

DOI 10.36074/logos-26.11.2021.v2.10

НЕСТАЦІОНАРНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ШАРУВАТИХ КОМПОЗИТНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

НАУКОВО-ДОСЛІДНА ГРУПА:

ORCID ID: 0000-0002-5048-1610

Місюра Сергій Юрійович

канд. техн. наук,
старший науковий співробітник відділу вібраційних і термоміцнісних конструкцій
Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України

ORCID ID: 0000-0002-4486-2468

Дегтярьов Кирило Георгійович

канд. техн. наук,
молодший науковий співробітник відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин
Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України

ORCID ID: 0000-0002-6804-6991

Крютченко Денис Володимирович

провідний інженер відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин
Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України

ORCID ID: 0000-0001-9659-2562

Маліхіна Альона Ігорівна

аспірант
Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України

УКРАЇНА

Шаруваті композитні елементи конструкцій широко використовуються у провідних галузях сучасної техніки через те, що вони поєднують у собі такі властивості, які неможливо одержати, застосовуючи який-небудь один з конструкційних матеріалів [1]. Математичні моделі, які описують коливання композитних елементів, є досить складними, що вимагає розробки нових та удосконалення вже існуючих методів розрахунку напружено-деформованого стану таких елементів [2]. Особливої актуальності ця проблема набуває під час розрахунку конструкцій, які зазнають інтенсивних динамічних впливів [3].

У роботах [4, 5] розроблено метод дослідження процесів нестационарного деформування шаруватих пластин складної форми у плані, який дає можливість подати розв'язок задачі в аналітичному вигляді. Метою даної роботи є узагальнення цього методу на випадок коливань шаруватих композитних циліндричних оболонок при імпульсному навантаженні.

Розглянемо незамкнену шарувату циліндричну оболонку під дією нестационарних навантажень. Оболонка складається з ортогонально армованих шарів постійної товщини та займає на координатній поверхні область Ω , обмежену кусково-гладким контуром Γ : $x_\Gamma = x_\Gamma(\varphi)$, $y_\Gamma = y_\Gamma(\varphi)$.

Координатна поверхня xOy співпадає з зовнішньою поверхнею першого шару. Координата x змінюється вздовж твірної, координата y – вздовж дуги поперечного перерізу оболонки. Додатний напрямок осі Oz співпадає з напрямком зовнішньої нормалі до координатної поверхні. На оболонку діють нестационарні навантаження $\mathbf{P} = \{p_j(x, y, t)\}$, $j = \overline{1, 2I + 3}$. У межах кожного

шару враховуються деформації поперечного зсуву й інерції обертання нормального елемента, контакт між шарами виключає їх проковзування та розшаровування. З урахуванням цих кінематичних гіпотез закон зміни переміщень вздовж координати z набирає вигляду:

$$u_k^i = u_k + \sum_{j=1}^{i-1} h_j u_{3+I(k-1)+j} + (z - \delta_{i-1}) u_{3+I(k-1)+i}, k = 1, 2,$$

$$u_3^i = u_3, \quad \delta_i = \sum_{j=1}^i h_j, \quad \delta_{i-1} \leq z \leq \delta_i, \quad i = \overline{1, I}$$
(1)

де $u_l = u_l(x, y, t)$, $l = 1, 2, 3$ – переміщення точки координатної поверхні в напрямку координатних осей; $u_{3+I(k-1)+i} = u_{3+I(k-1)+i}(x, y, t)$, $k = 1, 2$ – кути повороту нормального елемента в i -му шарі навколо координатних осей x і y відповідно; h_i – товщина i -го шару; t – час.

Деформації визначаються за формулами Коші. Напруження в i -му шарі записуються відповідно до закону Гука для ортогонально армованого тіла [6]

$$\sigma_x^i = B_{11}^i \varepsilon_x^i + B_{12}^i \varepsilon_y^i, \quad \sigma_y^i = B_{12}^i \varepsilon_x^i + B_{22}^i \varepsilon_y^i,$$

$$\tau_{yz}^i = B_{44}^i \gamma_{yz}^i, \quad \tau_{xz}^i = B_{55}^i \gamma_{xz}^i, \quad \tau_{xy}^i = B_{66}^i \gamma_{xy}^i, \quad i = \overline{1, I},$$
(2)

З урахуванням співвідношень (1) та (2) з варіаційного принципу Остроградського-Гамільтона отримані рівняння руху оболонки під впливом навантажень \mathbf{P}

$$[\mathbf{M}^p] \mathbf{U}_{,tt} + [\mathbf{A}] \mathbf{U} = \mathbf{P}, \quad x, y \in \Omega, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}_{,t} = 0, \quad t = 0,$$
(3)

і система граничних умов на контурі Γ

$$[\mathbf{B}^\Gamma] \mathbf{U} = \mathbf{P}^\Gamma, \quad x, y \in \Gamma,$$
(4)

де $\mathbf{U} = \{u_j(x, y, t)\}$, $j = \overline{1, 2I + 3}$.

Вигляд елементів матриці $[\mathbf{B}^\Gamma]$ та вектору \mathbf{P}^Γ залежить від типу граничних умов на контурі оболонки.

Метод розв'язання задачі (3), (4) базується на методі занурення, який був застосований для розв'язання задач про нестационарні коливання шаруватих пластин [4, 5].

Працездатність розробленого методу ілюструється на прикладах розрахунку напружено-деформованого стану багатошарових шарнірно опертих оболонок. На рис. 1 показана графічна залежність напруження $-\sigma_x^1$ від радіусу кривини в центральній точці ($x = 0$, $y = 0$, $z = \delta_5$, див. (1)) для двошарової оболонки з такими характеристиками шарів: $I = 2$; $h_i = 0,025$ м; $E_2^i = 21$ ГПа, $E_1^i = 25 E_2^1$ (модулі пружності); $G_{12}^i = G_{13}^i = G_{23}^i = 0,5 E_2^1$ (модулі зсуву); $\nu_1^i = 0,25$ (коефіцієнт Пуассона); $\rho_i = 800$ кг/м³ (густина матеріалу i -го шару оболонки); $i = 1, 2$; $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$ (кут укладання волокон). На оболонку діє рівномірно розподілене імпульсне навантаження:

$$p_j = 0, j = \overline{1, 2I + 3}, j \neq 3; p_3 = P_0 H(t), \quad (5)$$

де P_0 – інтенсивність навантаження, $P_0 = 0,1$ МПа; $H(t)$ – функція Хевісайда. Контур оболонки описується рівняннями кривих Ламе (рис. 1), Γ : $x(\varphi) = \alpha \cos^{2/c}(\varphi)$, $y(\varphi) = \beta \sin^{2/c}(\varphi)$, $2\alpha = 2\beta = 0,25$ м; $c = 20$.

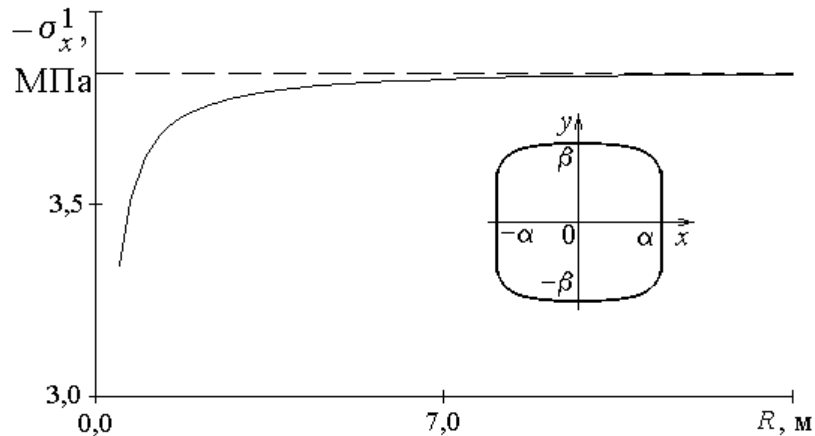


Рис. 1. Вплив радіуса кривини на напруження в оболонці

Видно, що зі зростанням радіуса R значення напруження наближається до значення, отриманого у роботі [5] методом скінченних елементів (штрихова лінія). На рис. 2 подано змінення у часі напруження $-\sigma_x^1$ в центральній точці, $R = 10$ м. Штриховою лінією показано залежність, наведену у роботі [6]. Збіг значень напружень підтверджує вірогідність результатів, отриманих за допомогою запропонованого підходу до розв'язання задачі.

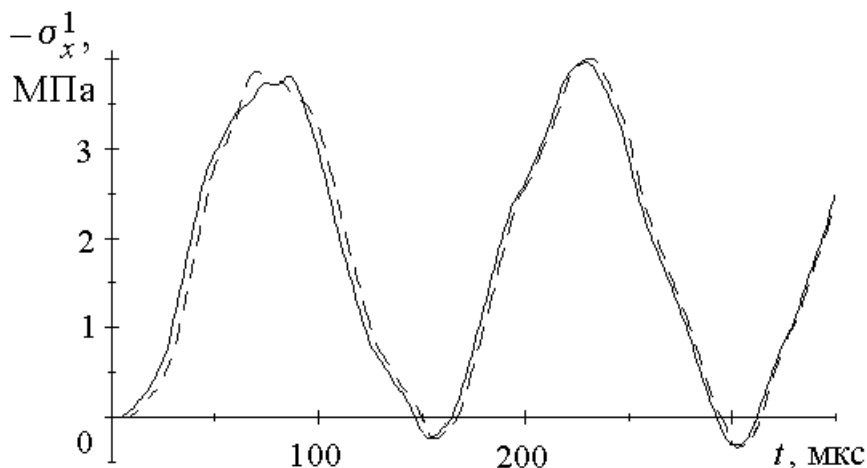


Рис. 2. Змінення у часі напруження $-\sigma_x^1$ у двошаровій оболонці

Розроблений вище метод може також бути використаний при дослідженні оболонок та оболонкових конструкцій, що мають відсіки, частково заповнені рідиною, та знаходяться під дією інтенсивних імпульсних або сейсмічних навантажень [7], [8]. При цьому в рівняннях (3), (5) враховуються додаткові доданки, що характеризують тиск рідини. Якщо вважати, що рідина, що заповнює оболонку, є ідеальною та нестисливою, а її рух внаслідок дії

прикладеного навантаження є безвихровим, то такий додатковий тиск обчислюється за формулою

$$p = -\rho_l \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz \right) + p_0, \quad p_s = -\rho_l gz, \quad p_d = -\rho_l \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (6)$$

Таким чином, запропоновано підхід до аналізу коливань шаруватих композитних циліндричних оболонок складної форми у плані при імпульсному навантаженні, який дозволяє досліджувати напружено-деформований стан оболонок різної форми з різними фізико-механічними властивостями матеріалів шарів, з урахуванням наявності рідкого заповнювача.

Список використаних джерел:

- [1] Smetankina N.V. (2011) Non-stationary deformation, thermal elasticity and optimisation of laminated plates and cylindrical shells *Kharkiv: Miskdruk Publishers*,– 376 p.
- [2] Carrera E. (2003) Historical review of zig-zag theories for multilayered plates and shells. *Appl. Mech. Rev.* 56(3) 287–308.
- [3] Kazanci Z. (2016) A review on the response of blast loaded laminated composite plates. *Progress in Aerospace Sciences.* (81) 49-59.
- [4] Сметанкіна Н.В., Шупіков О.М., Угрімов С.В. (2016) Математичне моделювання процесу нестационарного деформування багат шарового оскління при розподілених та локалізованих силових навантаженнях. *Вестник Херсонського національного технічного університета.* 3(58). 408-413.
- [5] Smetankina N., Merkulova A., Merkulov D., Postnyi O. (2021) Dynamic Response of Laminate Composite Shells with Complex Shape under Low-Velocity Impact. *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering-2020 Springer: Cham.* (188) 267-276.
- [6] Reddy J.N. (1983) Dynamic (transient) analysis of layered anisotropic composite-material plates. *Int. J. Num. Meth. Engng.*(19). 237–255.
- [7] Strelnikova E., Gnitko V., Krutchenko D., Naumemko Y. (2018). Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles. *J. Modern Technology & Engineering* 3(1) 15-52. <http://jomardpublishing.com/UploadFiles/Files/journals/JTME/V3No1/StrelnikovaE.pdf>
- [8] Strelnikova, E., Kriutchenko, D., Gnitko, V., Degtyarev, K. (2020). Boundary Element Method in Nonlinear Sloshing Analysis for Shells of Revolution under Longitudinal Excitations. *Engineering Analysis with Boundary Elements.* (111),78–87. -DOI.org/10.1016/j.enganabound.2019.10.008.