



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"Харківський політехнічний інститут"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт з курсу

«Економетрія»

для студентів спеціальностей 7.050206

"Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності"

та 6.030508 "Фінанси"

Харків 2010

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

"Харківський політехнічний інститут"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт з курсу

«Економетрія»

**для студентів спеціальностей 7.050206 "Менеджмент
зовнішньоекономічної діяльності" та 6.030508 "Фінанси"**

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 2 від 18.09.2009

Харків НТУ "ХПІ" 2010

Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу „Економетрія” для студентів спеціальностей 7.050206 "Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності" та 6.030508 "Фінанси" / уклад. О. Б. Білоцерківський. – Х.: НТУ "ХПІ", 2010. – 36 с.

Укладач О. Б. Білоцерківський

Рецензент О. М. Гаврись

Кафедра фінансів та оподаткування

ВСТУП

Електронна таблиця *Excel* є універсальним обчислювальним інструментом, знання якого обов'язкове для студентів економічних спеціальностей. Електронні таблиці відкрили нову епоху у програмуванні – так зване «програмування без мови», завдяки чому складні розрахунки стали доступними непрограмістам.

Вивчення проблем економетрії в середовищі *Excel* має певні переваги в порівнянні з використанням спеціалізованих статистичних пакетів, в яких усі розрахунки виконуються автоматично і користувач отримує відразу готовий результат. *Ціль методичних вказівок* – вивчити певні розділи навчального курсу економетрії, показати, як знаходять ті або інші результати, освоїти особливості обчислювальних алгоритмів, довести теоретичні міркування до числа з подальшою інтерпретацією отриманих результатів і економічних висновків.

У даних методичних вказівках розглянуті основні чисельні методи, які використовуються в курсі «Економетрія». Кожен розділ присвячений окремій темі курсу, і всі розділи побудовані однаково. Спочатку викладаються необхідні теоретичні відомості, потім докладно розглядаються розв'язання завдань. Наприкінці кожного розділу наведено варіанти індивідуальних домашніх завдань, які вибираються за номером прізвища студента в журналі групи.

Дані методичні вказівки не замінюють підручники з економетрії. Теоретичні основи викладаються у стислому вигляді. Даються тільки ті відомості, які необхідні безпосередньо для розв'язання завдань. Як підручники можна використати також [1–5].

1. ЛІНІЙНА ПАРНА РЕГРЕСІЯ

Ціль роботи: За даними спостережень (X, Y) потрібно:

а) оцінити параметри (коефіцієнти регресії) лінійної моделі

$$Y_p = b_0 + b_1 \cdot X$$

за відомими формулами:

$$b_1 = R_{XY} \cdot S_Y / S_X ;$$

$$b_0 = Y_{\text{СЕР}} - b_1 \cdot X_{\text{СЕР}} ,$$

де R_{XY} – коефіцієнт парної кореляції

$$R_{XY} = S_{XY} / (S_X \cdot S_Y) ;$$

S_{XY}, S_X, S_Y – коваріація та стандартні відхилення:

$$S_{XY} = \sum(XY)_{\text{СЕР}} - \sum X_{\text{СЕР}} \sum Y_{\text{СЕР}} ;$$

$$S_{XX} = \sum(XX)_{\text{СЕР}} - \sum(X_{\text{СЕР}})^2 ;$$

$$S_{YY} = \sum(YY)_{\text{СЕР}} - \sum(Y_{\text{СЕР}})^2 ;$$

$$S_X = \sqrt{S_{XX}} ; S_Y = \sqrt{S_{YY}} .$$

б) побудувати графік знайденої залежності разом з емпіричними точками;

в) оцінити параметри за допомогою наступних функцій *Excel*:

КОРРЕЛ – коефіцієнт парної кореляції R_{XY} ;

НАКЛОН – коефіцієнт регресії b_1 ;

ОТРЕЗОК – вільний член лінійної моделі b_0 ;

ПРЕДСКАЗ – обчислює розрахункове значення за лінійною моделлю

$Y_p = b_0 + b_1 \cdot X$ для вказаного значення X ;

г) порівняти отримані результати;

д) оформити роботу у вигляді звіту на аркуші *Excel*.

Зразок виконання завдання показано на рис. 1.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Завдання №1. Лінійна парна регресія												
2												Сума	Середнє
3	X	5,7	7,1	3,2	5,7	9,1	12,3	10,2	4,9	2,4	1,6	62,2	6,22
4	Y	8,1	13,6	7,7	11,5	22,1	24,8	19,6	6	4,7	4,9	123	12,3
5	XX	32,49	50,41	10,24	32,49	82,81	151,29	104,04	24,01	5,76	2,56	496,1	49,61
6	XY	46,17	96,56	24,64	65,55	201,11	305,04	199,92	29,4	11,28	7,84	987,5	98,751
7	YY	65,61	184,96	59,29	132,25	488,41	615,04	384,16	36	22,09	24,01	2012	201,182
8	$Y_p = b_0 + b_1 \cdot X$	11,2409	14,092	6,148895766	11,241	18,166	24,684	20,406	9,6114	4,519	2,89	123	12,3
9	ПРЕДСКАЗ	11,2409	14,092	6,148895766	11,241	18,166	24,684	20,406	9,6114	4,519	2,89	123	12,3
10	Коваріації та дисперсії												
11	$S_{xy} = (XY)_{\text{ср}} - (X_{\text{ср}}) \cdot (Y_{\text{ср}}) =$	22,245											
12	$S_{xx} = (XX)_{\text{ср}} - (X_{\text{ср}})^2 =$	10,9216											
13	$S_{yy} = (YY)_{\text{ср}} - (Y_{\text{ср}})^2 =$	49,892											
14	Середні квадратичні відхилення												
15	$S_x = \text{КОРЕНЬ}(S_{xx}) =$	3,3048											
16	$S_y = \text{КОРЕНЬ}(S_{yy}) =$	7,0634											
17	Коефіцієнт кореляції		Функції Excel										
18	$R_{xy} = S_{xy} / (S_x \cdot S_y) =$	0,953											
19	Коефіцієнти регресії												
20	$b_1 = R_{xy} \cdot S_y / S_x =$	2,0368											
21	$b_0 = Y_{\text{ср}} - b_1 \cdot X_{\text{ср}} =$	-0,369											
22													
23													

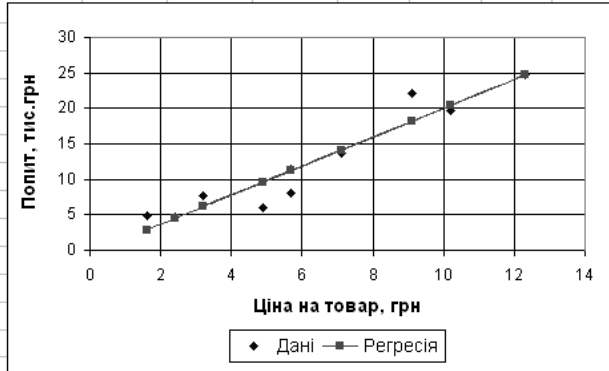


Рисунок 1.1

Завдання 1. Лінійна парна регресія

Варіант 1

X	5,4	7,6	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	13,7	18,0	6,2	15,5	24,1	24,8	25,0	13,0	8,1	6,7

Варіант 2

X	5,5	7,1	2,6	5,4	10,0	11,6	12,4	2,9	2,4	1,6
Y	17,7	14,0	4,2	12,5	29,1	25,8	22,0	9,0	4,1	3,7

Варіант 3

X	13,7	18,0	6,2	15,5	24,1	24,8	25,0	13,0	8,1	6,7
Y	5,4	7,6	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6

Варіант 4

X	5,1	7,4	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	16,7	13,0	7,2	14,5	20,1	21,8	23,0	11,0	7,1	4,7

Варіант 5

X	5,4	7,6	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	13,7	18,0	6,2	15,5	24,1	24,8	25,0	13,0	8,1	6,7

Варіант 6

X	15,4	17,6	12,3	15,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	13,7	18,0	16,2	19,5	14,1	14,8	15,0	9,0	5,1	3,7

Варіант 7

X	5,1	7,2	2,4	5,1	11,2	12,2	10,1	4,8	2,3	1,5
Y	18,7	28,0	16,2	25,5	34,1	44,2	35,0	23,0	8,1	10,7

Варіант 8

X	5,4	7,6	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	11,7	14,0	5,2	13,5	20,1	21,8	24,0	12,0	7,1	6,7

Варіант 9

X	5,3	7,4	2,4	5,6	11,1	12,2	10,3	4,8	2,3	1,5
Y	33,1	38,0	16,2	40,5	54,1	64,8	55,0	53,0	15,1	10,7

Варіант 10

X	5,4	7,6	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	3,7	8,0	1,2	3,5	9,1	8,8	9,2	3,0	1,1	0,7

Варіант 11

X	3,4	5,6	1,3	3,9	8,0	10,6	9,4	3,9	1,4	1,0
Y	13,7	18,0	6,2	15,5	24,1	24,8	25,0	13,0	8,1	6,7

Варіант 12

X	5,4	7,6	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	1,7	1,8	1,6	2,5	7,1	6,8	5,0	2,0	1,7	0,7

Варіант 13

X	3,4	7,6	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	13,7	28,0	9,7	19,5	44,1	54,8	55,0	43,0	18,1	16,7

Варіант 14

X	2,4	7,8	2,1	5,8	11,2	12,5	10,3	4,8	2,3	1,5
Y	13,7	38,0	16,2	35,5	54,1	64,8	55,0	23,0	15,1	10,7

Варіант 15

X	0,4	0,6	0,3	0,9	1,0	1,6	1,4	0,6	0,3	0,6
Y	13,7	18,0	6,2	15,5	24,1	24,8	25,0	13,0	8,1	16,7

Варіант 16

X	1,4	2,6	2,3	5,1	6,0	5,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	12,7	18,0	16,2	25,5	24,1	24,8	55,0	33,0	18,1	16,7

Варіант 17

X	5,4	7,6	2,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	3,7	8,0	3,2	2,5	4,9	4,8	5,1	2,2	1,1	0,7

Варіант 18

X	5,1	7,2	2,0	5,1	10,0	11,6	9,4	6,9	3,4	2,6
Y	15,7	17,0	5,2	17,5	22,1	25,8	23,0	17,0	9,1	7,7

Варіант 19

X	4,4	6,6	3,3	4,9	11,0	11,6	9,4	3,9	5,4	2,6
Y	18,7	28,0	16,2	26,5	44,1	44,8	35,0	16,0	12,1	7,7

Варіант 20

X	5,3	7,5	2,1	5,8	10,0	11,3	8,4	1,9	7,4	1,1
Y	43,7	58,0	16,2	55,5	64,1	74,8	65,0	13,0	38,1	6,7

Варіант 21

X	5,1	7,4	2,2	5,7	11,1	12,3	10,2	4,9	2,4	1,6
Y	8,7	14,0	7,2	13,5	14,1	14,8	15,0	6,0	4,1	4,7

Варіант 22

X	5,1	7,3	2,2	5,8	12,0	10,6	11,4	3,9	1,4	2,6
Y	13,5	18,2	6,3	15,1	24,2	24,4	25,2	13,1	8,5	6,3

Варіант 23

X	5,2	7,3	2,4	5,6	11,2	12,2	10,2	4,3	2,3	1,5
Y	12,7	16,0	5,8	13,5	21,1	22,8	23,0	15,1	7,1	5,7

Варіант 24

X	5,8	5,6	5,3	5,9	11,0	12,6	10,4	4,9	2,4	1,6
Y	13,0	18,4	16,2	19,5	34,1	40,0	35,0	19,2	10,4	9,7

Варіант 25

X	5,7	7,1	3,2	5,7	9,1	12,3	10,2	4,9	2,4	1,6
Y	8,1	13,6	7,7	11,5	22,1	24,8	19,6	6,0	4,7	4,9

2. РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ У МАТРИЧНІЙ ФОРМІ

Ціль роботи: За даними спостережень потрібно:

а) освоїти техніку роботи з матричними функціями *Excel*;

б) оцінити параметри лінійної моделі за допомогою матричних перетворень $B = (X^T X)^{-1} X^T Y$, де Y – матриця-стовпець значень y_i , X^T означає транспонування, матриця $X = [X_0, X_1, \dots, X_m]$ складається зі стовпців значень кожного показника-аргументу x_1, x_2, \dots, x_m ; перший стовпець X_0 складається лише з одиниць;

в) оформити роботу у вигляді звіту на аркуші *Excel*.

Теоретична частина

Введемо позначення для матриць-стовпців усіх показників:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}; X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}; X_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \dots \\ x_{1n} \end{bmatrix}; X_2 = \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ \dots \\ x_{2n} \end{bmatrix}; \dots; X_m = \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ \dots \\ x_{mn} \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_n \end{bmatrix}.$$

Тоді лінійна модель має вигляд

$$Y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_m X_m + E,$$

або в матричній формі $Y = XB + E$.

Помножимо матричне рівняння $Y = XB + E$ ліворуч на X^T і врахуємо, що $X^T E = 0$. Одержимо систему рівнянь щодо невідомих параметрів

$$X^T XB = X^T Y.$$

Позначимо обернену матрицю цієї системи через $C = \text{МОБР}(X^T X)$, тоді

$$B = C(X^T Y).$$

Розрахункові значення можна обчислити у вигляді матричного добутку

$$Y_p = XB.$$

Функції діапазонів *Excel*

ТРАНСП – транспонування вектора;

МУМНОЖ – множення матриць;

МОБР – обчислення оберненої матриці.

Правила роботи з функціями діапазонів:

1. Виділити діапазон результату.
2. Не знімаючи виділення, викликати функцію.
3. Заповнити поля введення функції.
4. Введення завершити комбінацією *Ctrl + Shift + Enter*.

Зразок виконання наведений на рис. 2.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Завдання №2. Регресійний аналіз в матричній формі										
2											
3	№	X0	X1	Y	Yp	E					
4	1	1	5,7	8,1	11,241	-3,14086947					
5	2	1	7,1	13,6	14,092	-0,49237474					
6	3	1	3,2	7,7	6,1489	1,55110423					
7	4	1	5,7	11,5	11,241	0,25913053					
8	5	1	9,1	22,1	18,166	3,93404629					
9	6	1	12,3	24,8	24,684	0,11631995					
10	7	1	10,2	19,6	20,406	-0,80642214					
11	8	1	4,9	6	9,6114	-3,61143788					
12	9	1	2,4	4,7	4,5195	0,18053582					
13	10	1	1,6	4,9	2,89	2,0099674					
14	СРЗНАЧ	1	6,22	12,3	12,3	-1,4566E-14					
15	ДИСПР	0	10,922	49,892	45,308	4,58361799					
16	SS=ДИСПР*n	0	109,22	498,92	453,08	45,8361799					
17											
18	ХТ	(Функція ТРАНСП)									
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
20	5,7	7,1	3,2	5,7	9,1	12,3	10,2	4,9	2,4	1,6	
21											
22					ХТХ		ХТУ		С		В
23	Обчислення матриць ХТХ і ХТУ				10	62,2	123		0,4542375	-0,05695	-0,36883
24	з використанням матриці ХТ				62,2	496,1	987,51		-0,056951	0,00916	2,03679

Рисунок 2.1

Завдання 2. Регресійний аналіз у матричній формі

Для вихідних даних завдання 1 оцінити параметри лінійної моделі за допомогою матричних перетворень.

3. МНОЖИННА РЕГРЕСІЯ

Ціль роботи: За даними спостережень (X_1, X_2, Y) потрібно:

а) зробити розрахунок параметрів двохфакторної моделі в матричній формі;

б) зробити розрахунок цих же параметрів за допомогою функції ЛИНЕЙН;

в) оформити роботу у вигляді звіту на аркуші *Excel*.

Зразок виконання наведений на рис. 3.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Завдання №3. Множинна регресія									
2	№	X0	X1	X2	Y	Yp	E	ЛИНЕЙН		
3	1	1	8	5	5	5,1273	-0,127	0,367	0,8539	-3,539
4	2	1	11	8	10	8,7903	1,2097	0,2429	0,2205	1,9066
5	3	1	12	8	10	9,6442	0,3558	0,8116	0,9509	#Н/Д
6	4	1	9	5	7	5,9813	1,0187	10,053	7	#Н/Д
7	5	1	8	7	5	5,8614	-0,861	27,27	6,3296	#Н/Д
8	6	1	8	8	6	6,2285	-0,228			
9	7	1	9	6	6	6,3483	-0,348	b2	b1	b0
10	8	1	9	4	5	5,6142	-0,614	Sb2	Sb1	Sb0
11	9	1	8	5	6	5,1273	0,8727	R2	Se	
12	10	1	12	7	8	9,2772	-1,277	F	df	
13	СРЗНАЧ	1	9,4	6,3	6,8	6,8	7E-14	SSR	SSE	
14	ДИСПР	0	2,44	2,01	3,36	2,727	0,633			
15	SS	0	24,4	20,1	33,6	27,27	6,3296			
16										
17	ХТ									
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	8	11	12	9	8	8	9	9	8	12
20	5	8	8	5	7	8	6	4	5	7
21										
22	ХТХ			ХТУ		С=МОБР(ХТХ)		В		
23	10	94	63	68		4,0201	-0,323	-0,14	-3,539	
24	94	908	603	664		-0,323	0,0538	-0,029	0,8539	
25	63	603	417	445		-0,14	-0,029	0,0653	0,367	

Рисунок 3.1

Зауваження: розмір діапазону виводу функції ЛИНЕЙН дорівнює $5 \times (m + 1)$, де m – число факторів. Значення полів функції: Известные значения y – Y , Известные значения x – X , Константа – 0, Статистика – 1.

Завдання 3. Множинна регресія

Варіанти

	X_1	X_2	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}
1	2,2	5,4	10	18	38	47	20,9	52,3	19,4	30	46,7	34,3
2	3,1	3,2	14	12	16	26	14,6	33	15,4	17	30,3	23,7
3	5,4	5,6	15	28	34	36	28,1	42,4	36,3	28	39,7	30,8
4	6,1	7,8	12,8	40	52	51	36	57,5	44	38	51,3	36,9
5	7,8	3,5	25	28	10	10	26,5	16,7	40,3	11	20,5	15,4
6	5,6	6,8	12,1	35	44	44	30,8	50,3	41,5	31	46,8	34,7
7	4,2	4,8	15	23	29	34	22,4	38,9	26,6	23	38,5	25,6
8	4,4	5,1	14,7	24	31	36	22,1	42,7	30,5	26	41,1	27,4
9	2,2	3,2	13,1	9	19	30	12,8	34,6	12	21	36,5	22,9
10	3,1	4,6	17	19	29	37	19,5	44,3	22,2	28	38,9	28,1

	X_1	X_2	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{17}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}
1	3,2	5,8	9	11,2	37	22	17,2	17,3	33,5	10,2	30	4
2	5,3	6,9	15	12,7	37	23	10,1	26,7	42,2	13,3	43	8
3	6,7	8,1	20	12,4	40	26	9,6	31,5	52,4	16,4	51	8
4	2,2	3,2	8	14,9	78	16	13,9	4,9	13,9	9	18	6
5	8,8	9,6	25	17,3	41	26	1,7	42	65,3	20,2	62	9
6	4,3	5,6	13	13,6	34	20	9,8	18	33,2	12,9	33	7
7	6,9	9,3	20	11,2	44	32	9,5	38	61,7	15,9	55	6
8	2,1	3,5	9	14,7	30	14	14,8	6	16,3	10	19	5
9	8,9	12	24	8,1	50	38	6,1	53	81,2	18,6	72	5
10	10,1	15	26	3,7	60	44	3,8	65	102,8	20	88	4

	X_1	X_2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}	Y_{25}
1	2,3	3,5	4,8	9	15	21	10
2	7,2	8,3	26	16,5	43,1	52	43
3	2,5	4,3	6,1	7,1	16,1	27	15
4	3,7	6,9	12,5	9,1	26,1	39	31
5	6,1	7,1	21,1	15,5	36,4	43	35
6	2,5	5,7	7,2	8,9	19	33	21
7	5,3	7,2	17,4	13,5	33	42	36
8	2,1	5,6	6	5,5	17	32	19
9	4,5	7,1	15,7	11,6	30	42	32
10	6,2	8,6	21,2	13,9	40	50	43

4. ДОВІРЧИЙ ІНТЕРВАЛ ДЛЯ ПАРНОЇ РЕГРЕСІЇ

Ціль роботи: за даними спостережень (X, Y) побудувати лінію регресії з 95 %-ми смугами на розрахункові значення Y_p і на очікуваний розкид даних навколо лінії регресії (прогнози).

Етапи виконання роботи:

- 1) визначити параметри лінійної моделі в матричній формі;
- 2) для кожного спостереження X обчислити розрахункові значення Y_p ;
- 3) обчислити залишкову дисперсію MSE :

$$MSE = (S_{YY} - S_{rr}) \cdot n / df ,$$

де S_{YY}, S_{rr} – дисперсії змінних Y та Y_p відповідно; n – кількість спостережень; df – кількість ступенів волі;

4) для кожного спостереження підрахувати дисперсію розрахункового значення S_{pp} за формулою для одномірного випадку ($m = 1$);

$$S_{pp} = (MSE / n) \cdot \left(1 + (X - X_{CP})^2 / S_{XX}\right);$$

$$S_{qq} = S_{pp} + MSE;$$

де $S_{XX} = \text{ДИСПР}(X)$;

5) розрахувати границі 95 %-х довірчих інтервалів на розрахункові значення (95 % p) і на прогнози (95 % q):

$$Y_p(X) \pm t_{05} \cdot S_p; Y_q(X) \pm t_{05} \cdot S_q,$$

де S_p, S_q – корінь квадратний з відповідних дисперсій (СКВ); t_{05} – табличне значення статистики Стьюдента;

- 6) побудувати графік залежності разом з довірчими границями;
- 7) оформити роботи у вигляді звіту на аркуші *Excel*.

Зразок виконання показаний на рис. 4.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Завдання №4. Довірчий інтервал для парної регресії													
2	$Y_p(x) - t_{05} * S_p < Y_t < Y_p(x) + t_{05} * S_p$			№	X0	X1	Y	Yp	Spp	Sqq	(+95%p)	(-95%p)	(+95%q)	(-95%q)
3	$Y_p(x) - t_{05} * S_q < Y < Y_p(x) + t_{05} * S_q$			1	1	5,7	8,1	11,2409	0,58714	6,31666	13,0109	9,47083	17,0466	5,43515
4	$m=1;$	$n=10$		2	1	7,1	13,6	14,0924	0,61358	6,3431	15,9018	12,2829	19,9102	8,27452
5	$dfE=n-1-m=8$			3	1	3,2	7,7	6,1489	1,05141	6,78094	8,51753	3,78026	12,1642	0,1336
6	$MSE=(S_{yy}-S_{rr}) * n / dfE$			4	1	5,7	11,5	11,2409	0,58714	6,31666	13,0109	9,47083	17,0466	5,43515
7	$t_{05}(8)=$			5	1	9,1	22,1	18,166	1,00808	6,7376	20,4853	15,8466	24,162	12,1699
8	$S_{pp}=(MSE/n) * (1+(X-X_{cp})^2/S_{xx})$			6	1	12,3	24,8	24,8837	2,51223	8,24175	28,345	21,0223	31,3153	18,052
9	$S_{qq}=S_{pp}+MSE$			7	1	10,2	19,6	20,4064	1,40395	7,13347	23,1435	17,6693	26,5761	14,2367
10				8	1	4,9	6	9,61144	0,66436	6,39388	11,4943	7,7286	15,4525	3,77034
11				9	1	2,4	4,7	4,51946	1,33848	7,068	7,19196	1,84697	10,6608	-1,6218
12				10	1	1,6	4,9	2,89003	1,69269	7,42221	5,89542	-0,1154	9,18334	-3,4033
13				СРЗНАЧ	1	6,22	12,3	12,3						
14				ДИСПР	0	10,922	49,89	45,3084						
15								XTX		XTY		C		B
16								10	62,2	123		0,45424	-0,057	-0,3688
17								62,2	496,1	987,51		-0,057	0,00918	2,03679
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														
28														
29														
30														

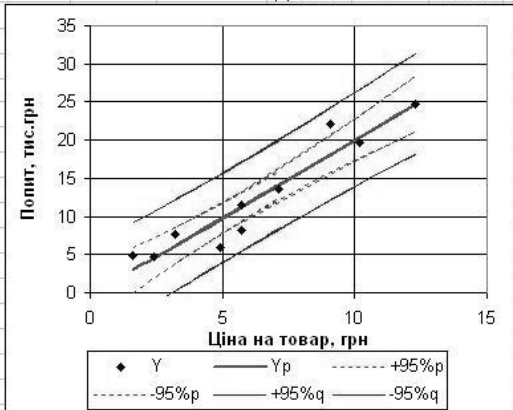


Рисунок 4.1

Завдання 4. Довірчий інтервал для парної регресії

За вихідним даними завдання 1 побудувати лінію регресії з 95 %-ми смугами на розрахункові значення Y_p і на очікуваний розкид даних навколо лінії регресії (прогнози).

5. ФІКТИВНІ ЗМІННІ

Ціль роботи: засвоїти загальну методикау введення фіктивних змінних для врахування в регресійній моделі якісних факторів.

Теоретична частина

На практиці виникає необхідність досліджувати вплив якісних факторів, що мають два або кілька рівнів (градацій). Якісні ознаки можуть істотно впливати на структуру лінійних зв'язків між змінними і приводити до стрибкоподібної зміни параметрів регресійної моделі. У цьому випадку йдеться про дослідження регресійної моделі зі змінною структурою. Для опису таких змінних вводять **фіктивні змінні**, тобто використовують *бінарні величини* (0 та 1).

Наприклад, стать

$$z = \begin{cases} 1, & \text{якщо Ч;} \\ 0, & \text{якщо Ж;} \end{cases}$$

рівень освіти: середня школа, технікум, вища освіта

$$z = \begin{cases} 1, & \text{якщо в/о;} \\ 0, & \end{cases}$$

$$z = \begin{cases} 1, & \text{якщо Т;} \\ 0, & \end{cases}$$

Етапи виконання роботи:

а) *на першому аркуші книги Excel:* знайти параметри рівняння парної регресії Y за X ;

б) *на другому аркуші книги Excel:* увівши відповідні фіктивні змінні, знайти загальне рівняння множинної регресії Y за всіма пояснюючими змінними (включаючи фіктивні);

в) перевірити отримані результати за допомогою функцій *Excel*;

г) порівняти отримані результати і зробити висновки.

Зразок виконання завдання наведено на рис. 5.1, 5.2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Завдання 5. Фіктивні змінні									
2	а) знаходження параметрів парної регресії									
3	n	k	x	y	$y_1=y*k$	x^2	xy_1	y_p	$(x-x_{cp})^2$	$(y_p-y_1)^2$
4	30	1,3	28	12,3	15,99	784	447,72	17,3614	2,98347	1,88076
5			20	8,9	11,57	400	231,4	12,6517	156,19	1,17014
6			32	15,1	19,63	1024	628,16	19,7162	370,801	0,00744
7			22	10,4	13,52	484	297,44	13,8292	458,443	0,09557
8			29	13,1	17,03	841	493,87	17,9501	790,873	0,84661
9			27	12,4	16,12	729	435,24	16,7727	729	0,42601
10			28	13,2	17,16	784	480,48	17,3614	784	0,04056
11			26	11,8	15,34	676	398,84	16,184	676	0,71232
12			21	11,5	14,95	441	313,95	13,2404	441	2,92259
13			27	14,2	18,46	729	498,42	16,7727	729	2,84699
14			29	15,4	20,02	841	580,58	17,9501	841	4,28442
15		summ	289		179,79	7733	4806,1	179,79	5979,29	15,2334
16		cp	26,27273		16,34455	703	436,9182			
17	$kxy = (xy_1)_{cp} - x_{cp} * y_1_{cp}$		7,502397							
18	$sx^2 = (x^2)_{cp} - x_{cp}^2$		12,7438							
19	$b_1 = kxy / sx^2$		0,588709							
20	$b_0 = y_1_{cp} - b_1 * x_{cp}$		0,877542							

Рисунок 5.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	б) знаходження параметрів множинної регресії										
2	n	k	x_0	x_1	x_2	y	$y_1=y*k$	y_p			
3	30	1,3	1	28	1	12,3	15,99	17,0178			
4			1	20	1	8,9	11,57	12,2923			
5			1	32	1	15,1	19,63	19,3806			
6			1	22	1	10,4	13,52	13,4737			
7			1	29	1	13,1	17,03	17,6085			
8			1	27	0	12,4	16,12	17,1906			
9			1	28	0	13,2	17,16	17,7812			
10			1	26	0	11,8	15,34	16,5999			
11			1	21	0	11,5	14,95	13,6464			
12			1	27	1	14,2	18,46	16,4271			
13			1	29	0	15,4	20,02	18,3719			
14		summ	11	289	6		179,79	179,79			
15	XT										
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	28	20	32	22	29	27	28	26	21	27	29
18	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
19											
20	XTX			XTY1			(XTX)-1			B	
21	11	289	6		179,79	5,098478	-0,18696	-0,17507			1,241927
22	289	7733	158		4806,1	-0,18696	0,007136	-0,00095			0,59069
23	6	158	6		96,2	-0,17507	-0,00095	0,366794			-0,76343

Рисунок 5.2

Завдання 5. Фіктивні змінні

Є наступні дані про вагу Y (у фунтах) і вік X (у тижнях) 11 індичок, вирощених у США та Канаді (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

i	x_i	y_i	Країна походження
1	28	$12,3 \cdot k$	Канада
2	20	$8,9 \cdot k$	Канада
3	32	$15,1 \cdot k$	Канада
4	22	$10,4 \cdot k$	Канада
5	29	$13,1 \cdot k$	Канада
6	27	$12,4 \cdot k$	США
7	28	$13,2 \cdot k$	США
8	26	$11,8 \cdot k$	США
9	21	$11,5 \cdot k$	США
10	27	$14,2 \cdot k$	Канада
11	29	$15,4 \cdot k$	США

Є підстава думати, що на вагу індичок впливає не тільки вік, але й країна походження.

Коефіцієнт варіанта завдання визначається як

$$k = \frac{100 + N}{100},$$

де N – номер прізвища студента в журналі групи.

6. НЕЛІНІЙНІ РЕГРЕСІЙНІ МОДЕЛІ. ФУНКЦІЯ КОББА – ДУГЛАСА

Ціль роботи: дослідити виробничий процес у регіоні за допомогою класичної моделі виробничої функції Кобба – Дугласа, що описує залежність між випуском продукції (Y), обсягом капіталу (X_1) і обсягом трудових ресурсів (X_2).

Теоретична частина

Однією з найбільш відомих і широко використовуваних виробничих функцій (ВФ) у макроекономіці є функція Кобба – Дугласа (КД), що має вигляд

$$y = A_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2},$$

де x_1 – витрати праці (L); x_2 – обсяг використовуваного основного капіталу (основні фонди K); A_0, a_1, a_2 – параметри моделі; y – величина суспільного продукту (ВСП).

Оскільки вихідна залежність $y(x_1, x_2)$ – нелінійна функція, то для оцінки параметрів моделі необхідно за допомогою перетворення лінеаризувати дану функцію, тобто привести її до лінійного вигляду шляхом заміни змінних:

$$\ln y = \ln(A_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2}) = \ln A_0 + a_1 \cdot \ln x_1 + a_2 \cdot \ln x_2.$$

Перейдемо до нових змінних:

$$\ln y = Z_3; \ln A_0 = a_0; \ln x_1 = Z_1; \ln x_2 = Z_2.$$

$$Z_3 = a_0 + a_1 \cdot Z_1 + a_2 \cdot Z_2,$$

де Z_3 – результативна ознака, Z_1, Z_2 – незалежні ознаки (табл. 6.2) відповідно; a_0, a_1, a_2 – параметри моделі. Оскільки перетворена залежність Z_3 від Z_1, Z_2 є лінійною, то для оцінки параметрів можна застосувати метод найменших квадратів (МНК).

Приклад. Відомі наступні дані про виробничий процес у регіоні (табл. 6.1). Необхідно оцінити параметри моделі і перевірити її адекватність.

Таблиця 6.1

N	X_1, L , тис. осіб	X_2, F , млн грн	Y , ВП, млн грн
1	1,69	2,86	2,795
2	2,73	3,38	5,733
3	3,38	4,29	7,202
4	4,03	4,68	8,697
5	5,46	5,98	9,724
6	5,98	6,76	12,428
7	6,89	7,54	13,806
8	7,41	8,06	15,522
9	8,84	9,75	15,626
10	10,92	14,04	24,063

Етапи виконання роботи:

1. Лінеаризуємо змінні.

Таблиця 6.2

Номер спостереження	$Z_1 = \ln X_1$	$Z_2 = \ln X_2$	$Z_3 = \ln Y$
1	0,52473	1,05082	1,02783
2	1,0043	1,21788	1,74624
3	1,21788	1,45629	1,97436
4	1,39377	1,5433	2,16298
5	1,69745	1,78842	2,2746
6	1,78842	1,91102	2,51995
7	1,93007	2,02022	2,6251
8	2,00283	2,08691	2,74226
9	2,17929	2,27727	2,74894
10	2,3906	2,64191	3,18068
Σ	16,1293	17,994	23,0029

2. Визначимо параметри моделі A_0, a_1, a_2 за алгоритмом:

1) Введемо матрицю Z , що містить перший стовпець одиничний Z_0 , другий і третій – Z_2, Z_3 .

2) Знайдемо матричні добутки: $Z^T Z, Z^T Z_3$.

3) Знайдемо обернену матрицю $(Z^T Z)^{-1}$.

4) Знайдемо вектор параметрів $B = (Z^T Z)^{-1} Z^T Z_3$.

Розв'язуючи матричне рівняння, одержимо:

$$a_0 = 0,688; \quad A_0 = e^{a_0} = 1,99; \quad a_1 = 1,211; \quad a_2 = 0,579.$$

Таким чином, вихідна функція типу Кобба – Дугласа буде мати такий вигляд: $Y_p = 1,99 \cdot X_1^{1,211} \cdot X_2^{0,579}$.

3. Перевіримо правильність одержаних результатів за допомогою функції ЛИНЕЙН.

4. Визначимо коефіцієнт множинної кореляції для цієї моделі:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (Y - Y_p)^2}{\sum (Y - Y_{\text{СЕР}})^2}},$$

де $Y_p = 1,99 \cdot X_1^{1,211} \cdot X_2^{0,579}$.

Необхідні дані для розрахунку коефіцієнта R представлені в табл. 6.3.

Таблиця 6.3

№	Y_p	$(Y - Y_p)^2$	$(Y - Y_{\text{СЕР}})^2$
1	3,07795	0,08006	76,8182
2	5,33063	0,1619	33,9493
3	6,59891	0,36372	18,9887
4	8,03209	0,44211	8,19448
5	11,0757	1,82722	3,36943
6	12,0815	0,12009	0,75412
7	14,0486	0,05885	5,04631
8	15,1499	0,13846	15,7006
9	18,0942	6,09214	16,5356
10	21,8087	5,08171	156,335
Σ	115,298	14,3663	335,692

$$Y_{\text{СЕР}} = 11,56; \quad R = \sqrt{1 - \frac{14,3663}{335,692}} = 0,978.$$

Високий коефіцієнт множинної кореляції свідчить про те, що модель (вид зв'язку між факторами Y і X_1, X_2) підбрана вірно, тобто дійсно між зазначеними факторами існує тісний нелінійний зв'язок.

5. Оформимо роботу у вигляді звіту на аркуші *Excel*.

Зразок виконання завдання показано на рис. 6.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1	Завдання №6.		Нелінійні регресійні моделі. Функція Кобба-Дугласа ($Y=A_0 \cdot X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2}$)												
2															
3	Варіант	k	x1	x2	y	z0	z1=lnx1	z2=lnx2	z3=lny	Y	(y-Y)^2	(y-ycp)^2			
4	30	1,3	1,69	2,86	2,795	1	0,5247	1,0508	1,0278	3,0779	0,0801	76,818			
5			2,73	3,38	5,733	1	1,0043	1,2179	1,7462	5,3306	0,1619	33,949			
6			3,38	4,29	7,202	1	1,2179	1,4563	1,9744	6,5989	0,3637	18,989			
7			4,03	4,68	8,697	1	1,3938	1,5433	2,163	8,0321	0,4421	8,1945			
8			5,46	5,98	9,724	1	1,6974	1,7884	2,2746	11,076	1,8272	3,3694			
9			5,98	6,76	12,428	1	1,7884	1,911	2,52	12,081	0,1201	0,7541			
10			6,89	7,54	13,806	1	1,9301	2,0202	2,6251	14,049	0,0589	5,0463			
11			7,41	8,06	15,522	1	2,0028	2,0869	2,7423	15,15	0,1385	15,701			
12			8,84	9,75	15,626	1	2,1793	2,2773	2,7489	18,094	6,0921	16,536			
13			10,92	14,04	24,063	1	2,3906	2,6419	3,1807	21,809	5,0817	156,34			
14		Сума	57,33	67,34	115,6	10	16,129	17,994	23,003	115,3	14,366	335,69			
15		Середнє	5,733	6,734	11,56										
16	ZT												b2	b1	b0
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			Sb2	Sb1	Sb0
18	0,524729	1,0043	1,2179	1,3938	1,6974	1,7884	1,9301	2,0028	2,1793	2,3906			R2	Se	
19	1,050822	1,21788	1,4563	1,5433	1,7884	1,911	2,0202	2,0869	2,2773	2,6419			F	df	
20													SSR	SSE	
21	ZTZ				ZTZ3		(ZTZ)-1				B		Лінійні		
22	10	16,1293	17,994		23,003		3,3649	3,8884	-5,3		0,6882	-0,19	1,2114	0,6882	
23	16,12933	28,9903	31,51		40,233		3,8884	8,5481	-9,823		1,2114	0,3627	0,3094	0,1941	
24	17,99404	31,51	34,543		43,993		-5,3	-9,823	11,751		-0,19	0,9768	0,1058	#Н/Д	
25												147,3	7	#Н/Д	
26	Відповідь:	A0=	exp(b0)=	1,9901	a1=	1,2114	a2=	-0,19	R=	0,9784		3,2989	0,0784	#Н/Д	

Рисунок 6.1

Завдання 6. Нелінійні регресійні моделі. Функція Кобба-Дугласа

Дослідити виробничий процес у регіоні за допомогою класичної моделі виробничої функції Кобба – Дугласа, що описує залежність між випуском продукції (Y), обсягом капіталу (X_1) і обсягом трудових ресурсів (X_2).

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}.$$

N	X_1, K , млн грн	X_2, L , тис. осіб	Y , ВП, млн грн
1	$1,3 \cdot k$	$2,2 \cdot k$	$2,15 \cdot k$
2	$2,1 \cdot k$	$2,6 \cdot k$	$4,41 \cdot k$
3	$2,6 \cdot k$	$3,3 \cdot k$	$5,54 \cdot k$
4	$3,1 \cdot k$	$3,6 \cdot k$	$6,69 \cdot k$
5	$4,2 \cdot k$	$4,6 \cdot k$	$7,48 \cdot k$
6	$4,6 \cdot k$	$5,2 \cdot k$	$9,56 \cdot k$
7	$5,3 \cdot k$	$5,8 \cdot k$	$10,62 \cdot k$
8	$5,7 \cdot k$	$6,2 \cdot k$	$11,94 \cdot k$
9	$6,8 \cdot k$	$7,5 \cdot k$	$12,02 \cdot k$
10	$8,4 \cdot k$	$10,8 \cdot k$	$18,51 \cdot k$

7. УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Ціль роботи: знайти оцінки параметрів економетричної моделі узагальненим методом найменших квадратів.

Теоретична частина

Ідея узагальненого методу найменших квадратів (методу Ейткена, або скорочено УМНК) полягає у знаходженні оцінок матриці параметрів b моделі з використанням додатково визначеної діагональної матриці S , за допомогою якої коригується вхідна інформація.

Матриця S має вигляд:

$$S = \begin{pmatrix} 1/\lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\lambda_n \end{pmatrix},$$

де λ_i – параметри, які обчислюються з використанням гіпотези, що дисперсія залишків σ_ε^2 пропорційна до змін пояснювальної змінної x_i , тоді $\lambda_i = \frac{1}{x_i}$ ($i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$).

Оскільки матриця $S = P'P$, то матриця P має вигляд:

$$P = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{\lambda_2} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{\lambda_n} \end{pmatrix}; P^{-1} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{\lambda_n} \end{pmatrix}.$$

За наявності гетероскедастичності узагальнена модель має вигляд

$$Y^* = X^* \beta + \varepsilon^*,$$

де $Y^* = P^{-1}Y$; $X^* = P^{-1}X$; $\varepsilon^* = P^{-1}\varepsilon$.

Використання для узагальненої моделі МНК приводить до такого оператора оцінювання параметрів УМНК:

$$b = (X^{*'} X^*)^{-1} X^{*'} Y^* = (X' S^{-1} X)^{-1} X' S^{-1} Y.$$

Етапи виконання роботи:

1. За даними спостережень (X, Y) побудувати обернену матрицю S^{-1} .
 2. Знайти добуток матриць $X^T S^{-1} X$, $X^T S^{-1} Y$.
 3. Визначити обернену матрицю $(X^T S^{-1} X)^{-1}$.
 4. Оцінити параметри моделі за методом Ейткена.
 5. Порівняти отримані результати з результатами звичайного МНК за допомогою функцій ОТРЕЗОК, НАКЛОН.
 6. Визначити коефіцієнти детермінації та кореляції для цієї моделі.
 7. Оформити роботи у вигляді звіту на аркуші *Excel*.
- Зразок виконання завдання показано на рис. 7.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Завдання №7. Узагальнений метод найменших квадратів												
2	№	X0	X1	Y	Yp	(Y-Yp)^2	(Y-Ycp)^2		XTS-1X			(XTS-1X)-1	
3	1	1	8	5	5,375	0,140625	3,24		1,090909	10		36,928571	-3,92857
4	2	1	11	10	8,428571	2,469388	10,24		10	94		-3,9285714	0,428571
5	3	1	12	10	9,446429	0,306441	10,24						
6	4	1	9	7	6,392857	0,368622	0,04		XTS-1Y		B		
7	5	1	8	5	5,375	0,140625	3,24		7,159091		-2,76786	ОТРЕЗОК	-2,7541
8	6	1	8	6	5,375	0,390625	0,64		68		1,017857	НАКЛОН	1,016393
9	7	1	9	6	6,392857	0,154337	0,64						
10	8	1	9	5	6,392857	1,940051	3,24		R^2=	0,750194		R=	0,866137
11	9	1	8	6	5,375	0,390625	0,64						
12	10	1	12	8	9,446429	2,092156	1,44						
13	Summa	10	94	68	68	8,393495	33,6						
14	cp		9,4	6,8	6,8	0,839349	3,36						
15													
16	S-1												
17	0,125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0,090909	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0,083333	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0,111111	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0,125	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0,125	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0,111111	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0,111111	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0,125	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,083333	0	0	0
27													
28	XTS-1												
29	0,125	0,090909	0,083333	0,111111	0,125	0,125	0,111111	0,111111	0,125	0,083333			
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			

Рисунок 7.1

Завдання 7. Узагальнений метод найменших квадратів. Для вихідних даних завдання 1 оцінити параметри лінійної моделі за допомогою УМНК.

8. ЧАСОВІ РЯДИ

Ціль роботи: для значень y_t часового ряду побудувати модель декомпозиції динамічного ряду, виділивши тренд, циклічну, сезонну та випадкову складові.

Теоретична частина

Статистичний опис руху в часі економічних явищ здійснюється за допомогою динамічних (часових) рядів. Рівні таких рядів формуються під сукупним впливом безлічі довгостроково та короткочасно діючих факторів, у тому числі в результаті впливу випадкових величин. У статистичній літературі при вивченні рядів динаміки прийнято виділяти наступні складові: еволюторну тенденцію (тренд), циклічну, сезонну та випадкову складові. Розрізняють мультиплікативне та адитивне подання часового ряду:

$$1) y_t = f(t) \cdot g(t) \cdot h(t) \cdot \varepsilon_t;$$

$$2) y_t = f(t) + g(t) + h(t) + \varepsilon_t,$$

де y_t – рівні часового ряду; $f(t)$ – еволюторна тенденція (тренд); $g(t)$ – циклічна складова; $h(t)$ – сезонна складова; ε_t – випадкова складова.

Приклад. Є дані про динаміку обсягу продажів деякого товару за декілька років. Необхідно побудувати модель декомпозиції часового ряду, виділити такі складові, як тренд, циклічна, сезонна та випадкова. Побудувати прогноз для 1990 р. по кварталах з урахуванням тренда, циклічної і випадкової складових.

Етапи виконання роботи:

Уявимо часовий ряд (обсяг продажів за декілька років) у наступному вигляді:

$$Y = TCSR,$$

де Y – обсяг продажів, млн дол. (рис. 8.1); C – циклічна складова; S – сезонна складова; R – випадкова складова.

Алгоритм оцінки кожної складової часового ряду має наступні кроки.

1. Оскільки дані про обсяг продажів товару подані за декілька років за кожним кварталом, то необхідно усунути для первісного аналізу вплив сезонних факторів, провівши згладжування часового ряду за методом ковзної середньої з лагом $m = 4$.

	A	B	C	D	E	F
1	Завдання №8. Часові ряди					
2	Рік	Квартал	Y_n	Ковзне середнє	CMA	SR
3	1980	1	48,6			
4		2	54,2	60,6		
5		3	59,8	60,825	60,713	0,985
6		4	79,8	61,275	61,05	1,3071
7	1981	1	49,5	62,2	61,738	0,8018
8		2	56	63,625	62,913	0,8901
9		3	63,5	64,925	64,275	0,9879
10		4	85,5	65,9	65,413	1,3071
11	1982	1	54,7	66,275	66,088	0,8277
12		2	59,9	67,15	66,713	0,8979
13		3	65	67,725	67,438	0,9639
14		4	89	68,725	68,225	1,3045
15	1983	1	57	69,625	69,175	0,824
16		2	63,9	70,925	70,275	0,9093
17		3	68,6	71,35	71,138	0,9643
18		4	94,2	72,15	71,75	1,3129
19	1984	1	58,7	73,55	72,85	0,8058
20		2	67,1	75,7	74,625	0,8992
21		3	74,2	77,35	76,525	0,9696
22		4	102,8	78,65	78	1,3179
23	1985	1	65,3	79,675	79,163	0,8249
24		2	72,3	82,025	80,85	0,8942
25		3	78,3	83,725	82,875	0,9448
26		4	112,2	86,15	84,938	1,321
27	1986	1	72,1	89,475	87,813	0,8211
28		2	82	93,3	91,388	0,8973
29		3	91,6	95,85	94,575	0,9685
30		4	127,5	98,35	97,1	1,3131
31	1987	1	82,3	99,625	98,988	0,8314
32		2	92	101,475	100,55	0,915
33		3	96,7			
34		4	134,9			

Рисунок 8.1

2. Для отриманих згладжених значень проводимо повторне згладжування за методом ковзної середньої з лагом $m = 2$. За допомогою даної процедури відбувається часткове усунення міжрічних розходжень. Позначимо розраховані значення як *CMA* – центровані ковзні середні.

3. Центровані ковзні середні містять у собі еволюторну тенденцію (або тренд). Виділити цей тренд і розрахувати параметри лінійної залежності можна за допомогою методу найменших квадратів:

$$T = a + bx,$$

де a, b – параметри лінійної залежності; x – порядковий номер відповідного кварталу ($x = 1, 2 \dots$).

Оскільки центровані ковзні середні обсягів продажів товару містять тренд, то будемо вважати ці значення фактичними даними (Y_{ϕ}). Тоді, відповідно до методу МНК, параметри лінійної залежності (тренда) розраховуються в такий спосіб:

$$b_1 = \frac{\sum X \cdot Y_{\Phi} - 28 \cdot X_{\text{СЕР}} \cdot Y_{\Phi \text{СЕР}}}{\sum X^2 - 28 X_{\text{СЕР}}^2}; b_0 = Y_{\Phi \text{СЕР}} - b_1 \cdot X_{\text{СЕР}}$$

У результаті розрахунків було отримано $b_0 = 55,20$ і $b_1 = 1,43$.

Отже, лінійну тенденцію (тренд) можна обчислити як $T = 55,20 + 1,43 \cdot X$. Значення обсягів продажів, що отримані на основі тренда, позначимо як T (рис. 8.2).

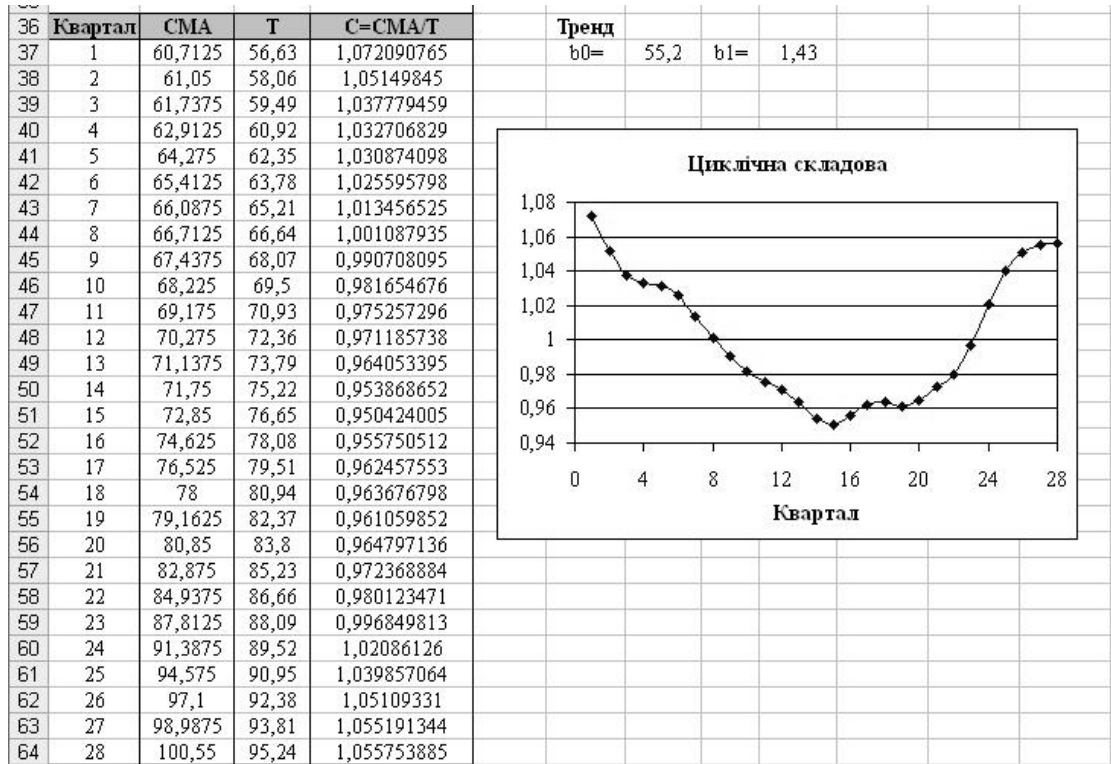


Рисунок 8.2

4. Визначимо значення циклічної складової C як

$$C = \frac{СМА}{T}$$

Графічне зображення значень циклічної складової на рис. 8.2 указує на тенденції зниження (підвищення) обсягів продажів за спостережуваний часовий період, пов'язані із впливом економічних циклів (зменшення або зростання економічних показників).

5. Необхідно визначити сукупний вплив сезонної та випадкової складових на динаміку обсягу продажів товару. Позначимо цей вплив через змінну, яку назвемо коефіцієнтом зміни обсягу продажів, що дорівнює добутку SR (рис. 8.1).

$$\text{Коефіцієнт зміни обсягу продажів} = S \cdot R = \frac{T \cdot C \cdot S \cdot R}{T \cdot C} = \frac{Y_H}{CMA},$$

де Y_H – початкові значення обсягів продажів, що подані в умові задачі. Після цього проводиться розрахунок сезонних складових (рис. 8.3).

Роки	Квартали			
	1	2	3	4
1980			0,985	1,3071
1981	0,8018	0,8901	0,9879	1,3071
1982	0,8277	0,8979	0,9639	1,3045
1983	0,824	0,9093	0,9643	1,3129
1984	0,8058	0,8992	0,9696	1,3179
1985	0,8249	0,8942	0,9448	1,321
1986	0,8211	0,8973	0,9685	1,3131
1987	0,8314	0,915		
Сума	4,1034	4,4979	4,8513	6,572
Модифіковане середнє	0,8207	0,8996	0,9703	1,3144
Скорект. модиф. середнє	0,8197	0,8985	0,9691	1,3128
Сезонний індекс	81,967	89,847	96,907	131,28

Рисунок 8.3

6. Визначення значень випадкової складової та побудова її графіка (рис. 8.4).

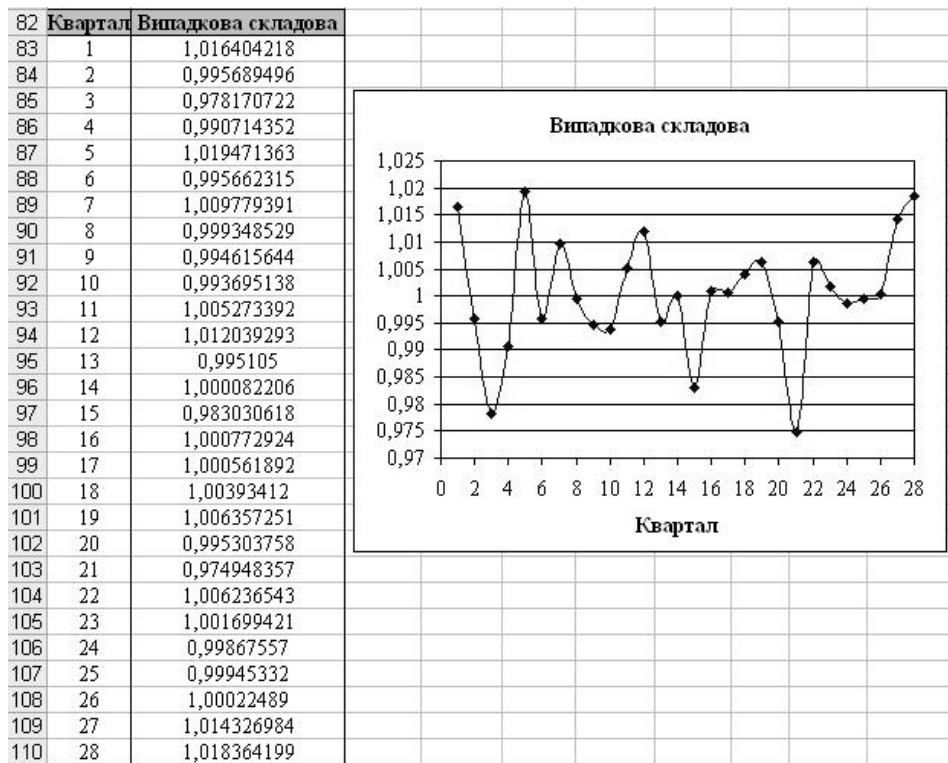


Рисунок 8.4

7. Прогнозування на основі отриманих оцінок складових часового ряду.

Розглянемо прогнозування на основі досліджень даного часового ряду. На підставі проведених розрахунків тренд для даного часового ряду можна подати у вигляді

$$T = 55,20 + 1,43 \cdot X,$$

де $X = 1, 2, \dots$

Розрахуємо можливі значення обсягів продажів в 1990 р. по кварта-лах на основі тренда:

		X	
1-й квартал	1990 (39)		$Y_T = 55,20 + 1,43 \cdot 39 = 110,97;$
2-й квартал	1990 (40)		$Y_T = 55,20 + 1,43 \cdot 40 = 112,40;$
3-й квартал	1990 (41)		$Y_T = 55,20 + 1,43 \cdot 41 = 113,83;$
4-й квартал	1990 (42)		$Y_T = 55,20 + 1,43 \cdot 42 = 115,26.$

Обчислимо можливі значення обсягів продажів в 1990 р., з огляду на вплив сезонної складової.

1-й квартал	1990	$Y_{T,S} = Y_T \cdot S_1 = 110,97 \cdot 0,821 = 91,11;$
2-й квартал	1990	$Y_{T,S} = Y_T \cdot S_2 = 112,40 \cdot 0,900 = 101,16;$
3-й квартал	1990	$Y_{T,S} = Y_T \cdot S_3 = 113,83 \cdot 0,970 = 110,42;$
4-й квартал	1990	$Y_{T,S} = Y_T \cdot S_4 = 115,26 \cdot 1,310 = 150,99.$

Визначимо можливі значення обсягів продажів у 1990 р., припускаю-чи, що крім урахованих у моделі факторів, діє й циклічна складова.

Припускаючи періодичність дії циклічної складової ($t = 28$ кварталів), об-числимо значення циклічної складової:

$$C_{39} = C_{39-28} = C_{11} = 0,98;$$

$$C_{40} = C_{40-28} = C_{12} = 0,97;$$

$$C_{41} = C_{41-28} = C_{13} = 0,96;$$

$$C_{42} = C_{42-28} = C_{14} = 0,95.$$

Таким чином,

$$1\text{-й квартал } 1990 \quad Y_{T.S.C} = Y_{T.S.} \cdot C_{11} = 91,11 \cdot 0,98 = 89,28;$$

$$2\text{-й квартал } 1990 \quad Y_{T.S.C} = Y_{T.S.} \cdot C_{12} = 101,16 \cdot 0,97 = 98,12;$$

$$3\text{-й квартал } 1990 \quad Y_{T.S.C} = Y_{T.S.} \cdot C_{13} = 110,42 \cdot 0,96 = 106,00;$$

$$4\text{-й квартал } 1990 \quad Y_{T.S.C} = Y_{T.S.} \cdot C_{11} = 150,99 \cdot 0,95 = 143,44.$$

Результати подамо у вигляді таблиці (рис. 8.5).

113	Квартал	Номер	Тренд	Прогноз (сезонна)	Прогноз (циклічна)
114	1	39	110,97	91,11	89,28
115	2	40	112,4	101,16	98,12
116	3	41	113,83	110,42	106
117	4	42	115,26	150,99	143,44

Рисунок 8.5

Аналізуючи розподіл значень випадкової складової R , можна визначити довірчі інтервали, в яких із заданою ймовірністю будуть знаходитися ті або інші значення R . З огляду на цю інформацію можна припускати можливі прогнозні значення Y за умови впливу різних випадкових факторів.

8. Оформлення роботи у вигляді звіту на аркуші *Excel*. Зразок виконання завдання показано на рис. 8.1 – 8.5.

Завдання 8. Часові ряди. Для значень поданого ряду (табл. 8.1 – 8.3) треба побудувати модель декомпозиції часового ряду, виділити такі складові, як тренд, циклічна, сезонна і випадкова. Побудувати прогноз для 2010 р. по кварталах з урахуванням тренда, циклічної і випадкової складових.

Таблиця 8.1

Роки		Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}
1997	1	23,4	73,526	40,69	101,5	85,06	176,8	42,163	56,7	118,42	27,915
	2	33,7	114,67	68,76	92,14	126,2	145,7	46,703	80,4	114,92	26,85
	3	44,1	134,91	91,76	89,74	152,9	133,2	43,59	91	126,36	25,612
	4	20,4	61,359	45,03	79,43	66,91	120	30,41	39,5	62,481	21,517
1998	1	34,4	80,079	67,69	191,5	97,02	265,5	44,45	51,3	129,24	46,061
	2	44,2	123,19	115,9	154,8	144,6	220,5	53,20	81,5	115,03	32,727
	3	61,5	146,81	152,7	144	168	194,3	54,393	103	113,47	28,806
	4	33,5	64,89	73,84	119,3	79,35	166,9	28,66	46,6	76,189	32,263
1999	1	44,9	88,115	110,4	275	103,6	363,6	48,905	66	108,91	60,59
	2	64,4	136,37	184,2	216,4	161	284,2	50,719	108	114,26	45,861
	3	82,1	162,15	240,1	189,5	185	253,6	57,38	129	133,86	48,957
	4	38,4	74,031	114,2	155,2	83,34	205,4	30,32	59,2	67,08	42,676
2000	1	60,5	100,06	168,8	348,3	110,8	466,8	62,99	84,3	129,19	80,661
	2	85,5	152,32	279,6	269,5	178,6	358,1	58,177	138	125	69,214
	3	108	181,3	359,6	229,1	206,8	316,5	62,695	179	127,03	61,839
	4	50,8	80,12	171	186,6	98,59	256,6	35,469	89	71,498	47,219
2001	1	76	109,93	248,7	404,8	128,7	566,1	66,88	124	126,79	103,18
	2	116	171,01	405,3	304,7	195,4	440,7	65,929	192	135,31	86,968
	3	143	203,29	514,9	254,5	230,9	377,3	67,836	243	118,93	76,189
	4	65,8	89,795	240,6	201	104,2	303	37,083	116	75,95	61,543
2002	1	93,1	125,09	347,9	434,3	141,5	681,4	66,794	164	134,23	131,23
	2	147	193,76	562	321,6	209,9	523,2	61,867	272	131,98	105,43
	3	177	230,67	708,2	264,4	253,6	443,4	70,592	339	130,89	92,286
	4	84,6	103,22	327,3	203,5	111,5	362,9	38,671	160	81,023	73
2003	1	114	141,76	468	433,1	149,8	790,9	63,40	225	116,18	163,85
	2	177	217,69	754,8	314,6	231,3	597,5	62,487	367	132,1	130,09
	3	223	262,63	943	252,7	271,6	513,2	67,065	456	113,18	111,96
	4	102	118,72	433,4	189,2	126,4	412,8	36,351	209	66,336	86,87

Продовження табл. 8.1

Роки		Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}
2004	1	147	161,66	615,8	395,2	166,1	903,4	66,805	303	127,77	198,52
	2	218	250,64	983,2	275,1	248,4	686,5	64,213	481	123,74	154,23
	3	273	301,54	1221	217,1	304,1	576,6	68,974	609	125,87	134,08
	4	120	132,98	556,9	157,5	137,4	463	43,233	278	63,535	106,13
2005	1	170	185,78	787,5	307,5	180,4	1024	64,638	392	123,7	233,14
	2	264	283,73	1253	202,2	279,8	772	65,279	629	129,27	179,32
	3	332	342,69	1548	148,5	326,1	651,8	59,24	787	127,18	154,61
	4	153	152,68	702,5	99,44	144	522,3	38,887	360	81,884	127,58

Таблиця 8.2

Роки		Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{17}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}
2000	1	26	74	40,68	101,5	85	177	42,16	56,69	118,4	27,9
	2	31	115	68,76	92,14	126	146	36,7	80,36	114,9	26,8
	3	45	125	91,76	89,74	153	133	43,59	91	126,4	25,6
	4	22	71	45,03	79,43	67	120	30,41	39,51	62,48	21,5
2001	1	31	80	67,68	191,5	97	265	44,46	51,27	129,2	46,1
	2	48	123	115,9	154,8	145	221	53,21	81,55	115	32,7
	3	63	147	152,7	144	168	194	44,39	102,9	113,5	28,8
	4	35	55	73,83	119,3	79	167	28,66	46,64	76,19	32,3
2002	1	48	88	110,4	275	104	364	48,91	66,05	108,9	60,6
	2	62	126	184,2	216,4	161	284	54,72	107,9	114,3	45,9
	3	88	162	240,1	189,5	185	254	57,39	129	133,9	49
	4	32	74	114,2	155,2	83	205	30,32	59,21	67,08	42,7
2003	1	64	100	168,8	348,3	111	467	62,99	84,26	129,2	80,7
	2	88	152	279,5	269,5	179	358	58,18	138,2	125	69,2
	3	102	181	359,6	229,1	207	317	68,7	179	127	61,8
	4	56	80	170,9	186,6	99	257	35,47	88,96	71,5	47,2
2004	1	76	116	248,6	404,8	129	566	66,88	124,2	126,8	103
	2	117	171	405,3	304,7	195	441	65,93	192,2	135,3	87
	3	143	203	514,9	254,5	231	377	67,84	243,3	118,9	76,2
	4	66	91	240,6	201	104	303	37,08	116,3	75,95	61,5
2005	1	93	125	347,8	434,3	141	681	66,79	163,8	134,2	131
	2	147	194	562,0	321,6	210	523	61,87	272	132	105
	3	177	233	708,1	264,4	254	443	75,59	340,7	130,9	92,3
	4	85	103	327,3	203,5	112	363	38,67	159,7	81,02	73

Продовження табл. 8.2

Роки		Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{17}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}
2006	1	114	142	468,0	433,1	150	791	63,4	225	116,2	164
	2	177	218	754,7	314,6	231	598	62,49	356,8	132,1	130
	3	213	263	942,9	252,7	272	513	67,06	456,4	113,2	112
	4	112	119	433,4	189,2	126	413	36,35	209,1	66,34	86,9
2007	1	167	164	615,8	395,2	166	903	66,8	302,7	127,8	199
	2	218	257	983,2	275,1	248	686	64,21	480,7	123,7	154
	3	273	312	1221,	217,1	304	577	68,97	609,5	125,9	134
	4	120	133	556,9	157,5	137	463	43,23	277,8	63,53	106
2008	1	180	186	787,4	307,5	180	1024	64,64	391,8	123,7	233
	2	264	284	1252,	202,2	280	772	65,28	628,5	129,3	179
	3	332	343	1548,	148,5	326	652	59,24	786,7	127,2	155
	4	153	143	702,4	99,44	144	522	38,89	359,6	81,88	128

Таблиця 8.3

Роки		Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}	Y_{25}
1999	1	23	74	40,686	101,5	85
	2	34	115	68,765	92,14	126
	3	44	135	91,761	89,74	153
	4	20	61	45,033	79,43	67
2000	1	34	80	67,687	191,5	97
	2	44	123	115,93	154,8	145
	3	62	147	152,71	144	168
	4	34	65	73,837	119,3	79
2001	1	45	88	110,44	275	104
	2	64	136	184,25	216,4	161
	3	82	162	240,14	189,5	185
	4	38	74	114,23	155,2	83
2002	1	60	100	168,81	348,3	111
	2	85	152	279,57	269,5	179
	3	108	181	359,61	229,1	207
	4	51	80	170,95	186,6	99
2003	1	76	110	248,67	404,8	129
	2	116	171	405,33	304,7	195
	3	143	203	514,94	254,5	231
	4	66	90	240,64	201	104
2004	1	93	125	347,86	434,3	141

Контрольні запитання

1. Предмет економетрії.
2. Параметри системи, екзогенні та ендогенні змінні.
3. Економетрична модель, її загальний вигляд.
4. Класифікація та етапи побудови економетричних моделей.
5. Алгоритм методу найменших квадратів для парної регресії.
6. Коефіцієнт кореляції, його властивості.
7. Основні передумови регресійного аналізу.
8. Залишкова дисперсія, теорема Гаусса – Маркова.
9. Інтервальна оцінка функції регресії та її параметрів.
10. Оцінка значущості рівняння регресії. Коефіцієнт детермінації.
11. Алгоритм знаходження оберненої матриці.
12. Алгоритм методу найменших квадратів для множинної регресії.
13. Умови існування класичної нормальної лінійної моделі множинної регресії.
14. Коваріаційна матриця.
15. Довірчі інтервали для коефіцієнтів та функції множинної регресії.
16. Оцінка значущості рівняння множинної регресії.
17. Мультиколінеарність змінних, методи її усунення або зменшення.
18. Лінійні моделі зі змінною структурою. Фіктивні змінні.
19. Критерій Г. Чоу.
20. Види нелінійних регресійних моделей.
21. Функція Кобба – Дугласа та її види.
22. Коефіцієнти часткової еластичності та кореляції.
23. Поняття гомо- та гетероскедастичності.
24. Узагальнена лінійна модель множинної регресії.
25. Алгоритм узагальненого методу найменших квадратів.
26. Часовий ряд, його складові та моделі.
27. Автокореляція рівнів часового ряду, автокореляційна функція, її властивості.
28. Алгоритм моделювання часового ряду.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Егоршин А. А. Практикум по эконометрии в Excel : учеб. пособие для эконом. вузов / А. А. Егоршин, Л. М. Малярец. – Х. : ИНЖЭК, 2005. – 100 с.
2. Білоцерківський О. Б. Економетрія : навч.-метод. посіб. / О. Б. Білоцерківський, Н. В. Ширяєва. – Х. : НТУ "ХПІ", 2008. – 80 с.
3. Клебанова Т. С. Эконометрия : учеб. пособие. / Т. С. Клебанова, Н. А. Дубровина, Е. В. Раевнева. – Х. : ИНЖЭК, 2005. – 160 с.
4. Кремер Н. Ш. Эконометрика : учеб. для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 311 с.
5. Лугінін О. Є. Економетрія : навч. посіб. / О. Є. Лугінін, С. В. Білоусова, О. М. Білоусов. – К. : Центр навчальної літератури, 2005. – 252 с.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
1. Лінійна парна регресія.....	4
2. Регресійний аналіз у матричній формі.....	9
3. Множинна регресія.....	11
4. Довірчий інтервал для парної регресії.....	13
5. Фіктивні змінні.....	15
6. Нелінійні регресійні моделі. Функція Кобба – Дугласа.....	18
7. Узагальнений метод найменших квадратів.....	22
8. Часові ряди.....	24
Контрольні запитання.....	33
Список літератури.....	34

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт з курсу «Економетрія»

для студентів спеціальностей

7.050206 "Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності"

та 6.030508 "Фінанси"

Укладач **БІЛОЦЕРКІВСЬКИЙ** Олександр Борисович

Відповідальний за випуск В. А. Міщенко

Роботу до видання рекомендував О. М. Гаврись

Редактор О. І. Шпільова

План 2010 р., поз. 161/70-10

Підп. до друку 7.04.10. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.

Друк – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 1,2.

Обл.-вид. арк. 1,5. Наклад 100 прим. Зам № _____. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ "ХП".

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000 р.

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.

Друкарня НТУ "ХП".

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.