовольтного плеча (відхиленням R_{RV} , C_{RV} від номінальних значень R_N , C_N).

Оскільки створення високовольтних подільників напруги потребує значної кількості R-, C- елементів високовольтного плеча (від десятків до тисяч), виникає необхідність використання їх менш коштовних серій, які звичайно характеризуються значним допуском (нормованим відхиленням R_{RV} , C_{RV} від R_N , C_N). При цьому значення допуску для резисторів $\Delta_R = (R_{RV} - R_N)/R_N$ та конденсаторів $\Delta_C = (C_{RV} - C_N)/C_N$

суттєво відрізняються: для резисторів Δ_R має значення порядку $\pm 0,01$ (± 1 %), а для конденсаторів Δ_C досягає $\pm 0,2$ (± 20 %).

Має значення, як розподіляються R_{RV} , C_{RV} всередині допуску:

$$R_N(1 - \Delta_R) \dots R_N(1 + \Delta_R) ; C_N(1 - \Delta_C) \dots C_N(1 + \Delta_C) .$$

Закон розподілення R_{RV} , C_{RV} всередині допуску може бути: трикутним [11], прямокутним, та іншим (параболічним тощо). Вплив неідентичності елементів високовольтного плеча на характеристики подільника напруги залежить як від граничних значень Δ_R , Δ_C для елементів високовольтного плеча, так і від закону розподілення R_{RV} , C_{RV} всередині відповідних інтервалів.

Отже, **метою статті** є визначення в аналітичному виді максимального граничного впливу неідентичності ємнісних елементів високовольтного плеча на амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) та фазо-частотну характеристику (ФЧХ) подільника напруги з паралельно-послідовним з'єднанням R-, C- елементів.

З розгляду теорії широкосмугових подільників напруги [1] витікає, що цьому випадку відповідає граничне дискретне розподілення елементів високовольтного плеча, коли половина його ємнісних елементів має значення: $C' = C_N(1 - \Delta_C)$, а інша його половина: $C'' = C_N(1 + \Delta_C)$.

В такій постановці розрахунків частотних характеристик високовольтного широкосмугового подільника напруги проводився в [12] за допомогою використання окремих прикладів АЧХ та ФЧХ при різних значеннях Δ_C , але при цьому не були розкриті загальні особливості частотних характеристик широкосмугових подільників напруги.

Методика проведення дослідження. Схема заміщення високовольтного подільника напруги для випадку, що розглядається за [10], представлена на рис. 1.

Впливом неідентичності R-елементів високовольтного плеча нехтуємо, оскільки зазвичай $\Delta_R \ll \Delta_C$. В подальшому індекс «C» в позначенні Δ_C опускається, отже $\Delta_C \equiv \Delta$, та $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$.

Згідно загальної теорії широкосмугових подільників напруги [1] вирази A для АЧХ та φ для ФЧХ подільника напруги за рис. 1 можуть бути представлені у виді:

$$A = \frac{|U_{out}|}{|U_{in}|} = \frac{1}{K} A^* ,$$

$$A^* = \sqrt{\frac{1 + \gamma^2}{\left(1 + \frac{K-1}{K} f\right)^2 + \gamma^2 \left(1 + \frac{K-1}{K} \delta\right)^2}} , \quad (1)$$

$$\varphi = \arctg \left[\frac{(\delta - f)\gamma}{f + \frac{K}{K-1} + \gamma^2 \left(\delta + \frac{K}{K-1}\right)} \right] , \quad (2)$$

де K – номінальне значення коефіцієнта ділення подільника напруги (у загальному випадку $K > 1$); A^* – нормоване значення АЧХ; $\gamma = \omega R C_0$ – безрозмірний параметр кутової частоти ω ; $C_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$ – середнє значення ємності елементів плеча.

дне значення C -елементів високовольтного плеча, яке для випадку, що розглядається, відповідає $C_0 \equiv C_N$; f, δ – функції неідентичності елементів; $\alpha = \alpha' = -\Delta$, та $\alpha = \alpha'' = \Delta$, які визначаються нижче:

$$f = \frac{1}{2}D(\alpha') + \frac{1}{2}D(\alpha''), \quad \delta = \frac{1}{2}G(\alpha') + \frac{1}{2}G(\alpha''), \quad (3)$$

де

$$D(\alpha) = \frac{\gamma^2 \alpha^2 (-1 + \gamma^2 (3 + 2\alpha))}{(1 + \gamma^2)[1 + \gamma^2 (1 + \alpha)^2]}, \quad (4)$$

$$G(\alpha) = \frac{\gamma^2 \alpha^2 (-3 - \alpha + \gamma^2 (1 + \alpha))}{(1 + \gamma^2)[1 + \gamma^2 (1 + \alpha)^2]}. \quad (5)$$

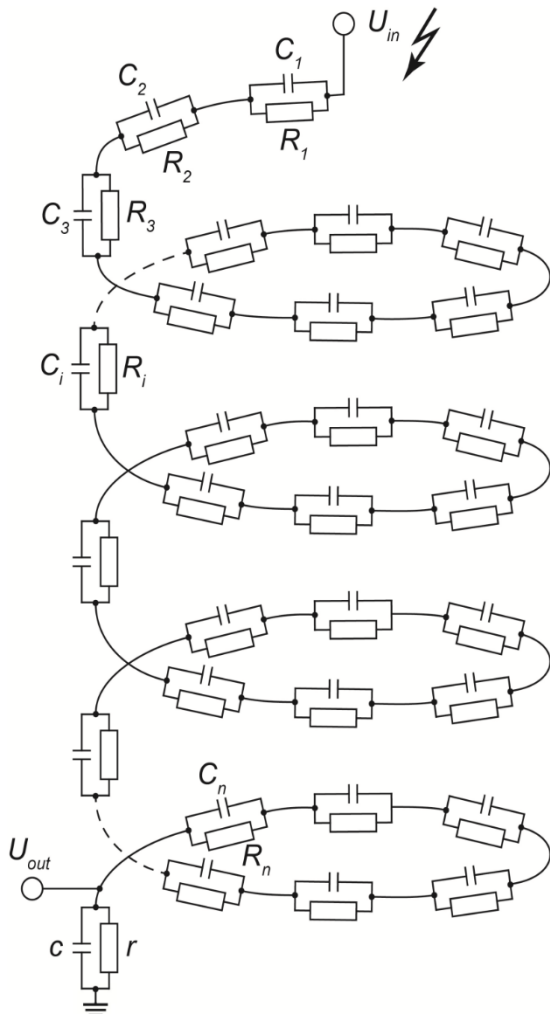


Рис. 1. Схема заміщення високовольтного подільника напруги з паралельно-послідовним з'єднанням R -, C -елементів високовольтного плеча

Підставляючи в (3) – (5) значення $\alpha' = -\Delta$, $\alpha'' = \Delta$ одержимо:

$$2f = \frac{\gamma^2 \Delta^2 (-1 + \gamma^2 (3 - 2\Delta))}{(1 + \gamma^2)[1 + \gamma^2 (1 - \Delta)^2]} + \frac{\gamma^2 \Delta^2 (-1 + \gamma^2 (3 + 2\Delta))}{(1 + \gamma^2)[1 + \gamma^2 (1 + \Delta)^2]}, \quad (6)$$

$$2\delta = \frac{\gamma^2 \Delta^2 (-3 + \Delta + \gamma^2 (1 - \Delta))}{(1 + \gamma^2)[1 + \gamma^2 (1 - \Delta)^2]} + \frac{\gamma^2 \Delta^2 (-3 - \Delta + \gamma^2 (1 + \Delta))}{(1 + \gamma^2)[1 + \gamma^2 (1 + \Delta)^2]}. \quad (7)$$

В [1] при виведенні (1), (2) приймалися загально-відомі співвідношення для параметрів низьковольтного плеча

$$r = \frac{nR}{K-1}, \quad c = \frac{C_0}{n}(K-1).$$

Навіть із прийнятими спрощеннями (6), (7) аналітичне дослідження залежностей A^* , φ від γ , Δ , K в загальному випадку є неможливим. Тому будемо використовувати підхід граничних значень [13], а також поняття неперервності функцій $A^*(\gamma, \Delta, K)$, $\varphi(\gamma, \Delta, K)$, що витікає з їх фізичного змісту.

Граничні значення функції $A^*(\gamma, \Delta, K)$.

1.1. Якщо $\Delta=0$, то $A^* \equiv 1$ для будь-яких значень γ , K , оскільки вирази f, δ (6), (7) в цьому випадку дорівнюють нулю.

1.2. Якщо $\gamma=0$, то також $A^* \equiv 1$ для будь-яких значень Δ , K , що фізично відповідає загальноприйнятій практиці калібрування широкосмугових подільників напруги на високій напрузі постійного струму.

1.3. Аналізуючи (1), (6), (7) приходимо до висновку, що можна одержати граничний вираз для A^* в наближенні $\gamma^2 \rightarrow 0$. Дійсно, утримуючи в (1), (6), (7) члени порядку одиниці, а також члени порядку $\gamma^2 \ll 1$, знайдемо

$$A^*(\gamma^2) = 1 + \frac{K-1}{K} \Delta^2 \gamma^2. \quad (8)$$

Аналізуючи (8) приходимо до висновку, що A^* за значень $\gamma \ll 1$ завжди зростає в області $A^* > 1$ за параболічною залежністю від γ , причому пропорційно квадрату допуску Δ^2 та відношенню $(K-1)/K$, тобто, найбільш сильно ця залежність проявляється для високовольтних подільників напруги, для яких $K \gg 1$.

1.4. За іншого граничного значення $\gamma \rightarrow \infty$ маємо:

$$f = \frac{\Delta^2 (3 - \Delta^2)}{(1 - \Delta^2)^2}; \quad \delta = \frac{\Delta^2}{1 - \Delta^2}, \quad (9)$$

і, відповідно:

$$A^*_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{1}{1 + \frac{K-1}{K} \frac{\Delta^2}{1 - \Delta^2}}. \quad (10)$$

З (10) витікає, що в цьому випадку завжди $A^* < 1$, причому відхилення A^* від одиниці збільшується зі зростанням K та значення допуску Δ (в основному, пропорційно Δ^2 , оскільки для реальної області допуску $0 < \Delta < 0,2$ внесок знаменника $1 - \Delta^2$ складає $1 - 1,0417$).

1.5. Має принципове значення, як A^* наближається до свого граничного виразу (10): «зверху» або «знизу» за умови $\gamma \rightarrow \infty$. Для цього, судячи з (1), достатньо визначити поведінку δ в області $\gamma \rightarrow \infty$. Було проведено перетворення виразу (7) шляхом ділення чисельників та знаменників його складових на γ^4 , при цьому були одержані члени порядку одиниці, $1/\gamma^2$ та $1/\gamma^4$. Далі, удержуючи члени порядку одиниці та $1/\gamma^2$, був отриманий вираз

$$\delta \left(\frac{1}{\gamma^2} \right) = \frac{\Delta^2}{1 - \Delta^2} - \frac{\Delta^2}{2\gamma^2} \times \left[\frac{3 - \Delta}{(1 - \Delta)^2} + \frac{1 + (1 - \Delta)^2}{(1 - \Delta)^3} + \frac{3 + \Delta}{(1 + \Delta)^2} + \frac{1 + (1 + \Delta)^2}{(1 + \Delta)^3} \right]. \quad (11)$$

Вираз у квадратних дужках за $0 < \Delta < 0,2$ завжди більше нуля. Отже, δ за умови $\gamma \rightarrow \infty$ наближається до

свого граничного значення $\Delta^2/(1-\Delta^2)$ знизу. Відповідно, функція $A^*(\gamma)$ наближається до свого граничного значення (10) завжди зверху.

1.6. З огляду на те, що в залежності від γ відбувається перехід від значень $A^*>1$ до значень $A^*<1$, корисним буде з'ясування значення A^* за $\gamma=1$. Для цього випадку підстановка $\gamma=1$ в (1), (6), (7) після виконання скорочень дає:

$$A^*(1) = \sqrt{\frac{1}{1 - 2 \frac{\Delta^4}{4 + \Delta^4} \frac{K-1}{K} \left(1 - \frac{K-1}{2K}\right)}}. \quad (12)$$

Аналіз (12), як і (8) – (11), за умови $\Delta=0$ підтверджує значення $A^*=1$. Оскільки в області практичного інтересу має місце $0<\Delta<0,2$ і тоді $\Delta^4/(4+\Delta^4)<<1$, вираз (12) може бути представлений у вигляді

$$A^*(1) \approx 1 + \frac{\Delta^4}{4 + \Delta^4} \frac{K-1}{K} \left(1 - \frac{K-1}{2K}\right). \quad (13)$$

Для значень $K \gg 1$ та $\Delta=0,2$ доданок до одиниці в (13) складає 0,0002. Тобто, всі залежності $A^*(\gamma)$ для $0<\Delta<0,2$ будуть практично проходити через точку $A^*(1)=1$.

1.7. Дослідження A^* в діапазоні $0<\gamma<1$. З усіх попередніх ознак в цьому діапазоні повинен знаходитись максимум функції $A_{\max}^*$. Для його знаходження необхідно прирівняти нулю похідну $dA^*/d\gamma=0$, та з

цієї умови визначити значення $\gamma_{\max}$, підстановка якого в (1), (6), (7) дозволить одержати шукану величину $A_{\max}^*$. В зв'язку зі складною залежністю A^* від вхідних величин, що, практично, унеможливило проведення цих операцій в аналітичному виді, для знаходження $A_{\max}^*(\gamma_{\max})$ використовувались програмні засоби.

В програмному пакеті SMATH Studio було виведено функціональну залежність A^* від γ , після чого, за допомогою математичних модулів даного програмного пакету було знайдено значення $\gamma_{\max}$ для точки екстремуму і значення екстремуму $A_{\max}^*$ даної функції для різних Δ та K (шляхом ітераційного обчислення в програмному циклі).

В табл. 1 наведені одержані результати розрахунків $A_{\max}^*$, $\gamma_{\max}$ для значень $\Delta=0,01; 0,02; \dots 0,19; 0,20$ та значень $K=10; 100; 1000; 10000$. Обробка даних з табл. 1 дозволяє запропонувати спрощений вираз для $A_{\max}^*$ у вигляді:

$$A_{\max}^* = 1 + 0,1255 \frac{K-1}{K} \Delta^2. \quad (14)$$

При цьому похибка тільки доданка правої частини (14) по відношенню до відповідних даних табл. 1 не перевищує $\pm 0,4\%$ за абсолютною величиною, що можна вважати цілком прийнятним.

Таблиця 1

Результати розрахунків значень $A_{\max}^*$ (відн. од.), $\gamma_{\max}$ (відн. од.)

Величина	$K = 10$		$K = 100$		$K = 1000$		$K = 10000$	
Δ , відн. од.	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}^*$	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}^*$	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}^*$	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}^*$
0,01	0,577361	1,0000112502	0,577360	1,0000123752	0,577360	1,0000124877	0,577360	1,0000124990
0,02	0,577393	1,0000450035	0,577389	1,0000495037	0,577389	1,0000499537	0,577389	1,0000499988
0,03	0,577446	1,0001012677	0,577438	1,0001113939	0,577437	1,000112406	0,577437	1,0001125077
0,04	0,577520	1,0001800558	0,577506	1,0001980596	0,577504	1,0001998600	0,577504	1,0002000400
0,05	0,577615	1,0002813863	0,577593	1,0003095206	0,577591	1,0003123340	0,577591	1,0003126153
0,06	0,577732	1,0004052827	0,577700	1,0004458019	0,577697	1,0004498538	0,577697	1,0004502590
0,07	0,577870	1,0005517740	0,577827	1,0006069345	0,577823	1,0006124504	0,577822	1,0006130020
0,08	0,578029	1,0007208942	0,577973	1,0007929549	0,577968	1,0008001606	0,577967	1,0008008812
0,09	0,578210	1,0009126829	0,578139	1,0010039051	0,578132	1,0010130268	0,578131	1,0010139390
0,1	0,578412	1,0011271850	0,578325	1,001239833	0,578316	1,0012510971	0,578315	1,0012522235
0,11	0,578636	1,0013644507	0,578530	1,0015007923	0,578519	1,0015144254	0,578518	1,0015157887
0,12	0,578881	1,0016245356	0,578755	1,0017868422	0,578742	1,0018030714	0,578741	1,0018046943
0,13	0,579148	1,0019075010	0,579000	1,0020980480	0,578985	1,0021171007	0,578984	1,0021190059
0,14	0,579437	1,0022134135	0,579265	1,0024344807	0,579247	1,002456585	0,579246	1,0024587951
0,15	0,579748	1,0025423452	0,579550	1,0027962172	0,579530	1,0028216008	0,579528	1,0028241391
0,16	0,580081	1,0028943741	0,579855	1,00318334	0,579832	1,0032122322	0,579830	1,0032151214
0,17	0,580436	1,0032695835	0,580180	1,0035959389	0,580154	1,0036285684	0,580152	1,0036318313
0,18	0,580813	1,0036680628	0,580525	1,0040341078	0,580497	1,0040707048	0,580494	1,0040743644
0,19	0,581213	1,0040899069	0,580891	1,0044979482	0,580859	1,0045387429	0,580856	1,0045428223
0,2	0,581635	1,0045352169	0,581278	1,0049875672	0,581242	1,0050327906	0,581239	1,0050373128

На рис. 2 наведені графіки залежностей $A^*(\gamma)$ розраховані за формулами (1), (6), (7) для значень параметрів: $\Delta=0,05$; $0,2$; $K=10$; 10^4 , які пояснюють одержані результати. Для відслідковування повної

зміни кривих $A^*(\gamma)$ діапазон зміни γ (по вісі абсцис) представлений у логарифмічному масштабі (від $\gamma = 0,001$ до $\gamma = 1000$).

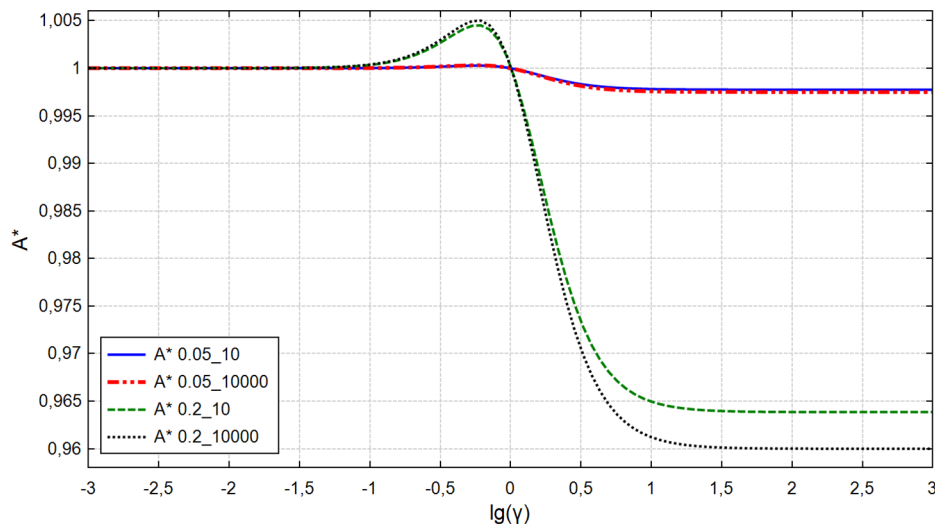


Рис. 2. Розрахункові залежності $A^*(\gamma)$ за формулами (1), (6), (7) для значень параметрів: $\Delta = 0,05$; $\Delta = 0,2$; $K = 10$; $K = 10^4$

Граничні значення функції $\varphi(\gamma, \Delta, K)$. Як при значенні $\gamma \rightarrow 0$, так і за $\gamma \rightarrow \infty$ функція φ має граничне значення $\varphi \rightarrow 0$, що фізично відповідає ідеалізованому омичному (в першому випадку) та ідеалізованому ємнісному (в другому випадку) подільнику напруги.

Розкладання функції φ (2) за степенями малого параметра γ за умови $\gamma \rightarrow 0$ визначає вираз

$$\varphi(\gamma) = -2 \frac{K-1}{K} \Delta^2 \gamma^3, \quad (15)$$

при цьому значення φ у (15) одержується в радіанах.

При іншому граничному значенні $\gamma \rightarrow \infty$ розкладання φ (2) за степенями малого параметра $1/\gamma$ надає вираз

$$\varphi(\gamma) = -2 \frac{K-1}{K} \frac{\Delta^2}{\gamma} \Psi(\Delta, K), \quad (16)$$

де поправкова функція порядку одиниці

$$\Psi = \left(1 - 2 \frac{\Delta^2}{K} - \frac{K-2}{K} \Delta^4 \right)^{-1}.$$

Максимальне значення Ψ за $\Delta=0,2$; $K=10$ складає 1,009367, отже для умов розгляду $1 < \Psi < 1,009367$.

Аналогічно п. 1.7 за допомогою програмного пакету SMATH Studio були віднайдені значення $\varphi'_{\min}$ (2), в кутових хвилинах, та відповідні їм значення γ' (у відносних одиницях) для параметрів $\Delta=0,01$; $0,02$; ... $0,19$; $0,2$ та значень $K=10$; 100 ; 1000 ; 10000 , які наведені у табл. 2.

Таблиця 2

Результати розрахунків значень $\varphi'_{\min}$ (кут. хв.), γ' (відн. од.)

Величина	$K = 10$		$K = 100$		$K = 1000$		$K = 10000$	
Δ , відн. од.	γ'	$\varphi'_{\min}$	γ'	$\varphi'_{\min}$	γ'	$\varphi'_{\min}$	γ'	$\varphi'_{\min}$
0,01	1,73214	-0,200968	1,73213	-0,221064	1,73213	-0,223073	1,73213	-0,223274
0,02	1,73243	-0,80397	1,7324	-0,884355	1,73239	-0,892394	1,73239	-0,893197
0,03	1,7329	-1,80931	1,73283	-1,99018	1,73283	-2,00826	1,73283	-2,01007
0,04	1,73357	-3,21747	1,73345	-3,53903	1,73343	-3,57118	1,73343	-3,5744
0,05	1,73443	-5,02917	1,73424	-5,53162	1,73422	-5,58186	1,73422	-5,58689
0,06	1,73549	-7,2453	1,7352	-7,96886	1,73518	-8,04121	1,73517	-8,04844
0,07	1,73673	-9,86697	1,73635	-10,8519	1,73631	-10,9503	1,73631	-10,9602
0,08	1,73817	-12,8955	1,73767	-14,1819	1,73762	-14,3106	1,73762	-14,3234
0,09	1,73981	-16,3323	1,73918	-17,9606	1,73911	-18,1234	1,73911	-18,1397
0,1	1,74165	-20,1793	1,74086	-22,1897	1,74078	-22,3906	1,74077	-22,4107
0,11	1,74368	-24,4383	1,74273	-26,871	1,74263	-27,1142	1,74262	-27,1385
0,12	1,74592	-29,1114	1,74478	-32,0069	1,74467	-32,2962	1,74466	-32,3252
0,13	1,74836	-34,2011	1,74702	-37,5995	1,74689	-37,9392	1,74687	-37,9731
0,14	1,751	-39,71	1,74945	-43,6517	1,74929	-44,0456	1,74928	-44,085

Величина	$K = 10$		$K = 100$		$K = 1000$		$K = 10000$	
Δ , відн. од.	γ'	$\varphi'_{\min}$	γ'	$\varphi'_{\min}$	γ'	$\varphi'_{\min}$	γ'	$\varphi'_{\min}$
0,15	1,75386	-45,6408	1,75207	-50,1662	1,75189	-50,6183	1,75187	-50,6636
0,16	1,75692	-51,9966	1,75488	-57,1461	1,75468	-57,6605	1,75466	-57,712
0,17	1,7602	-58,7808	1,75789	-64,5947	1,75766	-65,1754	1,75764	-65,2335
0,18	1,76369	-65,9969	1,7611	-72,5155	1,76084	-73,1666	1,76081	-73,2317
0,19	1,76741	-73,6486	1,76451	-80,9124	1,76422	-81,6378	1,76419	-81,7103
0,2	1,77135	-81,74	1,76812	-89,7895	1,7678	-90,5932	1,76777	-90,6735

Обробка даних з табл. 2 дозволяє запропонувати спрощений вираз для $\varphi'_{\min}$ у вигляді:

$$\varphi'_{\min} = -2252 \frac{K-1}{K} \Delta^2. \quad (17)$$

При цьому похибка (17) по відношенню до відповідних даних з табл. 2 не перевищує $\pm 0,85\%$ за абсолютною величиною, що можна вважати прийнятним.

На рис. 3 наведені графіки залежностей $\varphi'(\gamma)$, розраховані за формулами (2), (6), (7) для значень параметрів: $\Delta=0,05$; $0,20$; $K=10$; 10^4 , що пояснюють одержані результати. Для відслідковування повної зміни кривих $\varphi'(\gamma)$ діапазон зміни γ (по вісі абсцис) представлений у логарифмічному масштабі (від $\gamma=0,001$ до $\gamma=1000$).

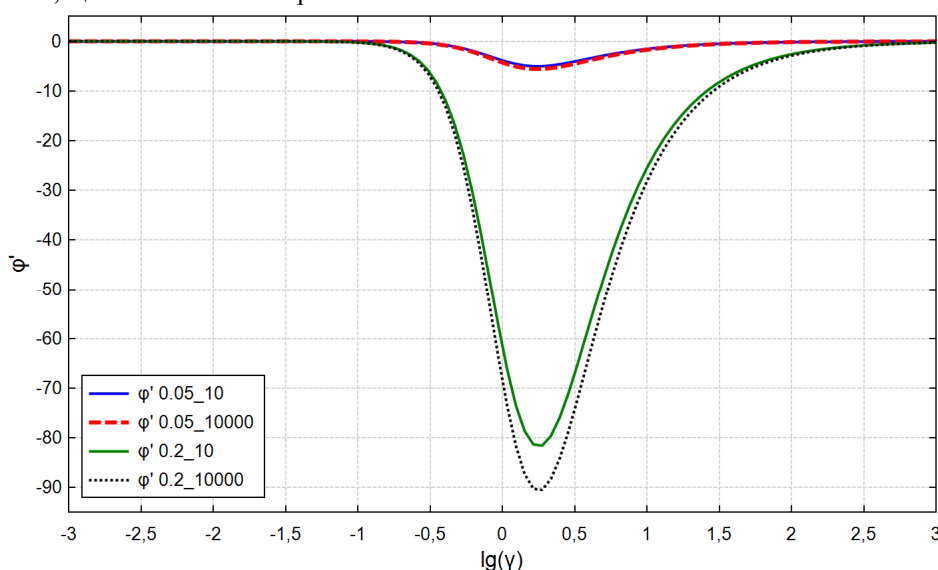


Рис. 3. Розрахункові залежності φ' (кут. хв.) від γ (відн. од.) за формулами (2), (6), (7) для значень параметрів: $\Delta = 0,05$; $\Delta = 0,2$; $K = 10$; $K = 10^4$

Обговорення одержаних результатів. Вперше в загальному виді розкриті загальні особливості частотних характеристик високовольтних широкосмугових подільників напруги з паралельно-последовним з'єднанням R-, C-елементів високовольтного плеча з урахуванням неідентичності його ємнісних складових.

Вперше кількісно визначений граничний вплив неідентичності ємнісних елементів високовольтного плеча на АЧХ та ФЧХ подільника напруги та показано його суттєве значення.

Вперше для діапазону коефіцієнтів ділення широкосмугових подільників напруги $K \geq 10$ запропоновані спрощені та, водночас, достатньо точні вирази для граничних значень їхніх частотних характеристик. Для діапазону коефіцієнтів ділення подільників напруги $1 < K < 10$ необхідно проведення додаткових досліджень.

Для зменшення відхилень АЧХ (від нормованого значення) широкосмугового подільника напруги в залежності від частоти можна рекомендувати використовувати її відкориговане значення

$$A_{cor}^* = \frac{1}{2} \left(A_{\max}^* + A_{\gamma \rightarrow \infty}^* \right) \text{ та відповідне відкориговане}$$

значення коефіцієнта ділення подільника напруги $K_{cor} = K / A_{cor}^*$, які можна заносити в його паспорт.

Для зменшення відхилень ФЧХ (від нормованого значення) подільника напруги в залежності від частоти можна рекомендувати використовувати її відкориговане значення $\varphi'_{cor} = 0,5 \cdot \varphi'_{\min}$, яке можна заносити в паспорт подільника напруги для діапазону $\gamma > 0$.

Порівняння одержаних результатів з даними публікацій [2-9] показує, що вплив неідентичності ємнісних елементів високовольтного плеча подільників напруги на їхні характеристики є суттєвим поряд з іншими впливаючими факторами і, отже, повинен враховуватись в теорії та практиці подільників напруги.

Висновки.

Вперше в аналітичному виді проведено дослідження частотних характеристик широкосмугового подільника напруги з урахуванням граничного впливу неідентичності ємнісних елементів його високовольтного плеча, що дозволяє доступно прогнозувати границі зміни амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик подільника напруги в залежності від допуску його складових елементів.

Для зменшення відхилень від нормованих значень амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик широкосмугового подільника напруги в залежності від частоти рекомендовано використовувати їхні відкориговані значення, які можна записувати в паспорт та нормативну документацію подільника напруги.

Одержані результати дозволяють прогнозовано орієнтуватись у значенні допуску ємнісних елементів високовольтного плеча при виборі широкосмугових високовольтних подільників напруги, а також при їх розробці та виготовленні.

Перспективи подальшого розвитку в розглянутому напрямі пов'язані з використанням різних законів розподілення реальних величин R_{RV} , C_{RV} в межах їх допусків, в тому числі, з несиметричними видами розподілень.

Конфлікт інтересів. Автори статті заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ / REFERENCES

1. Anokhin Y.L., Brzhezitskyi V.O., Haran Ya.O., Masliuchenko I.M., Protsenko O.P., Trotsenko Ye.O. Application of high voltage dividers for power quality indices measurement. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2017, no. 6, pp. 53-59. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272x.2017.6.08>.
2. Li D., Liu K., Lei M., Zhou F., Yue C., Yu J. Study on the ratio change measurement of 1000 kV HVDC divider based on improved DC voltage summation method. *High Voltage*, 2020, vol. 5, no. 2, pp. 202-208. doi: <https://doi.org/10.1049/hve.2019.0127>.
3. Fang Z., Luo Y., Zhai S., Qian B., Liao Y., Lan L., Wang D. Temperature rise characteristics and error analysis of a DC voltage divider. *Energies*, 2021, vol. 14, no. 7, p. 1914. doi: <https://doi.org/10.3390/en14071914>.
4. Alf-Peter E., Hällström J., Bergman A. Optimization of the design of a wideband 1000 kV resistive reference divider. *XVII International Symposium on High Voltage Engineering*, Hannover, Germany, August 22-26, 2011. Available at: http://vlab.iitkgp.ac.in/vhvlab/html/pages/CD/topics_a-h/H-013-ELG-F.pdf (accessed 22 June 2020).
5. Khamlichi A., Rovira J. The Design and characterization of a prototype wideband voltage sensor based on a resistive divider. *Sensors*, 2017, vol. 17, no. 11, p. 2657. doi: <https://doi.org/10.3390/s17112657>.
6. Slomovitz D., Trigo L., Faverio C., Kyriazis G.A. Advance in the development of wideband resistive voltage dividers. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1826, no. 1, p. 012083. doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1826/1/012083>.
7. Hrbac R., Kolar V., Bartłomiejczyk M., Mlcak T., Orsag P., Vanc J. A development of a capacitive voltage divider for high voltage measurement as part of a combined current and voltage sensor. *Elektronika ir Elektrotechnika*, 2020, vol. 26, no. 4, pp. 25-31. doi: <https://doi.org/10.5755/j01.eie.26.4.25888>.
8. Xu D., Zhang W., Wang N., Wang G., Xu G. The power frequency voltage divider calibration device and its uncertainty. *Energy Reports*, 2020, vol. 6, pp. 380-384. doi: <https://doi.org/10.1016/j.egy.2019.11.091>.
9. Havunen J., Hällström J. Reference switching impulse voltage measuring system based on correcting the voltage divider response with software. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, vol. 70, pp. 1-8. art. no. 1006008. doi: <https://doi.org/10.1109/tim.2021.3063753>.
10. Brzhezitsky V., Trotsenko Y., Haran Y. Optimization of amplitude-frequency characteristic of broadband voltage divider intended for measurement of power quality parameters. *Technology audit and production reserves*, 2020, vol. 3, no. 1 (53), pp. 35-39. doi: <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2020.205132>.
11. Brzhezitsky V., Haran Y., Derzhuk A., Trotsenko Y., Protsenko O. Amplitude-frequency characteristic of broadband voltage divider with ultimate adjustment of its low-voltage arm. *2020 IEEE 7th International Conference on Energy Smart Systems (ESS)*, 2020, pp. 111-115, doi: <https://doi.org/10.1109/ess50319.2020.9160094>.

12. Brzhezitskyi V.O., Masliuchenko I.M., Laposha M.Y. Maximum influence of nonidentical R- and C-elements of a high-voltage divider on its frequency characteristics. *Power Engineering: economics, technique, ecology*, 2017, no. 1, pp. 70-76. (Ukr). doi: <https://doi.org/10.20535/1813-5420.1.2017.102824>.

13. Korn G.A., Korn T.M. *Mathematical handbook for Scientists and engineers*. Dover Publications, 2000. 1151 p.

Надійшла (Received) 28.05.2021

Прийнята (Accepted) 30.06.2021

Опублікована (Published) 27.08.2021

Бржезицький Володимир Олександрович¹, д.т.н., проф.,
Гаран Ярослав Олександрович¹, к.т.н.,
Держук Андрій Олександрович¹, аспірант,
Проценко Олександр Ростиславович¹, к.т.н., доц.,
Троценко Євгеній Олександрович¹, к.т.н., доц.,
Dixit Mandar Madhukar²,

¹ Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
03056, Київ, пр. Перемоги, 37,

e-mail: v.brzhezitskiy@ukr.net (Corresponding author)

² Vishwaniketan Institute of Management Entrepreneurship
and Engineering Technology,

Survey No. 52, Kumbhivali, Tal, Khalapur, Maharashtra,
410202, India,

e-mail: mandardixit78@gmail.com

V.O. Brzhezitsky¹, Y.O. Haran¹, A.O. Derzhuk¹,
O.R. Protsenko¹, Y.O. Trotsenko¹, M.M. Dixit²

¹ National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv
Polytechnic Institute»,

37, Prospect Peremohy, Kyiv-56, 03056, Ukraine.

² Vishwaniketan Institute of Management Entrepreneurship
and Engineering Technology,

Survey No. 52, Kumbhivali, Tal, Khalapur, Maharashtra,
410202, India.

Ultimate effect of non-identity of capacitive elements of high-voltage arm on frequency characteristics of voltage divider (analytical research).

Purpose. Determination in the analytical form of the maximum limiting influence of the non-identity of the capacitive elements of the high-voltage arm on the amplitude-frequency characteristic and phase-frequency characteristic of the voltage divider with parallel-series connection of R-, C-elements of the high-voltage arm. **Methodology.** Based on the previously developed theory of broadband voltage dividers with parallel-series connection of R-, C-elements, analytical expressions for amplitude-frequency and phase-frequency characteristics of the voltage divider are obtained and investigated taking into account the limit case of non-identical capacitive elements of high-voltage arm. **Results.** The nature of the dependencies of the frequency characteristics of the broadband voltage divider on the value of the tolerance of the capacitive elements of the high-voltage arm, the division factor of the voltage divider in a wide range of frequency changes is determined. Simplified approximating expressions for the maximum values of frequency characteristics of the voltage divider are proposed and their error is determined. **Originality.** For the first time in the analytical form the limiting influence of non-identity of capacitive elements of a high-voltage arm of a voltage divider on its frequency characteristics is considered. A mathematical model of this influence is constructed and the limit values of frequency characteristics of the voltage divider are determined. **Practical value.** It is recommended to introduce into the normative documentation of broadband voltage dividers the corrected value of the division factor, which allows to significantly reduce the deviation of the actual value of the division factor of the voltage divider from the normalized value in a wide range of frequency changes. References 13, tables 2, figures 3. **Key words:** voltage divider, frequency characteristics, analytical expressions, tolerance of capacitive elements, parameters adjustment.