

К. В. ЧУНИХИН

## СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА МАГНИТНОГО МОМЕНТА СЕРДЕЧНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТОВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ

Показана актуальность определения магнитного момента сердечника электромагнита постоянного тока систем управления космическими аппаратами. Сделан обзор методов расчета магнитного момента цилиндрического сердечника при помощи коэффициентов размагничивания и интегральных уравнений. Более детально рассмотрены методы, основанные на использовании коэффициентов размагничивания, сделан их сравнительный анализ, а также исследована область применения в зависимости от уровня внешнего магнитного поля и относительной длины сердечника. Отмечены недостатки метода коэффициентов размагничивания и обоснована необходимость применения метода интегральных уравнений.

**Ключевые слова:** магнитный момент, электромагнит постоянного тока, цилиндрический сердечник, коэффициент размагничивания, относительная длина, уровень внешнего магнитного поля.

Показано актуальність визначення магнітного моменту осердя електромагніту постійного струму систем керування космічними апаратами. Виконано огляд методів розрахунку магнітного моменту циліндричного осердя за допомогою коефіцієнтів розмагнічування та інтегральних рівнянь. Більш детально розглянуто методи, основані на використанні коефіцієнтів розмагнічування, зроблено їх порівняльний аналіз, а також досліджено область застосування в залежності від рівня зовнішнього магнітного поля і відносної довжини осердя. Відзначено недоліки методу коефіцієнтів розмагнічування і обґрунтована необхідність застосування методу інтегральних рівнянь.

**Ключові слова:** магнітний момент, електромагніт постійного струму, циліндричне осердя, коефіцієнт розмагнічування, відносна довжина, рівень зовнішнього магнітного поля.

The relevance of determining the magnetic moment of the core of a DC electromagnet of spacecraft control systems is shown. The review of methods for calculating the magnetic moment of a cylindrical core by demagnetizing factors and integral equations is made. Methods based on the use of demagnetizing factors are considered in more detail, their comparative analysis is made, and the field of application is investigated depending on the level of the external magnetic field and the relative length of the core. It has been established that the field of application of experimentally determined demagnetizing factors is limited by the range (60–100) of the relative length of the core and the upper limit of the level of an external magnetic field of strength 10000 A/m, and for other variants of relative lengths and levels, additional experiments are necessary. The determination of the demagnetizing factors under the assumption of the uniformity of magnetization is possible if the relative length of the core and the level of an external magnetic field exceed, respectively, the values of 100 and 40000 A/m. The use of demagnetizing factors under the assumption of constant magnetic permeability for cores of relative length not less than 60 with the level of an external magnetic field whose strength does not exceed 10000 A/m is not sufficiently substantiated, since its values may differ by an order of magnitude at different points of the core. The drawbacks of the method of demagnetization factors are noted and the necessity of using the method of integral equations is justified.

**Keywords:** magnetic moment, DC electromagnet, cylindrical core, demagnetizing factor, relative length, level of an external magnetic field.

**Введение.** Одним из важнейших элементов системы управления по ориентации космического аппарата в околоземном космическом пространстве является электромагнит постоянного тока [1]. Он состоит из цилиндрического сердечника из материала с высокой магнитной проницаемостью и соосной намагничивающей катушки. При конструировании космического аппарата возникает задача уменьшения габаритов, массы и энергопотребления его элементов, в частности для электромагнита – это определение оптимальных размеров сердечника, обмоточных данных катушки для достижения требуемого значения его магнитного момента. Магнитный момент электромагнита определяется суммой [1]

$$\vec{M}_{em} = \vec{M} + \vec{M}_c,$$

где  $\vec{M}$ ,  $\vec{M}_c$  – магнитные моменты сердечника и катушки электромагнита.

Магнитный момент катушки можно определить аналитически. Вектор  $\vec{M}$  рассчитывают по такой формуле:

$$\vec{M} = \int_V \vec{J}(M) dV_M, \quad (1)$$

где  $\vec{J}(M)$  – намагниченность сердечника;  $V$ ,  $dV_M$  –

объем сердечника и его элемент с центром в точке  $M$  с текущими координатами.

Для определения  $\vec{M}$  необходимо рассчитать магнитостатическое поле сердечника, расположенного во внешнем поле намагничивающей катушки.

**Краткий обзор литературы.** Получили развитие такие методы расчета магнитостатического поля цилиндрического сердечника, расположенного в однородном магнитном поле: метод, основанный на применении коэффициентов размагничивания [1–5] и метод интегральных уравнений [6–9]. В [2] описан аналитический расчет коэффициентов размагничивания при допущении однородности намагничивания. В [1, 3] для учета неоднородности намагничивания на основе экспериментальных данных получены эмпирические формулы для определения коэффициентов размагничивания. Однако, как будет показано, их область применения достаточно ограничена относительной длиной сердечника и уровнем внешнего магнитного поля. В [4, 5] коэффициенты размагничивания определены при допущении постоянства магнитной проницаемости по всему объему сердечника. В [6–8] при таком же допущении численно решены интегральные уравнения относительно поверхностной плотности фиктивных магнитных зарядов [6, 7] и нормальной проекции вектора намагниченности [8]. Причем в [6, 7] исследовано влияние относительной длины и маг-

© К.В. Чунихин, 2019

нитной проницаемости сердечника на коэффициенты размагничивания, а в [8] проведено сравнение с методом конечных элементов путем сопоставления соответствующих значений индукции магнитного поля внутри сердечника при разных магнитных проницаемостях. В [9], используя метод интегральных уравнений относительно касательной проекции вектора намагниченности [10], проведен расчет магнитостатического поля сердечника с учетом нелинейности материала. Для учета нелинейности материала в этой работе сердечник разбивали на кольцевые элементы, в границах каждого элемента которых проекции вектора намагниченности принимались постоянными. Максимальное значение магнитной проницаемости материалов, используемых в работе [9], относительно невелико, как и невелико относительное ее изменение по объему сердечника, что нехарактерно для материала сердечника электромагнита постоянного тока системы управления космическими аппаратами.

**Цель работы** – анализ и сравнение методов расчета магнитного момента цилиндрического сердечника с использованием коэффициентов размагничивания, а также определение области возможного применения каждого из них в зависимости от уровня внешнего магнитного поля и относительной длины сердечника.

**Общие положения определения магнитного момента сердечника при помощи коэффициентов размагничивания.** Рассмотрим цилиндрический сердечник длиной  $b$  радиуса  $R$  из пермаллоя 50Н, расположенный соосно с внешним постоянным однородным магнитным полем напряженностью  $\vec{H}_0$  в неограниченном немагнитном и непроводящем пространстве (рис. 1). Авторы работ [1–5] принимают следующие допущения: векторы напряженности и индукции магнитного поля, намагниченности имеют только осевые проекции  $H_z$ ,  $B_z$  и  $J_z$  (далее индекс  $z$  опускаем); в поперечных сечениях сердечника величины  $H$ ,  $B$  и  $J$  постоянны, а их значения принимают за усредненные в этих сечениях.

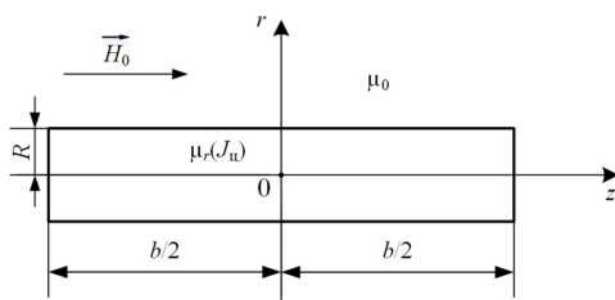


Рис. 1 – Меридианное сечение сердечника

Известно, что коэффициент размагничивания  $N$  эллипсоида вращения, главная ось которого совпадает с направлением вектора напряженности  $\vec{H}_0$ , зависит только от соотношения осей эллипсоида, а магнитное состояние описывается уравнением [11]

$$H = H_0 - NJ,$$

в котором величины  $H$ ,  $J$  и  $N$  не зависят от координат точки наблюдения внутри эллипсоида.

Коэффициенты размагничивания для ферромагнитных тел цилиндрической формы, в отличие от тел формы эллипсоида вращения, даже в однородном намагничивающем магнитном поле зависят от координат точки наблюдения и магнитных свойств материала [1]. Поэтому рассматривают два уравнения [1, 7]:

$$H_{ц} = H_0 - N_{ц}J_{ц}; \quad (2)$$

$$H_c = H_0 - N_c J_c, \quad (3)$$

где  $J_{ц}$  и  $J_c$ ,  $H_{ц}$  и  $H_c$  – средние по центральному сечению и объему сердечника намагниченности  $J$  и напряженности  $H$ ;

$N_{ц}$  и  $N_c$  – центральный (баллистический) и средний (магнитометрический) коэффициенты размагничивания [1, 7, 11].

Рассмотрим метод определения магнитного момента сердечника, предлагаемый в работе [1]. Кривая намагничивания для материала сердечника пермаллоя 50Н аппроксимирована зависимостью

$$H(J) = cJ/(a - J), \quad (4)$$

где  $a = 1,25 \cdot 10^6$  А/м,  $c = 40$  А/м.

Приравнивая правые части (2) и (4), получаем формулу для величины  $J_{ц}$ :

$$J_{ц} = \frac{1}{2N_{ц}} \left[ (N_{ц}a + H_0 + c) - \sqrt{(N_{ц}a + H_0 + c)^2 - 4N_{ц}H_0a} \right]. \quad (5)$$

Для установления связи между величинами  $J_{ц}$  и  $J_c$  предлагают приравнять правые части (2) и (3), тогда она имеет вид:

$$J_{ц}N_{ц} = J_c N_c. \quad (6)$$

Такая связь справедлива, если абсолютные значения  $H_{ц}$  и  $H_c$  много меньше, чем значения  $H_0$ ,  $N_{ц}J_{ц}$ ,  $N_c J_c$ . Но это относится к сердечникам относительной длины  $b/R < 20$ , магнитный момент которых относительно мал. Поэтому выражение (6) не вполне корректное, особенно для сердечников с относительной длиной  $b/R > 60$ . Далее мы покажем, что существует связь, подобная (6), которую как раз применяют в [1]. Используя соотношение (6) совместно с (5), окончательно получим:

$$J_c = \frac{1}{2N_c} \left[ (N_{ц}a + H_0 + c) - \sqrt{(N_{ц}a + H_0 + c)^2 - 4N_{ц}H_0a} \right]. \quad (7)$$

В силу осевой симметрии поля, а также принятых допущений, магнитный момент сердечника будет иметь только осевую проекцию, тогда исходя из формулы (1) эта проекция определяется следующим образом:

$$M_z = J_c \cdot \pi R^2 b. \quad (8)$$

Таким образом, если известны значения  $N_{ц}$  и  $N_c$ , то расчет магнитного момента сердечника сводится к определению величин  $J_c$  и  $M_z$  по формулам (7) и (8). Ниже детально описаны методы определения коэффициентов  $N_{ц}$  и  $N_c$ .

**Определение коэффициента  $N_{ц}$  при допущении однородности намагничивания.** Для этого метода принимают еще одно допущение: значение  $J$  постоянно по всему объему сердечника. Это допущение возможно в случае, если внешнее магнитное поле настолько велико, что результирующее магнитное поле соответствует участку насыщения кривой намагничивания материала преобладающей части сердечника. Второй случай – это когда относительная длина сердечника высока настолько, что при некотором уровне  $H_0$  напряженность  $H$  будет также соответствовать участку насыщения кривой намагничивания для большей части сердечника. Тогда  $J_{ц} = J_c$  и для расчета магнитного момента  $M_z$  необходимо только определить коэффициент  $N_{ц}$ . Аналитическая формула расчета такого коэффициента для однородно намагниченного цилиндра в однородном магнитном поле впервые была предложена в работе [2]:

$$N_{ц} = 1 - \frac{b}{\pi k R} [K(k) - E(k)], \quad (9)$$

где  $K(k)$  и  $E(k)$  – полные эллиптические интегралы первого и второго рода модуля  $k$  [12];

$$k = [1 + b^2 / (16R^2)]^{1/2}.$$

В этом случае магнитный момент рассчитывается помощи выражения (8) с учетом (5) и  $J_{ц} = J_c$ .

**Определение коэффициентов  $N_{ц}$  и  $\tilde{N}_c$  неоднородно намагниченных сердечников на основе экспериментальных данных.** Для определения коэффициента  $N_{ц}$  в работе [3] использовалась формула для коэффициента размагничивания эллипсоида вращения с поправочным множителем, полученного на основе экспериментальных определений коэффициентов  $N_{ц}$  для сердечников разной относительной длины из материала высокой магнитной проницаемости. Она имеет следующий вид:

$$N_{ц} = \frac{4R^2}{b^2 - 4R^2} \left[ \frac{b}{\sqrt{b^2 - 4R^2}} \ln \left( 3 \frac{b + \sqrt{b^2 - 4R^2}}{10R} \right) - 1 \right]. \quad (10)$$

При определении коэффициента  $N_c$  используют характер распределения индукции  $B$  вдоль оси сердечника. Это распределение в работе [13] описано в виде степенного ряда

$$B(z) = B_{ц} \left[ 1 - C_1 \left( \frac{2z}{b} \right)^2 - C_2 \left( \frac{2z}{b} \right)^4 - \dots \right], \quad (11)$$

где  $C_1, C_2, \dots$  – функции магнитной восприимчивости;

$B_{ц}$  – средняя по центральному сечению индукция  $B$ .

Учитывая, что  $J \gg H$  для рабочего участка кривой намагничивания (4), можно перейти из (11) к зависимости для намагниченности  $J$ , имеем:

$$J(z) = J_{ц} \left[ 1 - C_1 \left( \frac{2z}{b} \right)^2 - C_2 \left( \frac{2z}{b} \right)^4 - \dots \right]. \quad (12)$$

Ввиду сложности определения функций  $C_1, C_2, \dots$ , в [3] ограничиваются первыми двумя членами степенного ряда (12), дающие достаточную точность для инженерных расчетов:

$$J(z) = J_{ц} \left[ 1 - C_1 \left( \frac{2z}{b} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

Тогда интегрируя по  $z$  от  $-b/2$  до  $b/2$  левую и правую части выражения (13), деленные на  $b$ , получим выражение для величины  $J_c$ :

$$J_c = J_{ц} \left( 1 - \frac{C_1}{3} \right).$$

Сопоставляя последнее выражение и связь (6), введем коэффициент  $\tilde{N}_c$ , равный

$$\tilde{N}_c = \frac{N_{ц}}{1 - C_1/3}, \quad (14)$$

тогда получим связь, подобную (6):

$$J_{ц} N_{ц} = J_c \tilde{N}_c. \quad (15)$$

Заметим, что в общем случае значение  $\tilde{N}_c$  не равно  $N_c$ . Их значения будут близки при относительной длине  $b/R < 20$  и сильно отличаться (более чем в два раза) при  $b/R > 60$ . Именно соотношение (15), а не (6) использовалось в работе [1], а в формуле (7) вместо коэффициента  $N_c$  использовалось  $\tilde{N}_c$ . Значения  $C_1$  лежат в диапазоне 0,6–0,9 в зависимости от магнитной проницаемости материала. Для пермаллоя 50Н при  $b/R = (60–100)$  значение  $C_1 = 0,6$  [1], однако в [3] указывается, что  $C_1 \approx 0,8–0,85$  для  $b/R = 104,4$ . Как видим, возникает противоречие в значениях  $C_1$ .

**Аналитическое определение коэффициента  $\tilde{N}_c$  неоднородно намагниченных сердечников при допущении постоянства магнитной проницаемости.** В связи с такими разночтениями в значениях  $C_1$  и необходимостью проведения экспериментов для разных материалов, в работе [4], основываясь на проведенных экспериментах и численных расчетах при помощи метода интегральных уравнений [10] для различных материалов и относительных длин сердечников при разных уровнях внешнего магнитного поля, получили следующую формулу для распределения намагниченности  $J$ :

$$J(z) = J_u \left[ 1 - \frac{F(z, b, R, H_0, H_{cs}) \left( \frac{2z}{b} \right)^2}{1 + 3,4R/b} \right], \quad (16)$$

где  $F(z, b, R, H_0, H_{cs})$  – корректирующая функция, определяющаяся как

$$F = 1 - \frac{1}{1 + f_1 f_2} + \frac{1}{1 + f_1 f_2 + f_3} \left( \frac{2z}{b} \right)^4;$$

$f_1, f_2, f_3$  – некоторые функции;

$$f_1 = \left[ \frac{B(H_0)}{\mu_0 H_0} \right]^2; \quad f_2 = \left[ 2 \frac{b}{R} + 0,6 \cdot 10^{-5} \left( \frac{b}{R} \right)^2 \frac{B(H_0)}{\mu_0 H_{cs}} \right]^2;$$

$$f_3 = \frac{b}{R} \left[ \frac{\mu_0 H_0}{B(H_0)} \right].$$

В функциях  $f_1, f_2, f_3$  величина  $H_{cs}$  – коэрцитивная сила,  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $B(H_0)$  – магнитная индукция материала сердечника в замкнутой магнитной цепи при намагничивающем магнитном поле  $H_0$ .

Проведя аналогичное действие по усреднению намагниченности  $J$  по объему сердечника для формулы (16) как для (13), получим выражение для величины  $J_c$ :

$$J_c = J_u \left\{ 1 - \frac{1}{1 + 3,4R/b} \left[ \frac{1}{3} - \frac{1}{3(1 + f_1 f_2)} + \frac{1}{7(1 + f_1 f_2 + f_3)} \right] \right\}.$$

Для сердечника из пермаллоя 50Н, последнюю формулу можно упростить. Поскольку  $H_{cs} = 0$  (сердечник не перенасыщаем), тогда функция  $f_2 = 0$  и

$$J_c = J_u \left[ 1 - \frac{1}{7(1 + 3,4R/b)(1 + f_3)} \right]. \quad (17)$$

В этом случае коэффициент  $\tilde{N}_c$  получим из (15) и (17):

$$\tilde{N}_c = N_u \left[ 1 - \frac{1}{7(1 + 3,4R/b)(1 + f_3)} \right]^{-1}. \quad (18)$$

Значение  $B(H_0)$ , используемое для расчета функции  $f_3$ , определим при помощи кривой намагничивания (4) и связи между величинами  $B$ ,  $J$  и  $H$  на основе модели намагничивания молекулярными токами [14]

$$B = \mu_0 (H + J), \quad (19)$$

имеем:

$$B(H_0) = \mu_0 H_0 [1 + a/(H_0 + c)].$$

В работе [5], используя метод эквивалентной электрической цепи, получено распределение магнитного потока по сечениям вдоль сердечника. Оно имеет следующий вид:

$$\Phi(z) = \Phi_u \left( 1 - K_b \operatorname{sh}^2 \frac{\gamma_b z}{2} \right), \quad (20)$$

где  $\Phi_u$  – магнитный поток в центральном поперечном сечении сердечника;

$K_b, \gamma_b$  – функции, которые определяются как

$$K_b = \frac{2\beta_b}{\beta_b \left( \operatorname{ch} \frac{\gamma_b b}{2} - 1 \right) + \frac{\gamma_b b}{2} \operatorname{sh} \frac{\gamma_b b}{2}},$$

$$\gamma_b = \frac{1}{R} \sqrt{2m_b / \mu_r(J_u)}.$$

В функциях  $K_b, \gamma_b$  коэффициенты  $\beta_b$  и  $m_b$  определяются следующим образом:

$$\beta_b = \frac{b}{2R} m_b m_R; \quad m_b = \frac{4R^2}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( 2 \operatorname{arsh} \frac{b}{2R} \right)^{2n}}{2n \cdot (2n)!},$$

где коэффициент  $m_R$  равен

$$m_R = \frac{b}{R} + 1 - \sqrt{\frac{b^2}{R^2} + 1}.$$

Для определения зависимости  $\mu_r(J_u)$  (рис. 1) используем кривую намагничивания (4) и связь (19), имеем:

$$\mu_r(J_u) = 1 + (a - J_u)/c.$$

Среднее по длине сердечника значение магнитного потока имеет вид [5]:

$$\Phi_c = \Phi_u \left\{ 1 - \frac{K_b}{2} \left[ \left( \operatorname{sh} \frac{\gamma_b b}{2} \right) / \left( \frac{\gamma_b b}{2} \right) - 1 \right] \right\}. \quad (21)$$

В силу принятого допущения о постоянстве величин  $H, B, J$  по сечениям сердечника, связи магнитного потока  $\Phi$  с индукцией  $B$  и того, что  $J \gg H$ , получим выражение

$$J_c = J_u \left\{ 1 - \frac{K_b}{2} \left[ \left( \operatorname{sh} \frac{\gamma_b b}{2} \right) / \left( \frac{\gamma_b b}{2} \right) - 1 \right] \right\},$$

из которого определим коэффициент  $\tilde{N}_c$ , используя (15):

$$\tilde{N}_c = N_u \left\{ 1 - \frac{K_b}{2} \left[ \left( \operatorname{sh} \frac{\gamma_b b}{2} \right) / \left( \frac{\gamma_b b}{2} \right) - 1 \right] \right\}^{-1}. \quad (22)$$

**Сравнение методов и определение области их возможного применения.** Введем такую нумерацию рассмотренных выше методов расчета магнитного момента при помощи коэффициентов размагничивания: 1 – метод, основанный на допущении однородности намагничивания сердечника; 2 и 3 – методы, основанные на экспериментальных данных при  $C_1 = 0,6$  и  $C_1 = 0,8$  (см. формулу (14)); 4 и 5 – методы, основанные на допущении постоянства магнитной проницаемости по формулам (18) и (22). В таблице 1 представлены результаты расчета магнитного момента  $M_z$  вы-

шеописанными методами при разных  $b$  и  $H_0$ , а на рис. 2–4 – зависимости  $M_z(H_0)$  при разных  $b$ . Радиус сердечника принят постоянным и равным  $R = 5$  мм.

Таблица 1 – Значения  $M_z$ , рассчитанного разными методами при разных  $b, H_0$

| Метод | $b, \text{мм}; b/R$ | $H_0, \text{А/м}$ |       |       |       |       |       |
|-------|---------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |                     | 1000              | 2000  | 5000  | 10000 | 20000 | 50000 |
| 1     | 40; 8               | 0,11              | 0,22  | 0,55  | 1,09  | 2,19  | 3,92  |
|       | 80; 16              | 0,82              | 1,64  | 4,08  | 7,51  | 7,82  | 7,85  |
|       | 165; 33             | 6,89              | 13,03 | 15,97 | 16,12 | 16,16 | 16,19 |
|       | 330; 66             | 29,86             | 31,52 | 32,11 | 32,26 | 32,33 | 32,37 |
|       | 500; 100            | 46,64             | 47,99 | 48,68 | 48,89 | 48,99 | 49,05 |
|       | 1000; 200           | 94,17             | 96,19 | 97,39 | 97,78 | 97,98 | 98,10 |
| 2     | 40; 8               | 0,06              | 0,12  | 0,31  | 0,62  | 1,25  | 3,04  |
|       | 80; 16              | 0,25              | 0,50  | 1,24  | 2,48  | 4,93  | 6,27  |
|       | 165; 33             | 1,41              | 2,81  | 7,00  | 12,52 | 12,91 | 12,95 |
|       | 330; 66             | 8,26              | 16,27 | 25,41 | 25,77 | 25,86 | 25,90 |
|       | 500; 100            | 23,80             | 36,63 | 38,82 | 39,09 | 39,18 | 39,24 |
|       | 1000; 200           | 73,29             | 76,55 | 77,85 | 78,21 | 78,38 | 78,48 |
| 3     | 40; 8               | 0,06              | 0,11  | 0,29  | 0,57  | 1,14  | 2,79  |
|       | 80; 16              | 0,23              | 0,45  | 1,14  | 2,27  | 4,52  | 5,75  |
|       | 165; 33             | 1,29              | 2,58  | 6,42  | 11,48 | 11,84 | 11,87 |
|       | 330; 66             | 7,57              | 14,91 | 23,29 | 23,62 | 23,70 | 23,74 |
|       | 500; 100            | 21,82             | 33,58 | 35,59 | 35,83 | 35,92 | 35,97 |
|       | 1000; 200           | 67,18             | 70,17 | 71,36 | 71,69 | 71,85 | 71,94 |
| 4     | 40; 8               | 0,07              | 0,14  | 0,35  | 0,71  | 1,42  | 3,51  |
|       | 80; 16              | 0,27              | 0,55  | 1,38  | 2,77  | 5,58  | 7,27  |
|       | 165; 33             | 1,54              | 3,08  | 7,75  | 14,04 | 14,76 | 15,26 |
|       | 330; 66             | 8,99              | 17,84 | 28,35 | 29,34 | 30,17 | 31,13 |
|       | 500; 100            | 25,96             | 40,35 | 43,74 | 45,10 | 46,36 | 47,65 |
|       | 1000; 200           | 80,58             | 85,55 | 89,73 | 92,47 | 94,66 | 96,51 |
| 5     | 40; 8               | 0,06              | 0,13  | 0,32  | 0,65  | 1,29  | 3,15  |
|       | 80; 16              | 0,24              | 0,49  | 1,22  | 2,44  | 4,87  | 6,30  |
|       | 165; 33             | 1,33              | 2,65  | 6,61  | 11,85 | 12,51 | 13,21 |
|       | 330; 66             | 7,51              | 14,79 | 23,48 | 24,65 | 26,01 | 28,15 |
|       | 500; 100            | 21,26             | 33,00 | 36,50 | 38,71 | 41,29 | 44,47 |
|       | 1000; 200           | 65,84             | 71,74 | 79,06 | 84,63 | 89,24 | 93,27 |

Видим, что наибольшие значения магнитного момента  $M_z$  получаются по методу 1 (рис. 2–4, кривые 1, 6), причем максимальные расхождения в его значениях по сравнению с другими методами наблюдаются при относительной длине  $b/R < 20$  и напряженности  $H_0 < (2000–5000)$  А/м. Начиная с  $b/R > 100$  и  $H_0 > 40000$  А/м можно говорить о применимости этого метода в некотором приближении, причем относительные расхождения в значениях  $M_z$  по сравнению с другими методами лежат в пределах (4–36) %. Значения  $M_z$ , рассчитанные при помощи методов 2 и 3 при увеличении  $H_0 > 10000$  А/м практически не изменяются (рис. 3, кривые 7, 8), что является физически обоснованным, поскольку сердечник еще не находится в состоянии насыщения, об этом свидетельствует кривая 6 рис. 3, которая показывает уровень насыщения. Такое поведение кривых 7, 8 рис. 3 объясняется тем, что распределение намагниченности  $J$  по сечениям сердечника для метода 2 и 3 описывается только двумя первыми членами степенного ряда (12), однако при постепенном насыщении центральной части сердечника форма его распределения имеет более сложный вид, которую необходимо описывать большим числом членов степенного ряда (12). Поэтому область возможного применения, помимо диапазона  $b/R = (60–$

100) для методов 2 и 3 указанного в [1, 3], ограничивается еще условием  $H_0 < 10000$  А/м. Для последних двух методов наблюдается похожее поведение кривых зависимостей  $M_z(H_0)$ , но при этом значения  $M_z$  метода 4 (рис. 2–4, кривые 4, 9) всегда больше значений  $M_z$  метода 5 (рис. 2–4, кривые 5, 10), а расхождения в значениях  $M_z$  для метода 5 меньше, чем для метода 4 по отношению к методу 2 в котором он применим [1] (рис. 2, кривые 2, 5 и 7, 10; рис. 3, кривые 2, 5). Преимуществом 4-го и 5-го методов над 2-м и 3-м является тот факт, что при больших уровнях  $H_0$  кривые 4-го и 5-го методов, в отличие от кривых 2-го и 3-го изменяются (см. рис. 4, кривые 4, 5 в сравнении с кривыми 2, 3 при  $H_0 > 10000$  А/м или кривые 9, 10 в сравнении с кривыми 7, 8 при  $H_0 > 5000$  А/м). Таким образом, метод 5 из рассмотренных является наиболее пригодным для расчета магнитного момента сердечника электромагнита с применением коэффициентов размагничивания.

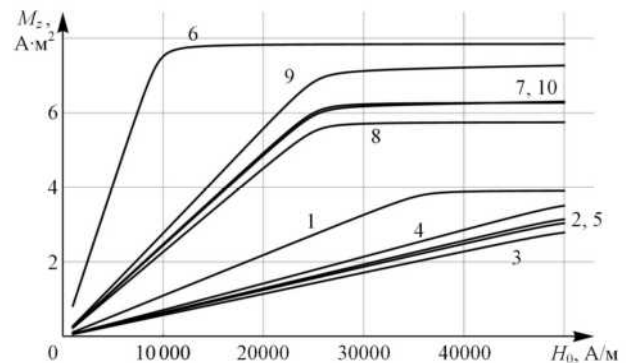


Рис. 2 – Кривые зависимостей  $M_z(H_0)$  для  $b = 40$  мм (кривые 1–5) и для  $b = 80$  мм (кривые 6–10): кривые 1 и 6, 2 и 7, 3 и 8, 4 и 9, 5 и 10 рассчитаны при помощи методов 1–5 соответственно

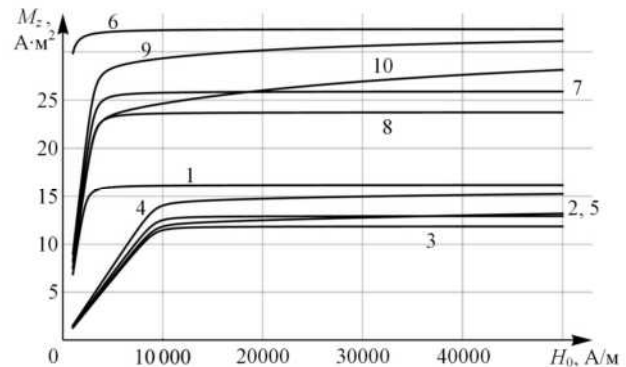


Рис. 3 – Кривые зависимостей  $M_z(H_0)$  для  $b = 165$  мм (кривые 1–5) и для  $b = 330$  мм (кривые 6–10): кривые 1 и 6, 2 и 7, 3 и 8, 4 и 9, 5 и 10 рассчитаны при помощи методов 1–5 соответственно

Анализ результатов расчета магнитного момента цилиндрического сердечника позволяет выделить следующие недостатки методов, основанных на применении коэффициентов размагничивания. Первый – это возможность расчета распределения только средних по сечениям осевых проекций векторов намагниченности, индукции и напряженности магнитного поля при условии однородности внешнего намагничивающего поля. В реальных электромагнитах внешнее поле неоднородно, причем степень неоднородности возрастает

тает с уменьшением относительной длины сердечника, кроме того, при  $b/R < 20$  усиливается влияние краевых эффектов, учет которых даже экспериментальным путем определить сложно.

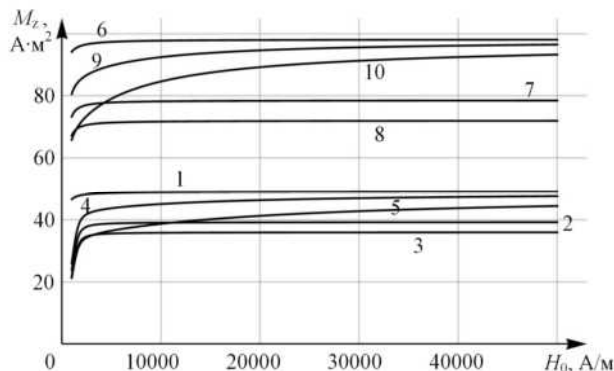


Рис. 4 – Кривые зависимостей  $M_z(H_0)$  для  $b = 500$  мм (кривые 1–5) и для  $b=1000$  мм (кривые 6–10): кривые 1 и 6, 2 и 7, 3 и 8, 4 и 9, 5 и 10 рассчитаны при помощи методов 1–5 соответственно

Второй недостаток – это необходимость экспериментального определения коэффициентов размагничивания. Определение коэффициентов размагничивания при допущении постоянства намагниченности дает большие расхождения в значениях  $M_z$  по сравнению с другими методами, а при допущении постоянства магнитной проницаемости при  $b/R > 60$  и  $H_0 < 10000$  А/м не вполне корректно в силу того, что магнитная проницаемость может отличаться на порядок и более в разных точках сердечника.

Третий недостаток – невозможность применения этих методов для осесимметричных тел более сложной формы, в частности использование полюсных наконечников.

#### Выводы.

1. Область возможного применения коэффициентов размагничивания для расчета магнитного момента цилиндрического сердечника из пермаллоя 50Н ограничена уровнем внешнего магнитного поля и относительной длиной сердечника.

2. Допущение однородности намагничивания может быть использовано при выполнении условий  $b/R > 100$  и  $H_0 > 40000$  А/м, соответствующих насыщению преобладающей части сердечника. В остальных случаях наблюдаются большие расхождения (до 300 %) в значениях  $M_z$  по сравнению с методами, основанными на экспериментальных данных.

3. Применение в известных работах допущения постоянства магнитной проницаемости при  $b/R > 60$  и  $H_0 < 10000$  А/м недостаточно обосновано, т. к. ее значения могут отличаться на порядок в разных точках сердечника.

4. Экспериментально полученные коэффициенты размагничивания известны при  $b/R = (60–100)$  и  $H_0 < 10000$  А/м. Для других вариантов  $H_0$  и  $b/R$  требуется проведение дополнительных экспериментов.

5. В случаях, когда  $b/R$  и  $H_0$  не входят в область возможного применения коэффициентов размагничивания, а также когда сердечник представляет собой

осесимметричное тело более сложной формы или внешнее магнитное поле является неоднородным, целесообразно применять метод интегральных уравнений.

#### Список литературы

1. Коваленко А. П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами / А. П. Коваленко. – М. : Машиностроение, 1975. – 248 с.
2. Joseph R. I. Ballistic demagnetizing factor in uniformly magnetized cylinders // *Journal of applied physics*. – 1966. – vol. 37. – no. 13. – pp. 4639–4643.
3. Розенблат М. А. Коэффициенты размагничивания стержней высокой проницаемости / М. А. Розенблат // *Журнал технической физики*. – 1954. – Т. 24. – № 4. – С. 637–661.
4. Матюк В. Ф. Распределение намагниченности вдоль цилиндрического стержня круглого сечения, находящегося в продольном постоянном однородном магнитном поле / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов, А. В. Стрелюхин // *Электротехника*. – 2009. – № 8. – С. 37–46.
5. Yamamoto Y., Yamada H. New analytical expressions for flux distribution and demagnetizing factor of cylindrical core // *Electrical Engineering in Japan*. – 1982. – vol. 102. – no. 3. – pp. 1–8.
6. Kobayashi M., Ishikawa Y. Surface magnetic charge distributions and demagnetizing factors of circular cylinders // *IEEE transactions on magnetics*. – 1992. – vol. 28. – no. 3. – pp. 1810–1814.
7. Chen D. X., Pardo E., Sanchez A. Fluxmetric and magnetometric demagnetizing factors for cylinders // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2006. – vol. 306. – pp. 135–146.
8. Chadebec O., Rouve L.-L., Coulomb J.-L. New methods for a fast and easy computation of stray fields created by wound rods // *IEEE Transaction on Magnetics*. – 2002. – vol. 38. – no. 2. – pp. 517–520.
9. Матюк В. Ф. Моделирование магнитного состояния ферромагнитного стержня в продольном постоянном магнитном поле / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов, А. В. Стрелюхин // *Техническая диагностика и неразрушающий контроль*. – 2011. – № 1. – С. 20–27.
10. Курбатов П. А. Численный расчет электромагнитных полей / П. А. Курбатов, С. А. Аринчин. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с.
11. Аркадьев В. К. Электромагнитные процессы в металлах: В 2 ч. Ч. 1: Постоянное электрическое и магнитное поле / В. К. Аркадьев. – М. – Л. : Энергоиздат. – 1934. – 230 с.
12. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. – М.: Наука, 1977. – 344 с.
13. Würschmidt J. Theorie des Entmagnetisierungsfaktors und der Schemierung von Magnetisierungskurven. – Springer, 1925. – 119 p.
14. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники, ч. 3. Теория электромагнитного поля / К. М. Поливанов. – М. : «Энергия», 1969. – 352 с.

#### References (transliterated)

1. Kovalenko A. P. *Magnitnye sistemy upravleniya kosmicheskimi letatel'nymi apparatami* [Magnetic control systems for space vehicles]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 248 p.
2. Joseph R. I. Ballistic demagnetizing factor in uniformly magnetized cylinders. *Journal of applied physics*, 1966, vol. 37, no. 13, pp. 4639–4643.
3. Rozenblat M. A. Koeffitsienty razmagnichivaniya stержney vysokoy pronitsaemosti [Demagnetization factors for high permeability rods]. *Technical Physics*, 1954, vol. 24, no. 4, pp. 637–661.
4. Matyuk V. F., Osipov A. A., Strelukhin A. V. Raspreделение namagnichennosti vdol' tsilindricheskogo stержnya kruglogo secheniya, nakhodyashchegosya v prodol'nom postoyannom odnorodnom magnitnom pole [Magnetization distribution along the cylindrical rod in longitudinal constant uniform magnetic field]. *Russian electrical engineering*, 2009, no. 8, pp. 37–46.
5. Yamamoto Y., Yamada H. New analytical expressions for flux distribution and demagnetizing factor of cylindrical core. *Electrical Engineering in Japan*, 1982, vol. 102, no. 3, pp. 1–8.

6. Kobayashi M., Ishikawa Y. Surface magnetic charge distributions and demagnetizing factors of circular cylinders. *IEEE transactions on magnetics*, 1992, vol. 28, no. 3, pp. 1810–1814.
7. Chen D. X., Pardo E., Sanchez A. Fluxmetric and magnetometric demagnetizing factors for cylinders. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2006, vol. 306, pp. 135–146.
8. Chadebec O., Rouve L.–L., Coulomb J.–L. New methods for a fast and easy computation of stray fields created by wound rods. *IEEE Transaction on Magnetics*, 2002, vol. 38, no. 2, pp. 517–520.
9. Matyuk V. F., Osipov A. A., Strelyukhin A. V. Modelirovanie magnitnogo sostoyaniya ferromagnitnogo sterzhnya v prodol'nom postoyannom magnitnom pole [Modeling of the magnetic state of a ferromagnetic rod in longitudinal constant magnetic field]. *Tekhnicheskaya diagnostika i nerazrushaiushchii kontrol'*, 2011, no. 1, pp. 20–27.
10. Kurbatov P. A., Arinchin S. A. *Chislennyi raschet elektromagnitnykh poley* [Numerical Calculation of Electromagnetic Fields]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. 168 p.
11. Arkad'ev V. K. *Elektromagnitnye protsessy v metallakh: V 2 ch. Ch. 1: Postoyannoe elektricheskoe i magnitnoe pole* [Electromagnetic processes in metals: In 2 parts. Part 1: Constant electric and magnetic field]. Moscow-Leningrad, Energoizdat Publ., 1934. 230 p.
12. Yanke E., Emde F., Lesh F. *Spetsial'nye funktsii* [Special functions]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 344 p.
13. Würschmidt J. Theorie des Entmagnetisierungsfaktors und der Scheinung von Magnetisierungskurven. *Springer*, 1925, 119 p.
14. Polivanov K. M. *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki, ch. 3. Teoriya elektromagnitnogo polya* [Theoretical foundations of electrical engineering, Part 3. Theory of electromagnetic field]. Moscow, Energiya Publ., 1969. 352 p.

Поступила (received) 14.01.2019

*Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions*

**Порівняння методів розрахунку магнітного моменту осердь електромагнітів систем керування космічними апаратами / К. В. Чуніхін** // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: "Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії". – Х. : НТУ «ХПІ», 2019. – № 4 (1329). – С. 16–22. – Библиогр.: 14 назв. – ISSN 2409-9295.

**Сравнение методов расчета магнитного момента сердечников электромагнитов систем управления космическими аппаратами / К. В. Чунихин** // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: "Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії". – Х. : НТУ «ХПІ», 2019. – № 4 (1329). – С. 16–22. – Библиогр.: 14 назв. – ISSN 2409-9295.

**Comparison of methods for calculating the magnetic moment of the cores of electromagnets of spacecraft control systems / K. V. Chunikhin** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: "Electric machines and electromechanical energy conversion". – Kharkiv : NTU "KhPI", 2019. – No. 4 (1329). – P. 16–22. – Bibliogr.: 14. – ISSN 2409-9295.

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Чуніхін Костянтин Вадимович**, Державна установа «Інститут технічних проблем магнетизму Національної Академії Наук України», молодший науковий співробітник, тел. +38 (057) 299-21-62, e-mail: kvchunikhin@gmail.com.

**Чунихин Константин Вадимович**, Государственное учреждение «Институт технических проблем магнетизма Национальной Академии Наук Украины», младший научный сотрудник, тел. +38 (057) 299-21-62, e-mail: kvchunikhin@gmail.com.

**Chunikhin Kostiantyn Vadymovych**, State Institution «Institute of Technical Problems of Magnetism of the National Academy of Sciences of Ukraine», Research Assistant, tel. +38 (057) 299-21-62, e-mail: kvchunikhin@gmail.com.