

УДК 658.51.012

О.М. Пигнастый, канд. техн. наук, *Технология “НПФ”, г. Харьков;*
В.Я. Заруба, д-р экон. наук, проф., *Харьковский национальный*
технический университет “ХПИ”; **С.Н. Новак**, канд. техн. наук, доц.,
ГВУЗ “Украинская академия банковского дела НБУ”

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ МАКРОПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Для замкнутой системы уравнений состояния макропараметров производственно-технической системы получены уравнения возмущенного состояния. Записаны условия устойчивости функционирования макропараметров производственно-технической системы. Показана взаимосвязь между заделом и темпом перемещения базовых продуктов вдоль технологической цепочки, обеспечивающая устойчивое функционирование технологического процесса.

Ключевые слова: синергетика, базовый продукт, микроскопическое описание.

Постановка проблемы. Хорошо известно, что влияние возмущающих факторов на поведение макропараметров производственно-технической системы не одинаково для разных технологических процессов. На одни технологические процессы это влияние незначительно, так как возмущенное состояние мало отличается от невозмущенного, на другие влияние возмущений сказывается весьма значительно, как бы ни были малы возмущающие силы. В связи с тем, что возмущающие факторы в производственно-технических системах существуют неизбежно, задача устойчивости макропараметров технологического процесса приобретает важное теоретическое и практическое значение. Под возмущающими факторами понимаются силы, не учитываемые при описании технологического процесса вследствие их малости по сравнению с основными технологическими силами, влияющими на производство и выпуск продукции. Силы могут действовать мгновенно (что сведется к малому изменению начального состояния производственно-технической системы) и непрерывно (если составленные уравнения отличаются от истинных на некоторые малые поправочные члены). Исследуем устойчивость макропараметров технологического процесса предприятия, выпускающего заданное изделие (далее по тексту базовый продукт – БП [4]). Воздействие технологического оборудования на БП является случайным процессом [2; 4], моменты функции распределения которого определяются параметрами технологического оборудования и технологией производства. Работа технологической линии контролируется через отклонения макропараметров технологического

процесса (отклонения заделов и темпа перемещения базовых продуктов между технологическими операциями) от плановых значений $[\chi]_0^*$, $[\chi]_1^*$.

$$[y]_0 = [\chi]_0 - [\chi]_0^*; [y]_1 = [\chi]_1 - [\chi]_1^*. \quad (1)$$

Отклонения обусловлены случайными факторами [1; 5]. Пока малые случайные отклонения не переросли в крупномасштабные, служба Главного диспетчера, наделенная полномочиями в рамках установленных на предприятии должностных инструкций, должна устранить отклонения. При этом расход ресурсов предприятия для устранения отклонений $[y]_0$, $[y]_1$ должен быть минимален. Используя данные о технологическом оборудовании, требуется определить условия устойчивости макропараметров технологического процесса и получить оптимальную функцию управления макропараметрами $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$.

Изложение основного материала

Исходные данные производственно-технической системы

Состояние производственно-технической системы определяется состоянием БП. Количество БП, находящихся в заделах различных технологических операций рассматриваемой производственно-технической системы, составляет 30 тысяч единиц. Это определяет условия нормировки функции распределения БП [2]:

$$\int_0^{\infty} dS \cdot [\chi]_0 \approx 30\,000. \quad (2)$$

Технологический процесс состоит из 22 основных и 10 вспомогательных операций. Большое количество БП и технологических операций позволяет разбить фазовое пространство производственно-технической системы на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки были намного меньше характерных размеров производственно-технической системы и в то же время содержали внутри себя большое число БП. Мы можем рассматривать при $N \rightarrow \infty$ и стремящихся к нулю размерах ячейки фазового технологического пространства кинетическое уравнение функции распределения БП по скоростям изменения затрат $\chi(t, S, \mu)$ [2]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t, S) = \lambda_{\text{оборуд}} \cdot \left\{ \int_0^{\infty} [\psi[\tilde{\mu} \rightarrow \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu})] \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\}. \quad (3)$$

$f(t, S)$ – інженерно-производственная функція технологического процесу [2]. Производственно-техническая система характеризується значеннями безрозмірних чисел технологического процесу [2]:

$$Pm = \frac{\xi}{\tau \cdot \eta} \approx \frac{0,23}{0,0125 \cdot 23,33} \approx 0,8.$$

$$Kv = \left[\frac{1}{\lambda_{\text{оборуд}}} \right] \cdot \frac{1}{\xi} \approx \left[\frac{1}{16} \right] \frac{1}{0,23} \approx 0,27 \ll 1, \quad (4)$$

где τ (час), η ($\frac{\text{зрн.}}{\text{час}}$), ξ ($\frac{\text{зрн.}}{\text{операц.}}$) соответственно характерное время выполнения технологической операции, характерная скорость изменения затрат и среднее увеличение стоимости БП на технологической операции. Безрозмірні числа (4) позволяют из (3) получить замкнутые балансовые уравнения [2] для макропараметров технологического процесу $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} &= 0, \\ \frac{\partial[\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_2}{\partial S} &= f(t, S) \cdot [\chi]_0, \quad [\chi]_2 = [\chi]_1 \cdot \left(\frac{[\chi]_{1\text{в}}}{[\chi]_0} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Условия устойчивости макропараметров

Система уравнений (5) дает уравнения возмущенного состояния макропараметров производственно-технической системы

$$\begin{aligned} \frac{\partial[y]_0}{\partial t} + \frac{\partial[y]_1}{\partial S} &= 0, \\ \frac{\partial[y]_1}{\partial t} + \frac{\partial[y]_1}{\partial S} \cdot B_1 + [y]_1 \cdot A_1 + \frac{\partial[y]_0}{\partial S} \cdot B_0 + [y]_0 \cdot A_0 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

с условиями устойчивого функционирования технологического процесу $\mathcal{G}_j < 0$:

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{cc} \mathcal{G}_0 & 0 \\ A_0 & (A_1 + \mathcal{G}_0) \end{array} \right| &= 0, \\ \left| \begin{array}{cccc} (J_j) & 0 & 0 & (-k_j) \\ 0 & (J_j) & (k_j) & 0 \\ A_0 & (-B_0 \cdot k_j) & (J_j + A_1) & (-B_1 \cdot k_j) \\ (B_0 \cdot k_j) & (A_0) & (B_1 \cdot k_j) & (J_j + A_0) \end{array} \right| &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

В настоящей работе подробно исследуются условия устойчивости макропараметров технологического процесса относительно нулевой гармоники случайных возмущений $[y]_0$, $[y]_1$:

$$A_1 = \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0^*} \right) < 0. \quad (8)$$

По данным реального технологического процесса построена зависимость (8). Зависимость (8) показывает (рис. 1), что макропараметры технологического процесса неустойчивы относительно случайных малых возмущений. Такой процесс длительное время не может существовать без управления, влечет остановку производства. При управлении технологическим процессом особое внимание следует уделить операциям, для которых критерий устойчивости (8) имеет максимальное значение.

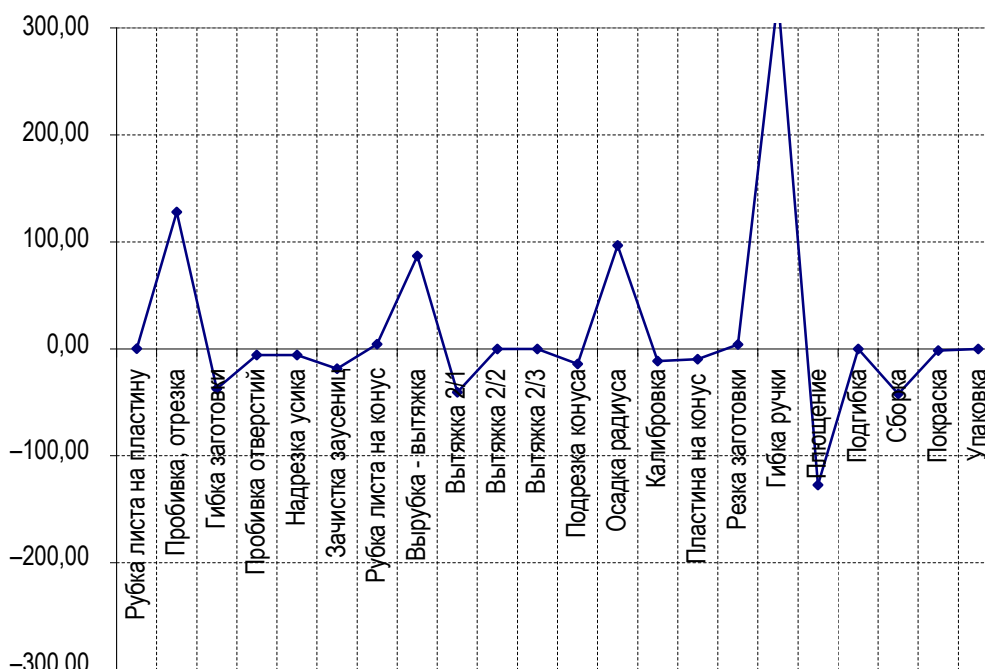


Рис. 1. Условия устойчивости для макропараметров производственно-технической системы

Функция оптимального управления

Дополним систему уравнений (6) управляющей функцией U_0 , U_1 :

$$\frac{\partial [y]_0}{\partial t} + \frac{\partial [y]_1}{\partial S} = U_0;$$

$$\frac{\partial [y]_1}{\partial t} + \frac{\partial [y]_1}{\partial S} B_1 + [y]_1 A_1 + \frac{\partial [y]_0}{\partial S} B_0 + [y]_0 A_0 = U_1. \quad (9)$$

Исследуемое предприятие не имеет возможности пополнить межоперационные заделы за счет сторонних организаций. Это условие накладывает ограничение на управляющие функции. Предприятие должно управлять темпом производства и через него оказывать воздействие на межоперационные заделы. Такой вид управления будем характеризовать системой уравнений:

$$\frac{\partial [y]_0}{\partial t} + \frac{\partial [y]_1}{\partial S} = q_{01} \cdot u_1;$$

$$\frac{\partial [y]_1}{\partial t} + \frac{\partial [y]_1}{\partial S} \cdot B_1 + [y]_1 \cdot A_1 + \frac{\partial [y]_0}{\partial S} \cdot B_0 + [y]_0 \cdot A_0 = q_{11} \cdot u_1. \quad (10)$$

Используя данные об отклонениях, управляющее устройство вырабатывает воздействие $u_1(t, [y]_0, \langle y \rangle)$, которое должно обеспечить асимптотическую устойчивость планового (невозмущенного) состояния: $[\chi]_0^*$, $[\chi]_1^*$. В качестве критерия качества управляющего процесса выберем интеграл:

$$I = \int_{t_0}^{\infty} \left[([y]_0)^2 + \theta_u \cdot (\{u_1\}_0)^2 \right] \cdot dt. \quad (11)$$

Оптимальную функцию Ляпунова $V^0(t, [y]_n)$, $n=0,1$, будем искать в виде квадратичной формы с постоянным коэффициентом c_{00} :

$$V^0(t, [y]_n) = c_{00} \cdot (\{y_0\}_0)^2. \quad (12)$$

Составим выражение $B[V^0, t]$ для рассматриваемой производственно-технической системы с учетом уравнений (10):

$$B[V^0, t] = \frac{\partial V^0}{\partial t} + \sum_{n=0}^1 \frac{\partial V^0}{\partial \{y_n\}_0} \cdot \frac{d\{y_n\}_0}{dt} + \sum_{n=0}^1 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\partial V^0}{\partial \{y_n\}_j} \cdot \frac{d\{y_n\}_j}{dt} + \sum_{n=0}^1 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\partial V^0}{\partial [y_n]_j} \cdot \frac{d[y_n]_j}{dt} + \omega.$$

$$\frac{d\{y_0\}_0}{dt} - q_{01} \cdot \{u_1\}_0 = 0;$$

$$\frac{d\{y_1\}_0}{dt} + A_1 \cdot \{y_1\}_0 + A_0 \cdot \{y_0\}_0 - q_{11} \cdot \{u_1\}_0 = 0. \quad (13)$$

При $u_1 = u_1^0(t, [y]_0, [y]_1)$ величина $B[V^0, t]$ должна иметь минимум и превращаться при этом в ноль:

$$B[V^0, t] = 2 \cdot c_{00} \cdot \{y_0\}_0 \cdot q_{01} \cdot \{u_1\}_0 + \left[(\{y_0\}_0)^2 + \theta_u (\{u_1\}_0)^2 \right] = 0. \quad (14)$$

Дифференцируя $B[V^0, t]$ по $\{u_1\}_0$ и приравнявая результаты нулю, получим недостающие уравнения для определения оптимальной функции Ляпунова $V^0(t, [y]_n)$ и оптимального управляющего воздействия $\{u_1\}_0$:

$$\frac{B[V^0, t]}{\partial \{u_1\}_0} = 2 \cdot c_{00} \cdot \{y_0\}_0 \cdot q_{01} + 2 \cdot \theta_u \cdot \{u_1\}_0 = 0. \quad (15)$$

Равенство можно разрешить относительно управляющего воздействия $\{u_1\}_0$:

$$\{u_1\}_0 = -\frac{c_{00} \cdot q_{01}}{\theta_u} \cdot \{y_0\}_0. \quad (16)$$

Подставим значение управляющего воздействия (16) $\{u_1\}_0$ в (14) и приравняем коэффициенты при произведениях малых возмущений:

$$B[V^0, t] = 2 \cdot c_{00} \cdot \{y_0\}_0 \cdot q_{01} \cdot \left(-\frac{c_{00} \cdot q_{01}}{\theta_u} \cdot \{y_0\}_0 \right) + \left[(\{y_0\}_0)^2 + \theta_u \cdot \left(\frac{c_{00} \cdot q_{01}}{\theta_u} \cdot \{y_0\}_0 \right)^2 \right] = 0,$$

где
$$c_{00} = \frac{\sqrt{\theta_u}}{q_{01}} > 0. \quad (17)$$

Принимая во внимание (17), оптимальная функция Ляпунова (12) для оптимального управления производственного процесса при заданных условиях изготовления "Изделия 05" является определенно положительной. Последнее говорит, что при заданных исходных данных процесс управления, определенный управляющим воздействием (16), является оптимальным, обеспечивает асимптотическую устойчивость планового (невозмущенного) состояния макропараметров производственно-технической системы.

Подставим (17) в (16), получим вид управляющего воздействия:

$$\{u_1\}_0 = -\frac{\{y_0\}_0}{\sqrt{\theta_u}}. \quad (18)$$

Управляющее воздействие пропорционально по величине и противоположно по знаку, возникшему отклонению межоперационного задела $[\chi]_0$. Коэффициент пропорциональности определяется критерием качества переходного процесса. Диспетчер предприятия, получив сведения о состоянии межоперационных заделов, сравнивает их

с плановым состоянием заделов. Результат сравнения представляется в виде управляющего воздействия на отклонение $[y]_0$ межоперационного задела $[\chi]_0$, которое обеспечивает асимптотическую устойчивость технологического процесса относительно возмущений макропараметра межоперационного задела $[\chi]_0$ при критерии качества (13).

Выводы. Проведен анализ устойчивого функционирования макропараметров технологического процесса массового выпуска. Определены “узкие” места в технологической цепочке производственного процесса, представленные в виде невыполнения условий устойчивого функционирования макропараметров технологического процесса. При заданном критерии качества предложена оптимальная функция управления отклонениями макропараметров производственного процесса, обеспечивающая асимптотическую устойчивость планового (невозмущенного) состояния производственно-технической системы предприятия в силу уравнений в малых возмущениях.

Список литературы

1. Демуцкий, В. П. Вопросы устойчивости макроэкономических параметров технологических процессов массового производства [Текст] / В. П. Демуцкий, О. М. Пигнастый // Доповіді Національної академії наук України. – 2006. – № 3. – С. 63–67.
2. Демуцкий, В. П. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции [Текст] / В. П. Демуцкий, В. С. Пигнастая, О. М. Пигнастый // Доповіді Національної академії наук України. – 2005. – № 7. – С. 66–71.
3. Пигнастый, О. М. Задача оптимального оперативного управления макропараметрами производственной системы с массовым выпуском продукции [Текст] / О. М. Пигнастый // Доповіді Національної академії наук України. – 2006. – № 5. – С. 79–85.
4. Прыткин, Б. В. Техничко-экономический анализ производства [Текст] / Б. В. Прыткин. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 399 с.
5. Форрестер, Дж. Основы кибернетики предприятия [Текст] / Дж. Форрестер. – М. : Прогресс, 1961. – 341 с.

Summary

The equations for disturbance state of closed system of the state equations for macroscopic parameters of produced system are received. The stability conditions of function of produced system are written. The such interconnection between the surplus and the temp of moving of basic products along the technological chain which guarantees the stability of produced process function to be shown.

Получено 14.12.2009