УДК 629.3.015.5

Н.В.КОХАНОВСКИЙ, канд.техн.наук, ***С.В.ПАВЛЕНКО***,
А.Г.ЯНЧИК, ХИТВ НТУ "ХПИ"

ЧАСТОТНОЕ УРАВНЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ ГУСЕНИЧНОЙ ВЕТВИ С РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ШАРНИРАМИ

Зроблено критичний аналіз методик, що застосовуються при дослідженні динамічних параметрів поперечних коливань провисаючих гусеничних гілок. Відзначено, що для рішення практичних задач доцільно представляти гусеничну гілку як систему з рівномірно розподіленими параметрами. З використанням двуохвильового представлення розв'язку одержано частотне рівняння, що дає можливість дослідити вплив на динаміку поперечних коливань інерційних жорсткісних силових параметрів гусеничного обводу та швидкості руху гусеничної машини.

The critical analysis of methods which are used at research of dynamic parameters of transversal vibrations of sagging caterpillar branches is done. It is marked that for the decision of practical tasks it is expedient to represent a caterpillar branch as system with uniformly distributed parameters. With the use of two-wave representation of decision the frequency equation is got that gives possibility to explore an influence on dynamics of transversal vibrations of inertias rigid power parameters of caterpillar compass and rate of movement of caterpillar machine.

Введение. У современных быстроходных гусеничных машин (ГМ) провисающие гусеничные ветви имеют значительную свободу перемещений в поперечном направлении. Такие пути устранения этого нежелательного явления, как увеличение предварительного статического натяжения T_0, числа поддерживающих катков, а также продольной и изгибной жесткости резинометаллических шарниров (РМШ) являются не эффективными и не всегда приемлемыми. Так увеличение T_0 приводит к росту потерь мощности в гусеничном движителе, увеличению статической загруженности элементов гусеничного движителя, к недоиспользованию динамических ходов крайних опорных катков, к увеличению неравномерности распределения удельных давлений опорной ветви. Увеличение числа поддерживающих катков также ограничено из-за роста потерь в движителе, увеличения износа ободов поддерживающих катков по причине увеличивающегося при этом проскальзывания обода с беговой дорожкой гусеницы, уменьшения стабилизирующего влияния верхней ветви гусеничного обвода на натяжение передней наклонной ветви при колебаниях корпуса ГМ. Возмущающие же воздействия с ростом скорости современных ГМ возрастают. Это приводит к возникновению значительных по амплитуде поперечных колебаний провисающих ветвей. Особенно остро этот вопрос стоит с гусеничными обводами с РМШ, так как из-за значительной продольной податливости гусеницы с РМШ ограничивающее амплитуду поперечных колебаний действие нелинейных "цепных" сил [1] значительно меньше, чем для гусеницы с металлическим шарниром (МШ).

Поперечные колебания, вызывающие высокие динамические нагрузки как в гусеничном обводе, так и во всех узлах гусеничного движителя, могут явиться причиной ограничения скорости движения и сбрасывания гусеницы. Поэтому исследование динамических параметров колебательных процессов в гусеничном обводе с целью его стабилизации является одной из актуальных задач при создании быстроходных ГМ.

Анализ последних достижений и публикаций. Вид аналитического представления дифференциальных уравнений поперечных колебаний провисающей ветви гусеничного обвода определяется характером решаемых задач, скоростным диапазоном и особенностями использования рассматриваемых гусеничных машин. Так при определении собственных частот поперечных колебаний гусеничная ветвь представлялась в виде нерастяжимой гибкой нити с сосредоточенными на равных расстояниях точечными массами, каждое из которых равна массе одного трака в сборе [2]. При рассмотрении свободных и вынужденных поперечных колебаний состоящая из n траков гусеничная ветвь представлялась в виде цепочки жестких стержней (траков), соединенных между собой упругими и демпфирующими связями [3], [4]. Такая задача сводилась к решению системы $(5n + 2)$ дифференциальных и алгебраических уравнений со сложным алгоритмом определения действующих на концах траков сил и моментов. Численное решение такой задачи и анализ результатов счета при большом числе содержащихся в ветви траков представляет значительные трудности и нерационально. Проектировщика не интересует закон движения каждого трака в отдельности в виде функции времени. Его интересует, прежде всего, то, как ведет себя гусеничная ветвь в целом. Практическую ценность для исследователя представляет информация о динамических характеристиках колебательного процесса, о режимах движения и закономерностях возникновения неустойчивых поперечных колебаний, об условиях потери устойчивости гусеничного обвода. Для решения таких практически важных задач гораздо эффективнее и менее трудоемко является представление гусеничной ветви в виде системы с равномерно распределенными по длине параметрами [3].

Приведение гусеницы с РМШ к эквивалентной ленте позволяет использовать стержневую теорию. При этом задача о поперечных колебаниях эквивалентной ленты сводится к интегрированию уравнений в частных производных 4-го (5-го) порядка. При представлении решения обычно исходили из предположения, что уравнения стационарного движения ветви имеет форму уравнений статики. Исходя из этого, решение представлялось в виде разложения по собственным формам колебаний для неподвижной в продольном направлении ветви. Тем самым игнорировался сам факт продольного движения гусеницы. В результате не учитывались центробежные и кориолисовы силы инерции, возникающие при перематывании гусеничного обвода. Такое допущение может быть приемлемым для приближенных расчетов при небольших значениях погонной массы и скорости движения гусеничной машины. Однако применительно к современным быстроходным ГМ оно неприемлемо, так как дает неверное представление как о собственных частотах, так и о формах поперечных колебаний, игнорирование зависимостью которых от скорости продольного движения ветви при значительных скоростях движения ГМ приводят к неверным результатам и не позволяет вскрыть явление потери устойчивости ветви.

Учет продольного движения гусеницы приводит к появлению в уравнении смешанной частной производной. Согласно [5], к таким уравнениям нельзя применить классическую схему разделения переменных в действительной области искомых функций. В [5] предлагается представлять решение в виде суперпозиции двух групп волн. При этом проблема сводится к решению характеристического уравнения 4-го порядка с комплексными коэффициентами. Нахождение корней этого уравнения в аналитическом виде не представляется возможным. Поэтому частотное уравнение получали только для частных случаев (при $V=0$ и $V=\sqrt{T/\mu}$).

Цель и постановка задачи. Целью исследования является получение в аналитическом виде уравнения частот применительно к поперечным колебаниям движущейся гусеничной ветви, представленной как система с равномерно распределенными по длине ветви приведенными погонной массой, изгибной жесткостью и моментом инерции поворота трака.

Вывод уравнения частот. Как известно [1], свободные поперечные колебания движущейся гусеничной ветви с равномерно распределенными по длине ветви приведенными погонной массой, изгибной жесткостью и моментом инерции поворота трака описываются дифференциальным уравнением:

$$\mu\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+2V\frac{\partial^2 y}{\partial x\partial t}+V^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)+EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\lambda EI\frac{\partial^5 y}{\partial x^4\partial t}-\rho I\frac{\partial^4 y}{\partial x^2\partial t^2}-T_{cv}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0, \qquad (1)$$

с соответствующими ему граничными условиями шарнирного опирания:

$$y\big|_{x=0}=y\big|_{x=l_t}=0;\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\bigg|_{x=0}=\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\bigg|_{x=l_t}=0, \qquad (2)$$

где
$$T_{cv}=T_o-\frac{1}{\left(e_c+e_p+2\chi\right)}\left[\left(e_c+e_p\right)\mu V^2+P\left(e_p+\chi\right)-\Delta_{1v}-\Delta_{2v}\right]. \qquad (3)$$

В выражении (3) второе и последующие составляющие натяжения определяют уменьшение статического натяжения с ростом скорости движения, с увеличением тягового усилия и с приращением длин передней и задней наклонных ветвей из-за статического “всплытия” корпуса машины с ростом скорости движения гусеничной машины.

Уравнение (1) с граничными условиями (2) содержит смешанную частную производную. Это является причиной того, что к подобным уравнениям нельзя применить классическую схему разделения переменных в действительной области искомых функций. Согласно методу Горошко [5], решение предлагается отыскивать в виде специального двухчленного представления, позволяющего разделить переменные:

$$y(x,t) = \varphi(x)\cos\omega t + \psi(x)\sin\omega t. \tag{4}$$

При отыскании собственных частот поперечных колебаний будем пренебрегать влиянием на собственные частоты демпфирующих сил ветви. Это, как известно, не вносит существенных погрешностей при определении низших собственных частот колебаний. Подставив (4) в (1) и приравняв к нулю коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$, получим систему 2-х уравнений относительно $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ в виде:

$$\begin{aligned} &EI\varphi^{IV} + \rho I\omega^2\varphi^{I} - \mu\omega^2\varphi + 2\mu V\omega\psi^{I} - T_{cv}\varphi^{II} = 0; \\ &EI\psi^{IV} + \rho I\omega^2\psi^{I} - \mu\omega^2\psi - 2\mu V\omega\varphi^{I} - T_{cv}\psi^{II} = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Следуя методу, введем комплексную функцию:

$$\Phi(x) = \varphi(x) + i\psi(x), \tag{6}$$

где i – мнимая единица.

Тогда нетрудно видеть, что решение системы (5) сводится к решению дифференциального уравнения с комплексными коэффициентами:

$$\Phi^{IV} + b\Phi^{II} + id\Phi^{I} + e\Phi = 0, \tag{7}$$

где $b = \dfrac{\rho I\omega^2 - T_{cv}}{EI}$; $d = \dfrac{2\mu V\omega}{EI}$; $e = -\dfrac{\mu\omega^2}{EI}$.

Решение уравнения (7) представимо в виде:

$$\Phi(x) = C_1e^{k_1x} + C_2e^{k_2x} + C_3e^{k_3x} + C_4e^{k_4x}, \tag{8}$$

где k_i – корни характеристического уравнения:

$$k^4 + bk^2 + idk + e = 0, \tag{9}$$

C_i – комплексные постоянные, определяемые из граничных условий, которые в соответствии с (2) для функции $\Phi(x)$ будут иметь вид:

$$\Phi(0) = \Phi(l) = 0; \quad \Phi''(0) = \Phi''(l) = 0. \tag{10}$$

Тогда в соответствии с (6) можно записать:

$$\varphi(x) = R_e[\Phi(x)], \quad \psi(x) = I_m[\Phi(x)] \tag{11}$$

Аналитическое определение корней характеристического уравнения (9) не представляется возможным. Так как уравнение (9) содержит комплексные коэффициенты, то его корни будут комплексными и различными. Найденные с помощью численного итерационного метода Ньютона корни уравнения (9) для скоростей движения, при которых $T_{cv} = 0$ и при пренебрежении моментом инерции I, определенных в [1] как критические, можно привести к виду:

$$k_{1,2} = i(\pm\gamma - \delta); \quad k_{3,4} = \pm\beta + i\delta .$$

где γ, δ, β определяются через коэффициенты уравнения (9) [6].

Тогда выражение (8) в этом случае можно представить в следующем виде:

$$\Phi(x) = e^{i\delta x}\left(C_1 ch\beta x + C_2 sh\beta x\right) + e^{-i\delta x}\left(C_3 \cos\gamma x + C_4 \sin\gamma x\right). \tag{12}$$

Из условия равенства нулю определителя однородной системы уравнений (10), составленной из граничных условий, получаем частотное уравнение в виде:

$$\Delta = \frac{\cos 2\delta l}{ch\beta l} - \frac{\sin\gamma l sh\beta l}{2\gamma\beta ch\beta l}\left[\left(\frac{\beta^2+\gamma^2}{2\delta}\right)^2 - \left(\gamma^2 - \beta^2\right)\right] - \cos\gamma l = 0. \tag{13}$$

Значения ω, удовлетворяющие частотному уравнению, можно определить по методу остатков. Так как необходимо находить собственные частоты нескольких форм колебаний, то удобно построить график зависимости от ω выражения (13):

$$\Delta[\delta(\omega), \gamma(\omega), \beta(\omega)] \tag{14}$$

и определить точки пересечения кривой (14) с осью абсцисс, по которой отложены значения ω.

Выводы

1. Исследование поперечных колебаний провисающих гусеничных ветвей скоростных гусеничных машин необходимо производить с учетом кориолисовых и центробежных сил, обусловленных продольным движением гусе-

ничной ветви.

2. Получено уравнение частот, решение которого численным методом остатка позволяет проанализировать влияние на собственные частоты и формы поперечных колебаний скорости продольного движения ветви и инерционных, жесткостных и силовых параметров гусеничного обвода.

Список литературы. 1. *Кохановский Н.В., Магерамов Л.К.* Неустойчивые режимы поперечных колебаний верхней ветви гусеничного обвода танка. // Механика и машиностроение. – Харьков: НТУ „ХПИ". – 1998. – № 2. – С.41-46. **2.** *Леонов С.И.* Поперечные колебания верхней ветви обвода гусеничного движителя с передним расположением звездочки. // Известия вузов. – М.: Машиностроение, 1958. – № 9. – С.10-19. **3.** *Платонов В.Ф.* Динамика и надежность гусеничного движителя. – М.: Машиностроение, 1973. – 232 с. **4.** *Ребров А.Ю.* К вопросу о моделировании звенчатой гусеничной цепи. // Вестник НТУ "ХПИ". Собрание научных трудов. Тематический выпуск: Автомобиле- и тракторостроение. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2003. – № 4. – С.62-66. **5.** *Горошко О.А., Демьяненко А.Г.* О двухволновом представлении решения дифференциальных уравнений, описывающих динамику некоторых конструкций с подвижной нагрузкой. // Украинский математический журнал. – 1974, Т.29. – № 5. – С.638-641. **6.** *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1967. – 608 с.

Поступила в редколлегию 22.11.2005

УДК 539.3:623.438

А.Н. МАЛАКЕЙ, ГП "Завод им. Малышева"

АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОРПУСА БОЕВОЙ МАШИНЫ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Запропоновано розвинений узагальнений параметричний підхід до побудови систем автоматизованого проектування корпусів бойових машин за критеріями жорсткості та міцності. Використано технології структурних та ієрархічних побудов при розгляді параметричного простору. Це дає змогу різко підвищувати ефективність досліджень фізико-механічних процесів та формування на цій основі раціональних параметрів корпусів бойових машин.

The developed generalized parametrical approach is offered to construction of CAD systems of fighting machines hulls under criteria of rigidity and strength. Technologies of structural and hierarchical constructions are used at consideration of parametrical space. It enables sharply to promote efficiency of researches of physical and mechanical processes and forming of rational parameters of fighting machines hulls on this basis.

1. Введение. Процесс проектирования, в частности, выбора вариантов усиления бронекорпусов легкобронированных машин (ЛБМ) в процессе мо-