



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до практичних занять з навчальної дисципліни**

**«Торговельне підприємництво»**

для студентів спеціальності 076 «Підприємництво, торгівля та біржова  
діяльність» усіх форм навчання

Харків 2021

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до практичних занять з навчальної дисципліни**

**«Торговельне підприємництво»**

для студентів спеціальності 076 «Підприємництво, торгівля та біржова  
діяльність» усіх форм навчання

Затверджено  
редакційно-видавничою  
радою університету,  
протокол № 2 від 25.06.2020 р.

Харків  
НТУ «ХП»  
2021

Методичні рекомендації до практичних занять з навчальної дисципліни «Торговельне підприємництво» для студентів спеціальності 076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність» усіх форм навчання / уклад.: Є. М. Шапран, О. А. Сергієнко. – Харків : НТУ «ХП», 2021. – 44 с.

Укладачі: Є. М. Шапран,  
О. А. Сергієнко

Рецензент О. Є. Гапоненко

Кафедра підприємництва, торгівлі та експертизи товарів

## ВСТУП

Роль підприємництва як ключового фактору розвитку економічного життя будь-якого суспільства не викликає сумніву. Саме підприємництво створює умови для забезпечення зайнятості населення, передумови для зростання його добробуту, сприяє науково-технічному прогресу, вирішує численні завдання економічного та соціального характеру. В економіці України надзвичайно важливе значення має функціонування сучасного торговельного підприємництва, яке виступає органічною складовою господарського відтворювального процесу, оскільки забезпечує ефективний зв'язок виробництва та споживання, та має значний вплив на розвиток економіки в цілому.

Метою практичних занять є формування професійних компетентностей майбутніх фахівців у торговельній сфері, змістом яких є практичні навички новаторського підходу до вирішення певних типів задач, що можуть мати місце в управлінні підприємницькою діяльністю на ринку товарів та послуг, здатність реалізації професійних повноважень на практиці.

У цих методичних вказівках розглянуто інструментарій методів оцінки, аналізу та прогнозування, які застосовуються в дисципліні «Торговельне підприємництво». Кожен розділ присвячений окремій темі навчальної дисципліни та мають однакове подання: спочатку розглядаються необхідні теоретичні відомості, потім докладно хід розв'язання задач та наведено варіанти індивідуальних домашніх завдань.

Ці методичні вказівки не замінюють підручників з торговельного підприємництва. Теоретичні основи викладаються у стислому вигляді. Даються тільки ті відомості, які необхідні безпосередньо для розв'язання задач. Для більш детального вивчення матеріалу рекомендуються такі навчальні видання [1–23].

## ТЕМА 1. ЕКСПЕРТНІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ

### *Завдання 1.1. Коефіцієнт асоціації і контингенції*

Для наведених варіантів завдань необхідно дослідити вибірку даних та ступінь зв'язку двох ознак за допомогою коефіцієнта асоціації (коефіцієнт Юла) та контингенції ( $\Phi$ ).

#### Варіанти завдання

##### *Варіант 1*

Визначити відношення телеглядачів до телепередачі залежно від їх статі. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.1):

Таблиця 1.1 – Вихідні дані

Стать	Відношення до передачі	
	позитивне	незадовільне
Чоловіки	25	10
Жінки	9	16

##### *Варіант 2*

Визначити залежність між успішністю студентів - заочників одного з вузів і роботою їх за фахом. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.2):

Таблиця 1.2 – Вихідні дані

Студенти заочного навчання	Оцінки	
	одержали позитивні оцінки	одержали незадовільні оцінки
Працюючі за фахом	180	120
Не працюючі за фахом	100	200

##### *Варіант 3*

Визначити відношення водіїв автотранспорту до правил дорожнього руху залежно від їх статі. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.3):

Таблиця 1.3 – Вихідні дані

Стать	Відношення до правил дорожнього руху	
	порушення	виконання
Чоловіки	20	30
Жінки	5	45

**Варіант 4**

Визначити залежність між успішною здачею іспитів абітурієнтами і їх середнім балом у школі. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.4):

Таблиця 1.4 – Вихідні дані

Оцінки	Абітурієнти	
	одержали позитивні оцінки	одержали незадовільні оцінки
Відмінно	80	20
Середній бал	60	40

**Варіант 5**

Визначити залежність між наявністю дальтонізму залежно від статі людини. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.5):

Таблиця 1.5 – Вихідні дані

Стать	Зір	
	дальтоніки	не дальтоніки
Чоловіки	38	442
Жінки	6	514

**Варіант 6**

Визначити відношення телеглядачів до телепередачі залежно від їх віку. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.6):

Таблиця 1.6 – Вихідні дані

Стать	Відношення до передачі	
	позитивне	незадовільне
Діти	11	15
Підлітки	25	4

### **Варіант 7**

Визначити залежність між успішністю навчання студентів одного з вузів та їх кар'єрним ростом. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.7):

Таблиця 1.7 – Вихідні дані

Успішність	Студенти	
	одержали відмінні оцінки	одержали задовільні оцінки
Швидкий кар'єрний ріст	180	75
Немає кар'єрного росту	90	200

### **Варіант 8**

Визначити відношення службовців до правил корпоративної етики залежно від їх статі. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.8):

Таблиця 1.8 – Вихідні дані

Стать	Відношення до правил дорожнього руху	
	порушення	виконання
Чоловіки	10	40
Жінки	25	25

### **Варіант 9**

Визначити залежність між успішністю здачі іспитів абітурієнтами і їх середнім балом у школі. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.9):

Таблиця 1.9 – Вихідні дані

Оцінки	Абітурієнти	
	одержали позитивні оцінки	одержали незадовільні оцінки
Відмінно	85	15
Середній бал	60	40

### **Варіант 10**

Визначити залежність між фахом роботи залежно від статі людини. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.10):

Таблиця 1.10 – Вихідні дані

Стать	Працівники	
	працюючі за фахом	не працюючі за фахом
Чоловіки	338	112
Жінки	126	304

**Методичні вказівки до виконання завдання**

*Умови завдання:*

Дослідити зв'язок між успішністю студентів заочного навчання одного з вузів і роботою їх за фахом. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.11):

Таблиця 1.11 – Вихідні дані

Студенти заочного навчання	Кількість студентів	Успішність	
		одержали позитивні оцінки	одержали незадовільні оцінки
Працюючі за фахом	200	180	20
Не працюючі за фахом	200	140	60
Разом	400	320	80

*Необхідно:*

Дослідити вибірку даних та ступінь зв'язку двох ознак за допомогою коефіцієнта асоціації (коефіцієнт Юла) та контингенції ( $\Phi$ ).

*Рішення завдання:*

Для визначення тісноти зв'язку двох якісних ознак, кожна з яких складається тільки з двох груп, застосовуються коефіцієнти асоціації і контингенції. При дослідженні зв'язку числовий матеріал розташовують у вигляді таблиць спряженості (табл. 1.12):

Таблиця 1.12 – Таблиця для обчислення коефіцієнтів асоціації і контингенції

$a$	$b$	$a + b$
$c$	$d$	$c + d$
$a + c$	$b + d$	$a + b + c + d$

Для обчислення будується таблиця, що показує зв'язок між двома явищами, кожне з яких повинно бути альтернативним, тобто складатися з двох якісно незалежних один від одного значень ознаки (наприклад, гарний, поганий).

Коефіцієнти визначаються за формулами:

$$\text{Асоціації (коефіцієнт Юла): } K_a(Q) = \frac{ad-bc}{ad+bc}.$$

Він є мірою однобічного зв'язку.

$K_a = 0$ , якщо ознаки незалежні;

$K_a = 1$  – у випадку повної зв'язаності;

$K_a = -1$  – у випадку повної негативної зв'язаності.

$$\text{Контингенції: } K_k(\Phi) = \frac{ad-bc}{\sqrt{(a+b) \cdot (b+d) \cdot (a+c) \cdot (c+d)}}.$$

Він застосовується для виявлення міри взаємозалежності.

Коефіцієнт контингенції завжди менший коефіцієнта асоціації, змінюється також від +1 до -1. Значення коефіцієнтів збігаються лише за наявності повного двостороннього взаємозв'язку. Значущість даного коефіцієнта перевіряється за допомогою критерія  $\chi^2$  з 1-м ступенем вільності:  $\chi^2 = n\Phi^2$ .

Зв'язок вважається підтвердженим, якщо  $K_a \geq 0,5$  або  $K_k \geq 0,3$ .

$$K_a = \frac{180 \cdot 60 - 140 \cdot 20}{180 \cdot 60 + 140 \cdot 20} = \frac{10800 - 2800}{10800 + 2800} = \frac{8000}{13600} = 0,6.$$

$$K_k = \frac{180 \cdot 60 - 140 \cdot 20}{\sqrt{(180+20) \cdot (20+60) \cdot (60+140) \cdot (140+180)}} = \frac{10800 - 2800}{\sqrt{200 \cdot 80 \cdot 200 \cdot 320}} = 0,3.$$

Таким чином, зв'язок між успішністю студентів-заочників і роботою їх за фахом – істотний.

### ***Завдання 1.2. Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала***

Коефіцієнти рангової кореляції є показниками непараметричної міри взаємозалежності між двома випадковими змінними, обмірюваними в порядковій шкалі. Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала можна застосувати і до даних, обмірюваних у кількісних шкалах, поряд з коефіцієнтом кореляції Пірсона. Коефіцієнти рангової кореляції менш чутливі до

викидів і погрішностей у результатах спостережень і, у цьому змісті, є більш стійкими і надійними мірами взаємозалежності в порівнянні з коефіцієнтом кореляції Пірсона.

Для наведених варіантів завдань необхідно:

- 1) обчислити коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала для даних показників;
- 2) перевірити статистичну значущість рангової кореляції за відповідними критеріями;
- 3) зробити висновки щодо тісноти зв'язку.

### Варіанти завдання

#### **Варіант 1**

На основі дослідження об'єму виробництва ( $x$ ) і прибутку підприємства ( $y$ ) за десять кварталів було одержано такі дані (табл. 1.13):

Таблиця 1.13 – Вихідні дані

$x$	69,9	83,3	95,5	87,2	71,3	92,8	76,5	83,5	69,9	76,5
$y$	177	113,2	159,9	163,6	150,8	171,2	173,1	115,4	125,6	113,2

#### **Варіант 2**

Досліджується обсяг продажу (тис. грн) у двох магазинах побутової техніки за 10 днів. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.14):

Таблиця 1.14 – Вихідні дані

$x$	29	25	27	28	28	28	31	32	15	32
$y$	39	27	28	26	29	19	20	29	27	21

#### **Варіант 3**

На основі дослідження об'єму врожаю на сусідніх полях пшениці ( $x$ ) і картоплі ( $y$ ) за десять років були одержано такі дані (табл. 1.15):

Таблиця 1.15 – Вихідні дані

$x$	26,3	19,9	16,7	23,2	31,4	33,5	28,2	35,3	29,3	30,5
$y$	7,4	6,1	6,0	7,3	9,4	9,2	8,8	10,4	8,0	9,7

#### **Варіант 4**

Досліджується обсяг продажу (тис. грн) у супермаркетах міста за 10 днів. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.16):

Таблиця 1.16 – Вихідні дані

$x$	121	256	204	136	302	166	233	169	204	247
$y$	342	258	369	124	264	245	283	241	155	174

#### **Варіант 5**

На основі дослідження двох магазинів однієї фірми зроблений звіт про кількість покупців, які були в магазинах протягом десяти днів і зробили покупки. Одержано такі дані (табл. 1.17):

Таблиця 1.17 – Вихідні дані

$x$	99	64	101	85	79	88	97	95	90	100
$y$	83	102	125	85	91	96	94	89	90	75

#### **Варіант 6**

Досліджується обсяг продажу (тис. грн) у супермаркетах міста за 10 днів. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.18):

Таблиця 1.18 – Вихідні дані

$x$	121	256	204	136	302	166	233	169	204	247
$y$	257	213	188	124	179	166	215	204	155	187

#### **Варіант 7**

На основі дослідження двох магазинів однієї фірми зроблений звіт про кількість покупців, які були в магазинах протягом десяти днів і зробили покупки. Одержано такі дані (табл. 1.19):

Таблиця 1.19 – Вихідні дані

$x$	83	102	125	85	91	96	94	89	90	75
$y$	89	64	56	105	79	87	90	87	101	89

### **Варіант 8**

На основі досліджень, що відображають результати соціологічної анкети, 10 працівників банку одержали бальні оцінки якостей працівників за успішністю кар'єри та моральним кліматом у колективі. Кожна оцінка представлена натуральним числом: 1 – привласнюється максимальній оцінці;  $n$  – мінімальній. Одержано такі оцінки (табл. 1.20):

Таблиця 1.20 – Вихідні дані

Показники	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Успішність кар'єри	2	2	5	3	4	6	1	7	7	1
Моральний клімат у колективі	5	7	2	3	1	2	4	2	3	6

### **Варіант 9**

На основі досліджень, що відображають результати соціологічної анкети, 10 працівників банку одержали бальні оцінки якостей працівників за успішністю кар'єри та рівнем лідерських якостей. Кожна оцінка представлена натуральним числом: 1 – привласнюється максимальній оцінці;  $n$  – мінімальній. Одержано такі оцінки (табл. 1.21):

Таблиця 1.21 – Вихідні дані

Показники	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Успішність кар'єри	2	2	5	3	4	6	1	7	7	1
Рівень лідерських якостей	1	1	3	2	3	5	3	6	5	2

### **Варіант 10**

На основі досліджень, що відображають результати соціологічної анкети, 10 працівників банку одержали бальні оцінки якостей працівників за рівнем лідерських якостей та моральним кліматом у колективі. Кожна оцінка представлена натуральним числом: 1 – привласнюється максимальній оцінці;  $n$  – мінімальній. Одержано такі оцінки (табл. 1.22):

Таблиця 1.22 – Вихідні дані

Показники	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Рівень лідерських якостей	1	1	3	2	3	5	3	6	5	2
Моральний клімат у колективі	5	7	2	3	1	2	4	2	3	6

### Методичні вказівки до виконання завдання

Умови завдання:

На основі дослідження об'єму виробництва ( $x$ ) і прибутку підприємства ( $y$ ) за десять кварталів було одержано такі дані (табл. 1.23):

Таблиця 1.23 – Вихідні дані

$x$	68,8	63,3	75,5	67,2	71,3	72,8	76,5	63,5	69,9	71,4
$y$	167	113,3	159,9	153,6	150,8	181,2	173,1	115,4	125,6	166,2

Необхідно:

Обчислити коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала для даних показників. Перевірити значимість рангової кореляції при  $\alpha = 0,10$ .

### Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена ( $r_s$ )

Нехай  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  – вибірка спостережень двох змінних  $X$  і  $Y$ , вимірюваних у порядковій або кількісній шкалах. Припустимо, що серед елементів вибірки  $x_i$  і  $y_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) немає спадних елементів. Упорядкуємо елементи  $x_i$  за зростанням (тобто запишемо варіаційний ряд  $(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})$ ) і кожному  $x_i$  поставимо у відповідність ранг  $x_i'$  – номер елемента  $x_i$  у варіаційному ряді. Очевидно, найменший елемент вибірки  $x^{(1)}$  буде мати ранг 1, а найбільший елемент  $x^{(n)}$  – ранг  $n$ . Аналогічно визначимо ранги  $y_i'$  елементів  $y_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Кожній парі  $(x_i, y_i)$  відповідають пари рангів  $(x_i', y_i')$ . Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена обчислюється за формулою:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum (x_i' - y_i')^2}{n(n^2 - 1)}.$$

Отримане значення  $r_s$  називають вибірковою коефіцієнтом рангової кореляції Спірмена  $r_s$ .

Коефіцієнт  $r_s$  за модулем не перевищує одиницю:  $|r_s| \leq 1$ . Більші значення вибіркового коефіцієнта  $r_s$  показують, що між випадковими величинами  $X$  і  $Y$  є залежність (у цьому випадку говорять, що коефіцієнт рангової кореляції Спірмена  $r_s$  є значимим).

Знаючи вибіркоче значення коефіцієнта рангової кореляції  $r_s$ , можна перевірити гіпотезу про незначимість  $r_s$   $H_0: r_s = 0$ , спостережуваних випадкові

величини  $X$  і  $Y$  – некорельовані. Для цього використовуються таблиці критичних значень  $r_s: r(\alpha, n)$ , де  $\alpha$  – заданий рівень значимості,  $n$  – обсяг вибірки.

Якщо  $|r_s| < r(\alpha, n)$ , то гіпотеза  $H_0: r_s = 0$  приймається на рівні значимості  $2\alpha$  при альтернативній гіпотезі  $H_1: r_s \neq 0$ .

Якщо  $r_s > 0$  і  $r_s < r(\alpha, n)$ , то гіпотеза  $H_0: r_s = 0$  приймається на рівні значимості  $\alpha$  при альтернативній гіпотезі  $H_1: r_s > 0$ .

Визначимо ранги елементів даної вибірки. Попередньо перепишемо вихідну вибірку, упорядкувавши її елементи за верхнім рядом ( $x_i$ ), і у результаті одержимо (табл. 1.24):

Таблиця 1.24 – Упорядкована вибірка

$x$	63,3	63,5	67,2	68,8	69,9	71,3	71,4	72,8	75,5	76,5
$y$	113,3	115,4	153,6	167	125,6	150,8	166,2	181,2	159,9	173,1

Визначимо ранги для значення ( $y_i$ ). Варіаційний ряд має вигляд (табл. 1.25):

Таблиця 1.25 – Ранжовані дані

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y^{(i)}$	113,3	115,4	125,6	150,8	153,6	159,9	166,2	167	173,1	181,2

Таким чином, упорядкованій за елементами  $x_i$  вибірці відповідає така послідовність пар рангів та їх різниць (табл. 1.26):

Таблиця 1.26 – Ранги коефіцієнтів

$x_i'$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i$	1	2	5	8	3	4	7	10	6	9
$x_i' - y_i'$	0	0	-2	-4	2	2	0	-2	3	1

Вибіркове значення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена  $r_s$  дорівнює:  $r_s \approx 0,745$ . Для даного прикладу  $n = 10$ ,  $\alpha = 0,10$ . Щоб перевірити гіпотезу  $H_0: r_s = 0$  при альтернативній гіпотезі  $H_1: r_s \neq 0$ , з таблиці 11 знайдемо  $r(0,05; 10) = 0,564$ . Оскільки,  $r_s > 0,564$ , то коефіцієнт рангової кореляції є

значимим.

### Коефіцієнт рангової кореляції Кендала ( $\tau$ )

Коефіцієнт рангової кореляції  $\tau$  Кендала обчислюється за формулою

$$\tau = 1 - \frac{4k}{n(n-1)},$$

де  $k$  – число інверсій у ряді рангів другої змінної ( $y_i'$ ) (за умови, що ранги першої змінної ( $x_i'$ ) упорядковані).

Для даного прикладу маємо такі послідовності рангів (табл. 1.27):

Таблиця 1.27 – Послідовності рангів

$x_i'$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i'$	1	2	5	8	3	4	7	10	6	9

Знайдемо число інверсій (порушень порядку) у послідовності  $y_i'$ , ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ).

Числа 1 і 2 інверсій не утворюють; число 5 утворює дві інверсії, оскільки стоїть перед числами 3 і 4; 8 – утворює чотири інверсії з числами 3, 4, 7 і 6; 7 – утворює одну інверсію; 10 – дві. Таким чином, число інверсій  $k = 9$ .

$$\tau = 1 - \frac{4 \cdot 9}{10(10-1)} = 0,6.$$

Для перевірки значимості коефіцієнта рангової кореляції Кендала необхідно скористатися таблицею критичних значень  $\tau(\alpha, n)$ .

Для двосторонньої альтернативи  $H_1: \tau \neq 0$ , критичне значення  $\tau(0,05;10) = 0,422$ . Так, вибіркоче значення  $\tau = 0,6$ , то на рівні значимості  $\alpha = 0,10$ , гіпотезу  $H_0: \tau = 0$  варто відхилити – рангова кореляція значима.

Для перевірки значимості  $\tau$  при великих обсягах вибірки використовується така статистика:

$$Z = \sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}} \cdot \tau.$$

При великих значеннях  $n$  статистика  $Z$  має (приблизно) стандартний нормальний розподіл  $N(0,1)$ .

Для даного прикладу вибіркоче значення  $Z$  дорівнює:

$$Z_B = \sqrt{\frac{9 \cdot 10 \cdot 9}{2(2 \cdot 10 + 5)}} \cdot 0,6 \approx 2,4149.$$

Оскільки квантиль розподілу  $N(0,1)$ :  $u_{0,95} = 1,645$ , що менше  $Z_B$ , то коефіцієнт рангової кореляції  $\tau$  значимо відрізняється від нуля.

Рівень значимості  $p$  для коефіцієнта рангової кореляції Кендала  $\tau$  обчислюється за допомогою статистики:

$$Z = \sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}} \cdot \tau,$$

$$p = P[|Z| > Z_B].$$

У прикладі вибіркоче значення статистики  $Z$ ,  $Z_B \approx 2,4149$ , і, отже, обчислений рівень значимості  $p$  дорівнює:

$$p = P[|Z| > 2,4149] \approx 0,01574.$$

Оскільки це значення перевищує заданий рівень значимості  $\alpha = 0,10$ , то коефіцієнт рангової кореляції  $\tau$  значно відмінний від нуля. Як і коефіцієнт рангової кореляції Спірмена  $r_s$ , коефіцієнт  $\tau$  по модулю не перевершує одиницю:  $|\tau| \leq 1$ . Значення  $\pm 1$ , ці коефіцієнти рангової кореляції приймають у випадку, коли послідовності рангів  $x'_i, y'_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) збігаються або розташовані у взаємно зворотному порядку. Якщо два або більш елементів варіаційного ряду збігаються, то цим елементам привласнюється той самий ранг, рівний середньому арифметичному їхніх номерів.

У випадку збіжних рангів для розрахунку рангових коефіцієнтів кореляції  $r_s$  і  $\tau$  використовуються скоректовані формули. Вибіркове значення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена  $r_s$  обчислюється за формулою

$$r_s = \frac{\frac{1}{6}(n^3 - n) - \sum (x'_i - y'_i)^2 - T_x - T_y}{\sqrt{\left[\frac{1}{6}(n^3 - n) - 2T_x\right] \left[\frac{1}{6}(n^3 - n) - 2T_y\right]}}$$

де

$$T_x = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{m_x} [(n_t)^3 - n_t];$$

$$T_y = \frac{1}{12} \sum_{l=1}^{m_y} [(n_l)^3 - n_l],$$

$m_x$  – число груп збіжних рангів у послідовності рангів  $x'_i$ ,

$n_t$  – число збіжних рангів у групі з номером  $t$ , ( $t = 1, 2, \dots, m_x$ ),

$m_y$  – число груп збіжних рангів у послідовності  $y'_i$ ,

$n_l$  – число збіжних рангів у групі з номером  $l$ , ( $l = 1, 2, \dots, m_y$ ).

Скоректована формула для обчислення коефіцієнта рангової кореляції Кендала має вигляд

$$\tau' = \frac{\tau - \frac{2(U_x + U_y)}{n(n-1)}}{\sqrt{\left(1 - \frac{2U_x}{n(n-1)}\right)\left(1 - \frac{2U_y}{n(n-1)}\right)}}$$

де  $\tau$  – значення коефіцієнта рангової кореляції Кендала, обчислене без виправлення;

$$U_x = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{m_x} n_t(n_t - 1);$$

$$U_y = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{m_y} n_l(n_l - 1),$$

де значення  $n_t$  і  $n_l$  були визначені вище.

### Приклад 1.1

Досліджується обсяг продажу (у тис. грн) у двох магазинах побутової техніки за 10 днів. Результати обстеження характеризуються такими даними (табл. 1.28):

Таблиця 1.28 – Вихідні дані

$x$	19	15	17	18	17	18	21	21	15	13
$y$	19	17	17	17	17	19	20	19	15	14

*Необхідно:*

Визначити коефіцієнти рангової кореляції.

*Рішення:*

Визначимо ранги вихідної вибірки за елементами першого рядка ( $x_i$ ):

Таблиця 1.29 – Ранги вихідної вибірки

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x$	13	15	15	17	17	18	18	19	21	21
$y$	14	15	17	17	17	17	19	19	19	20

Другий рядок ( $y_i$ ) також записаний у порядку зростання. Тому можна відразу записати послідовність пар рангів, привласнюючи повторюваним елементам рівні ранги за правилом середнього арифметичного (табл. 1.30).

Таблиця 1.30 – Послідовність пар рангів

$x'$	1	2,5	2,5	4,5	4,5	6,5	6,5	8	9,5	9,5
$y'$	1	2	4,5	4,5	4,5	4,5	8	8	8	10
$x - y'$	0	0,5	-2	0	0	2	-1,5	0	1,5	-0,5

$$\sum(x' - y')^2 = 0,25 + 4 + 4 + 2,25 + 2,25 + 0,25 = 13, n = 10;$$

$$T_x = \frac{1}{12} [(2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2)] = \frac{24}{12} = 2;$$

$$T_y = \frac{1}{12} [(4^3 - 4) + (3^3 - 3)] = \frac{84}{12} = 7;$$

$$r_s = \frac{\frac{1}{6}(10^3 - 10) - 13 - 2 - 7}{\sqrt{\left[\frac{1}{6}(10^3 - 10) - 2 \cdot 2\right] \left[\frac{1}{6}(10^3 - 10) - 2 \cdot 7\right]}} \approx 0,917.$$

Далі обчислимо коефіцієнт  $\tau$ . Оскільки в упорядкованій по  $x'$  послідовності пар у другому рядку ( $y'$ ) інверсій немає, то  $k = 0$ , і коефіцієнт рангової кореляції Кендела дорівнює:

$$\tau = 1 - \frac{4k}{n(n-1)} = 1.$$

Щоб визначити скоректоване значення  $\tau'$ , попередньо обчислимо:

$$U_x = \frac{1}{2} [2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1] = 4;$$

$$U_y = \frac{1}{2} [4 \cdot 3 + 3 \cdot 2] = 9.$$

Таким чином,  $\tau'$  буде дорівнювати:

$$\tau' = \frac{1 - \frac{2(4+9)}{10 \cdot 9}}{\sqrt{\left(1 - \frac{2 \cdot 4}{10 \cdot 9}\right) \left(1 - \frac{2 \cdot 9}{10 \cdot 9}\right)}} \approx 0,833.$$

Обидва коефіцієнти рангової кореляції  $r_s$  і  $\tau$  є значущими на рівні значимості  $\alpha = 0,10$ , тому що їх вибіркові значення перевищують критичні значення 0,564 і 0,422.

### **Завдання 1.3. Двухфакторний аналіз Фрідмана і коефіцієнт конкордації Кендала**

Для наведених варіантів завдань необхідно:

- 1) розрахувати статистику Фрідмана  $F$ .
- 2) розрахувати коефіцієнт конкордації Кендала  $W$ , його значущість за критерієм  $\chi^2$ .

3) зробити висновки щодо оцінок експертів та їх узгодженості.

### Варіанти завдання

#### **Варіант 1**

Морозиво чотирьох видів було представлено п'яти експертам для визначення кращого з них. Бали (ранги), виставлені експертами, наведено в табл. 1.31. Найбільший бал відповідає найкращої якості.

Таблиця 1.31 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Вид морозива, $n$			
	1	2	3	4
1	3	2	1	4
2	3	1	4	2
3	2	4	1	3
4	4	4	2	4
5	1	2	1	2

#### **Варіант 2**

Чотири марки пілососів було представлено п'яти експертам для визначення кращого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведено в табл. 1.32. Найбільший бал відповідає найкращої якості.

Таблиця 1.32 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Марки пілососів, $n$			
	1	2	3	4
1	1	1	2	4
2	2	3	1	4
3	3	2	1	1
4	2	1	2	3
5	1	2	4	3

#### **Варіант 3**

Чотири показники ефективності діяльності підприємства було представлено шести експертам для визначення найвагомшого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведено в табл. 1.33. Найбільший бал відповідає найвагомшому показнику.

Таблиця 1.33 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Показники, $n$			
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	1	2	2	3
2	2	1	1	3
3	1	2	3	4
4	2	1	3	3
5	2	2	3	1
6	1	2	2	1

**Варіант 4**

Три магазини побутової техніки було представлено семи експертам для визначення кращого з них за рівнем обслуговування. Бали (ранги), поставлені експертами, наведено в табл. 1.34. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 1.34 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Магазини, $n$		
	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	2	1	3
4	1	3	2
5	2	1	3
6	3	1	2
7	1	2	3

**Варіант 5**

П'ять марок цифрових фотоапаратів було представлено семи експертам для визначення кращого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведено в табл. 1.35. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 1.35 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Марки фотоапаратів, $n$				
	1	2	3	4	5
1	4	5	2	3	1
2	5	3	2	4	1
3	4	2	1	5	3
4	3	4	1	5	2
5	5	3	1	4	2
6	4	5	1	2	3
7	5	3	2	1	4

**Варіант 6**

Презентацію чотирьох видів рекламного ролика нової продукції було представлено п'яти експертам для визначення кращого. Бали (ранги), виставлені експертами, наведено в табл. 1.36. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 1.36 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Рекламний ролик, $n$			
	1	2	3	4
1	1	2	1	3
2	3	1	4	2
3	2	4	1	3
4	2	1	2	1
5	1	2	1	2

**Варіант 7**

Чотири різних марки чаю було представлено п'яти експертам для визначення кращого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведено в табл. 1.37. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 1.37 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Марки чаю, $n$			
	1	2	3	4
1	3	1	2	1
2	2	3	1	1
3	3	2	1	1
4	2	1	2	1
5	4	2	1	2

### **Варіант 8**

Чотири показники, які визначають ступінь впливу на продуктивність праці робітників було представлено шести експертам для визначення найвагомішого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведено в табл. 1.38. Найбільший бал відповідає найвагомішому показнику.

Таблиця 1.38 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Показники, $n$			
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	1	2	2	3
2	2	1	1	3
3	1	2	1	3
4	2	1	2	3
5	2	2	1	1
6	1	1	2	1

### **Варіант 9**

Чотири магазини побутової техніки було представлено семи експертам для визначення кращого з них за асортиментним наповненням. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл. 1.39. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 1.39 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Магазини, $n$			
	1	2	3	4
1	1	1	3	2
2	1	2	4	3
3	2	2	3	3
4	1	3	3	2
5	1	2	3	2
6	1	1	2	2
7	2	1	4	3

### **Варіант 10**

П'ять марок пральних машин було представлено семи експертам для визначення кращої з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведено в табл. 1.40. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 1.40 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Марки фотоапаратів, $n$				
	1	2	3	4	5
1	4	5	2	3	1
2	5	3	2	4	1
3	4	2	1	3	2
4	3	4	1	5	2
5	4	3	1	4	2
6	4	5	1	2	3

### Методичні вказівки до виконання завдання

*Умови завдання:*

Розглянемо наступну задачу. Кіноплівка чотирьох видів ( $n$ ) була представлена трьом експертам ( $k$ ) для визначення кращої з них. Кожному експерту запропонували упорядкувати плівки за ступенем переваги. Бали (ранги), поставлені експертами, наведено в табл. 1.41. Найбільший бал відповідає плівці самої кращої якості.

Таблиця 1.41 – Вихідні дані

Експерти, $k$	Вид плівки, $n$			
	1	2	3	4
1	2	1	3	4
2	2	1	4	3
3	2	1	4	3
$\Sigma$	6	3	11	10

*Необхідно:*

Визначити, чи розрізняються види плівок і чи узгоджені оцінки експертів (обчислити статистику Фрідмана  $F$  і коефіцієнт конкордації  $W$ ). Якщо оцінки експертів не узгоджені, тобто є незалежними, то їм, очевидно, не можна довіряти, тому що їхньої оцінки носять випадковий характер, на який не роблять впливу представлені плівки.

*Розв'язання:*

У даній задачі на результат оцінки якості плівки роблять вплив два фактори: вид плівки (спосіб виготовлення, обробки) та індивідуальні особливості експертів при оцінці плівок одного й того ж виду. У прикладі це

приводить до трьох зв'язаних вибірок (рядкам) обсягу 4.

Цю задачу можна узагальнити.

Нехай таблиця результатів оцінки або спостережень  $n$  об'єктів складається з  $k$  рядків і  $n$  стовпців. У рядках записуються  $k$  ранжирувальних змінних, причому довжина ранжировок (обсяги вибірок) дорівнюють  $n$ . Рядки таблиці можна розглядати як  $k$  зв'язаних вибірок обсягу  $n$ . Зв'язаність вибірок впливає з того, що вибірки суть – повторні спостереження на тих самих  $n$  об'єктах. Якщо об'єкти не розрізняються між собою, суми рангів у стовпцях також не будуть розрізнятися. Нульова гіпотеза  $H_0$ : між стовпцями немає розходження – перевіряється за допомогою статистики Фрідмана  $F$ .

Вибіркове значення статистики  $F$ ,  $F_B$  обчислюється за формулою

$$F_B = \frac{12}{kn(n+1)} \sum_{j=1}^n \left[ \sum_{i=1}^k R_{ij} - \frac{1}{2} k(n+1) \right]^2 = \frac{12}{kn(n+1)} \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^k R_{ij} \right)^2 - 3k(n+1),$$

де  $R_{ij}$  – ранг  $j$ -го об'єкта, що привласнюється  $i$ -м експертом.

Якщо гіпотеза  $H_0$  вірна, то при  $k \rightarrow \infty$  статистика  $F$  має розподіл  $\chi^2$  з  $(n-1)$  степенями вільності. Гіпотеза  $H_0$  відхиляється на рівні значимості  $\alpha$ , якщо  $F_B > \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$ , де  $\chi_{1-\alpha}^2(n-1)$  – квантиль розподілу  $\chi^2$   $(n-1)$  порядку  $1-\alpha$ .

Мірою узгодженості різних ранжировок  $n$  об'єктів є коефіцієнт конкордації (згоди) Кендала  $W$ :

$$W = \frac{F}{k(n-1)}.$$

Коефіцієнт конкордації  $W$  лежить у межах  $0 \leq W \leq 1$ .  $W = 1$ , коли всі  $k$  ранжировок збігаються. Статистична значимість  $W$  перевіряється на основі того, що статистика  $k(n-1)W$  при  $k \rightarrow \infty$  має (приблизно) розподіл  $\chi^2$  з  $(n-1)$  степенями вільності. Якщо  $n \leq 7$ , то для перевірки статистичної значимості  $W$  використовують таблиці критичних значень.

У випадку, коли в ранжировках (у рядках таблиці) є збіжні ранги, обчислюється скоректована статистика  $F'$ :

$$F' = \frac{\sum_{j=1}^n \left[ \sum_{i=1}^k R_{ij} - \frac{1}{2} k(n+1) \right]^2}{\frac{1}{12} kn(n+1) - \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k T_i}, \quad \text{де } T_i = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^m [(n_t)^3 - n_t], \quad (i = 1, 2, \dots, k),$$

$m$  – число груп повторюваних рангів в  $i$ -тій ранжировці;

$n_t$  – число збіжних рангів у групі з номером  $t$ , ( $t = 1, 2, \dots, m$ ).

У цьому прикладі число ранжировок  $k = 3$ , обсяг вибірки  $n = 4$ . Суми рангів у стовпцях дорівнюють: 6, 3, 11, 10. Значення вибіркової статистики критерію  $F_B$  дорівнює:

$$F_B = \frac{12}{3 \cdot 4 \cdot (4+1)} (6^2 + 3^2 + 11^2 + 10^2) - 3 \cdot 3(4+1) = 8,2$$

при  $\alpha = 0,05$ ,  $\chi_{0,95}^2(3) = 7,81$ .

Отже, на рівні значимості  $\alpha = 0,05$  гіпотеза  $H_0$  відхиляються: робимо висновок, що види плівок, на основі думок експертів, різні.

Коефіцієнт конкордації

$$W = \frac{8,2}{3 \cdot (4-1)} = \frac{8,2}{9} = 0,91.$$

Значення коефіцієнта  $W$  свідчить про узгодженість оцінок експертів.

## ТЕМА 2. ПРОСТІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ

### *Завдання 2.1. Прогнозування за методами двох крайніх, середніх групових точок та на основі темпів зростання*

На основі наведених даних динаміки зміни макроекономічних показників необхідно розрахувати прогнозні значення на три роки уперед, використовуючи:

- 1) лінійні тренди з оцінками параметрів за методом двох крайніх і середніх групових точок;
- 2) показники середнього темпу зростання та середнього абсолютного приросту;
- 3) оцінити якість моделей прогнозування за критерієм середньої абсолютної відсоткової помилки.

Варіанти завдання:

#### ***Варіант 1***

Таблиця 2.1 – Вихідні дані, млн грн

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Чистий прибуток	471756	548628	609400	765559	681851	1178591	1315148	1517677

#### ***Варіант 2***

Таблиця 2.2 – Вихідні дані, млн грн

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Обсяг випущеної продукції	520943	465460	504449	659422	757860	834234	1053035	1128972

#### ***Варіант 3***

Таблиця 2.3 – Вихідні дані, млн грн

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Виробництво товарів	128225	121767	89595	109812	47041	172754	230921,9	266122

### **Варіант 4**

Таблиця 2.4 – Вихідні дані, млн грн

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Роздрібний товарообіг	100131	115592	118245	132056	48300	176885	238499,7	292820

### **Варіант 5**

Таблиця 2.5 – Вихідні дані, грн

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Середньомісячна заробітна плата	1370,8	1560,2	1675,4	1770,3	1863,8	2330,1	3750,9	4625,5

### **Варіант 6**

Таблиця 2.6 – Вихідні дані, %

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Індекс реальної заробітної плати	99,067	100,025	98,966	100,675	40,58	85,808	101,442	101,242

### **Варіант 7**

Таблиця 2.7 – Вихідні дані, млн \$

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Експорт продукції	35407	49597	43760	39499	46703	51874	55613	68891

### **Варіант 8**

Таблиця 2.8 – Вихідні дані, млн \$

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Імпорт продукції	37081	53660	47544	37032	22584	49918	51580	64461

### **Варіант 9**

Таблиця 2.9 – Вихідні дані, %

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Індекс цін виробників промислової продукції	101,342	100,408	102,6167	101,225	101,575	83,442	100,475	100,89

### **Варіант 10**

Таблиця 2.10 – Вихідні дані, %

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Індекс цін споживчого ринку	102,867	100,808	101,55	101,483	93,475	67,175	83,33	100,66

### **Методичні вказівки до виконання завдання**

*Умови завдання:*

Побудувати прогнозну модель валового доходу підприємства. Часовий ряд, що характеризує динаміку зміни валового доходу підприємства за 1999–2006 рр., наведений у табл. 2.11.

Таблиця 2.11 – Динаміка валового доходу підприємства, тис. грн

Роки	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_j$	6103,6	5532,4	4173,5	6340,6	7045,9	8004,3	12062,5	15036,0

*Необхідно:*

На основі даних 1999–2006 рр. розрахувати прогнозні значення валового доходу підприємства на 2007–2009 рр., використовуючи:

- 1) лінійні тренди з оцінками параметрів за методом двох крайніх і середніх групових точок;
- 2) показники середнього темпу зростання та середнього абсолютного приросту;
- 3) оцінити якість моделей прогнозування за критерієм середньої абсолютної відсоткової помилки.

*Рішення завдання:*

Сутність методу прогнозування на основі прямої, проведеної через дві крайні точки полягає у такому. З упорядкованої вибірки беруть дві крайні точки  $(x_1, y_1)$  і  $(x_n, y_n)$  і через них проводять пряму вигляду  $y = a_0 + a_1x$ .

Оцінки параметрів обчислюються за формулами:

$$a_1 = \frac{y_n - y_1}{x_n - x_1}, \quad a_0 = y_1 - a_1x_1.$$

Отримані таким чином оцінки є незміщеними, але вони не будуть обґрунтовані і тим більш ефективними.

Розглянемо сутність методу прогнозування по прямій, проведеної по координатах двох середніх групових точок. Метод полягає в тому, що дану сукупність розбивають на дві або три приблизно рівні частини, а потім знаходять координати середніх точок для крайніх груп.

Нехай  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$ ,  $(\bar{x}_n, \bar{y}_n)$  – координати середніх точок для крайніх груп. Тоді оцінки лінійної моделі  $a_0$ ,  $a_1$  обчислюються за формулами:

$$a_1 = \frac{\bar{y}_n - \bar{y}_1}{\bar{x}_n - \bar{x}_1}, \quad a_0 = \bar{y}_1 - a_1\bar{x}_1.$$

Оцінки, отримані цим методом, є незміщеними і обґрунтованими, але неефективними.

Знайдемо оцінки параметрів моделі за методом двох крайніх точок:

$$a_1 = \frac{15036 - 6103,6}{7 - 0} = \frac{8932,4}{7} = 1276,06;$$
$$a_0 = 6103,6 - 1276,06 \cdot 0 = 6103,6.$$

Таким чином, отримана лінійна модель має вигляд:

$\hat{y} = 6103,6 + 1276,06 \cdot x$ , де  $\hat{y}$  – теоретичні значення досліджуваного показника,  $x$  – період часу. Отримана модель може бути використана для простого прогнозу. Наприклад, прогнозні значення валового доходу підприємства на 2007–2009 р. дорівнюють, тис. грн:

$$\hat{y}_{2007} = 6103,6 + 1276,06 \cdot 8 = 16312,08;$$
$$\hat{y}_{2008} = 6103,6 + 1276,06 \cdot 9 = 17588,14;$$
$$\hat{y}_{2009} = 6103,6 + 1276,06 \cdot 10 = 18864,2.$$

За методом двох середніх групових точок знайдемо оцінки параметрів моделі  $a_0$  і  $a_1$ , розбивши попередньо вибірку на дві частини: 1 група – дані з 1999 по 2002 рр., 2 група – дані з 2003 по 2006 рр. Розрахуємо середні значення у кожній групі:

$$\bar{x}_1 = \frac{0+1+2+3}{4} = \frac{6}{4} = 1,5;$$

$$\bar{y}_1 = \frac{6103,6+5532,4+4173,5+6340,6}{4} = \frac{22150,1}{4} = 5537,525;$$

$$\bar{x}_n = \frac{4+5+6+7}{4} = \frac{22}{4} = 5,5;$$

$$\bar{y}_n = \frac{7045,9+8004,3+12062,5+15036,0}{4} = \frac{42148,7}{4} = 10537,18.$$

Оцінки параметрів моделі дорівнюють:

$$a_1 = \frac{10537,18 - 5537,525}{5,5 - 1,5} = \frac{4999,65}{4} = 1249,9;$$

$$a_0 = 5537,525 - 1249,9 \cdot 1,5 = 3662,7.$$

Таким чином, модель має такий вигляд:  $\hat{y} = 3662,7 + 1249,9 \cdot x$ , де  $\hat{y}$  – теоретичні значення досліджуваного показника,  $x$  – період часу. Отримана модель може бути використана для простого прогнозу. Прогнозні значення валового доходу підприємства за отриманою лінійною моделлю на 2007–2009 рр. дорівнюють, тис. грн:

$$\hat{y}_{2007} = 3662,7 + 1249,9 \cdot 8 = 13661,9;$$

$$\hat{y}_{2008} = 3662,7 + 1249,9 \cdot 9 = 14911,8;$$

$$\hat{y}_{2009} = 3662,7 + 1249,9 \cdot 10 = 16161,7.$$

Графік динаміки зміни валового доходу підприємства з прогнозними значеннями наведено на рис. 2.1.

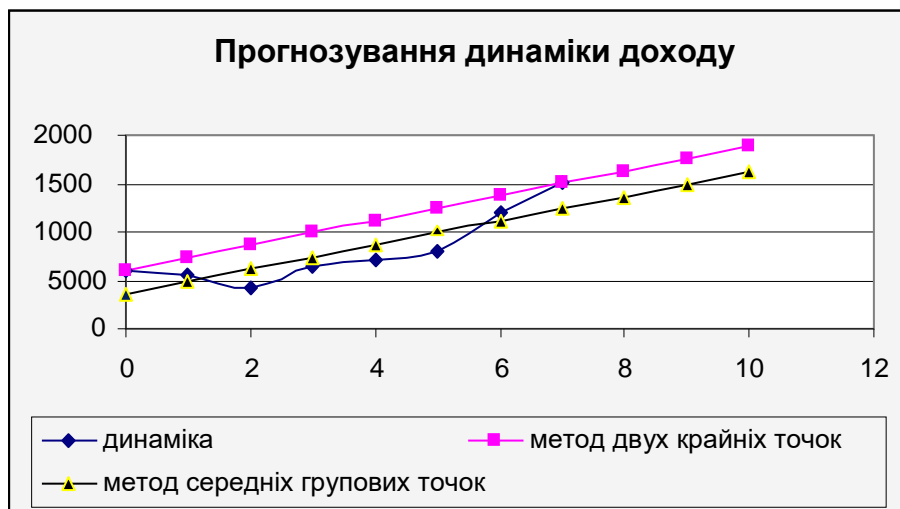


Рисунок 2.1 – Прогнозування динаміки доходу

Однак, як видно зі значень прогнозу оцінки за методом двох крайніх

точок є досить завищеними, а за методом середніх групових точок – заниженими. Для оцінки адекватності моделі використовується критерій середньої абсолютної процентної помилки (*mean absolute percentage error, m.a.p.e.*):

$$m. a. p. e. = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \cdot 100 \% = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{y_t} \cdot 100 \%$$

Так, для моделі двох крайніх точок він становить 46,65 %, а середніх групових точок – 26,79 %.

Подальший аналіз та прогнозування динаміки доходу підприємства проведемо, використовуючи показники середнього темпу зростання та середнього абсолютного приросту.

Середній темп зростання може бути виражено формулою

$$\bar{\tau} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}}$$

Рівень ряду на період  $t$  визначається як рівень попереднього періоду, помножений на відповідний темп зростання:

$$Y_t = Y_{t-1} \cdot \tau^{t-1},$$

де  $\tau$  – темп зростання.

Метод екстраполяції на основі середнього темпу зростання полягає у такому: якщо в основу прогностичного розрахунку покладено середній темп зростання, то значення рівня, що екстраполюється, одержують за формулою:

$$Y_{i+L} = Y_i^* \bar{\tau}^L,$$

де  $\bar{\tau}$  – середній темп зростання;  $Y_i^*$  – рівень, прийнятий за базу для екстраполяції;  $L$  – період попередження.

Середній абсолютний приріст ( $\bar{\Delta Y}$ ) є узагальнюючим показником швидкості зміни явища у часі. Для його визначення використовується формула

$$\bar{\Delta Y} = \frac{Y_n - Y_1}{n-1}.$$

Прогнозування на основі середнього абсолютного приросту проводиться таким чином:

$$Y_{i+L} = Y_i^* + \bar{\Delta Y} \cdot L,$$

де  $\bar{\Delta Y}$  – середній абсолютний приріст;  $Y_i^*$  – рівень, прийнятий за базу для екстраполяції;  $L$  – період попередження.

Розрахуємо показники середнього темпу зростання  $\bar{\tau}$  і середнього абсолютного приросту  $\bar{\Delta Y}$ :

$$1) \bar{\tau} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} = \sqrt[8-1]{\frac{15036}{61036}} = \sqrt[7]{2,46} = 1,1375 \text{ (113,75 \%)};$$

$$\bar{\Delta Y} = \frac{Y_n - Y_1}{n-1} = \frac{15036 - 6103,6}{8-1} = 1276,057 \text{ тис. грн.}$$

Розрахуємо прогнозні значення валового доходу підприємства на 2007–2009 рр., використовуючи розраховані показники ряду динаміки. За базу екстраполяції візьмемо значення досліджуваного показника за останній рік:  $Y_{i(8)}^* = 15036$ . Результати екстраполяції на основі середнього темпу зростання, тис. грн:

$$Y_{8+1(2007)} = 15036 \cdot 1,1375^1 = 17102,81;$$

$$Y_{8+2(2008)} = 15036 \cdot 1,1375^2 = 19453,72;$$

$$Y_{8+3(2009)} = 15036 \cdot 1,1375^3 = 22127,78.$$

Результати прогнозування на основі середнього абсолютного приросту, тис. грн:

$$Y_{8+1(2007)} = 15036 + 1276,057 \cdot 1 = 16312,06;$$

$$Y_{8+2(2008)} = 15036 + 1276,057 \cdot 2 = 17588,11;$$

$$Y_{8+3(2009)} = 15036 + 1276,057 \cdot 3 = 18864,17.$$

Графік динаміки зміни валового доходу підприємства з прогнозними значеннями за середнім темпом зростання та середнім абсолютним приростом наведено на рис. 2.2.

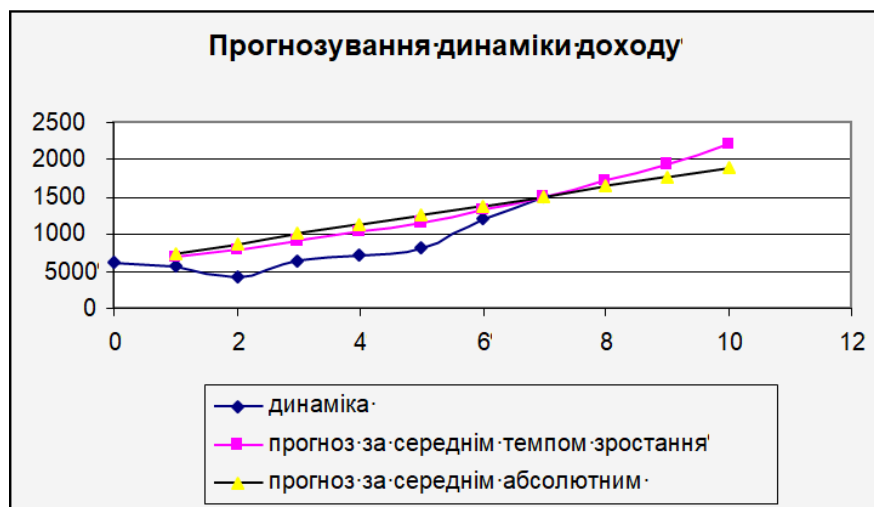


Рисунок 2.2 – Прогнозування динаміки доходу

### ТЕМА 3. АДАПТИВНІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ

#### *Завдання 3.1. Прогнозування на основі експоненційного згладжування та моделі Хольта*

На основі наведених даних динаміки зміни показників, поданих у варіантах, необхідно:

1. Побудувати графік вихідних даних.
2. Провести експоненціальне згладжування при  $\alpha = 0,9$ . Як початкове значення експонентної середньої взяти середнє арифметичне значення рівнів ряду.
3. Побудувати модель Хольта при  $\alpha_1 = 0,8$ ,  $\alpha_2 = 0,3$ . Як початкове значення коефіцієнтів моделі Хольта взяти МНК-оцінки лінійного тренду.
4. Оцінити точність отриманих варіантів прогнозної моделі та обрати найкращий з них за критерієм середньої абсолютної процентної помилки.
5. Зробити прогноз курсу акцій підприємства на 5 днів.

#### Варіанти завдання

##### *Варіант 1*

Таблиця 3.1 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	10,8	11	10,82	10,5	10,35	10,35	10,15	9,77	9,57	9,32
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	9,59	9,32	10,5	9,85	9,85	9,85	9,85	9,90	9,85	9,85

##### *Варіант 2*

Таблиця 3.2 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	146,0	148,0	149,0	149,1	150,0	150,0	150,1	150,3	150,5	151,0
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	151,0	152,5	152,5	152,7	155,0	155,0	157,0	160,0	163,0	160,0

### **Варіант 3**

Таблиця 3.3 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	2,00	2,02	2,05	2,02	2,00	1,85	1,87	1,85	1,90	1,90
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	1,85	1,81	1,78	1,75	1,75	1,71	1,71	1,71	1,70	1,66

### **Варіант 4**

Таблиця 3.4 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	1,06	1,06	1,06	1,06	1,08
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	1,08	1,08	1,08	1,09	1,10	1,10	1,17	1,17	1,17	1,08

### **Варіант 5**

Таблиця 3.5 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	120,00	120,00	120,00	119,70	119,00	118,40	118,00	118,00	118,00	118,00
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	114,00	112,00	100,00	97,00	98,00	97,00	101,00	99,00	98,50	97,01

### **Варіант 6**

Таблиця 3.6 – Вихідні дані, грн

$T$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	6,01	5,98	5,98	5,98	5,60	4,55	4,55	4,20	3,90	4,20
$T$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	3,60	2,60	2,61

### **Варіант 7**

Таблиця 3.7 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	21,6	22	21,64	21	20,7	20,7	20,3	19,54	19,14	18,64
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	19,18	18,64	21	19,7	19,7	19,7	19,7	19,8	19,7	19,7

### **Варіант 8**

Таблиця 3.8 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	4	4,04	4,1	4,04	4	3,7	3,74	3,7	3,8	3,8
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	3,7	3,62	3,56	3,5	3,5	3,42	3,42	3,42	3,4	3,32

### **Варіант 9**

Таблиця 3.9 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,12	2,12	2,12	2,12	2,16
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	2,16	2,16	2,16	2,18	2,2	2,2	2,34	2,34	2,34	2,16

### **Варіант 10**

Таблиця 3.10 – Вихідні дані, грн

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_t$	60	60	60	59,85	59,5	59,2	59	59	59	59
$t$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$y_t$	57	56	50	48,5	49	48,5	50,5	49,5	49,25	48,505

### **Методичні вказівки до виконання завдання**

*Умови завдання:*

Побудувати прогнозну модель середньорічної чисельності промислово-виробничого персоналу, використовуючи адаптивні методи прогнозування. Часовий ряд, що характеризує зміни чисельності виробничо-промислового персоналу за 11 років, наведено у табл. 3.11.

Таблиця 3.11 – Вихідні дані, тис. чол.

Рік	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Чисельність	2288	2145	1845	1699	1600	1332	1133	1006	888	863	849

*Необхідно:*

- 1) Побудувати графік вихідних даних.
- 2) Провести експоненціальне згладжування при  $\alpha = 0,9$ . Як початкове

значення експонентної середньої взяти середнє арифметичне значення рівнів ряду.

3) Побудувати модель Хольта при  $\alpha_1 = 0,6$ ,  $\alpha_2 = 0,5$ . Як початкові значення коефіцієнтів моделі Хольта візьміть МНК-оцінки лінійного тренда.

4) Оцінити точність отриманих варіантів моделі і вибрати кращий з них за критерієм середньої абсолютної процентної помилки.

5) Зробити прогноз чисельності виробничо–промислового персоналу в легкій промисловості на один рік.

#### *Рішення завдання:*

Експоненціальне згладжування використовується з метою вирівнювання часових рядів. Сутність методу полягає у тому, що у процедурі пошуку згладженого рівня використовуються значення тільки попередніх рівнів ряду, що взяті з визначеною вагою, причому вага спостереження зменшується з віддаленням його від моменту часу, для якого визначається згладжене значення рівня ряду. Якщо для вихідного часового ряду  $y_1, y_2, \dots, y_n$  відповідні згладжені значення рівнів позначити як  $S_t$ , де  $t = \overline{1, n}$ , то експоненціальне згладжування проводиться за рекурентним співвідношенням:

$$S_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1},$$

де  $\alpha$  – параметр згладжування ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ,  $\alpha - \text{const}$ ).

Величина  $(1 - \alpha)$  називається коефіцієнтом дисконтування.

При використанні методу експоненціального згладжування виникають дві проблеми:

1) вибір параметра  $\alpha$ . Якщо необхідно збільшити внесок попереднього значення, то  $\alpha$  обирають близьким до одиниці, якщо переслідується мета усунути вплив окремих попередніх значень часового ряду, то використовують досить малі значення параметра  $\alpha$ ;

2) вибір початкового значення  $S_0$ . Звичайно його приймають рівним або першому значенню часового ряду, або середній арифметичній кількох початкових рівнів ряду.

Експонентна середня частіше використовується для короткострокового прогнозування. Її перевагою є адаптація моделі до розвитку економічного процесу при різних значеннях  $\alpha$ .

Розвитком моделей адаптивного згладжування є моделі, які поєднують у собі елементи експоненціального згладжування та дозволяють виділити впливи лінійних трендів. Однією з таких моделей є модель Хольта, яка має такий вигляд:

$$\hat{y}_{t+L} = a_0(t) + a_1(t) \cdot L,$$

де  $a_0(t)$  – параметр, що характеризує зміну середнього рівня процесу;

$a_1(t)$  – параметр, що визначає мінливість (приріст) процесу в одиницю часу.

У моделі Хольта коефіцієнт  $a_0(t)$  є експонентна середня рівнів ряду, обчислена з урахуванням виправлення на попередній приріст  $a_1(t-1)$ :

$$a_0(t) = \alpha_1 y_t + (1 - \alpha_1) a_0(t-1) + (1 - \alpha_1) a_1(t-1),$$

де  $0 \leq \alpha_1 \leq 1$  – перший параметр згладжування.

Коефіцієнт  $a_1(t)$  визначається як експонентна середня приростів параметру  $a_0(t)$ :

$$a_1(t) = \alpha_2 (a_0(t) - a_0(t-1)) + (1 - \alpha_2) a_1(t-1),$$

де  $0 \leq \alpha_2 \leq 1$  – другий параметр згладжування.

Критерієм для вибору різних процедур дослідження часового ряду є якість моделі прогнозування, яка може бути оцінена за критеріями мінімізації помилок.

Графік динаміки чисельності виробничо-промислового персоналу наведено на рис. 3.1.

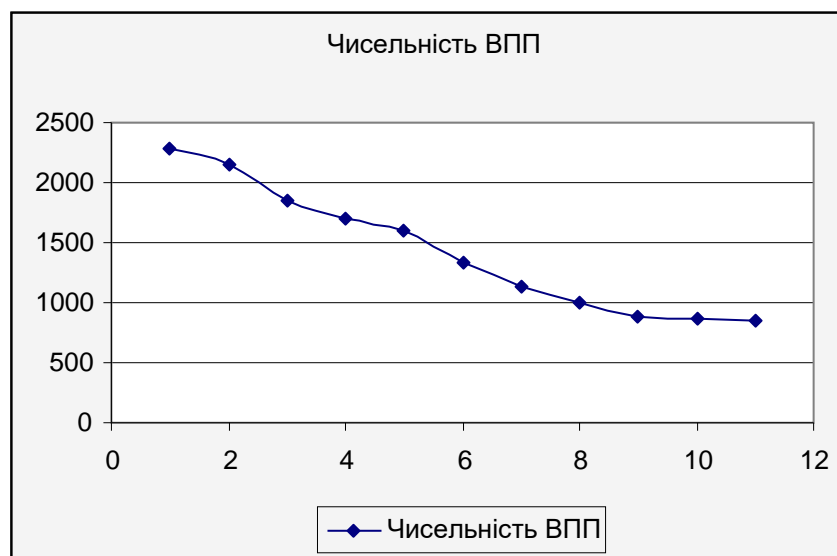


Рисунок 3.1 – Динаміка чисельності персоналу

Проведемо експоненціальне згладжування при  $\alpha = 0,9$ . Як початкове значення експонентної середньої візьмемо середнє арифметичне значення рівнів ряду. Результати моделі згладжування, похибки та прогнозні значення наведені в табл. 3.12.

Таблиця 3.12 – Результати моделі згладжування

Рік	Чисельність	Результати згладжування, $\alpha = 0,9$	Похибки
1	2288,000	1422,545	865,455
2	2145,000	2201,455	-56,455
3	1845,000	2150,645	-305,645
4	1699,000	1875,565	-176,565
5	1600,000	1716,656	-116,656
6	1332,000	1611,666	-279,666
7	1133,000	1359,967	-226,967
8	1006,000	1155,697	-149,697
9	888,000	1020,970	-132,970
10	863,000	901,297	-38,297
11	849,000	866,830	-17,830
12	–	850,783	–
13	–	850,783	–

Графік моделі експоненційного згладжування наведено на рис. 3.2.

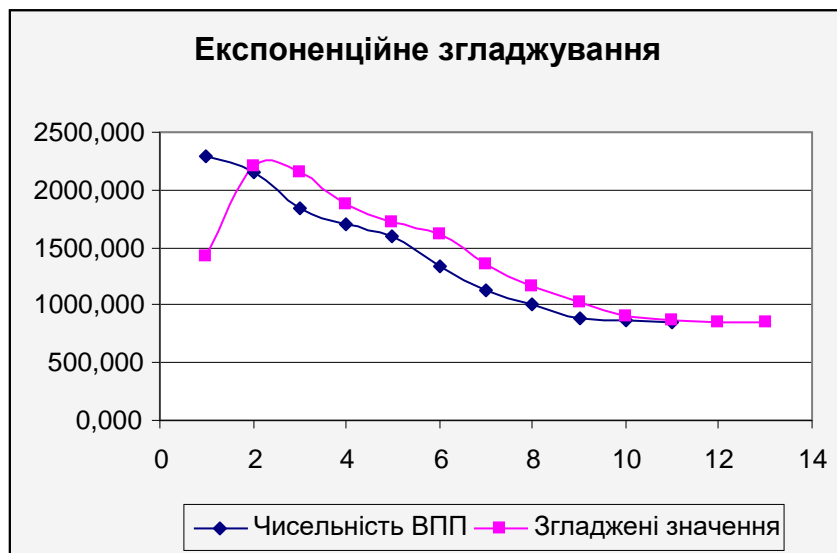


Рисунок 3.2 – Модель експоненційного згладжування

Побудуємо модель Хольта при  $\alpha_1 = 0,6$ ,  $\alpha_2 = 0,5$ . Початковими значен-

нями коефіцієнтів моделі Хольта візьмемо МНК-оцінки лінійного тренда.

Знайдемо оцінки параметрів лінійної трендової моделі  $y_t = a_0 + a_1 t + e_t$ .  
Відповідно з МНК оцінки параметрів визначаються за формулами:

$$a_0 = \frac{\sum y_t \sum t^2 - \sum t \sum ty_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2},$$

$$a_1 = \frac{n \sum ty_t - \sum t \sum y_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}.$$

Розрахуємо:

$$\sum y_t = 15\,648; \sum t = 66; \sum ty_t = 76\,841; \sum t^2 = 506.$$

З урахуванням цього

$$a_0 = \frac{15648 \cdot 506 - 66 \cdot 76841}{11 \cdot 506 - 66^2} = 2352,3818;$$

$$a_1 = \frac{11 \cdot 76841 - 66 \cdot 15648}{11 \cdot 506 - 66^2} = -154,97273.$$

Знайдені значення використовуються як початкові значення коефіцієнтів моделі Хольта.

У табл. 3.13 наведені результати розрахунків при заданих наборах параметрів згладжування:  $\alpha_1 = 0,6$ ,  $\alpha_2 = 0,5$ .

Таблиця 3.13 – Результати прогнозу за моделлю Хольта

$T$	$y_t$	$a_0(t)$	$a_1(t)$	Прогноз на крок уперед
1	2288	2251,764	-127,795	2197,41
2	2145	2136,587	-121,486	2123,97
3	1845	1913,041	-172,516	2015,10
4	1699	1715,61	-184,974	1740,52
5	1600	1572,254	-164,164	1530,64
6	1332	1362,436	-186,991	1408,09
7	1133	1149,978	-199,725	1175,44
8	1006	983,7012	-183,001	950,25
9	888	853,0802	-156,811	800,70
10	863	796,3077	-106,792	696,27
11	849	785,2064	-58,9465	689,52
12	–	–	–	726,33

Графік значень за моделлю Хольта наведено на рис. 3.3.

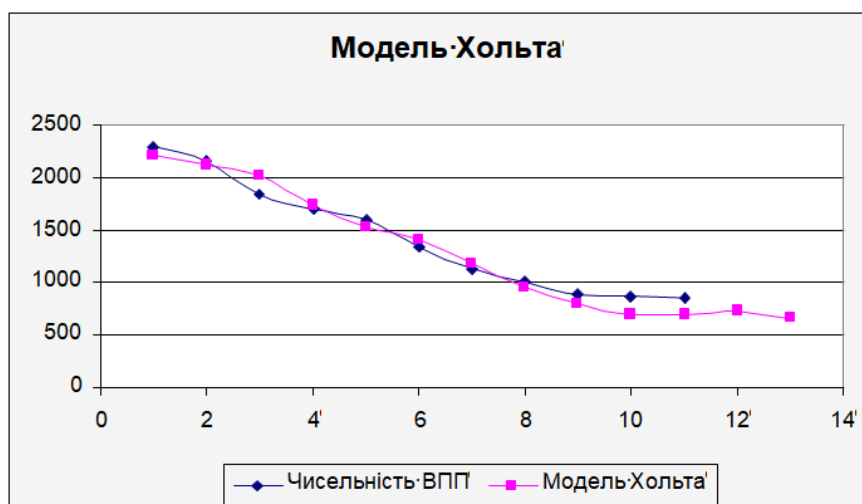


Рисунок 3.3 – Результати за моделлю Хольта

Для вибору кращого варіанта моделі використовується критерій середньої абсолютної процентної помилки (*mean absolute percentage error, m.a.p.e.*):

$$m.a.p.e. = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \cdot 100 \% = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{y_t} \cdot 100 \%$$

Чим менше значення цього показника, тим краща якість моделі, що підбирається, тобто теоретичні значення  $\hat{y}_t$  ближче до реальних значень  $y_t$ . Вважається, що модель забезпечує досить високу точність прогнозу, якщо середня абсолютна процентна помилка (*m.a.p.e.*) не перевищує 10 %. Якщо (*m.a.p.e.*) знаходиться в межах від 10 % до 20 %, то можна говорити про задовільну точність прогнозу.

Порівняльний аналіз якості отриманих моделей наведений у табл. 3.14.

Таблиця 3.14 – Порівняльний аналіз варіантів прогнозу на основі *m.a.p.e.*

Моделі	Модель експоненційного згладжування $\alpha = 0,9$	Модель Хольта $\alpha_1 = 0,6, \alpha_2 = 0,5$
Середнє значення ( <i>m.a.p.e.</i> )	13,83 %	7,54 %

Середня абсолютна процентна помилка для моделі експоненційного згладжування складає 13,83 %, для моделі Хольта дорівнює 7,54 %. Таким чином, більш високу точність прогнозу забезпечує модель Хольта.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

### *Основна:*

1. Боровиков В. П. / Прогнозирование в системе STATISTICA в среде Windows / Боровиков В. П., Ивченко Г.И. – Москва : Финансы и статистика, 1997. – 268 с.
2. Геєць В. М. / Моделі і методи соціально-економічного прогнозування : підручник / Геєць В. М., Клебанова Т. С., Черняк О. І. та ін. – Харків : ВД ІНЖЕК, 2005. – 396 с.
3. Иванов В. В. Анализ временных рядов и прогнозирование экономических показателей. – Харьков : ХНУ, 1999. – 230 с.
4. Клебанова Т. С. Методы прогнозирования : учебное пособие / Клебанова Т. С., Иванов В. В., Дубровина Н. А. – Харьков : Изд.-во ХГЭУ, 2002. – 372 с.
5. Клебанова Т. С. Эконометрия на персональном компьютере / Клебанова Т. С., Дубровина Н. А., Милов А. В. та ін. – Харьков : Изд.-во ХГЭУ, 2002. – 208 с.

### *Додаткова:*

6. Басовский Л. Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка. – Москва : ИНФРА–М, 2001. – 260 с.
7. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Джекинс. – Вып. 1. – Москва : Мир, 1974.
8. Боровиков В. П. STATISTICA : искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов. – СПб : Питер, 2001. – 656 с.
9. Боровиков В. П. Популярное введение в программу STATISTICA. – Москва : Компьютер Пресс, 1998. – 194 с.
10. Грабовецький Б. Є. Економічне прогнозування і планування : навчальний посібник. – Київ : Центр навчальної літератури, 2003. – 188 с.
11. Дуброва Т. А. Статистические методы прогнозирования : учеб. пособие для вузов. – Москва : ЮНИТИ–ДАНА, 2003. – 206 с.
12. Ермаков С. М. Курс статистического моделирования / Ерма-

ков С. М., Михайлов Г. А. – Москва : Наука, 1976. – 320 с.

13. Кэнделл М. Временные ряды. – Москва : Финансы и статистика, 1981. – 580 с.

14. Лук'яненко І. Сучасні економетричні методи у фінансах : навчальний посібник / Лук'яненко І., Городніченко Ю. – Київ : Літера ЛТД, 2002. – 352 с.

15. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – Москва : Статистика, 1979. – 420 с.

16. Магнус Я. Р. Эконометрика. Начальный курс : учебн. – 5-е изд. / Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. – Москва : Дело, 2001. – 400 с.

17. Морозова Т. Г. Прогнозирование и планирование в условиях рынка : учеб. пособие для вузов / Т. Г. Морозова, А. В. Пикулькина. – Москва : ЮНИТИ–ДАНА, 1999. – 318 с.

18. Орлов. А. Н. Эконометрика : учеб. пособ. для вузов. – Москва : Изд.-во Экзамен, 2002. – 576 с.

19. Пашута М. Т. Прогнозування та макроекономічне планування : навч. посібник. – Київ : МАУП, 1998. – 192с.

20. Уотшем Т. Количественные методы в финансах / Т. Уотшем, К. Паррамоу. – Москва : Финансы, ЮНИТИ, 1999. – 528 с.

21. Цыгичко В. Н. Руководителю о принятии решений. – Москва : Инфра-М, 1996. – 272 с.

22. Черняк О. І. Динамічна економетрика / О. І. Черняк, А. В. Ставицький. – КВІЦ, 2000. – 120 с.

23. Чураков Е. П. Математические методы обработки экспериментальных данных в экономике : учеб. пособие. – Москва : Финансы и статистика, 2004. – 240 с.

***Ресурси мережі Internet:***

24. Васильєв І. В. Сучасні методи моделювання часових рядів для прийняття рішень. – Режим доступу : <http://conf.vstu.vinnica.ua/allvntu/inaeksu/txt/vasylyev.pdf>

25. Программные продукты в сфере прогнозирования и анализа данных. – Режим доступу : [www.i2.com.ua](http://www.i2.com.ua)

26. Сервер Верховной Рады Украины. – Режим доступу : [www.rada.gov.ua](http://www.rada.gov.ua)

27. Сервер государственного комитета статистики Украины. – Режим доступу : [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua)

28. Украинская инвестиционная газета. – Режим доступу : [www.investgazeta.net](http://www.investgazeta.net)

## ЗМІСТ

Вступ.....	3
Тема 1. Експертні методи прогнозування.....	4
Завдання 1.1. Коефіцієнт асоціації і контингенції.....	4
Завдання 1.2. Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала.....	8
Завдання 1.3. Двухфакторний аналіз Фрідмана і коефіцієнт конкордації Кендала.....	17
Тема 2. Прості методи прогнозування.....	25
Завдання 2.1. Прогнозування за методами двох крайніх, середніх групових точок та на основі темпів зростання.....	25
Тема 3. Адаптивні методи прогнозування.....	32
Завдання 3.1. Прогнозування на основі експоненційного згладжування та моделі Хольта.....	32
Список літератури.....	40

Навчальне видання

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до практичних занять з навчальної дисципліни

«Торговельне підприємництво»

для студентів спеціальності 076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність» усіх форм навчання

Укладачі: ШАПРАН Євген Миколайович  
СЕРГІЄНКО Олена Андріанівна

Відповідальний за випуск проф. Шапран Є. М.  
Роботу до видання рекомендувала проф. Райко Д. В.

Редактор М. П. Єфремова

План 2020 р., поз. 243

Підп. до друку. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.

Друк – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 4,3

Наклад 50 прим. Зам №\_\_\_\_. Ціна договірна.

---

Видавничий центр НТУ «ХП».

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 5478 від 21.08.2017 р.

вул. Кирпичова, 2, м. Харків-2, 61002

---

Електронна версія