

**Коробська Ганна Вікторівна** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики та інформатики, Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна, м. Харків; тел.: (050) 831-87-42; e-mail: korobskayaanna@gmail.com.

**Коробская Анна Викторовна** – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и информатики, Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, г. Харьков; тел.: (050) 831-87-42; e-mail: korobskayaanna@gmail.com.

**Korobska Ganna Vyktorivna** – Candidate of Pedagogic Sciences, Associate Professor at the Department of Higher Mathematics and Informatics, V. N. Karazin Kharkov National University, Kharkov; tel.: (050) 831-87-42; e-mail: korobskayaanna@gmail.com.

УДК 517.95+518.517

**Ю. С. ЛИТВИНОВА**

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ R-ФУНКЦИЙ В ЗАДАНИИ ИНФОРМАЦИИ О СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ 3D ПЕЧАТИ

Проведен обзор информации об использовании возможностей 3D печати в создании строительных объектов. В статье автор, используя методы теории R – функций, построил математическую и компьютерную модели коттеджного дома с целью реализации его 3D печати. Проведено поэтапное построение уравнений конструктивных элементов дома. Значительное внимание уделено построению внутренних конструкций дома. Для удобства выбора реализовано несколько вариантов построения крыши дома.

**Ключевые слова:** R – функции, визуализация 3D объектов, строительные конструкции, 3D печать, конструктивные элементы.

**Введение.** В настоящее время для создания трёхмерных физических объектов весьма перспективным является использование 3D принтеров. В основе технологии 3D печати лежит принцип послойного создания твердой модели. Преимуществами подобных устройств перед обычными способами создания моделей являются высокая скорость, простота и низкая стоимость. Сегодня сложно сказать, кто первым додумался попробовать напечатать на 3D принтере жилой дом, но уже сейчас понятно, что в недалеком будущем технология трехмерной печати станет неотъемлемой частью строительного дела. В начале двухтысячных годов сразу несколько независимых друг от друга групп ученых начали исследования в области применения технологии 3D печати в строительстве.

**Анализ последних исследований.** Группе инженеров британского Университета Лафборо, работающих под руководством *доктора Сунгву Лима*, удалось создать уникальный цементный состав, позволяющий печатать изделия любых форм: выпуклые, краеугольные, изогнутые, кубические. Усовершенствованная цементная формула укладывается методом экструдирования, что позволяет значительно упростить строительные работы, поскольку исключается необходимость в опалубке. Готовые бетонные фигуры легко поддаются корректировке и отделочным работам. Эксперименты британских инженеров не прошли бесследно. Их идея вызвала живой интерес ученых из Южно-Калифорнийского университета. Они предложили использовать огромные машины для 3D печати непосредственно на строительных площадках.

В патентное бюро США был направлен проект под названием *Contour Crafting*, на основе которого планируется собрать огромный принтер, который сможет печатать дома в сборе: не только несущие стены, но и проводку вместе с сантехникой.

В Амстердаме команда архитекторов работает над проектом, призванным освоить одно из самых важных направлений развития 3D печати – строительство зданий. Руководители фирмы намерены возвести здание в северной части Амстердама на канале *Buiksloter*, и оно будет функционировать в качестве образца и исследовательского центра для технологий 3D печати [1, 2].

В шанхайской компании *Shanghai WinSun Decoration Design Engineering Co* не стали дожидаться, пока американские конструкторы соберут футуристическую машину. Вместо этого предприимчивые инженеры собрали собственный 3D принтер *WinSun*, поразивший мировую общественность в первую очередь своими размерами. Аппарат 150 метров длиной и 10 метров шириной способен всего за несколько часов напечатать здание высотой до 6 метров. 3D строительный принтер *WinSun* в качестве «чернил» использует цемент, усиленный стекловолокном (рис. 1).

Компания уже применила свое изобретение на практике. Пока речь идет про недорогое, несложное одноэтажное жилье, однако в *Shanghai WinSun* переполнены энтузиазмом. Тестовые образцы обошлись предприятию на 50% дешевле, чем при использовании классических методов строительства. Технология очень простая и дешевая. Принтер слой за слоем наносит раствор. Стены получаются примерно 30 см в ширину. Но самое главное – скорость. Всего за 24 часа можно построить целый дом, а за неделю большой павильон площадью 1400 м<sup>2</sup>. Машина может работать круглые сутки сама по себе, без наблюдателя. Экономия не только на рабочей силе, но

и на материалах. «Чернила» для принтера – раствор из цемента и переработанного строительного мусора. Создатели уверяют, материал не токсичен - никакого вреда здоровью человека и даже его кошельку. Ведь цены бросовые. Дом в  $200 \text{ м}^2$  обойдется всего в 5 тысяч долларов. «Это может быть жилой дом или гараж, может быть офис, может быть беседка в парке – все что угодно. Дом любых размеров и форм, все, о чем можно мечтать», – рассказывает руководитель строительной фирмы города Шанхай *Ма Ихэ* [3].



Рис. 1 – Дома в Китае, напечатанные на 3D принтере.

А как же насчет внутренних стен? Все, описанные выше технологии и изобретения ориентированы на строительство внешних конструкций. Но на рынке трехмерной печати нашлись компании, которые всерьез задумались над обустройством жилого пространства изнутри. К примеру, Emerging Objects изобрели соляной полимер для печати межкомнатных перегородок, изящно зондирующих помещение. Соединив воедино строительный клей и соль, добытую в пруду Редвуд-сити, изобретатели получили недорогой, легкий, водостойкий, полупрозрачный материал. Первым проектом Emerging Objects стал 3D печатный дом под кодовым названием 1.0. Стены в комнатах целиком и полностью печатаются из новоизобретенного материала Saltygloo. В результате получается очень красивый, изящный и достаточно прочный дом, который станет украшением любой курортной зоны.

В Нидерландах решили пойти немного другим путем. Исследователи, представляющие лабораторию Sabin Design при Корнельском университете, решили, что современная промышленность не готова к печати домов целиком. Вместо этого они сосредоточили свои усилия на печати керамических кирпичей. Ученые решили обойти традиционные трудоемкие методы строительных работ, заменив шлакоблоки, цементный раствор и физический труд с помощью изделия под названием PolyBricks. Специалисты из Sabin Design решили отказаться от традиционных клеящих составов. Кирпичи Polybricks создавались с учетом классических столярных технологий, применяющихся строителями для скрепления между собой деревянных изделий. Другими словами, кирпичные блоки проектируются таким образом, чтобы сила тяжести соединяла между собой все детали конструкции.

ВМС США всерьез заинтересовались методами печати бетоном. Национальный научный фонд США при поддержке оборонных ведомств решили финансировать разработки компании Contour Crafting. Это означает лишь одно – 3D печать в строительстве определенно нашла свое место и вполне возможно, очень скоро, строительство станет частью технологии трехмерной печати, а не наоборот.

**Постановка задачи.** Целью данной статьи является создание на основе теории  $R$  – функций математической и компьютерной модели коттеджного дома в целом.

**Математическая модель.** Для построения искомым уравнений геометрических объектов используем следующие конструктивные средства теории  $R$  – функций: наиболее простую и поэтому наиболее часто используемую систему [4, 6]:

$$\left\{ x \wedge_0 y \equiv x + y - \sqrt{x^2 + y^2}; x \vee_0 y \equiv x + y + \sqrt{x^2 + y^2}; \bar{x} \equiv -x, \right. \quad (1)$$

где  $\wedge_0, \vee_0$  – символы  $R$  – конъюнкции,  $R$  – дизъюнкции и  $R$  – отрицания, соответственно. Кроме того, для построения уравнений, соответствующих геометрическим объектам с симметрией трансляции вдоль прямой, воспользуемся следующей теоремой [4].

**Теорема.** Пусть трансляционная область  $\sum_0 = [\sigma_0(x, y) \geq 0]$  симметрична относительно оси  $O_y$  и может быть заключена в вертикальную полосу  $-a < x < a$ , а области  $\sum_i = [\sigma_0(x - h_i, y) \geq 0]$  получены в результате преобразования переноса области  $\sum_0$  вдоль оси абсцисс на величины  $h_i$ , кратные  $h > 2a$ . Тогда уравнение границы области имеет вид

$$w(x, y) \equiv \sigma_0(\mu(x, h), y) = 0, \text{ где } \mu(x, h) = \frac{4h}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{(2i-1)^2} \sin \frac{(2i-1)x\pi}{h}.$$

Для построения уравнений, соответствующих геометрическим объектам с точечной симметрией циклическо-

го типа, воспользуемся следующей теоремой [5].

**Теорема.** Пусть трансляционная область  $\sum_0 = [\sigma_0(x, y) \geq 0]$  симметрична относительно оси абсцисс, а область  $\sum_1 = [\sigma_0(x - r_0, y) \geq 0]$  может быть размещена внутри сектора  $-a \leq \theta \leq a$ ,  $0 \leq a \leq \pi/n$ . Области

$$\sum_k = \left[ \sigma_0 \left( r \cos \left( \theta - \frac{2\pi k}{n} \right) - r_0, r \sin \left( \theta - \frac{2\pi k}{n} \right) \right) \geq 0 \right]$$

получены в результате поворота области  $\sum_1 = [\sigma_0(x - r_0, y) \geq 0]$  в плоскости  $xOy$  вокруг начала координат на углы  $2\pi k/n$ . Тогда уравнение границы области  $\Omega = \bigcup_{k=0}^{n-1} \sum_k$  имеет вид

$$\omega(x, y) = \sigma_0(r \cos \mu(\theta, n) - r_0, r \sin \mu(\theta, n), z) = 0,$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\theta = \arctg \frac{y}{x}$ ,  $\mu(x, h) = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1) \frac{n\theta}{2}}{(2k-1)^2}$ .

Аналогичные теоремы справедливы для трехмерных пространств.

**Построение компьютерной модели.** В работах [1, 2] были построены простейшие уравнения летне-дачного дома, значительное внимание уделено внешнему дизайну домов. В данной работе учтены новые запросы потребительского рынка, а именно спрос на так называемые «Town House». Было принято решение построить модель коттеджного дома для круглогодичной эксплуатации, расширив внутреннее помещение до трех спален, гостиной. Учтена возможность установки автономного отопления.

Построим уравнение типового коттеджного дома (рис. 2).

Начнём с уравнения фундамента  $ff$ :

$$ff = ((x + 0.5)(9 - x) \wedge_0 (0.5 + y)(15.5 - y)) \wedge_0 (-z)(1 + z) \geq 0$$

Хорошо известно, что нормализованная функция вблизи границы ведет себя как расстояние до этой границы. Воспользуемся указанным свойством для построения уравнения стен дома. Тем самым мы сократим количество использованных  $R$ -операций.

Зададим толщину стен, равную 0,3 м и высоту потолка, равную 3,5 м.

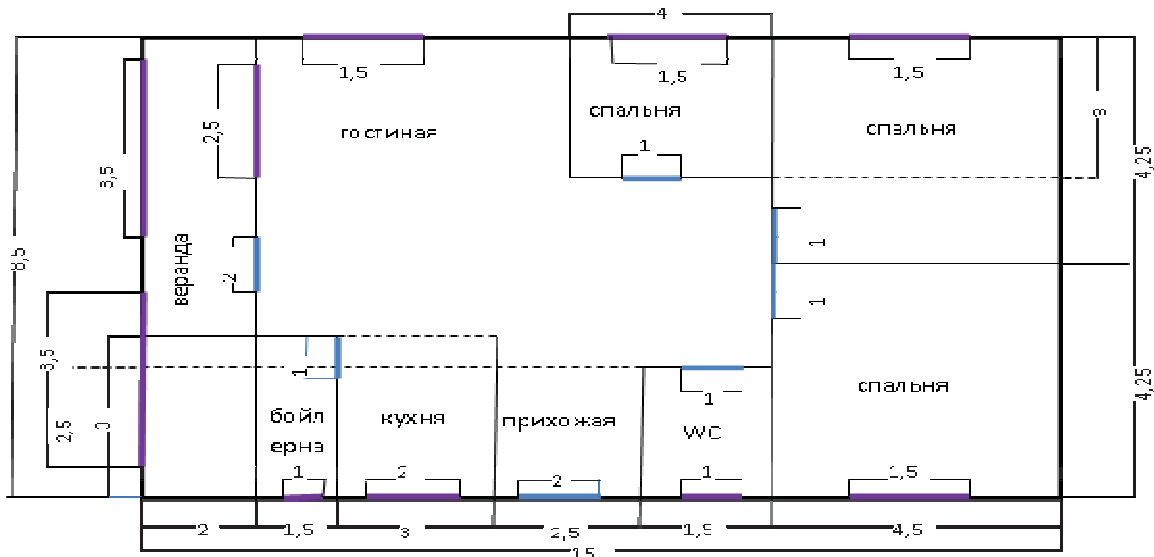


Рис. 2 – Схема типового коттеджного дома.

Тогда уравнение внешних стен будет иметь следующий вид:

$$f1 = \left( 0.15 - \left| \frac{x(8.5 - x)}{8.5} \wedge_0 \frac{y(15 - y)}{15} \right| \right) \wedge_0 z(3.5 - z) \geq 0.$$

Соединяем внешние стены с фундаментом – уравнение  $fk$  (рис. 3, а):

$$fk = ff \vee_0 f1 \geq 0.$$

На рис. 3 представлены процессы соединения стен с фундаментом и добавления внутренних перегородок.

Строим уравнения внутренних перегородок  $fc2, fc3, fc4, fc5, fc6, fc7$ .

Принимаем, что толщина внутренних перегородок равна 0,1 м. Строим уравнения для создания внутренних перегородок:

$$\begin{aligned} f\tilde{n}2 &= \left( 0.05 - \left| (3,5 - y) \frac{(y-2)}{1.5} \wedge_0 (x-5,5) \right| \right) \geq 0; & f\tilde{n}3 &= (0.05 - |11,5 - x|) \geq 0; \\ f\tilde{n}4 &= \left( 0.05 - \sqrt{(x-4,5)^2 \vee_0 (11,5 - y)} \right) \geq 0; & f\tilde{n}5 &= \left( 0.05 - \left| (x-6) \wedge_0 (y-9) \left( \frac{11,5 - y}{2,5} \right) \right| \right) \geq 0; \\ f\tilde{n}6 &= \left( 0.05 - \left| (11,5 - y) \left( \frac{y-7,5}{4} \right) \wedge_0 (3-x) \right| \right) \geq 0; & f\tilde{n}7 &= \left( 0.05 - \sqrt{(y-6,5)^2 \vee_0 (5,5 - x)} \right) \geq 0. \end{aligned}$$

Общее уравнение внутренних перегородок  $fc$  имеет вид:

$$fc = ((fc1 \vee_0 fc2 \vee_0 fc3 \vee_0 fc4 \vee_0 fc5 \vee_0 fc6 \vee_0 fc7) \wedge_0 (z(3,5 - z)) \wedge_0 f11) \geq 0$$

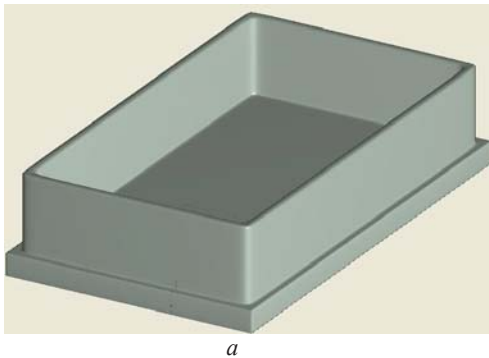
Соединяем фундамент, внешние стены и внутренние перегородки в уравнении  $ffc$  (рис. 3, б):

$$ffc = (fk \vee_0 fc) \geq 0.$$

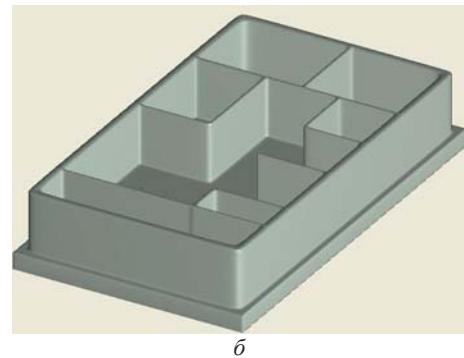
На рис. 4 представлен процесс добавления дверных и оконных проемов.

Выполняем построение уравнения дверных проемов  $fd1, fd2, fd3, fd4, fd5, fd6, fd7$ :

$$\begin{aligned} fd1 &= (1 - (x-4,5)^2 - (y-2)^2) \wedge_0 ((z-0,08)(2-z)) \geq 0; \\ fd2 &= (0,25 - (x-6)^2 - (y-3,5)^2) \wedge_0 ((z-0,08)(2-z)) \geq 0; \\ fd3 &= (0,25 - (x-6)^2 - (y-10,5)^2) \wedge_0 ((z-0,08)(2-z)) \geq 0. \end{aligned}$$



а



б

Рис. 3 – Макет дома с фундаментом и внутренними перегородками:

а – фундамент и внешние стены дома; б – соединение фундамента, внешних и внутренних стен дома.

$$\begin{aligned} fd4 &= (0,25 - (x-5)^2 - (y-11,5)^2) \wedge_0 ((z-0,08)(2-z)) \geq 0; \\ fd5 &= (0,25 - (x-4)^2 - (y-11,5)^2) \wedge_0 ((z-0,08)(2-z)) \geq 0; \\ fd6 &= (0,25 - (x-3)^2 - (y-8,5)^2) \wedge_0 ((z-0,08)(2-z)) \geq 0; \\ fd7 &= (0,75 - (x-8,5)^2 - (y-7,5)^2) \wedge_0 ((z-0,08)(2-z)) \geq 0. \end{aligned}$$

Общее уравнение дверных проемов  $fd$  имеет вид:

$$fd = (fd1 \vee_0 fd2 \vee_0 fd3 \vee_0 fd4 \vee_0 fd5 \vee_0 fd6 \vee_0 fd7) \geq 0.$$

Соединим фундамент дома, внешние и внутренние стены и дверные проемы в уравнении  $fcd$  (рис. 4, а):

$$fcd = (ffc \wedge_0 (-fd)) \geq 0.$$

Выполним построение уравнений оконных проемов  $fo1, fo2, fo3, fo4, fo5, fo6, fo7, fo8, fo9, fo10, fo11$ :

$$\begin{aligned} fo1 &= (0,75^2 - x^2 - (y-3,75)^2) \wedge_0 ((z-1)(3-z)) \geq 0; & fo2 &= (0,75^2 - x^2 - (y-6,25)^2) \wedge_0 ((z-1)(3-z)) \geq 0; \\ fo3 &= (0,75^2 - x^2 - (y-9,5)^2) \wedge_0 ((z-1)(3-z)) \geq 0; & fo4 &= (0,75^2 - x^2 - (y-13,25)^2) \wedge_0 ((z-1)(3-z)) \geq 0; \\ fo5 &= (0,75^2 - (x-8,5)^2 - (y-13,25)^2) \wedge_0 ((z-1)(3-z)) \geq 0; & fo6 &= (1 - (x-8,5)^2 - (y-5)^2) \wedge_0 ((z-1)(3-z)) \geq 0; \\ fo7 &= (1,25^2 - (x-1,75)^2 - (y-2)^2) \wedge_0 ((z-0,08)(3-z)) \geq 0; \\ fo8 &= (0,5^2 - (x-8,5)^2 - (y-2,75)^2) \wedge_0 ((z-2)(3-z)) \geq 0; \\ fo9 &= (0,5^2 - (x-8,5)^2 - (y-10,25)^2) \wedge_0 ((z-2)(3-z)) \geq 0; & fo10 &= (17,5^2 - (x-2,25)^2 - y^2) \wedge_0 ((z-0,5)(3-z)) \geq 0; \\ fo11 &= (17,5^2 - (x-6,25)^2 - y^2) \wedge_0 ((z-0,5)(3-z)) \geq 0. \end{aligned}$$

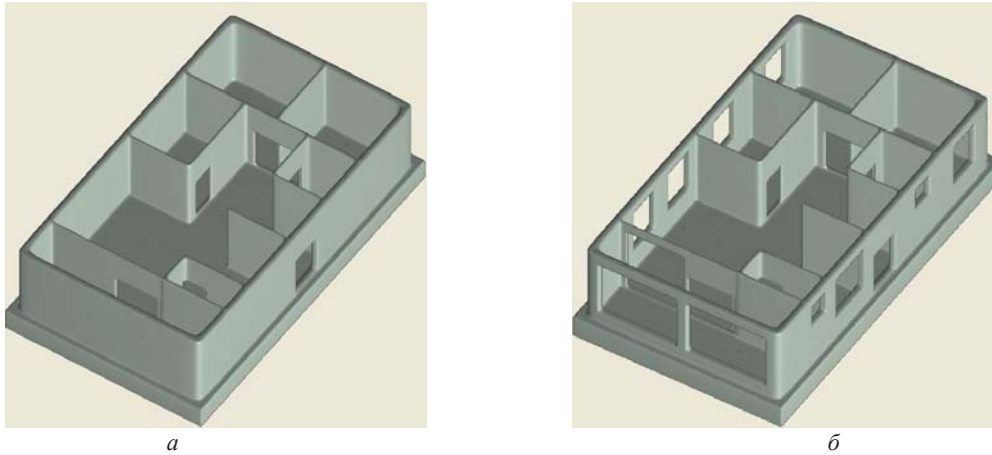


Рис. 4 – Макет дома с дверными и оконными проемами:  
 а – прорезаны двери; б – прорезаны окна.

Общее уравнение оконных проемов дома  $fo$  имеет вид:

$$fo = (fo1 \vee_0 fo2 \vee_0 fo3 \vee_0 fo4 \vee_0 fo5 \vee_0 fo6 \vee_0 fo7 \vee_0 fo8 \vee_0 fo9 \vee_0 fo10 \vee_0 fo11) \geq 0.$$

Соединяем фундамент, внешние и внутренние стены, дверные и оконные проемы в общем уравнении  $fcod$  (рис. 4, б):  $fcod = fcd \wedge_0 (-fo) \geq 0$ .

Следующий этап проектирования – построение уравнения крыши. Для этого нам необходимо задать дополнительные параметры: высота крыши  $hc = 3.55$  м, толщина крыши  $z1 = z - hc$ , высота дополнительных скатов крыши:  $a1 = 4.25$  м,  $a2 = 7.5$  м,  $a3 = 4$  м.

На рис. 5 представлен общий вид дома после добавления различных вариантов крыши с перекрытием.

Построим уравнение простой 4-х угольной крыши  $fkr1$  с чердачными оконными проемами  $fch$ :

$$\begin{aligned} x11 &= a1 - \frac{a3(x-a1)}{z1-a3} \geq 0; \quad y11 = a2 - \frac{a3(y-a2)}{z1-a3} \geq 0; \\ fkr1 &= \left( \left( x11 \frac{(8.5-x11)}{8.5} \right) \wedge_0 \left( y11 \frac{(15-y11)}{15} \right) \right) \wedge_0 ((a3-z1)(z1+0.2)) \geq 0; \\ fch &= \left( (x-4.25)^2 + (z-5)^2 - 0.5^2 \right) \wedge_0 \left( (y-7.5)^2 + (z-5)^2 - 0.5^2 \right) \geq 0. \end{aligned}$$

Общее уравнение крыши  $fkr$  имеет вид:  $fkr = fkr1 \wedge_0 fch \geq 0$ .

Соединим уравнения крыши с уравнением остального дома и получим общее уравнение дома  $res$  (рис. 5, а):  $res = fcod \vee_0 fkr \geq 0$ .

Для возможности выбора, создадим еще другой вариант построения крыши.

Высота и толщина крыши остается прежней, а значения дополнительных скатов крыши изменяем на другие:  $aa1 = 8$  м,  $aa2 = 7.5$  м;  $aa3 = 3$  м,  $ab3 = 3$  м;  $ab2 = 7.5$  м;  $ab1 = 0.5$  м;  $ac3 = 3$  м;  $ac2 = 0.5$  м;  $ac1 = 4.25$  м;  $af3 = 3$  м;  $af2 = 14.5$  м;  $af1 = 4.25$  м.

Получаем:

$$\begin{aligned} xa11 &= aa1 - \frac{aa3(x-aa1)}{z1-aa3} \geq 0; \quad ya11 = aa2 - \frac{aa3(y-aa2)}{z1-aa3} \geq 0; \\ fakr1 &= \left( \left( xa11 \frac{(8.5-xa11)}{8.5} \right) \wedge_0 \left( ya11 \frac{(15-ya11)}{15} \right) \right) \wedge_0 ((aa3-z1)(z1+0.2)) \geq 0; \\ xb11 &= ab1 - \frac{ab3(x-ab1)}{z1-ab3} \geq 0; \quad yb11 = ab2 - \frac{ab3(y-ab2)}{z1-ab3} \geq 0; \\ fbk11 &= \left( \left( xb11 \frac{(8.5-xb11)}{8.5} \right) \wedge_0 \left( yb11 \frac{(15-yb11)}{15} \right) \right) \wedge_0 ((ab3-z1)(z1+0.2)) \geq 0; \\ xc11 &= ac1 - \frac{ac3(x-ac1)}{z1-ac3} \geq 0; \quad yc11 = ac2 - \frac{ac3(y-ac2)}{z1-ac3} \geq 0; \end{aligned}$$

$$fckr1 = \left( \left( xc11 \frac{(8,5 - xc11)}{8,5} \right) \wedge_0 \left( yc11 \frac{(15 - yc11)}{15} \right) \right) \wedge_0 ((ac3 - z1)(z1 + 0.2)) \geq 0;$$

$$xf11 = af1 - \frac{af3(x - af1)}{z1 - af3} \geq 0; \quad yf11 = af2 - \frac{af3(y - af2)}{z1 - af3} \geq 0;$$

$$ffkr1 = \left( \left( xf11 \frac{(8,5 - xf11)}{8,5} \right) \wedge_0 \left( yf11 \frac{(15 - yf11)}{15} \right) \right) \wedge_0 ((af3 - z1)(z1 + 0.2)) \geq 0;$$

$$fch = \left( (x - 2)^2 + (z - 5)^2 - 0.5^2 \right) \wedge_0 \left( (y - 7,5)^2 + (z - 5)^2 - 0.5^2 \right) \geq 0.$$

Построим уравнение многопрофильной крыши и соединим его с уравнением остального дома (рис. 5, б):

$$res = (fcod \vee_0 fkr1 \vee_0 fakr1 \vee_0 fbkr1 \vee_0 fckr1 \vee_0 ffkr1) \wedge_0 fch \geq 0.$$

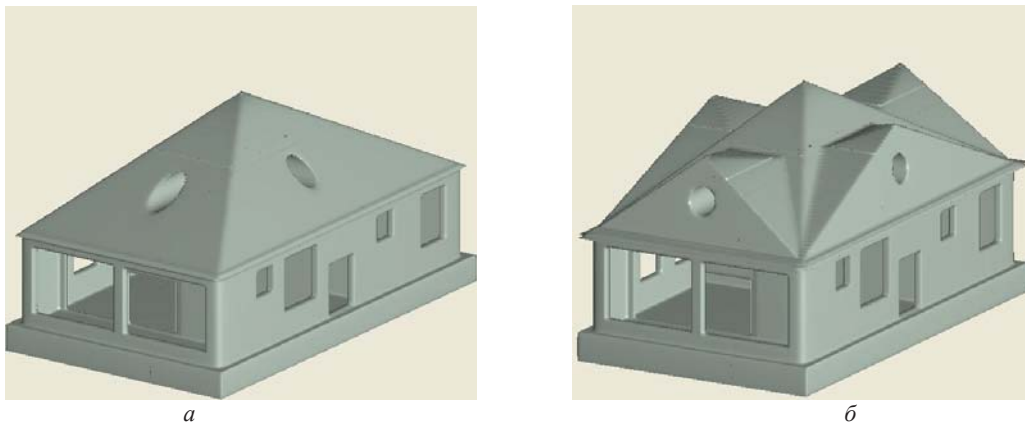


Рис. 5 – Макет проектируемого дома с различными вариантами крыши:  
а – простая 4-х скатная крыша; б – многопрофильная крыша.

Меняя значения буквенных параметров, можно оперативно менять толщину стен, расположение перегородок, размеры и форму окон и дверей, вид крыши, орнамент и др. Здесь для удобства чтения приведены лишь некоторые из них с соответствующей иллюстрацией. Кроме того, автор стремился показать возможности метода  $R$  – функций, поэтому фасад несколько перегружен декоративными элементами. Компьютерная реализация выполнена с помощью [6].

**Выводы.** В данной работе применяется теория  $R$  – функций к математическому и компьютерному моделированию строительных конструкций. Аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные параметры, что позволяет, при необходимости, быстро изменять вид элементов дома. Свойство положительности построенной функции во внутренних точках объекта весьма удобно для реализации 3D печати.

Использование современных строительных технологий, таких как метод экструдирования, позволяет значительно упростить строительные работы, так как исключается необходимость в опалубке. Также заметим, что готовые бетонные фигуры легко поддаются корректировке и отделочным работам благодаря использованию новейших строительных материалов.

Заметим, что может возникнуть техническая проблема из-за неоднозначности рассматриваемых объектов. Решить ее весьма просто: оконные и дверные проемы можно выполнять из другого материала, вставив в программу соответствующие дополнения, что легко осуществить с помощью  $R$  – функций.

**Список литературы:** 1. Литвинова Ю.С., Максименко-Шейко К.В., Шейко Т.И.  $R$  – функции в математическом моделировании 3D – дома для реализации технологий 3D – печати // Вестник Харьковского Национального Университета Серия «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления». – Харьков. – 2014. – № 1105. – Вып. 24. – С. 122 – 128. 2. Литвинова Ю.С., Максименко-Шейко К.В., Шейко Т.И. Математическое и компьютерное моделирование строительных конструкций на основе  $R$  – функций // Межд.-технич. журнал «Проблемы машиностроения». – Харьков, 2014. – № 3. – Т. 17. – С. 45 – 50 3. <http://make-3d.ru/articles/3d-printer-dlya-pechati-domov> // Интернет-источник. 4. Рвачев В.Л. Теория  $R$  – функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наукова думка, 1982. – 552 с. 5. Rvachev V.L.  $R$  – functions in boundary value problems in mechanics / V.L. Rvachev, T.I. Sheiko // Appl. Mech. Reviews. – 1995. – Vol. 48, n. 4. – P. 151 – 188. 6. Максименко-Шейко К.В.  $R$  – функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. – Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. – 306 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Litvinova, Ju. S., K. V. Maksimenko-Shejko and T. I. Shejko. "  $R$  – funkicii v matematicheskom modelirovanii 3D – doma dlja realizacii tehnologii 3D – pečhati." *Vestnik Har'kovskogo Nacional'nogo Universiteta. Ser.: «Matematicheskoe modelirovanie.*

Informacionne tehnologii. Avtomatizirovannye sistemy upravlenija.» No. 1105. Vol. 24. Kharkov. 2014. 122–128. Print. 2. Litvinova, Ju. S., K. V. Maksimenko-Shejko and T. I. Shejko. "Matematicheskoe i komp'uternoe modelirovanie stroitel'nyh konstrukcij na osnove  $R$  – funkcij." *Mezhdunar.-tehnich. zurnal «Problemy mashinostroenija»*. No. 3. Vol. 17. Kharkov. 2014. 45–50. Print. 3. MAKE-3D.RU "Pechat' domov na 3D printere." MAKE-3D.RU, 2014. Web. 05 October 2015. <<http://make-3d.ru/articles/3d-printer-dlya-pechati-domov>>. 4. Rvachev, V. L. Teorija  $R$  – funkcii i nekotorye ee prilozhenija. Kiev: Nayk. dumka, 1982. Print. 5. Rvachev, V. L., and T. I. Sheiko. "  $R$  – functions in boundary value problems in mechanics." *Appl. Mech. Reviews*. Vol. 48. No. 4. 1995. Print. 6. Maksimenko-Shejko, K. V.  $R$  – funkcii v matematicheskom modelirovanii geometricheskikh ob'ektov i fizicheskikh polej. Kharkov: IPMash NAN Ukraini, 2009. Print.

Поступила (received) 06.10.2015

**Литвинова Юлія Сергіївна** – аспірантка ІПМаш НАН України, м. Харків; тел.: 067-835-93-63; e-mail: litjuli@mail.ru.

**Литвинова Юлія Сергеевна** – аспірантка ІПМаш НАН України, г. Харків; тел.: 067-835-93-63; e-mail: litjuli@mail.ru.

**Litvinova Yuliya Sergeevna** – postgraduate student, Institute for Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine; tel.: 067-835-93-63; e-mail: litjuli@mail.ru.

УДК 629.429.3:621.313

**Б. Г. ЛЮБАРСЬКИЙ, Б. Х. ЄРІЦЯН, Д. І. ЯКУНІН, М. Л. ГЛЄБОВА**

### **ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОГО ДВИГУНА НАХИЛУ КУЗОВА ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ**

Запропоновано спрощену математичну модель лінійного двигуна для визначення електромагнітної сили. Сформульовано задачу умовної оптимізації геометричних параметрів лінійного двигуна. Запропоновано у якості цільової функції використати залежність, пропорційну різниці енергії, що може перетворити лінійний двигун та енергії, яка потрібна для руху механізму нахилу кузова. У якості методу оптимізації на попередньому етапі пошуку обрано комбінований метод, що включає в себе генетичний алгоритм. На завершальному етапі оптимізаційної процедури уточнення оптимуму здійснюється методом Нелдера-Міда. Розроблено алгоритм вирішення задачі оптимізації, та його реалізацію в пакеті MATLAB. Запропоновано напрямок удосконалення електромеханічних приводів нахилу кузова за рахунок розробки комбінованих приводів, у яких сумарний кут нахилу буде створено частково електроприводом з лінійним двигуном, а частково іншими механізмами, які вже встановлені на рухомому складі.

**Ключові слова:** лінійний двигун, умовна оптимізація, генетичні алгоритми, кут нахилу, активні матеріали.

**Вступ.** Вельми важливими критеріями ефективності роботи міжміського пасажирського транспорту є швидкість і пропускна здатність. На залізницях передових в технічному відношенні країн їх вдалося істотно підвищити, запровадивши високошвидкісний електричний транспорт [1 – 5].

Підвищення швидкості руху можна здійснити двома основними шляхами. По-перше, відмовитися від використання кривих порівняно малого радіусу. По-друге, залишити в експлуатації існуючу мережу залізниць, вживши заходів по зміні конструкції рухомого складу, що дозволяють підвищити швидкість проходження кривих за рахунок впровадження систем нахилу кузовів [6]. Другий шлях представляється менш витратним, оскільки вводити новий рухомий склад можна поступово, витісняючи існуючий у міру його фізичного та морального зносу.

**Аналіз останніх досліджень.** В якості силового приводу для нахилу кузовів швидкісних поїздів використовуються гідравлічні, пневматичні і електромеханічні системи. Гідравлічна система залежить від погодних умов, екологічно недосконала через можливість витоків, її конструкція, експлуатація та ремонт відносно складні; пневматична система не забезпечує належної швидкодії; електромеханічна система, будучи найбільш перспективною, не забезпечує належного рівня безпеки руху через відсутність самоповернення механізму нахилу [1 – 5].

Усунути зазначені недоліки електромеханічного приводу можливо шляхом використання силового приводу на базі лінійного електродвигуна [1 – 5]. Геометричні та електромагнітні параметри лінійного двигуна можуть змінюватись у широкому діапазоні. Тому для їх вибору необхідно застосовувати методи оптимального проектування, основною частиною яких є задача аналізу, що визначає цільову функцію.

У [1] доведено принципову можливість використання лінійного двигуна для нахилу кузова швидкісного потяга. Проте, геометричні параметри задіяного лінійного двигуна обиралися найбільшми з можливих за умов компонування у візку рейкового транспортного засобу – задля досягнення якнайбільшого зусилля на якорі лінійного двигуна. Так, діаметр корпусу двигуна за умов компонування не має бути більшим 0,5 м у діаметрі та 0,4 м завдовжки.

У [7] показано, що максимальний кут нахилу  $8^\circ$  не є актуальний для залізниць України. Також враховуючи, що тестова задача у [1] вирішувалася для граничного кута нахилу  $\theta = 7^\circ$ , таке саме значення у подальшому також обрано за граничне і у цій роботі. Також враховано неможливість прямого використання електромагнітного лінійного двигуна для приводу нахилу кузова через невідповідність тягової характеристики навантажувальній.

© Б. Г. Любарський, Б. Х. Єріцян, Д. І. Якунін, М. Л. Глєбова, 2015