

Л. В. Голобородько, В. А. Залога, д-р техн. наук,
Д. В. Криворучко, д-р техн. наук, Сумы, Украина,
М. Г. Сторчак, д-р техн. наук, Штутгарт, Германия

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА СГЛАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СВОБОДНОГО РЕЗАНИЯ

В роботі розглянуто вплив параметрів SPH-вирішувача на похибку прогнозування показників процесу різання, розроблена 2-D модель процесу різання на основі SPH-методу з застосуванням регулярної сітки SPH-елементів. Вплив досліджуваних параметрів SPH-вирішувача на час розрахунку, похибку прогнозування сили різання та усадки стружки суперечливі. Раціональні параметри SPH-вирішувача були встановлені мінімізацією комплексної цільової функції.

В работе рассмотрено влияние параметров SPH-решателя на погрешность прогнозирования показателей процесса резания, разработана 2-D модель процесса резания на основе SPH-метода с применением регулярной сетки SPH-элементов. Влияние исследуемых параметров SPH-решателя на время расчета, погрешность прогнозирования силы резания и усадки стружки противоречивы. Рациональные параметры SPH-решателя были установлены минимизацией комплексной целевой функции.

In this paper the effect of SPH-solver parameters on accuracy of prediction of cutting process performance has been examined. A 2-D model of the cutting process based on the SPH-method using a regular SPH-elements mesh has been developed. The influence of tested parameters of SPH-solver on CPU time, the error in cutting forces and undeformed chip thickness predictions has been investigated. Rational parameters of SPH-solver have been determined by minimizing a complex objective function.

Введение

Оптимизации изделий и производственных процессов в промышленности уделяется много внимания. Поэтому в последние годы получили развитие технологии моделирования производственных процессов с помощью численных методов, которые позволяют в короткий срок и с наименьшими затратами выполнить оптимизацию, используя натурный эксперимент только для проверки полученных результатов.

В настоящее время для интегрирования разрешающих систем уравнений в частных производных, описывающих поведение тел при их деформировании и теплопроводности, широко применяются сеточные методы: метод конечных разностей (FDM - Finite Difference Method), метод конечных элементов (FEM - Finite Element Method), метод граничных элементов (BEM - Boundary Element Method). Все они предполагают дискретизацию пространства путем наложения сетки. Поскольку при больших деформациях с использованием вышеназванных методов формируемая сетка претерпевает значительные искажения, на практике в этом случае возникают сложности с

получением адекватного решения при моделировании таких процессов, как процесс резания.

Для исключения проблем, связанных с искажением сетки, были разработаны и уже начинают активно использоваться такие безсеточные методы (MFM - mesh-free methods), как: метод сглаженных частиц (SPH - Smoothed Particle Hydrodynamics), метод, основанный на подходе Галеркина (EFG – Element Free Galerkin method) и др.

В настоящей статье представлены результаты поискового исследования с целью создания модели процесса прямоугольного свободного резания с использованием безсеточного метода сглаженных частиц и оценки влияния параметров SPH-решателя на ошибку прогнозирования таких выходных показателей процесса резания, как силы резания и усадка стружки.

Исследования выполнялись с применением решателя LS-DYNA, в котором реализованы последние достижения метода SPH.

Модель процесса резания

Основные теоретические сведения о методе SPH и его программной реализации в решателе LS-DYNA описаны в работах [1, 2, 3]. Идея метода SPH заключается в делении объекта на дискретные элементы, называемые частицами. Эти частицы имеют пространственное расстояние h , называемое «длина сглаживания», на котором их свойства «сглаживаются» функцией ядра. Это значит, что величина параметра в любой точке пространства может быть получена путем суммирования соответствующих значений параметра, которые находятся в пределах двух сглаженных длин.

В отличие от метода конечных элементов, где при больших деформациях формируемая сетка претерпевает значительные искажения, SPH-метод можно использовать для моделирования процессов, происходящих с большими деформациями (движение жидкостей, газов), при данном методе необходимо большое количество частиц для создания симуляции с эквивалентной разрешающей способностью. Недостатком SPH-метода является необходимость использования большого количества частиц для создания симуляции, а также невозможность считать связанные термо-механические задачи.

Влияние каждой частицы на свойства изучаемой системы оценивается в соответствии с плотностью рассматриваемой частицы и ее расстоянием до интересующей частицы. Математически это описывается функцией ядра, обозначаемой W . В качестве функции ядра часто используют функцию Гаусса или кубический сплайн. При использовании в качестве функции ядра кубического сплайна функция равна нулю для всех частиц, находящихся на расстоянии, большем двух сглаженных длин, в отличие от функции Гаусса, где на любом конечном расстоянии всегда имеет место небольшое взаимовлияние рассматриваемых частиц. Это свойство кубического сплайна при использовании в SPH - методе позволяет существенно экономить вычислительные ресурсы, исключая относительно малое влияние отдаленных частиц.

Рассмотрим численные аппроксимации уравнений механики деформируемого тела, построенные с помощью метода SPH.

Некоторую пространственную функцию $f(x)$ заменили ее аппроксимацией $\tilde{f}(x, h)$, характеризующую состояние тела, например, скорость его точек в определенном пространстве, может быть аппроксимирована выражением (1):

$$\tilde{f}_f(x, h) = \int f(y)W(x, h)dy \quad (1)$$

где $W(x, h)$ – функция ядра сглаживания (рис. 1).

Величину ядра сглаживания определяют с помощью некоторой функции Θ соотношении

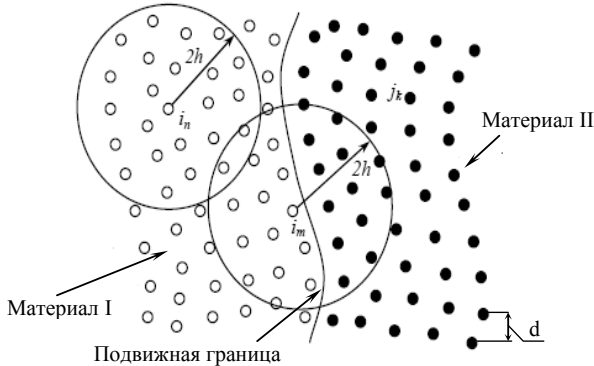


Рисунок 1 – Ядро сглаживания в объеме материала и на границе: d -расстояние между частицами (плотность сетки); h – длина сглаживания.

Рисунок 1 – Ядро сглаживания в объеме материала и на границе

$$W(x, h) = \left(\frac{1}{h(x)^p} \right) \cdot \Theta(x), \quad (2)$$

где p – размерность пространства.

Функция $W(x, h)$ должна быть симметрична относительно пика.

Большинство ядер сглаживания, используемых в SPH-методе, представляются в виде кубического В-сплайна, который и определяет выбор Θ как функцию (3):

$$\Theta(x) = C \cdot \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x^3, & \text{если } |x| \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-x)^3, & \text{если } 1 \leq |x| \leq 2, \\ 0, & \text{если } 2 \leq |x| \end{cases} \quad (3)$$

где C – константа нормализации.

Время расчета Δt определялось с помощью параметра «Time» – шаг по времени, определяемый выражением (4):

$$\Delta\tau = C_{\Delta\tau} \cdot \min_i \left(\frac{h_i}{C_i + v_i} \right) \quad (4)$$

где i – номер рассматриваемой частицы; $C_{\Delta\tau}$ – коэффициент увеличения шага интегрирования; v_i – скорость движения i -ой частицы.

Метод SPH основан на квадратической аппроксимации движения частиц $\tilde{\alpha}_i(\tau)$, $i \in \{1 \dots N\}$, где $x_i(\tau)$ – координата частицы i в заданный момент времени $\Delta\tau$.

Движения частиц в методе SPH могут быть описаны следующим уравнением (5):

$$\frac{\partial v_i^\alpha}{\partial t} = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{d_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{d_j^2} + \Pi_{ij} \right) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta}, \quad (5)$$

где j – рассматриваемая частица; N – число соседних частиц;

$v_i^\alpha = \frac{dx_i^\alpha}{dt}$ – скорость движения i -ой частицы; m_j – масса j -ой частицы;

$\sigma_i^{\alpha\beta}$, $\sigma_j^{\alpha\beta}$ – тензор напряжений i -ой и j -ой частиц соответственно; d_i , d_j – плотность i -ой и j -ой частиц соответственно; Π_{ij} – удельные внешние силы; $W_{ij} = W(x_i - x_j, h)$ – ядро сглаживания;

Ядро сглаживания в LS-DYNA может иметь несколько форм:

- 1 – аппроксимация с нормированием переменных;
- 2 – симметричная аппроксимация;
- 3 – симметричная аппроксимация с нормированием переменных;
- 4 – тензорная аппроксимация;
- 5 – аппроксимация для частиц жидкости;
- 6 – аппроксимация для частиц жидкости с нормированием переменных.

С целью уточнения фактической длины сглаживания в LS-DYNA применяется коэффициент, позволяющий пользователю влиять на величину длины сглаживания h . Величина длины сглаживания должна быть динамически изменяемой, чтобы число соседних частиц оставалось относительно постоянным. Самый простой подход состоит в обновлении длины сглаживания согласно усредненной плотности (6).

$$h = h_0 \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (6)$$

где d_0 и h_0 начальная плотность частицы и начальная длина сглаживания, соответственно.

Другим способом определения h , является использование уравнения неразрывности (7):

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{d} \cdot \frac{h}{d} \cdot \frac{\partial d}{\partial t}, \quad (7)$$

Приближение SPH для определения плотности имеет вид (8):

$$d_i = \sum_{j=1}^N m_j \cdot W_{ij}, \quad (8)$$

Уравнение (8) можно дискретизировать, используя SPH-аппроксимацию и вычислять с другими дифференциальными уравнениями параллельно.

2 Описание модели

Модель реализована на основе SPH-метода путем построения регулярной сетки SPH-частиц с помощью пакета LS-PREPOST компании LSTC.

В модели принято: технологическая система – абсолютно жесткая; лезвие – абсолютно твердое идеальной формы; материал лезвия – твердый сплав ВК8; геометрические параметры лезвия – передний угол $\gamma=8^\circ$, задний угол $\alpha=10^\circ$; заготовка – прямоугольный параллелепипед с соотношением длины l , высоты h и ширины b $h:l:b=1;0,2;0,02$; материал заготовки – сталь 45.

Длина и соотношения сторон заготовки выбирались методом проб и ошибок из условия минимизации количества деформированных элементов.

Граничные условия заданы жестким закреплением заготовки за основание и ее боковую поверхность. Инструмент равномерно перемещается вдоль оси X (рис. 3). Во всех остальных направлениях перемещение и вращение инструмента отсутствует.

Нагрузки прикладывались к инструменту в направлении, противоположном положительному направлению оси X , при его перемещении со скоростью резания v . Моделирование проводилось для следующих условий сухого резания (без применения СОТС) (рис. 3): скорость резания $v=600$ м/мин; толщина среза $a=0,1$ мм.

Модель обрабатываемого материала для стали 45 задается в виде эмпирического уравнения в форме Джонсона-Кука [4], которое учитывает изменение величины предела текучести в зависимости от адиабатической температуры в заданной точке, скорости и величины пластической деформации(9).

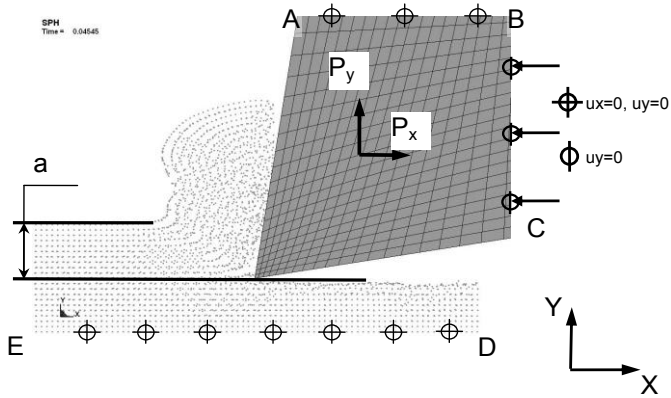


Рисунок 3 – Схема граничных условий
Рисунок 3 – Граничные условия

$$\sigma_s = \left[0,553 + 0,601 \cdot (\bar{\varepsilon}^p)^{0,234} \right] \cdot \left[1 + 0,0134 \cdot \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}^p}{\varepsilon^p} \right) \right] \cdot [1 - T^*], \quad (9)$$

где $\bar{\varepsilon}^p$ – интенсивность пластической деформации; $\dot{\varepsilon}^p$ – интенсивность скорости пластической деформации; T^* – гомологическая температура; A, B, C – коэффициенты; n, m – показатели степени.

В качестве критерия разрушения обрабатываемого материала был принят критерий накопленных пластических деформаций в форме Джонсона-Кука [4]:

$$D = \sum \frac{\Delta \bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}_f} \geq 1, \quad (10)$$

где $\bar{\varepsilon}_f = \left(0,055 + 0,61 \exp(2,1199 \cdot \sigma^*) \right) \left(1 + 0,002 \cdot \ln \dot{\varepsilon}^* \right) \left(1 + 0,61 \cdot T^* \right)$ – предельная величина накопленных пластических деформаций; $\sigma^* = \sigma / \sigma_{\text{экв}}$; σ – гидростатическое давление (сжатие при $\sigma < 0$); $\sigma_{\text{экв}}$ – эквивалентные напряжения по фон Мизесу.

Коэффициент трения был принят 0,45[4].

Адекватность разрабатываемой модели определялась путем сравнения с базовым. В качестве базового режима приняты следующие условия моделирования: передний угол $\gamma = 5^\circ$, задний угол $\alpha = 8^\circ$, ширина среза $b = 4,5$ мм, толщине среза $a = 0,1$ мм, скорость резания $v = 150$ м/мин [4]. Экспериментальные

значения удельной силы резания $P_z=145$ Н/мм и коэффициента усадки стружки $K_a=2$ при базовых условиях условиях были выбраны из работы [4].

Для реализации 2D-модели использовалась вычислительная система: Intel(R) Xeon(R) CPU E5405 с оперативной памятью 16 Гб. Операционная система: Fedora Core 10 x64 (kernel - 2.6.27.41-170.2.117.fc10.x86_64). С целью определения оптимальных параметров решателя, с точки зрения минимальной погрешности прогнозирования, был проведен ряд виртуальных экспериментов на основе 2-D модели процесса резания.

Плотность сетки заготовки d была выбрана в диапазоне от 5 до 80 мкм и принимала значения 5, 10, 20, 40 и 80 мкм. Коэффициент увеличения шага интегрирования $C_{\Delta t}$ был выбран методом проб и ошибок в диапазоне от 0 до 1 и принимал значения 0,1; 0,2; 0,4; 0,6.

В процессе работы было исследовано влияние каждого вида ядра сглаживания (параметр «fogm») на форму стружки и скорость расчета. Для дальнейших расчетов использовалась 1-я форма ядра сглаживания – аппроксимация с нормированием переменных, - как наиболее приемлемый вариант прогнозирования. Длина сглаживания h была задана равной 1,2. В качестве примера приведем результаты расчета для процесса резания заготовки с плотностью сетки 10 мкм и коэффициентом увеличения шага интегрирования, равным 0,2. В ходе виртуального эксперимента определялись: время расчета t , сила P_z , возникающая в процессе резания, и коэффициент усадки стружки K_a . Установлено, что при заданных условиях формируется сливная стружка (рис. 4).

Накопленные пластические деформации в зоне стружкообразования достигают 2, что свидетельствует о большой степени упрочнения обрабатываемого материала. Видно, что пластические деформации имеют место как в первичной, так и во вторичной зонах деформаций. Анализ сил показал, что изменение силы резания P_z имеет экстремальный характер, причем максимальное значение силы наблюдается через 0,18 мс от начала контакта лезвия с заготовкой (рис. 5). Экстремальный характер изменения силы резания P_z можно объяснить тем, что при врезании инструмента трещины еще нет, и она только зарождается. Для этого необходима большая сила резания, чем для развития трещины при дальнейшем продвижении инструмента в заготовке.

3 Выбор оптимальных параметров решателя

В результате проведенных пошаговых экспериментов установлено, что на определяемые результаты процесса резания наиболее существенно влияют четыре параметра решателя: плотность сетки, коэффициент увеличения шага интегрирования, время расчета и длина сглаживания.

Для выбора наиболее выгодных (оптимальных) значений параметров решателя d и $C\Delta t$ была выполнена их оптимизация с применением целевой функции [10] вида:

$$\tau_1 \cdot \left(\frac{\Delta \tau(d, C_{\Delta\tau})}{t_{\min}} \right)^2 + C_2 \cdot \left(\frac{\Delta P(d, C_{\Delta\tau})}{P_{y\acute{e}n\grave{i}}} \right)^2 + \tilde{N}_3 \cdot \left(\frac{\Delta \dot{E}_d(d, C_{\Delta\tau})}{K_{y\acute{e}n\grave{i}}} \right)^2, \quad (11)$$

где $P_{\text{эксн}}$ – экспериментальные данные силы резания для базового режима; $K_{\text{эксн}}$ – экспериментальные данные коэффициента усадки для базового режима; t_{\min} – минимальное время расчета; C_1, C_2, C_3 – коэффициенты значимости времени расчета, отклонения силы резания, отклонения усадки стружки соответственно. Для выравнивания веса каждого из слагаемых коэффициентов значения C_1, C_2, C_3 были выбраны аналитическим способом определения весовых коэффициентов (метод обратного детерминированного факторного анализа). Данный способ определения весовых коэффициентов при реализации метода обратного детерминированного факторного анализа обеспечивает большую точность оценки. Метод предполагает использование линейной алгебры и рассчитан на сравнение всех показателей и меры их отклонений от наилучших результатов по каждому показателю, характеризующих в совокупности условный объект анализа [10]; d – плотность сетки; $C_{\Delta\tau}$ – коэффициент увеличения шага интегрирования, причем через Δ обозначены отклонения фактических значений от базовых.

Установлено (рис. 6), что время расчета данной адиабатической задачи составило от 0,333 мин до 5136 мин в зависимости от плотности сетки d (80 мкм и 5 мкм, соответственно). Коэффициент увеличения шага интегрирования $C_{\Delta\tau}$ на время влияет только при малых значениях плотности сетки (до 10 мкм), причем с увеличением $C_{\Delta\tau}$ и d расчетное время д[10] для данной задачи уменьшается. При относительно большой плотности сетки (20 мкм и выше) время практически не зависит от этих двух факторов.

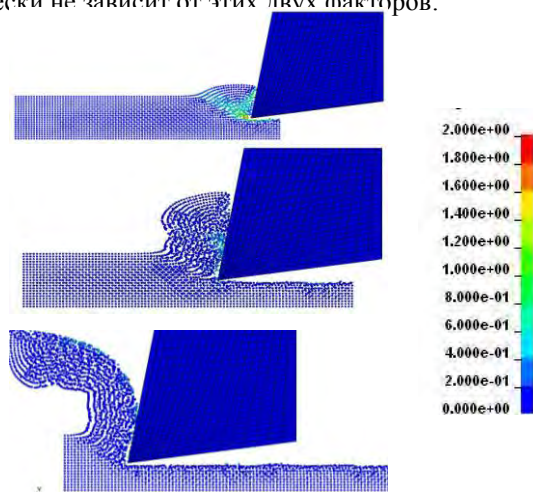


Рисунок 4 – Распределение пластических деформаций в процессе резания

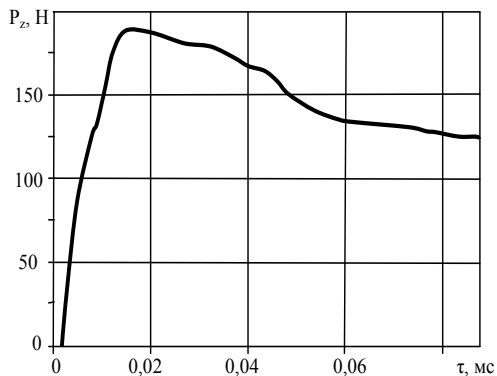


Рисунок 5 – Изменение главной проекции силы резания во времени:
 $v=600$ м/мин, $b=0,02$ мм и $a=0,1$ мм

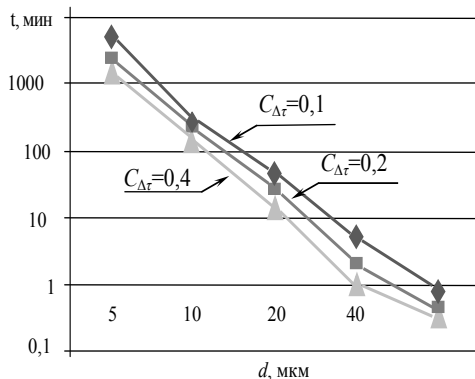


Рисунок 6 – Влияние плотности сетки и коэффициента увеличения шага интегрирования на время счета t

При значениях коэффициента увеличения шага интегрирования $C_{\Delta\tau}$ больше 0,4 исследования не проводились, так как при $C_{\Delta\tau}>0,4$ было обнаружено разрушение заготовки.

В результате виртуальных исследований влияния коэффициента увеличения шага интегрирования и плотности сетки на величину силы резания установлено (рис. 7), что наименьшая сила резания имеет место при плотности сетки d 10 мкм с коэффициентом увеличения шага интегрирования $C_{\Delta\tau}$ равном 0,2, а наибольшая - при $d=80$ мкм со значение $C_{\Delta\tau}$ равном 0,4.

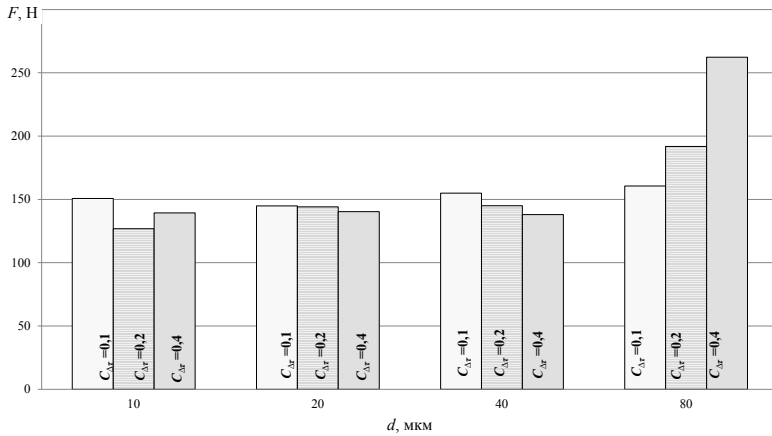


Рисунок 7 – Влияние плотности сетки и коэффициента увеличения шага интегрирования на силу

При плотности сетки от 20 до 40 мкм и коэффициенте увеличения шага интегрирования от 0,2 до 0,4, а также значениях плотности сетки от 10 до 80 мкм и коэффициенте увеличения шага интегрирования 0,1, результаты данного виртуального эксперимента близки (погрешность составляет менее 15%) к базовому варианту (сила P_z в базовом режиме составила 145 Н/мм, в эксперименте $P_z = 135$ Н/мм) [4].

Расчет коэффициента усадки стружки K_a показал (рис. 8), что его наименьшее значение имеет место при плотности сетки, равной 40 мкм, и коэффициенте увеличения шага интегрирования 0,1, а наибольшее – при плотности сетки, равной 20 мкм, и коэффициенте увеличения шага интегрирования 0,1: 1,2 и 1,8 соответственно.

Результаты данного виртуального эксперимента наиболее близки к базовому варианту ($K_a=2$) при плотности сетки 10 - 20 мкм и коэффициенте увеличения шага интегрирования 0,1.

Результаты проведенных экспериментов (рис. 6,7,8) свидетельствуют о том, что увеличение плотности сетки d и коэффициента увеличения расчета $C_{\Delta t}$ приводят, с одной стороны, к сокращению времени расчета, а с другой стороны, к увеличению силы.

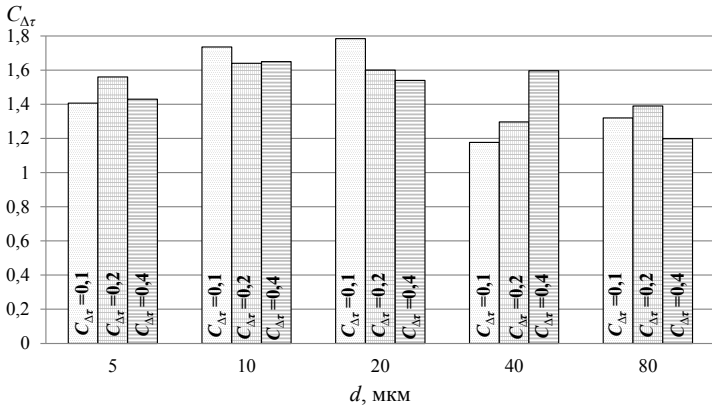


Рисунок 8 – Зависимость коэффициента усадки стружки от плотности сетки и коэффициента увеличения шага интегрирования

Поэтому для выбора наиболее выгодных (рациональных) значений параметров SPH-решателя d и $C_{\Delta r}$ была выполнена оптимизация путем минимизации целевой функции (10), т.е. минимизации погрешности прогнозирования показателей процесса резания. Результаты представлены на рис. 9.

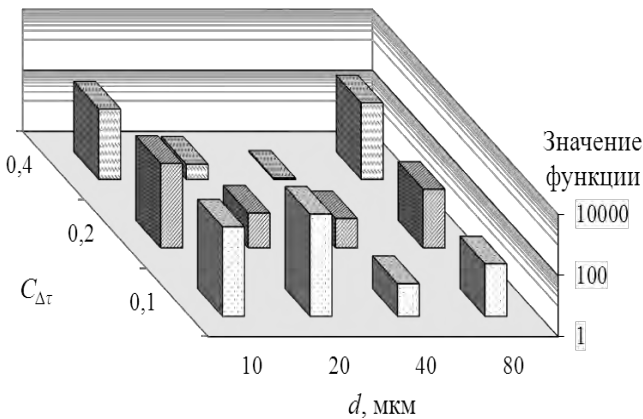


Рисунок 9 – Влияние параметров SPH-решателя на целевую функцию

Анализ диаграммы влияния параметров решателя на целевую функцию (рис. 9) в диапазоне значений функции от 1 до 1000 показал, что минимальное значение функция принимает при плотности сетки 40 мкм и коэффициенте увеличения шага интегрирования, равном 0,4, которые и являются рациональными (оптимальными) параметрами SPH-решателя.

Выводы.

1. Показана возможность использования бессеточного метода сглаженных частиц (SPH-метода) для прогнозирования выходных показателей процесса резания, в частности, силы резания и усадки стружки.

2. Наименьшее время расчета составило 0,3 мин при плотности сетки 80 мкм и коэффициенте увеличения шага интегрирования 0,4. При увеличении плотности сетки и уменьшении коэффициента увеличения шага интегрирования время расчета возрастает.

3. Чем больше плотность сетки, тем больше прогноз силы резания. При плотности сетки 10 и 80 мкм прогноз силы резания с увеличением коэффициента увеличения шага интегрирования увеличивается, а для 20 и 40 мкм – уменьшается.

4. Наименьший прогноз коэффициента усадки стружки наблюдается при плотности сетки 40 мкм и коэффициенте увеличения шага интегрирования 0,1; наибольший – 20 мкм и 0,1 соответственно. Прогноз усадки стружки для плотности сетки 20 мкм уменьшается с увеличением коэффициента увеличения шага интегрирования, для 40 мкм – увеличивается, а для 5, 10 и 80 мкм – практически не зависит от данного параметра.

5. При анализе влияния параметров решателя на целевую функцию установлено, что наилучший баланс между ошибкой прогнозирования показателей процесса резания и временем счета будет при плотности сетки 40 мкм и коэффициенте увеличения шага интегрирования, равном 0,4. Эти значения параметров решателя и рекомендуются при реализации моделей процесса резания.

Список использованных источников: 1. John, O. Hallquist LS-DYNA THEORY MANUAL Livermore Software Technology Corporation // John O. Hallquist Livermore, California 94551– 2006 – 680. 2. ls-dyna keyword user's manual volume imay 2007 version 971. 3. **Потапов, А.П.** Численное моделирование высокоскоростных соударений деформируемых тел методом сглаженных частиц [Текст]: Автореф. дис. ... канд. техн. наук:05.13.18. -М., 2009. -107 с. 4. **Криворучко, Д. В.** Наукові основи моделювання процесів різання з використанням числових методів: Автореф. дисс. ... докт. техн. наук:05.03.01/ СумГУ. -Харків, 2010. -40 с. 5. Блажевич, Ю. В. “Моделирование высокоскоростного соударения методом гладких частиц” / Ю. В. Блажевич, В. Д. Иванов, И. Б. Петров, И. В. Петвиашвили // Матем. моделирование, 1999,с. 88–100. 6. **Stein, E.** Encyclopedia of Computational Mechanics / Stein E., De B. R., Hughes T. J. У 2т. -Chichester: John Wiley & Sons Inc, 2004. – Т.2: Solids and Structures. – 798 с. 7. **Зенкевич, О.** Конечные элементы и аппроксимация / Зенкевич О., Морган К; пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 318 с. 8. **Бреббия, К.** Методы граничных элементов Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел У. –М.: Мир, 1987. –524 с. 9. **Rabczuk, T.** Stable particle methods based on Lagrangian kernels / Rabczuk T., Belytschko T., Xiao S.P. // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.–2004. –Т. 193. – С. 1035 - 1063. 10. **Залого, В. А.** К вопросу об определении весовых коэффициентов при реализации метода обратного детерминированного факторного анализа / В.А. Залого, Г.Г. Лагута, М.Г.Лагута, Н.Н. Удод // Вісник СумДУ. Серія Технічні науки - №1, 2008. – с. 116-123.

Поступила в редколлегию 15.06.2012