Список литературы: 1. *Werner W., Koch D.* Natural language interfaces to data bases: a day dream or a realistic goal? — MTA Számitás techn. és Automatis. Kut. Inter. Janul, 1982, N 133, p. 123—138. 2. *Кандрашина Е. Ю.* Элементы семантического представления локативных связей.— В кн.: Новые задачи информатики. Новосибирск, 1979, с. 81—95. 3. *Егорова Н. А.* Эталонный язык — логическая основа семантического процессора запросов.— В кн.: Совершенствование разработки и внедрения автоматизированных управляющих и информационных систем. М., 1980, с. 58—59. 4. *Егорова Н. А.* Функционально-предикатный язык фактографических данных.— НТИ, сер. 2, 1975, № 1, с. 18—20. 5. *Генцен Г.* Исследование логических выводов.— В кн.: Математическая теория логического вывода. М., 1967, с. 9—76.

Поступила в редколлегию 21.11.83.

УДК 518.61

Ю. Ф. СЕНЧУК, канд. физ.-мат. наук

ОБОБЩЕНИЕ ОДНОГО МЕТОДА ПРОГОНКИ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Большая группа сеточных методов решения уравнений эллиптического типа основана на замене частных производных конечно-разностными отношениями [1, 2]. Наиболее разработаны методы с использованием равномерной квадратной сетки. Один из таких методов изложен в монографии [2], где он применяется к уравнению Лапласа с граничными условиями первого рода, а также с одним вариантом комбинированных граничных условий. Обобщим этот метод в следующих направлениях: взамен равномерной квадратной сетки используем прямоугольную, что во многих задачах предпочтительно; вместо уравнения Лапласа рассматриваем эллиптическое уравнение более общего вида, которое сопровождается комбинированными граничными условиями более общего вида, чем в работе [2].

Пусть в прямоугольнике $D = \{(x, y): 0 \leqslant x \leqslant a;\ 0 \leqslant y \leqslant b\}$ требуется решить уравнение

$$\nabla^2 u - p(x, y)\, u + \varphi(x, y) = 0. \qquad (1)$$

Зададим сначала граничное условие первого рода. Вводя прямоугольную сетку с клетками размера $h \times l$ $(a = nh,\ b = ml)$, получаем вместо выражения (1) сеточное уравнение

$$\beta^2 u_{i+1,j} + u_{i,j+1} - 2(\beta^2 + 1)\, u_{ij} + \beta^2 u_{i-1,j} + u_{i,j-1} - p_{ij} + \varphi_{ij} = 0. \qquad (2)$$

Здесь $\beta = l/h$; $p_{ij} = l^2 p(x_i, y_j)$; $\varphi_{ij} = l^2 \varphi(x_i, y_j)$.

Вводим квадратную матрицу $(m-1)$-го порядка $Q = (q_{ij})$, где

$$q_{ij} = \begin{cases} 2, & i = j; \\ -1, & |i - j| = 1; \\ 0 & \text{для всех остальных } i, j, \end{cases}$$

матрицу $P_k = \mathrm{diag}(p_{k1},\ p_{k2},\ \ldots,\ p_{k,m-1})$, а также $(m-1)$-мерные векторы $\boldsymbol{u}_k = (u_{k1},\ u_{k2},\ \ldots,\ u_{k,m-1})$, $\boldsymbol{r}_k = (u_{k0},\ 0,\ \ldots,\ 0,\ u_{km})$, $\boldsymbol{\varphi}_k = (\varphi_{k1},\ \varphi_{k2},\ \ldots,\ \varphi_{k,m-1})$, $k = 0,\ 1,\ \ldots,\ n$. Запишем уравнение (2) так:

$$\beta^2\boldsymbol{u}_{k+1} - 2\beta^2\boldsymbol{u}_k + (Q + P_k)\,\boldsymbol{u}_k + \beta^2\boldsymbol{u}_{k-1} + \boldsymbol{r}_k + \boldsymbol{\varphi}_k = 0. \tag{3}$$

Найдем решение данного уравнения в виде $\boldsymbol{u}_{k+1} = B_k\boldsymbol{u}_k + \boldsymbol{d}_k$ (4). Подставив это выражение в равенство (3), придем к следующим рекуррентным формулам:

$$B_{k-1} = \beta^2\,[\beta^2(2E - B_k) + Q + P_k]^{-1};$$

$$\boldsymbol{d}_{k-1} = [\beta^2(2E - B_k) + Q + P_k]^{-1}(\beta^2\boldsymbol{d}_k + \boldsymbol{r}_k + \boldsymbol{\varphi}_k) \tag{5}$$

с начальными условиями $B_{n-1} = 0$; $\boldsymbol{d}_{n-1} = \boldsymbol{u}_n$ (6).

Формулы (4)—(6) полностью описывают алгоритм метода. Для доказательства невырожденности этого алгоритма предположим, что $p(x,\ y) \geqslant 0$ в области D. В соответствии с результатом, полученным в работе [3], заметим, что $0 < B_k < E$ (7), откуда сразу следует неособенность всех матриц, подлежащих обращению на основании формул (5). Используя то же соотношение (7), нетрудно доказать вычислительную устойчивость алгоритма по отношению к малым ошибкам промежуточных вычислений [2,3].

Будем теперь решать в области D уравнение (1) с комбинированными граничными условиями

$$u(x,\ 0) = q_1(x);\ \ u(x,\ b) = q_2(x);$$

$$\frac{\partial u(0,\ y)}{\partial x} - r(y)\,u(0,\ y) = f(y);\ \ \frac{\partial u(a,\ y)}{\partial x} + s(y)\,u(a,\ y) = g(y),$$

где $r(y) \geqslant 0$, $s(y) \geqslant 0$ для всех $y \in [0,\ b]$. В этом случае формулы (4), (5), очевидно, сохраняют свой вид, однако начальные условия (6) уже не имеют места. Дискретизируя условие на правой границе, записываем

$$(\boldsymbol{u}_{n+1} - \boldsymbol{u}_{n-1})/(2h) + S\boldsymbol{u}_n = \boldsymbol{g}. \tag{8}$$

Здесь $S = \mathrm{diag}(s(y_1),\ s(y_2),\ \ldots,\ s(y_{m-1}))$, $\boldsymbol{g} = (g(y_1),\ (g(y_2),\ \ldots,\ g(y_{m-1}))$. Исключая условно введенный вектор $\boldsymbol{u}_{n+1}$ из равенства (8) и уравнения (3), взятого при $k = n$, получаем

$$B_{n-1} = 2\beta^2\,[2\beta^2(hS + E) + Q + P_n]^{-1};$$

$$\boldsymbol{d}_{n-1} = [2\beta^2(hS + E) + Q + P_n]^{-1}(\boldsymbol{r}_n + \boldsymbol{\varphi}_n + 2\beta^2h\boldsymbol{g}).$$

Это и есть начальные условия для формул (5), отвечающие новым граничным условиям. Теперь остается найти $\boldsymbol{u}_0$. Дискретизируя условие на левой границе, имеем

$$(\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_{-1})/(2h) - R\boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{f}, \tag{9}$$

где $R = \mathrm{diag}(r(y_1),\ r(y_2),\ \ldots,\ r(y_{m-1}))$; $f = (f(y_1),\ f(y_2),\ \ldots,\ f(y_{m-1}))$. Исключая вектор u_{-1} из равенства (9) и равенства (3), взятого при $k=0$, записываем

$$u_0 = [2\beta^2(hR + E - B_0) + \tilde{Q} + P_0]^{-1}[r_0 + \varphi_0 + 2\beta^2(d_0 - hf)].$$

Теперь по формуле (4) можно найти векторы $u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_n$

Список литературы: 1. *Самарский А. А., Николаев Е. С.* Методы решения сеточных уравнений.— М.: Наука, 1978.— 591 с. 2. *Беллман Р., Энджел Э.* Динамическое программирование и уравнения в частных производных: Пер. с англ.— М.: Мир, 1974.— 207 с. 3. *Обобщение* одного сеточного метода решения уравнения эллиптического типа / Ю. Ф. Сенчук. М., 1982. 12 с. Рукопись деп. в ВИНИТИ 12.01.82, № 160-82 Деп.

Поступила в редколлегию 22.11.83.

УДК 658.512

И. В. МЕЗЕНЦЕВ

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

В практике часто приходится решать задачи конструирования и распределительные задачи, которые по своему характеру могут быть сведены к проблеме эффективного использования располагаемых ресурсов. В этих задачах требуется обеспечить выполнение заданного объема работ при условии минимума народнохозяйственных затрат. Ограничением является допустимая мера неадекватности, принятая при решении проблемы [1].

Существует множество точных и приближенных методов решения подобных задач. Однако в случае использования точных методов значительно упрощается модель, область их приложения для задач большой размерности ограничена [2]. В связи с этим значительное внимание уделяется приближенным методам, хотя их применение далеко не всегда обеспечивает необходимую близость искомого результата к оптимуму.

А. В. Дабагяном разработан подход к решению распределительных задач, который лег в основу предлагаемой методики для приближенного решения задач распределения большой размерности. Суть ее в следующем: совокупность всех заявок описывается двумерным массивом $X[M \times N]$, где N — количество заявок в поле; M — число параметров, характеризующих заявку. Определяются ресурсы в виде парка обслуживающих устройств (ОУ). Данные по каждому типу ОУ заносят в отдельную таблицу. В первый столбец помещают номера заявок, удовлетворяющих условию возможности обслуживания j-й заявки l-м ОУ с параметрами

$$x_{ij} \geqslant t_{ij},\ i = \overline{1,\ M},\ j = \overline{1,\ N},\ l = \overline{1,\ T}. \tag{1}$$