

УДК 621.175.57

Э.Г. БРАТУТА, д-р техн. наук, С.В. БОРОВОК, аспирант

*Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,
г. Харьков, Украина*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА В КАПЛЕУЛОВИТЕЛЯХ КОНТАКТНЫХ АППАРАТОВ

Розглядається математична модель течії газокраплинного середовища у каплевловлювачах контактних апаратів, як теоретична основа для подальшого підвищення ефективності процесу сепарації.

The mathematical model of current drop moisture environments in dropcatcher contact devices, as a theoretical basis for the further increase efficiency of process separation is considered.

Простота конструкции и малые массогабаритные характеристики контактных теплообменных аппаратов позволили им получить широкое распространение в современной энергетике. В качестве примера таких аппаратов можно назвать вентиляторные градирни, контактные конденсаторы паровых турбин, камеры орошения центральных кондиционеров, скрубберы и т.д.

Во всех вышеперечисленных аппаратах процесс переноса теплоты и массы осуществляется за счет прямого взаимодействия между каплями жидкости и газовой средой. Сложность исследования процессов гидродинамики и теплообмена в дисперсных потоках определяется в основном вероятностной природой формирования структуры межфазных поверхностей и существенным влиянием многообразных частных режимных и геометрических особенностей аппаратов. Математическое моделирование процессов контактного теплообмена позволяет выявить наиболее общие закономерности и на их основании разработать рекомендации по расчету и оптимизации контактных аппаратов.

При использовании контактных аппаратов неизбежен унос капельной влаги за пределы рабочего пространства. Это приводит к необходимости пополнения цикла водой, что связано с дополнительными энергозатратами. Кроме того унос капельной влаги оказывает отрицательное влияние на окружающую среду (унос капель, содержащих в себе химические вещества, засоление почв). Для минимизации уноса капельной влаги в контактных аппаратах применяют каплеуловители.

В настоящей работе рассматривается математическая модель газокрапельного (смесь воздуха и капель воды) течения потока в пространстве жалюзийного каплеуловителя контактного аппарата. Каплеуловители такого типа применяются на современных градирнях, после камер орошения центральных кондиционеров и т.д. Общий вид каплеуловителя представлен на рис. 1.

Сравнительно с течением однофазной среды (течение потока воздуха) в двухфазном течении (поток воздуха и капель жидкости), в уравнение сохранения импульса должны быть введены дополнительные уравнения и уточнены соответствующие исходные данные. При этом необходимо введение в математическую модель объемных долей a_1, a_2, \dots, a_n каждой фазы, а так же описание механизма изменения обмена импульсом между фазами. Объемные доли (или доли объема) представляют пространство, занимаемое каждой фазой, и закон сохранения массы и

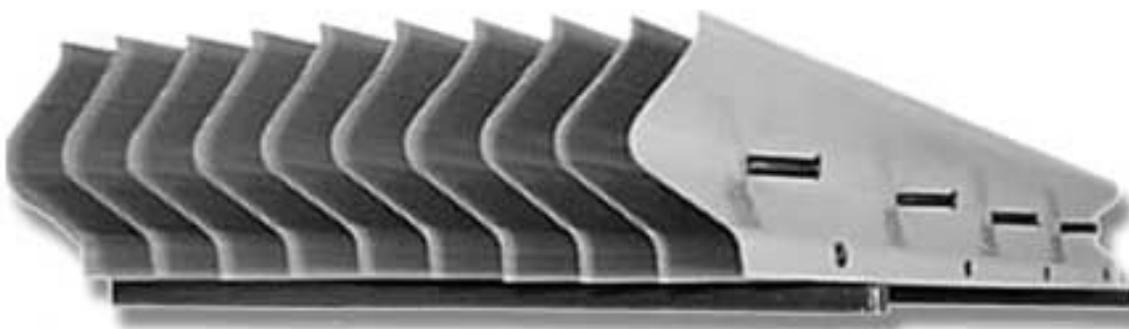


Рис. 1. Жалюзийный каплеуловитель

импульса записывается для каждой фазы индивидуально. Уравнения сохранения могут быть представлены для всех фаз в совокупности при сохранении среднего локального мгновенного баланса для каждой из фаз [1] или с использованием подхода теории смеси [2]. Необходимо отметить, что в представленной работе рассматривается только изотермическое течение потока.

Объемная доля фазы V_ϕ , определяется по формуле

$$V_\phi = \int_V a_\phi dV, \quad (1)$$

где сумма объемных фаз

$$\sum_{\phi=1}^2 a_\phi = 1. \quad (2)$$

Эффективная плотность фазы ϕ

$$\rho_\phi = a_\phi \rho_\phi, \quad (3)$$

где ρ_ϕ – плотность соответствующей фазы (газа и жидкости).

Рассмотрим основные уравнения для решения задачи газокапельного течения.

В виду того, что между каплями и воздухом отсутствует перенос массы, а также на основании того, что рассматривается изотермическое течение, уравнение сохранения массы имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \bar{\mathfrak{G}}_{\text{газа}} &= 0, \\ \operatorname{div} \bar{\mathfrak{G}}_{\text{жидкости}} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $\bar{\mathfrak{G}}$ – скорость переноса массы между фазами.

Уравнение сохранения импульса для фазы ϕ представлено ниже

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (a_\phi \rho_\phi \bar{U}_\phi) + \nabla \cdot (a_\phi \rho_\phi \bar{U}_\phi \bar{U}_\phi) = & -a_\phi \nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_\phi + a_\phi \rho_\phi \bar{g} + \\ & + a_\phi \rho_\phi (\bar{F}_\phi + \bar{F}_{\text{lift},\phi} + \bar{F}_{\text{vm},\phi}) + K_{\text{гж}} (\bar{U}_{\text{ж}} - \bar{U}_{\text{г}}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\bar{\bar{\tau}}_\phi$ – фазовый тензор напряжения деформации, \bar{g} – ускорение свободного падения (сила тяжести), \bar{F}_ϕ – внешняя массовая сила, $\bar{F}_{\text{lift},\phi}$ – подъемная сила, $\bar{F}_{\text{vm},\phi}$ – «мнимая массовая сила», p – давление, создаваемое обеими фазами, $K_{\text{гж}}$ – коэффициент обмена импульсом.

Подъемная сила, действующая на вторичную фазу ж (жидкость) в основной фазе г (газ, воздух) определяется по следующему выражению [3]

$$F_{lift} = -0,5\rho_r a_{гж} |\vec{U}_r - \vec{U}_ж| \times (\nabla \times \vec{U}_r), \quad (6)$$

где a – коэффициент подъемной силы.

Подъемная сила F_{lift} прибавляется к правой части уравнения импульса для обеих фаз ($F_{lift,газ} = -F_{lift,жидкость}$).

В нашем случае, сила подъема является незначительной по сравнению с силой тяжести. Это связано с тем, что расстояние между частицами жидкости (каплями) достаточно велико по сравнению с их размером. Таким образом, нет смысла включать это дополнительное слагаемое в уравнение сохранения импульса.

Для двухфазного потока возникает «мнимый массовый эффект», который появляется, когда вторичная фаза $ж$ (жидкость, капли) ускоряется относительно основной фазы $г$ (газ, воздух).

Инерционность основной фазовой массы, с которой сталкиваются ускоряемые капли проявляет «мнимую массовую силу» на каплях жидкости [3]

$$F_{vm} = 0,5a_{гж}\rho_r \left(\frac{d_r \vartheta_r}{dt} - \frac{d_ж \vartheta_ж}{dt} \right). \quad (7)$$

Термин $\frac{d_\phi}{dt}$ обозначает фазовую материальную производную по времени в форме

$$\frac{d_\phi(\phi)}{dt} = \frac{\partial(\phi)}{\partial t} + (\vec{\vartheta}_\phi \cdot \nabla)\phi. \quad (8)$$

«Мнимая массовая сила» F_{vm} будет прибавлена к правой стороне уравнения импульса для обеих фаз ($F_{vm,г} = -F_{vm,ж}$).

В нашем случае «мнимый массовый эффект» существенен, так как плотность вторичной фазы (капли жидкости) намного больше, чем плотность основной фазы (воздуха).

Обмен импульсами между фазами основан на величине коэффициента обмена импульсом $K_{гж}$.

Для газожидкостного потока обменный коэффициент может быть написан в следующей общей форме

$$K_{гж} = \frac{a_ж \rho_ж f}{\tau_ж}, \quad (9)$$

где f – функция переноса, $\tau_ж$ – «время релаксации частицы», описывается как

$$\tau_ж = \frac{\rho_ж d_ж^2}{18\mu_ж}, \quad (10)$$

где $d_ж$ – диаметр капель фазы $ж$.

Функция f взаимодействия между фазами включает коэффициент аэродинамического сопротивления (C_D), определяемый относительным числом Рейнольдса (Re). Для определения этой функции использовалась модель Морси и Александра [5]

$$f = \frac{C_D Re}{24}, \quad (11)$$

где

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re} + \frac{a_3}{Re^2}. \quad (12)$$

Коэффициенты a_1, a_2, a_3 в уравнении определяются в зависимости от относительного числа Рейнольдса Re .

Относительное число Рейнольдса для основной фазы $г$ и $ж$ вторичной фазы определяется из

$$Re = \frac{\rho_r |\vec{U}_ж - \vec{U}_r| d_ж}{\mu_{гж}}, \quad (13)$$

где $\mu_{гж} = a_ж \mu_ж + a_r \mu_r$ – вязкость смеси фаз $г$ и $ж$.

Модель Морси и Александра является самой полной, но вычисления с помощью этой модели могут быть менее устойчивыми, чем с другими моделями.

Для описания влияния турбулентных колебаний скоростей и скалярных параметров используются различные типы замыкающих моделей. По сравнению с однофазными потоками, количество переменных, в уравнениях импульса в многофазных течениях является большим, и это создает дополнительные трудности при моделировании турбулентности в многофазных течениях.

В нашем случае, при моделировании течения газожидкостного потока в пространстве каплеуловителя, наиболее эффективным является применение дисперсной модели турбулентности.

Эта модель применяется в тех случаях, когда концентрации жидкой фазы очень мала. В этом случае, межкапельные столкновения незначительны, и основной процесс – это влияние основной фазовой турбулентности.

Для привязки математической модели к конкретной физической задаче в основу модели полагается геометрия канала сепарационного устройства и задаются граничные условия. Модель дискретизируется на конечные элементы, создается расчётная сетка и проводится итерационный расчет каплеуловителя.

Тензор напряжения Рейнольдса для однородной фазы $г$ принимает следующую форму

$$\overline{\overline{\tau}}_r = -\frac{2}{3} (\rho_r k_r + \rho_r \mu_{t,r} \nabla \cdot \vec{U}_r) \overline{\overline{I}} + \rho_r \mu_{t,r} \nabla \cdot \vec{U}_r, \quad (14)$$

где \vec{U}_r – скорость фазы $г$.

Турбулентная вязкость $\mu_{t,r}$

$$\mu_{t,r} = \rho_r C_\mu \frac{k_r^2}{\varepsilon_r} \quad (15)$$

и характеристическое время энергетических турбулентных вихрей определяется как

$$\tau_{t,r} = \frac{3}{2} C_\mu \frac{k_r}{\varepsilon_r}, \quad (16)$$

где ε_r – коэффициент рассеяния и $C_\mu = 0,09$.

Масштаб длины турбулентных вихрей

$$L_{t,r} = \sqrt{\frac{3}{2}} C_\mu \frac{k_r^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon_r}. \quad (17)$$

Ниже приведенные уравнения получены при модифицировании модели турбулентности $k - \varepsilon$

$$\frac{\partial}{\partial t}(a_r \rho_r k_r) + \nabla \cdot (a_r \rho_r \vec{U}_r k_r) = \nabla \cdot \left(a_r \frac{\mu_{t,r}}{\sigma_k} \nabla k_r \right) + a_r G_{k,r} - a_r \rho_r \varepsilon_r + a_r \rho_r \Pi_{kr} \quad (18)$$

и

$$\frac{\partial}{\partial t}(a_r \rho_r \varepsilon_r) + \nabla \cdot (a_r \rho_r \vec{U}_r \varepsilon_r) = \nabla \cdot \left(a_r \frac{\mu_{t,r}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon_r \right) + a_r \frac{\varepsilon_r}{k_r} (C_{1\varepsilon} G_{k,r} - C_{2\varepsilon} \rho_r \varepsilon_r) + a_r \rho_r \Pi_{\varepsilon r}. \quad (19)$$

Здесь Π_{kr} и $\Pi_{\varepsilon r}$ – влияние дисперсного компонента на однородный компонент ε , и $G_{k,r}$ – изменение турбулентной кинетической энергии. Все другие обозначения имеют то же самое значение как в однофазной модели $k - \varepsilon$.

Значение Π_{kr} может быть получено из уравнения момента для однородной фазы и принимает следующую упрощенную форму

$$\Pi_{kr} = \frac{K_{rjk}}{a_r \rho_r} (k_{rjk} - 2k_r + \vec{U}_{rjk} \cdot \vec{U}_{dr}), \quad (20)$$

где k_{rjk} – ковариация скоростей однородной фазы ε и дисперсной фазы $ж$ (определяется по уравнению (28) приведенному ниже), \vec{U}_{rjk} – относительная скорость, и \vec{U}_{dr} – скорость дрейфа (определяется по уравнению (33) представленному ниже).

$\Pi_{\varepsilon r}$ согласно Elgobashi и др. [7] равно

$$\Pi_{\varepsilon r} = C_{3\varepsilon} \frac{\varepsilon_r}{k_r} \Pi_{kr}, \quad (21)$$

где $C_{3\varepsilon} = 1,2$.

Рассматривая турбулентность в дисперсной фазе, необходимо рассматривать время и масштабы турбулентности, которые характеризуют перемещение, и используются, чтобы оценить дисперсионные коэффициенты, функции корреляции, и турбулентную кинетическую энергию дисперсной фазы.

Характеристическое время релаксации частицы, связанное с инерционными эффектами, действующими на дисперсную фазу $ж$ определяют как

$$\tau_{F,rjk} = a_{ж} \rho_{ж} K_{rjk}^{-1} \left(\frac{\rho_{ж}}{\rho_{ж}} + C_V \right). \quad (22)$$

Интегральный масштаб времени, вычисленный по траекториям частицы, главным образом воздействует на результирующие траектории пересечения [8], определяется как

$$\tau_{t,rjk} = \frac{\tau_{F,rjk}}{\sqrt{(1 + C_\beta \xi^2)}}, \quad (23)$$

где

$$\xi = \frac{|\vec{U}_{rjk}| \tau_{t,r}}{L_{t,r}}, \quad (24)$$

$$C_\beta = 1,8 - 1,35 \cos^2 \theta, \quad (25)$$

где θ – угол между средней скоростью частицы и средней относительной скоростью.

Отношение между этими двумя характеристическими временами записывается как

$$\eta_{гж} = \frac{\tau_{t,гж}}{\tau_{F,гж}}. \quad (26)$$

По Симонину [9], определяем значения турбулентности для дисперсной фазы ж следующим образом:

$$k_{ж} = k_{г} \left(\frac{b^2 + \eta_{гж}}{1 + \eta_{гж}} \right); \quad (27)$$

$$k_{гж} = 2k_{г} \left(\frac{b + \eta_{гж}}{1 + \eta_{гж}} \right); \quad (28)$$

$$D_{t,гж} = \frac{1}{3} k_{гж} \tau_{t,гж}; \quad (29)$$

$$D_{ж} = D_{t,гж} + \left(\frac{2}{3} k_{ж} - b \frac{1}{3} k_{гж} \right) \tau_{F,гж}; \quad (30)$$

$$b = (1 + C_V) \left(\frac{\rho_{ж}}{\rho_{г}} + C_V \right)^{-1}, \quad (31)$$

где $C_V = 0,5$ – прибавочный массовый коэффициент.

Значение турбулентного переноса для многофазных течений ($K_{гж}(\bar{U}_{ж} - \bar{U}_{г})$) в уравнении (5)) смоделировано следующим образом, для дисперсной фазы ж и однородной фазы г

$$K_{гж}(\bar{U}_{ж} - \bar{U}_{г}) = K_{гж}(\bar{U}_{ж} - \bar{U}_{г}) - K_{гж} \bar{U}_{dr}. \quad (32)$$

Вторая составляющая в правой части уравнения содержит скорость дрейфа

$$\bar{U}_{dr} = - \left(\frac{D_{ж}}{\sigma_{гж} a_{ж}} \nabla a_{ж} - \frac{D_{г}}{\sigma_{гж} a_{г}} \nabla a_{г} \right). \quad (33)$$

Здесь $D_{ж}$ и $D_{г}$ – коэффициент диффузии, и $\sigma_{гж}$ – число турбулентности Шмидта. Используя теорию Tchen [6] в многофазных течениях будем считать, что $D_{ж} = D_{г} = D_{t,гж}$ и значение $\sigma_{гж} = 0,67$.

Для апробации рассмотренной математической модели был реализован некий частный случай, когда массообменом между газом и капельной средой можно пренебречь. В этом случае для конструкции каплеуловителя показанного на рис. 1 получены первые результаты, касающиеся кинематики движения взаимодействия сред в каплеотделителе.

По рис. 2 видно характерное увеличение концентрации капельной среды вызванное как турбулентным воздействием, так и центробежными силами, возникающими при повороте среды в каналах каплеотделителя.

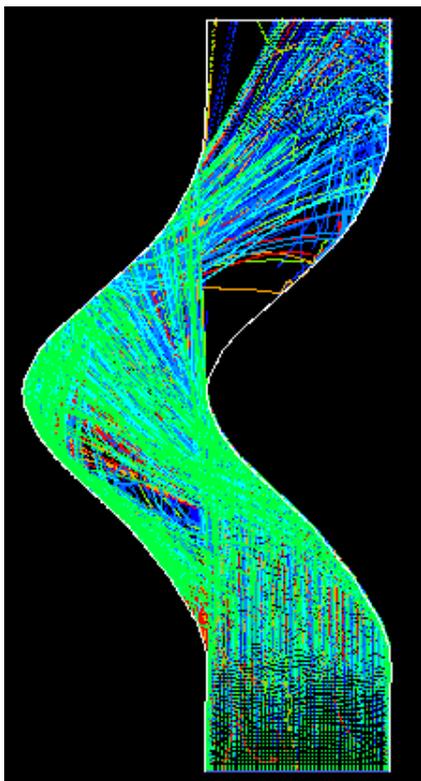


Рис. 2. Концентрация капельной среды по длине каплеуловителя

В порядке развития рассматриваемой модели в настоящее время разработана программа, позволяющая на основе уже полученных результатов, показанных, к примеру, на рис. 2, получить значения эффективности сепарации капель при различных режимно-геометрических характеристиках каплеотделителя.

Выводы.

Разработана математическая модель для расчёта двухфазного газокapельного течения в жалюзийном каплеуловителе.

Созданная математическая модель, в совокупности с граничными условиями, применима для любого каплеуловителя, при определении его эффективности.

Данные, которые будут получены на основе приведенной математической модели, позволят в дальнейшем определить оптимальную конструкцию каплеуловителя при заданных граничных условиях.

Литература

1. *Anderson T.B., Jackson R.* A Fluid Mechanical Description of Fluidized Beds // I & EC Fundam. – 1967. – № 6. – P. 527-534.
2. *Bowen R.M.* Theory of Mixtures. In A. C. Eringen, editor, Continuum Physics // Academic Press. – New York, 1976. – P. 1-127.
3. *Drew D.A., Lahey R.T.* In Particulate Two-Phase Flow // Butterworth-Heinemann. – Boston, 1993. – P. 509-566.
4. Schiller L., Naumann Z. Ver. // Deutsch. Ing. – 1935. – P. 77-318.
5. *Morsi S.A., Alexander A.J.* An Investigation of Particle Trajectories in Two-Phase Flow Systems // J. Fluid Mech. – 1972. – 55(2). – P. 193-208.
6. *Hinze J.O.* Turbulence // McGraw-Hill Publishing Co. – New York, 1975.
7. *Elgobashi S.E., Abou-Arab T.W.* A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flows // Phys. Fluids. – 1983. – 26(4). – P. 931-938.
8. *Csanady G.T.* Turbulent Diffusion of Heavy Particles in the Atmosphere // J. Atmos. Science. – 1963. – № 20. – P. 201-208.
9. *Simonin C., Viollet P.L.* Predictions of an Oxygen Droplet Pulverization in a Compressible Subsonic Coflowing Hydrogen Flow // Numerical Methods for Multiphase Flows. – 1990. – FED91. – P. 65-82.

© Братуга Э.Г., Боровок С.В., 2009