УДК 621.77

Т.Б. НИКИТИНА, канд. техн. наук

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ НАВЕДЕНИЯ И СТАБИЛИЗАЦИИ ВООРУЖЕНИЯ ЛЕГКОБРОНИРОВАННОЙ МАШИНЫ

Розроблено метод багатокритеріального синтезу робастного керування озброєнням легко броньованої машини з урахуванням пружних елементів. Наведено приклад динамічних характеристик синтезованої системи.

The method of multicriterian robust control synthesis by the armoured fighting vehicle arming control system with elastic elements is developed. The example of dynamic characteristics for such system is given.

Постановка проблемы, связь с научными и практическими задачами. Легкобронированные машины производства Украины и России оборудованы системами наведения вооружения и предназначены для стрельбы по воздушным и наземным целям при остановке машины [1]. Для ведения прицельного огня с ходу необходимо оборудовать легкобронированные машины системами наведения и стабилизации вооружения по танковому принципу [2-3]. Применение в системах наведения и стабилизации бортовой ЭВМ позволяет реализовать более сложные законы управления, чем традиционные регуляторы с обратными связями по углу и угловой скорости объекта управления.

К системам наведения и стабилизации вооружения легкобронированных машин предъявляются достаточно жесткие требования по показателям качества работы в различных режимах. Приведем часть таких требований предъявляемых к системе наведения и стабилизации вооружения легкобронированной машины. Время отработки заданного угла рассогласования - $t_{\text{рег}}$. Время разгона до номинальной скорости и время торможения до полного останова - $t_{\text{раз}}$. Ошибка отработки гармонического сигнала заданной амплитуды и частоты $\varepsilon_{\text{гар}}$. Ошибка стабилизации при движении по нормализованной трассе со случайным изменением профиля с заданной скорость $\varepsilon_{\text{сл}}$. Максимальная скорость наведения $\omega_{\max}$. Минимальная скорость наведения $\omega_{\min}$. Неплавность наведения при минимальной скорости $\Delta\omega_{\min}$. Естественно, что при этом должны быть учтены ограничения по напряжению и току якорной цепи приводного двигателя, а также по скорости вращения приводного двигателя.

Анализ последних достижений и публикаций. В последнее время интенсивно развивается теория робастного управления [1-3]. Системы робастного управления обладают рядом преимуществ. Во-первых, они робастно устойчивы, т.е. сохраняют устойчивость при изменении параметров объекта управления в определенных пределах. Во-вторых, они имеют существенно меньшую чувствительность к изменению параметров объекта управления по сравнению с оптимальными системами, несмотря на то, что динамические характеристики робастных систем могут незначительно отличаться от соответствующих характеристик оптимальных систем. Трудность синтеза робастной системы заключается не в решении тех или иных уравнений, а, прежде всего, в формулировании критерия качества робастного управления таким образом, чтобы синтезированная система удовлетворяла техническим требованиям, предъявляемым к системе [4].

Цель работы. Целью данной работы является повышение точности работы систем наведения и стабилизации вооружения легкобронированных машин путем применения многокритериального синтеза робастного регулятора. Задачей статьи является многокритериальный синтез и исследование динамических характеристик систем наведения и стабилизации вооружения легкобронированных машин с синтезированным управлением.

Изложение материала исследования, полученных научных результатов. Для решения этой задачи воспользуемся концепцией функционально - множественной принадлежности на элементах пространства состояний. При этом предполагается, что цель управления, ограничения на вектор состояния и управления могут быть приведены к единым ограничениям на вектор состояния системы. Предположим, что исходная нелинейная система может быть описана в пространстве состояний нелинейным дифференциальным уравнением состояния в следующем виде:

$$\dot{x} = f\left(x,u,t\right),\ x\left(t_0\right) = x_0,\ t \ge t_0,$$

$$u \in U\left(x,t\right),$$

где $U\left(x,t\right) \subset R^m$ - некоторое заданное множество для каждого x и $t \ge t_0$, для выполнения следующего соотношения на вектор состояния:

$$x = x\left(t\right) \in Q\left(t\right),\ t \ge t_0,$$

$$Q\left(t\right) = \left\{x \in R^n : \psi\left(x,t\right) \le 0\right\},$$

где $\psi\left(x,t\right)$ - скалярная непрерывно-дифференцируемая по всем своим переменным функция. Заметим, что задание множества $Q\left(t\right)$ является достаточно сложной, а часто формально нерешенной задачей. По-видимому, самым универсальным методом задания области $Q\left(t\right)$ является проведение имитационного моделирования системы.

Тогда для обеспечения условия принадлежности вектора состояния $x(t)$ множеству $Q(t)$ достаточно, чтобы обеспечивалось неравенство:

$$\left(\nabla_x \psi,\, f\left(x,u,t\right)\right) \le 0\,,$$

для каждого $x \in \Gamma Q(t)$ и хотя бы одного соответствующего ему значения $u \in U(x,t)$ при $t \ge t_0$, где $\Gamma Q(t) = \left\{x \in R^n : \psi(x,t) = 0\right\}$ - граница множества $Q(t)$; $\nabla_x \psi$ - градиент функции $\psi(x,t)$; $\left(\nabla_x \psi,\, f(\cdot)\right)$ - скалярное произведение векторов $\nabla_x \psi,\, f(\cdot) \in R^n$.

Обычно часть требований, предъявляемых к системе, могут формулироваться в форме минимума либо максимума. Например, желательно обеспечить минимальную дисперсию ошибки системы, минимальное время регулирования, минимальную ошибку отработки гармонического сигнала и т.д. Тогда цель управления может быть сформулирована в виде вектора

$$y = \varphi\left(x(t), t\right) \in Q(t)\,,\ t \ge t_0\,,$$

где $\varphi(x,t)$ - некоторая заданная непрерывно – дифференцируемая вектор – функция, а множество

$$Q(t) = \left\{y \in R^n : \psi(y,t) \le 0\right\}.$$

Тогда, для обеспечения условия принадлежности вектора состояния $\vec{x}(t)$ множеству $Q(t)$ для выполнения ограничений на вектор состояния и для обеспечения условия принадлежности вектора цели управления $y(t)$ множеству $Q(t)$ достаточно, чтобы выполнялось неравенство:

$$\left(\nabla_y \psi, \nabla_x \varphi \cdot f(x,u,t) + \frac{\partial \psi}{\partial t}\right) \le 0\,,$$

для каждого $y \in \Gamma Q(t)$ и каждого $x \in M(y,t)$ и хотя бы для одного, соответствующего каждому x значения $u \in U(x,t), t \ge t_0$.

Где $\Gamma Q(t)$ - граница множества $Q(t)$; $\nabla_y \psi$ - градиент функции $\psi(y,t)$; $\nabla_x \varphi$ - якобиан функции $\varphi(x,t)$; $M(y,t)$ - некоторое многообразие, соответствующее $y \in \Gamma Q(t)$ и определяемое согласно зависимости

$$M(y,t) = \left\{x \in R^n : \varphi(x,t) = y\right\},$$

$$Q(t) \subseteq B_\varphi \ \text{при}\ t \ge t_0\,.$$

При минимизации управляющего воздействия это неравенство может быть записано в следующем виде

$$\min_{u\in U(x,t)}\left(\nabla_y\psi,\nabla_x\varphi\cdot f(x,u,t)\right)+\left(\nabla_y\psi,\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)+\frac{\partial\psi}{\partial t}\le 0 .$$

При синтезе робастной системы управления объектом с неопределенностями (параметрическими, структурными, неопределенностями внешних воздействий и т.д.) это неравенство может быть записано в виде максиминного неравенства

$$\max_{x\in M(y,t)}\min_{u\in U(x,t)}\left(\nabla_y\psi,\nabla_x\varphi\cdot f(x,u,t)\right)+\left(\nabla_y\psi,\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)+\frac{\partial\psi}{\partial t}\le 0 .$$

Эти неравенства, полученные на основе концепции функционально-множественной принадлежности на элементах пространства состояний, достаточно близки к уравнениям синтеза нелинейных оптимальных систем, полученных на основе классического метода динамического программирования Беллмана. Оптимальное управление удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных, называемому уравнением Гамильтона – Якоби – Беллмана

$$-\frac{\partial S(\vec{x}(t),t)}{\partial t}=\min_{u\in U}\left\{\frac{\partial S(\vec{x}(t),t)}{\partial\vec{x}^T}\,f(\vec{x}(t),\vec{u}(t),t)+f_0(\vec{x}(t),\vec{u}(t),t)\right\}.$$

В результате нахождения минимального значения правой части этого уравнения, оно перестает зависеть от управления $\vec{u}(t)$, поэтому это уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана используется также в следующем виде

$$-\frac{\partial S(\vec{x}(t),t)}{\partial t}=\frac{\partial S(\vec{x}(t),t)}{\partial\vec{x}^T}\,f(\vec{x}(t),\vec{u}(t),t)+f_0(\vec{x}(t),\vec{u}(t),t).$$

Робастное управление системами является одним из направлений современного геометрического подхода к теории управления, так как фактически необходимо синтезировать регулятор для управления не одной системой, а целым семейством систем. При этом многие свойства групп систем описываются как решения уравнений в частных производных, хотя динамика систем управления обычно описывается системами обыкновенных дифференциальных уравнений. Особенность дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка состоит в том, что их решение вполне определяется интегральными кривыми некоторых систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Это, в частности, имеет место и при оптимальном управлении, когда решение уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана в частных производных эквивалентно решению канонической системы обыкновенных дифференциальных уравнений состояний для векторов основных и вспомогательных переменных принципа максимума Понтрягина. При оптимальном управлении необходимо выбрать управление, минимизирующее проекцию вектора скорости на нормаль к изоповерхности $S=\text{const}$, являющейся функцией Беллмана в принципе динамического программирования.

Трудности решения этого максиминного неравенства в частных производных связана, прежде всего, с формированием функции $\psi(t)$, которая в уравнении Гамильтона – Якоби Беллмана является функцией Беллмана. В работе использован один из подходов к формированию функции $\psi(t)$ с помощью нелинейной схемы компромиссов [4]. В этом случае осуществляется движение системы внутрь области ограничений ортогонально гиперплоскости ограничений, что соответствует напряженной ситуации схемы компромиссов и обеспечивает движение в сторону, противоположную градиенту напряженного критерия.

К настоящему времени решение уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана в общем виде для любых нелинейных систем сопряжено с определенными трудностями. Однако это уравнение решается для нелинейных систем с так называемыми аналитическими нелинейностями, когда исходные нелинейности раскладываются в степенной ряд в достаточно малой окрестности рабочей точки системы [2]. Первым приближением такого разложения является линейная система с квадратичным критерием качества и линейными обратными связями по вектору состояния. Рассмотрим более подробно синтез линейного робастного управления. Представим исходную систему в стандартной форме, принятой в теории H^{∞}

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u, \\ z_0 = C_0 x + D_0 u, \\ z_1 = C_1 x + D_1 u, \\ y = C_2 x + D_2 w \end{cases}$$

В этих уравнениях вектор $\vec{w}$ описывает внешнее воздействие на систему в виде задающих и возмущающих воздействий, а также помех измерения.

Представим обратную связь по измеряемому вектору $\vec{y}$ на управляющий вход системы u в виде динамического блока в форме переменных состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y, \\ u = C_c x_c, \end{cases}$$

где A_c, B_c, C_c - соответственно матрицы состояния, управления и выхода этого динамического блока – регулятора. Заметим, что с помощью этого блока осуществляется формирование управляющего воздействия по вектору состояния x_c регулятора и восстановление вектора состояния исходной системы x по измеряемому вектору выхода y, а также фильтрация помех измерения.

Рассмотрим замкнутую систему, включающую исходную систему и регулятор записанный в форме пространства состояний в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 C_c x_c, \\ \dot{x}_c = A_c x_c + B_c C_2 x + B_c D_2 w, \\ z_0 = C_0 x + D_0 C_c x_c, \\ z_1 = C_1 x + D_1 C_c x_c. \end{cases}$$

Введем вектор состояния расширенной системы, включающей вектор состояния исходной системы и вектор состояния регулятора. Тогда уравнение состояния расширенной системы примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}w, \\ z_0 = \tilde{C}_0 \tilde{x}, \\ z_1 = \tilde{C}_1 \tilde{x}, \end{cases}$$

где

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & B_2 C_c \\ B_c C_2 & A_c \end{bmatrix}, \; \tilde{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_c D_2 \end{bmatrix}, \; \tilde{C}_0 = \begin{bmatrix} C_0 & D_0 C_c \end{bmatrix}, \; \tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & D_1 C_c \end{bmatrix}.$$

По уравнению состояния этой расширенной системы может быть получена матрица передаточных функций вектора внешних воздействий на вектор контролируемых переменных в следующем виде:

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} T_{z_0 w} \\ T_{z_1 w} \end{bmatrix}.$$

Задача синтеза робастного регулятора заключается в определении такого динамического блока, при котором для нормы передаточной функции замкнутой системы выполняется условие:

$$\left\| T_{z_1 w} \right\|_\infty \langle \gamma \; .$$

При этом фактически необходимо минимизировать функционал качества в следующем виде:

$$J\left(T_{z_0 w}\right) = \left\| T_{z_0 w} \right\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left[trace\left(T_{z_0 w}^{*} \right)^T T_{z_0 w} \right] dw =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left\{ trace\tilde{B}^T \left[\left(sI - \tilde{A} \right)^{*T} \tilde{C}_0^T \tilde{C}_0 \right] \tilde{C}_0^T \tilde{C}_0 \left(sI - \tilde{A} \right)^{-1} \tilde{B} \right\} dw =$$

$$\frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left\{ trace\tilde{B}^T \left[\left(sI - \tilde{A} \right)^{-1*} \right]^T \tilde{R} \left(sI - \tilde{A} \right)^{-1} \tilde{B} \right\} dw$$

где

$$\tilde{R} = \tilde{C}_0^T \tilde{C}_0 = \begin{bmatrix} C_0^T \\ C_c^T D_0^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 & D_0 C_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_0^T C_0 & 0 \\ 0 & C_c^T D_0^T D_0 C_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & C_c^T R_2 C_c \end{bmatrix};$$

$$R_1 = C_0^T C_0, \; R_2 = D_0^T D_0.$$

Естественно, что замкнутая система должна быть управляемой и, следовательно, удовлетворять уравнению

$$\tilde{A} L_c + L_c \tilde{A}^T + \tilde{B}\tilde{B}^T = 0,$$

в котором L_c обозначает грамиан управляемости. В этом случае критерий качества робастного управления может быть записан в следующем виде

$$J\left(T_{z_0 w}\right) = \left\| T_{z_0 w} \right\|_2^2 = trace\left(\tilde{C}_0 L_c \tilde{C}_0^T\right) = trace\left(\tilde{R} L_c\right).$$

Введем матричную функцию замкнутой системы

$$R(Y) = \tilde{A}Y + Y\tilde{A}^T + Y\tilde{C}_1^T \tilde{C}_1 Y \gamma^{-2} + \tilde{B}\tilde{B}^T = \tilde{A}Y + Y\tilde{A}^T + Y\tilde{R}_\infty Y \gamma^{-2} + \tilde{V},$$

где

$$\tilde{R}_\infty = \tilde{C}_1^T \tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} R_{1\infty} & 0 \\ 0 & C_c^T R_{2\infty} C_c \end{bmatrix},$$

$$\tilde{V} = \tilde{B}\tilde{B}^T = \begin{bmatrix} B_1 B_1^T & 0 \\ 0 & B_c D_2 D_2^T B_c^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 & 0 \\ 0 & B_c V_2 B_c^T \end{bmatrix},$$

Тогда, если приравнять эту функцию нулю, то получим следующие уравнение Риккати

$$R(Y) = \tilde{A}Y + Y\tilde{A}^T + Y\tilde{R}_\infty Y \gamma^{-2} + \tilde{V} = 0.$$

Из этого уравнения Риккати может быть получена уравнение Ляпунова относительно разности $Y - L_c$

$$\tilde{A}\left(Y - L_c\right) + \left(Y - L_c\right)\tilde{A}^T + Y\tilde{R}_\infty Y \gamma^{-2} = 0,$$

и, следовательно, так как замкнутая система должна быть устойчивой, то выполняется неравенство

$$Y \ge L_c.$$

Из этих уравнений может быть получена оценка величины критерия качества синтезируемой робастной системы в следующем виде

$$J\left(T_{zw}, Y\right) = trace\left(\tilde{C}_0 Y \tilde{C}_0^T\right) = trace\left(Y\tilde{R}\right).$$

Из этого равенства может быть также получено следующее равенство

$$J\left(T_{zw}, Y\right) = J\left(G, K\right),$$

подтверждающее тот факт, что величина критерия при H^∞ норме является верхней гранью критерия при H^2 норме и, следовательно, может быть записано следующее неравенство

$$\left\|T_{z_0 w}\right\|_2 \leq \sqrt{J\left(T_{zw}, Y\right)}\ .$$

Из этого неравенства путем предельного перехода при $\gamma \to \infty$ может быть получена оценка критерия при H^2 норме в виде предельного значения критерия при H^∞ норме

$$\lim_{\gamma \to \infty} \sqrt{J\left(T_{zw}, Y\right)} = \left\|T_{z_0 w}\right\|_2 .$$

Таким образом, синтез системы по критерию с H^2 норме можно рассматривать как синтез робастного регулятора по критерию с H^∞ при условии бесконечного значения параметра толерантности $\gamma \to \infty$. В процессе синтеза необходимо выбрать один регулятор, соответствующий определенному значению параметра толерантности. Увеличение значения параметра толерантности приближает синтезируемую систему к линейно – квадратичному регулятору, а уменьшение значения параметра толерантности приближает синтезируемую систему к робастной. При этом вместо решения исходного уравнения Риккати можно решить матричное неравенство и задать смешанный критерий качества по H^2 и H^∞ нормам в следующем виде

$$J\left(T_{zw}, Y\right) = \inf_{\breve{Y}} \left\{ trace\left(\tilde{C}_0 \breve{Y} \tilde{C}_0^T \right) : \breve{Y} = \breve{Y}^T > 0, R\left(\breve{Y}\right) < 0 \right\} .$$

Для такого критерия может быть получено уравнение Ляпунова в следующем виде

$$\tilde{A}^T L_0 + L_0 \tilde{A} + \tilde{R}_\infty = 0\ .$$

Запишем исходное уравнение Риккати в следующем виде

$$\gamma^2 \tilde{A}^T Y^{-1} + \gamma^2 Y^{-1} \tilde{A} + \gamma^2 Y^{-1} \tilde{V} Y^{-1} + \tilde{R}_\infty = 0\ .$$

Из этого уравнения может быть получено следующее уравнение Риккати путем вычитания из исходного уравнения Риккати уравнения Ляпунова в виде

$$\tilde{A}^T \left(\gamma^2 Y^{-1} - L_0 \right) + \left(\gamma^2 Y^{-1} - L_0 \right) \tilde{A} + \gamma^2 Y^{-1} \tilde{V} Y^{-1} = 0\ .$$

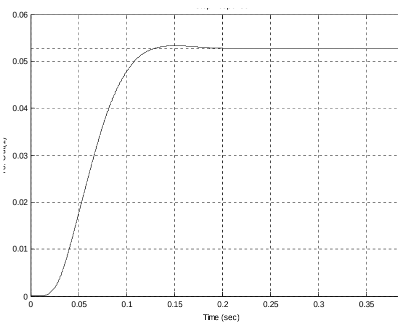
Первым этапом в решении задачи многокритериального синтеза является сведение исходной задачи к системе ограничений. Такой этап оправдан в связи с тем, что условия технического задания, как правило, формируются в форме ограничений. Затем после получения такого допустимого решения, удовлетворяющего всем ограничениям целесообразно попытаться улучшить частные критерии, переведя часть либо все ограничения в частные критерии [4]. Схема компромиссов позволяет формально перейти от векторного критерия качества к скалярному. Свертка частных критериев в скалярный, должна отражать степень важности частных критериев в общем скалярном критерии. По существу схема компромиссов не является теорией, а представляет индивидуальный набор предпочтений лица принимающего решение с точки зрения его профессиональной компетенции и, как правило, выполняется эвристически.

Результаты моделирования на ЭВМ. В системе управления имеются нелинейные элементы. Это, в первую очередь, касается наличие сухого трения как в исполнительном двигателе, так и в приводе башенки в канале горизонтального наведения и в приводе боевого модуля в канале вертикального наведения. Кроме того, в системе имеются нелинейные характеристики элементов упругости между исполнительными двигателями и приводными механизмами за счет люфтовыбирающих пружин.

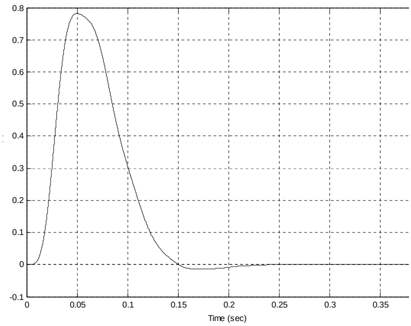
При синтезе линейной системы эти нелинейности не учитывались, однако при анализе динамических характеристик синтезированной системы влияние этих нелинейностей необходимо учесть. В качестве примера на рис. 1 показаны переходные процессы а) угла канала ствола; б) его производная; в) момента упругости и г) скорости приводного двигателя при отработке заданного значения угла. Как видно из этих графиков, переходные процессы удовлетворяют техническим требованиям, предъявляемым к системе.

Другим характерным режимом работы системы наведения и стабилизации вооружения легкобронированной машины является наведение вооружения на цель с заданной в техническом задании минимальной скоростью наведения и обеспечением при этом заданной неплавности движения вооружения. На рис. 2 показан график изменения угла канала ствола при наведении на малых скоростях, откуда видно, что в этом режиме работы система наведения также удовлетворяет техническим требованиям.

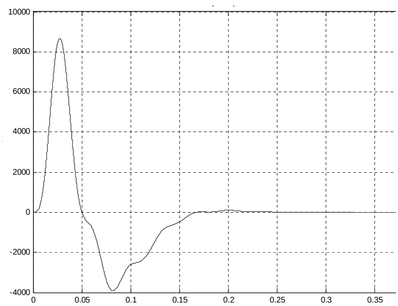
Выводы, перспективы этого направления. Синтез робастного управления системами наведения и стабилизации вооружения легкобронированных машин выполняется на основе концепции функционально-множественной принадлежности вектора состояния, позволяющего удовлетворить разнообразным требованиям, предъявляемым к работе систем в различных режимах работы. Показана эквивалентность синтеза нелинейного робастного управления на основе концепции функционально множественной принадлежности в форме максиминных неравенств решению неравенства в частных производных Гамильтона – Якоби – Беллмана.



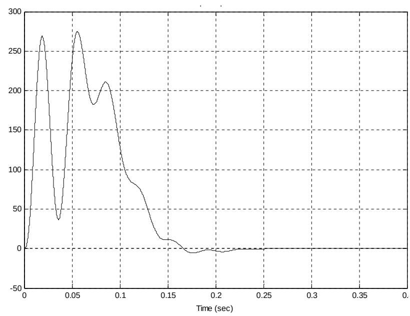
а



б



в



г

Рис. 1. Переходные процессы: *а* – угла канала ствола; *б* – его производная; *в* – момента упругости; *г* – скорости приводного двигателя при отработке заданного значения угла

С помощью разработанной методики многокритериального синтеза робастных регуляторов удалось получить приемлемые показатели качества и удовлетворить техническим требованиям, предъявляемым к системе. Приведены динамические характеристики синтезированной системы при изменении параметров и структуры моделей объектов управления и внешних воздействий.

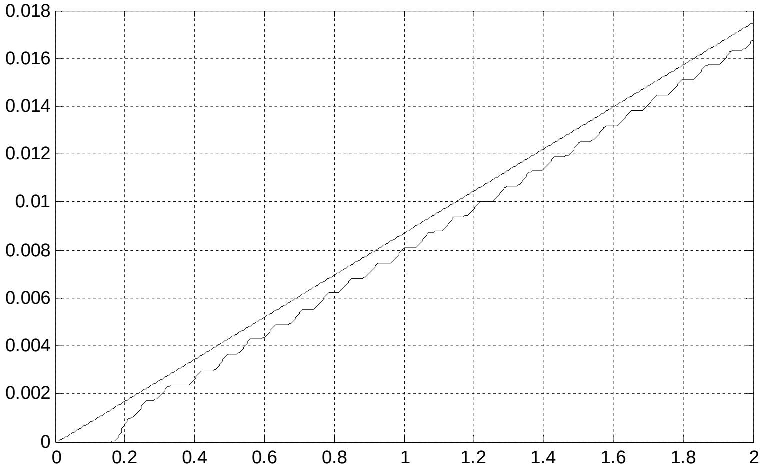


Рис. 2. Переходный процесс изменения угла канала ствола при наведении на малых скоростях

Список литературы: **1.** *Никитина Т.Б.* Робастное управление системой наведения и стабилизации вооружения легкобронированной машиной//Вестник НТУ «ХПИ”: Сб. науч. раб.- Харьков: НТУ “ХПИ”.Тематический выпуск «Автоматика и приборостроение». 2007.- №36. С. 80 – 88. **2.** *Никитина Т.Б.* Робастная стабилизация танкового вооружения. Вестник НТУ «ХПИ», Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Автоматика и приборостроение». 2007, №10. С. 134 – 144. **3.** *Никитина Т.Б.* Робастная стабилизация дискретно – континуального объекта. //Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. Проблеми сучасної електротехніки. Частина 4. Київ. 2007. С. 60 – 64. **4.** *Никитина Т.Б.* Выбор критерия качества робастного управления как задача многокритериальной оптимизации//Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. науч. раб.- Харьков: НТУ “ХПИ”. Тематический выпуск «Системный анализ - управление и информационные технологии». 2007.- №41. С. 35 – 44.

Поступила в редколлегию 22.03.08.