УДК 255:29.1

Г. О. ГАВРИЛЕЦ, асс. каф. САУЭ КрНУ им. М. Остроградского, Кременчуг;
Д. И. РОДЬКИН, д.т.н., проф., зав. каф. САУЭ КрНУ им. М. Остроградского, Кременчуг

К ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ ВИБРОАКТИВНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Введение. Под вибрационной активностью электромеханической системы (ЭМС) понимают ее свойство воспроизводить вибрации. Уровень виброактивности определяется технологией изготовления и сборки узлов системы, а также условиями эксплуатации. Этот показатель используется сравнительно давно, однако до настоящего времени он не рассматривался в качестве информационного поля, дающего представление о механизме возникновения вибраций, их распространении и влиянии на оборудование и его кинематические связи [1–4].

На сегодняшний день достаточно полно исследованы вопросы измерения и анализа вибрации во временной и частотной области, идентификации ее причин – конструктивных недостатков (дисбаланса ротора, дефектов подшипников, дефектов соединения электродвигателя с рабочей машиной), несимметричности магнитных систем статора и ротора, дефектов обмоток и др. Измерение и анализ электрических параметров и параметров вибрации дает возможность проводить комплексную оценку технического состояния электрических машин в процессе эксплуатации и прогнозировать их рабочий ресурс.

Анализ состояния вопроса. Упругие элементы электромеханического оборудования обеспечивают замыкание силовой кинематической цепи. Под действием неуравновешенных динамических нагрузок в них происходят сложные процессы преобразования энергии, в конечном итоге определяющие форму и величину вибрации, а наличие ослаблений или иных дефектов приводит к образованию энергетических потоков, увеличивающих потери мощности.

Для диагностики технического состояния механической части ЭМС широко используются методы, основанные на анализе изменения жесткостных и диссипативных свойств в процессе ее эксплуатации. В качестве диагностических признаков, как правило, используют динамические характеристики механических систем – импульсные, переходные и частотные характеристики, параметры колебательной системы (собственные и резонансные частоты, коэффициенты демпфирования, поглощения и потерь, декремент колебаний), характеристики нелинейности системы (силы трения, параметры петли гистерезиса), статистические параметры вибросигналов. Важным и крайне сложным при этом остается математическое описание колебательных процессов в различных механических системах. Этой проблеме посвящены фундаментальные труды Л. Эйлера, Ж . Даламбера, Ж. Лагранжа, заложивших основы математического описания колебательных систем с конечным числом степеней свободы. Теоретическим и практическим вопросам колебаний машин и конструкций посвящены многочисленные работы ученых советской эпохи [5–6].

Другим направлением при решении задач диагностики технического состояния механических систем, и в частности креплений, является исследование энергетических характеристик вибрации. Выбор для анализа именно энергетических процессов в диагностических системах очевиден и обоснован многочисленными исследованиями.

Вопрос преобразования энергии в колебательных системах подробно изучен в задачах электротехники. Для электрических цепей, содержащих линейные и нелинейные сопротивления, емкости и индуктивности, известны выражения для определения активной, реактивной и полной мощности, а также определены условия потребления энергии элементами цепи и передачи ее обратно в источник. Так, в работе [7] показана методика составления идентификационных уравнений баланса мгновенной мощности, которые определяют равенство мощности источника и суммарной мощности всех элементов электрической системы. В результате могут быть достаточно точно определены электромагнитные параметры ЭМС. Эта теория может быть распространена и на механические колебательные системы с применением метода электромеханических аналогий [5].

Достаточно объективно оцениваются уровни колебательной, т.е. вибрационной мощности для разного рода машин, технологических комплексов и установок. Так, в работе [8] выполнен количественный анализ вибромощности асинхронного двигателя, который свидетельствует о значительных (до 10%) потерях мощности на вибрацию. Авторами предложена методика измерения и расчета вибрационной мощности в системах диагностики.

Методика, описанная в работе [4], позволяет определить динамические силы, действующие в трех взаимно перпендикулярных направлениях и потоки вибромощности, проходящие через болтовые соединения, а также оценить техническое состояние механизма. Но в связи с необходимостью измерения большого количества характеристик механизма, что влияет на погрешность вычислений, этот метод не нашел широкого применения.

Выполненный анализ литературных источников, затрагивающих проблемы вибрации в технике, указывает на рост интереса к энергетическим проблемам этого сложного и важного для практических целей явления. До настоящего времени недостаточно разработаны теоретические аспекты, которые должны лежать в основе анализа энергетики вибропроцессов.

Это объясняется целым рядом причин, и прежде всего в связи со сложностью их формализации.

Задача исследований. Аналитическое описание процесса формирования вибрационной мощности и ее составляющих в плоскости и в пространстве для оценки виброактивности электромеханической системы.

Результаты исследований. Вибромощность представляет собой работу, затрачиваемую на возбуждение колебаний в опорных и не опорных связях в единицу времени и используется для оценки виброактивности механизмов. Наличие в ее составе информации о динамических усилиях позволяет установить основные источники и пути распространения вибрации [1]. В общей постановке вибрационная мощность формируется как скалярное произведение векторов динамических сил и колебательных скоростей, которые могут быть рассчитаны по измеряемому сигналу виброускорения [9].

Рассмотрим процесс, при котором оба указанных параметра представляют собой периодические функции, характеристики которых позволяют представить их в форме тригонометрических рядов:

$$V(t)=\sum_{n=0}^{\infty} V_n \cos(\Omega_n t-\psi_n) \; ; \tag{1}$$

$$F(t)=\sum_{m=0}^{\infty} F_m \cos(\Omega_m t-\psi_m) \; , \tag{2}$$

где V_n , F_m – амплитуды гармоник, аппроксимирующих временные зависимости виброскорости $V(t)$ и динамической силы $F(t)$ на интервале разложения T ; Ω_n , Ω_m – частоты гармонических составляющих, а ψ_n , ψ_m – их фазовые углы.

Выполнив необходимые преобразования получим:

$$V(t)=\sum_{n=0}^{\infty} V_{na}\cos\Omega_n t+\sum_{n=0}^{\infty} V_{nb}\sin\Omega_n t \; ; \tag{3}$$

$$F(t)=\sum_{m=0}^{\infty} F_{ma}\cos\Omega_m t+\sum_{m=0}^{\infty} F_{mb}\sin\Omega_m t \; , \tag{4}$$

где V_{na} , F_{ma} – амплитуды косинусных составляющих скорости и силы с частотами Ω_n и Ω_m ;

V_{nb} , F_{mb} – амплитуды синусных составляющих скорости и силы с частотами Ω_n и Ω_m .

Вибрационная мощность $P(t)$ определятся как произведение:

$$\begin{gathered}P(t)=V(t)F(t)=\sum_{n=0}^{\infty} V_{na}\cos\Omega_n t\sum_{m=0}^{\infty} F_{ma}\cos\Omega_m t+\sum_{n=0}^{\infty} V_{nb}\sin\Omega_n t\sum_{m=0}^{\infty} F_{mb}\sin\Omega_m t+\\ \sum_{n=0}^{\infty} V_{na}\cos\Omega_n t\sum_{m=0}^{\infty} F_{mb}\sin\Omega_m t+\sum_{n=0}^{\infty} V_{nb}\sin\Omega_n t\sum_{m=0}^{\infty} F_{ma}\cos\Omega_m t.\end{gathered} \tag{5}$$

После математических преобразований временную зависимость мощности можно представить в виде:

$$P(t)=\frac{1}{2}\left[\begin{aligned}&\sum_{k=0}^{n+m}(V_{na}F_{ma}+V_{nb}F_{mb})\cos(\Omega_n-\Omega_m)t+\sum_{k=0}^{n+m}(V_{na}F_{ma}-V_{nb}F_{mb})\cos(\Omega_n+\Omega_m)t+\\ &+\sum_{k=0}^{n+m}(V_{na}F_{mb}+V_{nb}F_{ma})\sin(\Omega_n-\Omega_m)t+\sum_{k=0}^{n+m}(V_{na}F_{mb}+V_{nb}F_{ma})\sin(\Omega_n+\Omega_m)t.\end{aligned}\right] \tag{6}$$

Два первых слагаемых в полученном выражении определяют косинусные составляющие гармоник мощности P_{ka} , а два вторые – синусные компоненты P_{kb} , при этом номера гармоник мощности определяются известной зависимостью $k=n\pm m$ [7]:

$$P(t)=P_0+\sum_{k=0}^{n+m} P_{ka}(t)+\sum_{k=1}^{n+m} P_{kb}(t) \; . \tag{7}$$

Последняя зависимость носит общий характер, свидетельствующий в полной мере о том, что как число гармонических в спектре мощности, так и общее число составляющих значительно выше соответствующих значений по сравнению с зависимостями $V(t)$ и $F(t)$. Это явление объясняется нелинейной операцией умножения компонент, определяющих мощность. В ее основе лежат частотные преобразования, связанные с операциями перемножения гармонических функций sin и cos. Важность уточнения этого вопроса несомненна и может быть выполнена путем следующего примера.

Пусть перемножаются гармоники силы F_m и скорости V_n с разными частотами. Тогда зависимость для вибромощности будет иметь вид:

$$P(t)=\left[\begin{aligned}&(V_{na}F_{ma}+V_{nb}F_{mb})\cos(\Omega_n-\Omega_m)t+(V_{na}F_{ma}-V_{nb}F_{mb})\cos(\Omega_n+\Omega_m)t+\\ &+(V_{nb}F_{ma}+V_{na}F_{mb})\sin(\Omega_n-\Omega_m)t+(V_{na}F_{mb}-V_{nb}F_{ma})\sin(\Omega_n+\Omega_m)t.\end{aligned}\right] \tag{8}$$

В зависимости от значений m и n, возможны следующие зависимости, характеризующие энергетический режим.

При n = m вибромощность определяется выражением, из которого видно, что она имеет постоянную составляющую и знакопеременную двойной частоты:

$$P(t)=\frac{1}{2}\left[(V_{na}F_{ma}+V_{nb}F_{mb})+(V_{na}F_{ma}-V_{nb}F_{mb})\cos 2m\Omega t+(V_{nb}F_{ma}+V_{na}F_{mb})\sin 2m\Omega t\right] \tag{9}$$

При n ≠ m имеем две частоты переменной составляющей мощности: частота одной гармоники $k_1 = n+m$, а второй $k_2 = n-m$. Соответствующее выражение для этого случая имеет вид:

$$P(t)=\frac{1}{2}\left[\begin{array}{l}(V_{na}F_{ma}+V_{nb}F_{mb})\cos k_1\Omega t+(V_{nb}F_{ma}+V_{na}F_{mb})\sin k_1\Omega t+\\ +(V_{na}F_{ma}-V_{nb}F_{mb})\cos k_2\Omega t+(V_{nb}F_{ma}+V_{na}F_{mb})\sin k_2\Omega t.\end{array}\right] \qquad (10)$$

Рассматриваемый случай целесообразно проанализировать с такой позиции. Пусть m_i-n_j=k, причем i и j принимают некоторые значения, при которых имеют место такие соотношения: k=2m_i или k=2n_j. В этом случае порядок гармоник мощности, полученных в результате умножения компонент скорости и силы разных частот будет таким же, как и составляющих с одинаковыми частотами. В результате происходит геометрическое суммирование составляющих. В качестве примера рассмотрим два произведения – две зависимости для вибромощности: одна при m_3=3 и n_1=1, вторая при m_5=5 и n_7=7.Гармоники мощности в первом случае будут иметь порядок 2 и 4, а во втором 2 и12. Следовательно, вторые гармоники из первого произведения складываются со вторыми гармониками второго. Это явление проявляется, как следует из изложенного, при формировании вибромощности при наличии сигналов разных частот в зависимостях для виброскорости и вибросилы.

При различных, но достаточно близких частотах компонент, формирующих вибромощность относительные частоты k_1 и k_2 существенно отличаются друг от друга, вследствие чего наблюдается биение колебаний с периодом, зависящим от соотношения частот исходных сигналов.

Эффективное значение вибромощности на интервале разложения равно:

$$P_{rms}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T P^2(t)dt}\ . \qquad (11)$$

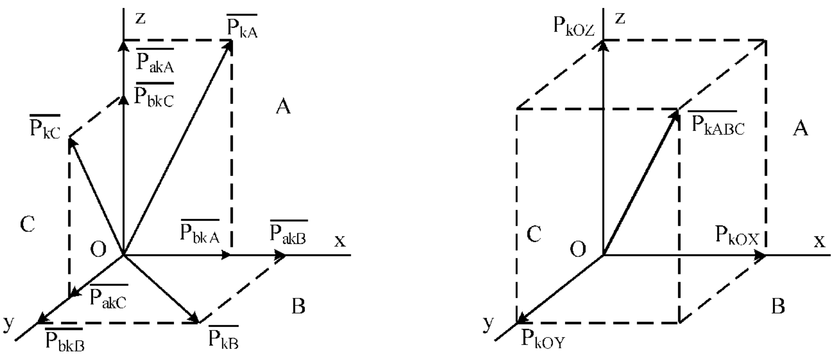
Определение этого параметра, выполненное с учетом активной, косинусной и синусной составляющих вибромощности имеет вид:

$$P_{rms}=\sqrt{P_{0\Sigma}^2+\sum_{k=1}^{n+m}P_{ak}^2+\sum_{k=1}^{n+m}P_{bk}^2}\ . \qquad (12)$$

Изложенное выше справедливо для оценки вибропараметров в одной из трех плоскостей.

Виброактивность электромеханической системы – это совокупный показатель, который можно получить по вибропараметрам, измеренным в каждой из плоскостей A, B, C в пространстве, в котором реально и формально находится объект.

Рассмотрим формирование k-й пространственной гармоники вибромощности в векторной форме. Возьмем систему координат так, чтобы начало координат совпадало с началом векторов $\overline{P_{kA}}$, $\overline{P_{kB}}$, $\overline{P_{kC}}$, определяющих вибромощность в трех плоскостях (рис. 1, а). Разложим эти мощности на косинусную и синусную компоненты: $\overline{P_{kA}}=\overline{P_{akA}}+\overline{P_{akB}}$, $\overline{P_{kB}}=\overline{P_{akB}}+\overline{P_{bkB}}$, $\overline{P_{kC}}=\overline{P_{akC}}+\overline{P_{bkC}}$. При этом проекции вибромощности на координатные оси определяются выражениями: $P_{kOX}=P_{akB}+P_{bkA}$, $P_{kOY}=P_{akC}+P_{bkB}$, $P_{kOZ}=P_{akA}+P_{bkC}$.



а б

Рис. 1 Формирование k-й пространственной гармоники вибромощности:
а – проекции вибромощности; б – пространственный вектор вибромощности

Определим равнодействующую как диагональ параллелепипеда со сторонами, равными суммарным проекциям вибромощности (рис. 1, б). Полученный вектор $\overline{P_{kABC}}$ представляет собой вектор k-й гармоники вибромощности, а его модуль равен:

$$P_{kABC}=\sqrt{(P_{kOX})^2+(P_{kOY})^2+(P_{kOZ})^2}. \qquad (13)$$

Поскольку проекции вектора $\overline{P_{kABC}}$ на координатные оси равны произведению его модуля на косинус угла, составленного с каждой осью, то положение k-й гармоники вибромощности в пространстве определяется направляющими косинусами: $\cos(P_{kABC},x)=\frac{P_{kOX}}{P_{kABC}}$, $\cos(P_{kABC},y)=\frac{P_{kOY}}{P_{kABC}}$, $\cos(P_{kABC},z)=\frac{P_{kOZ}}{P_{kABC}}$.

Из зависимости (13) легко получить эффективные значения вибромощности при наличии составляющих не только в трех плоскостях, но и в двух или в одной. Например, при отсутствии вибрации по оси Y, проекцией на эту ось будет $P_{kOY}=P_{bkB}$. Соответствующие зависимости для других вариантов формирования вектора вибромощности можно получить из (13), анализируя рис. 1, а.

Временная зависимость вектора вибромощности определяется из выражения:

$$P_{kABC}(t)=P_{kA}(t)+P_{kB}(t)+P_{kC}(t)+P_{0\,ABC}\ , \tag{14}$$

где $P_{0\,ABC}$ – суммарное значение потерь активной мощности в результате вибраций по трем плоскостям.

Учитывая то, что параметр k может принимать значения от 1 до ∞, выражение для эффективного значения вибромощности следует представить так:

$$P_{ABC}=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}\left(\left(P_{akB}+P_{bkA}\right)^2+\left(P_{akC}+P_{bkB}\right)^2+\left(P_{akA}+P_{bkC}\right)^2\right)}\ . \tag{15}$$

Очевидно, что определение компонент, входящих в (15) производится с учетом приведенных выше замечаний, а параметр k имеет конечное значение в виду малости высокочастотных вибраций.

Коэффициент виброактивности с учетом отмеченного определяется как отношение эффективных значений вибромощности к соответствующему значению мощности, преобразуемой в звене электромеханической системы:

$$K_v=\frac{P_{ABC}}{P_c}\ , \tag{16}$$

где P_c – эффективная мощность нагрузки на интервале определения вибропараметров.

Из сказанного следует, что виброактивность может быть определена путем математической обработки виброускорения элемента ЭМС в трех плоскостях, причем ее опасные значения могут наблюдаться даже при допустимых уровнях вибрации по отдельным направлениям. Развитие изложенного математического аппарата видится в создании алгоритмов и устройств для оценки параметров виброактивности отдельных элементов электромеханической системы.

Выводы. Для количественной оценки вибрационных характеристик электромеханической системы, построения систем контроля и мониторинга состояния оборудования целесообразно использование понятия виброактивности, как отношения эффективной мощности вибрации к мощности, преобразуемой электромеханической системой.

При оценке виброактивности электромеханических систем с наличием вибраций в трех плоскостях целесообразно использование элементов теории мгновенной мощности, в частности эффективного значения вибромощности в декартовой системе координат в пространстве.

Создание измерителей виброактивности или ее мониторинг возможны при наличии виброхарактеристик элемента ЭМС, одновременно измеренных по трем плоскостям.

Список литературы: **1.** Генкин М.Д. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. /М. Д. Генкин, А. Г. Соколова. – М.: Машиностроение, 1987. – 288 с. **2.** *Григорьев Н. В.* Вибрация энергетических машин. Справочное пособие. – Л.: Машиностроение, 1974. – 464 с. **3.** *Попков В. И.* Виброакустическая диагностика и снижение виброактивности судовых механизмов / В. И. Попков. Судостроение, Ленинград, 1974. **4.** *Попков В. И.* Виброакустическая диагностика в судостроении / В. И. Попков, Э. Л. Мышинский, О. И. Попков, 2-е изд., перераб. и доп. – Л. Судостроение 1989. – 256 с. **5.** *Яблонский А. А.* Курс теории колебаний. / А. А. Яблонский, С. С. Норейко. Уч. пособие для студентов втузов. М.: Высш. Школа, 1975. – 248 с. **6.** *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механических колебаний / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1991. – 256 с. **7.** *Загирняк М. В.* Энергетический метод идентификации параметров асинхронных двигателей : монография / М. В. Загирняк, Д. И. Родькин, Ю. В. Ромашихин, А. П. Черный – Кременчуг : ЧП Щербатых А. В., 2013. – 164 с. **8.** *Браташ О. В.* Исследование вибромощности асинхронного двигателя / О. В. Браташ, А. П. Калинов // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Щоквартальний науково-виробничий журнал. – Кременчук: КДУ ім. М. Остроградського, 2010. – Вип. 4/2010 (12) - 132 с., С. 28-29. **9.** Вибромощность, излучаемая машинами в присоединенные опорные конструкции. Часть 2. Методика выполнения косвенных измерений: ГОСТ Р 8.653-2009. – [введен в действие 01.01.2010]. – «СТАНДАРТИНФОРМ», Москва, 2009. – 27 с.

Bibliography (transliterated): **1.** Genkin M.D. Vibroakusticheskaja diagnostika mashin i mehanizmov. – M.: Mashinostroenie, 1981. Print. 2. Grigor'ev N. V. Vibracija jenergeticheskih mashin. Spravochnoe posobie. – L.: Mashinostroenie, 1974. Print. 3. Popkov V. I. Vibroakusticheskaja diagnostika i snizhenie vibroaktivnosti sudovyh mehanizmov. Sudostroenie, Leningrad, 1974. Print. 4. Popkov V. I., Myshinskij Je. L., Popkov O. I. Vibroakusticheskaja diagnostika v sudostroenii/ L. Sudostroenie 1989. Print. 5. Jablonskij A. A. Norejko S. S. Kurs teorii kolebanij. Uch. posobie dlja studentov vtuzov. M., Vyssh. Shkola, 1975. Print. 6. Panovko Ja. G. Vvedenie v teoriju mehanicheskih kolebanij. M.: Nauka, 1991. Print. 7. Zagirnjak M. V., Rod'kin D. I., Romashihin Ju. V., Chernyj A. P. Jenergeticheskij metod identifikacii parametrov asinhronnyh dvigatelej : monografija. Kremenchug : ChP Shherbatyh A. V., 2013. Print. 8. Bratash O. V., Kalinov A. P. “Issledovanie vibromoshhnosti asinhronnogo dvigatelja”. Elektromehanichni i energozberigajuchi sistemi. Shhokvartal'nij naukovo-virobnichij zhurnal. – Kremenchuk: KDU im. M. Ostrograds'kogo, 2010. No. 4.12. 2010. 28-29. Print. 9. Vibromoshhnost', izluchaemaja mashinami v prisoedinennye opornye konstrukcii. Chast' 2. Metodika vypolnenija kosvennyh izmerenij: GOST R 8.653-2009. – «STANDARTINFORM», Moskva, 2009. Print.

Поступила (received) 24.07.2015