УДК 621.318

В.В. БУКРЕЕВ, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЛЯ ЖЕЛЕЗООТДЕЛИТЕЛЯ НА ПОСТОЯННЫХ МАГНИТАХ

Розглянута математична модель магнітного поля в робочій області залізовіддільника на постійних магнітах. Модель заснована на інтегральному рівнянні Фредгольма першого роду, при чисельному вирішенні якого використовується метод модифікованих квадратур, що забезпечує хорошу стійкість рішення при різноманітній конфігурації магнітної системи.

Рассматривается математическая модель магнитного поля в рабочей области железоотделителя на постоянных магнитах. Модель основана на интегральном уравнении Фредгольма первого рода, при численном решении которого используется метод модифицированных квадратур, что обеспечивает хорошую устойчивость решения при разнообразной конфигурации магнитной системы.

Введение. Железоотделители, использующие постоянные магниты (ПМ) в качестве источника магнитного поля, имеют определенные преимущества перед электромагнитными железоотделителями – отсутствие катушек и источника питающего их тока, простота конструкции, простота обслуживания. При использовании в магнитной системе феррит-бариевых магнитов стоимость железоотделителя снижается в несколько раз по сравнению со стоимостью электромагнитных железоотделителей с такой же площадью контроля вещества.

Установка железоотделителей с ПМ для извлечения ферромагнитных объектов из потоков контролируемых веществ, в которых такие объекты встречается редко, например, из потоков пищевых продуктов, упрощается проблема удаления с поверхности ПМ извлеченных ферромагнитных объектов, так как эту манипуляцию можно производить вручную.

Обоснованный выбор геометрических параметров магнитной системы железоотделителя и объема ПМ можно произвести путем расчета магнитного поля и его градиента в рабочей области железоотделителя.

Несмотря на множество методик численного расчета магнитного поля постоянных магнитов с арматурой из магнитомягкого материала, их использование затруднено виду большого объема вычислений и низкой сходимостью при решении систем линейных уравнений.

Предлагаемая в данной статье методика, основанная на методе модифицированных квадратур, отличается хорошей устойчивостью при любой конфигурации магнитной системы железоотделителя и сравнительно малым объемом вычислений. Основой методики является математическая модель постоянного магнитного поля, базирующаяся на интегральном уравнении Фредгольма первого рода.

Конструкция магнитной системы железоотделителя. Обобщенная конструкция магнитной системы железоотделителя приведена на рис. 1. В контролируемой среде 1 находится ферромагнитный объект 2, который перемещается в объеме вещества под магнитной системой железоотделителя. Магнитная система состоит из феррит-бариевых постоянных магнитов 3, которые смонтированы в арматуре 4, выполненной из магнитомягкого ферромагнитного материала. Для увеличения градиента поля предусмотрен дополнительный полюс 5, который является частью арматуры.

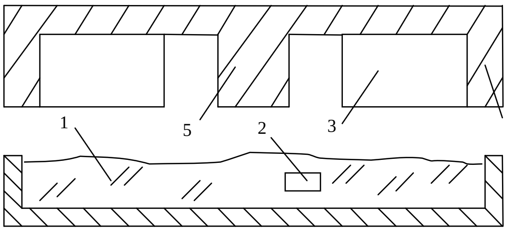

Рис. 1.

Сила сопротивления движению ферромагнитного объекта в потоке пропорциональна скорости перемещения объекта

$$F_T = k_T \frac{dr}{dt},$$

где коэффициент трения k_T зависит от массы объекта m и как показано в [1], равен $k_T = m\gamma$. Экспериментально установлено [1], что $\gamma \approx 90 \div 150$ 1/с.

В первом приближении, пренебрегая инертностью объекта, величина модуля пондеромоторной силы должна быть по всей длине рабочей зоны железоотделителя не менее, чем

$$F \geq m\gamma \frac{hV_S}{\Delta S},$$

где h – толщина потока сепарируемой смеси, V_S – скорость потока, ΔS – длина рабочей зоны железоотделителя. Например, для случая, когда $m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг, $\gamma = 120$, $h = 5 \cdot 10^{-2}$ м, $V_S = 1$ м/с, $\Delta S = 0{,}2$ м пондеромоторная сила $F \geq 0{,}15$ Н.

Математическая модель магнитного поля. При построении математической модели принимаются следующие допущения: так как ширина магнитной системы соизмерима с ее длиной, магнитное поле считается плоскопараллельным; используются ПМ закритической группы, у которых вектор намагниченности по всему объему полагается постоянным; магнитный материал арматуры и дополнительного полюса не насыщен и его относительная магнитная проницаемость считается бесконечно большой.

В линейной изотропной среде потенциал магнитного поля эквипотенциальной поверхности с распределенными зарядами простого слоя равен [2]

$$\varphi(Q)=\frac{1}{2\pi}\int_L \tau(P)\ln\frac{1}{\left|\bar{r}_Q-\bar{r}_P\right|}dl\,, \tag{1}$$

где P и Q – точки источника и наблюдения, $\tau(P)$ – линейная плотность зарядов, $\varphi(Q)$ – потенциал магнитного поля. Поскольку магнитная система состоит из односвязной области, то задача по расчету поля сводится к интегральному уравнению

$$2\pi\varphi(Q)=\oint_L \tau(P)\ln\frac{1}{\left|\bar{r}_Q-\bar{r}_P\right|}dl_P+\sum_{k=1}^{4}\int_{L_{ПМ}} M_n\ln\frac{1}{\left|\bar{r}_Q-\bar{r}_P\right|}dl_{ПМ}\,, \tag{2}$$

где M_n – нормальная составляющая вектора намагниченности на поверхности ПМ, L – контур магнитопровода, $L_{ПМ}$ – контур, ограничивающий ПМ, k – номер верхней или нижней грани ПМ.

Контур магнитного материала разбивается на N линейных элементов, в пределах каждого из которых плотность зарядов считается постоянной, уравнение (2) редуцируется к системе алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^{N}\tau_j\int_{\Delta l_j}\ln\frac{1}{\left|\bar{r}_i-\bar{r}_j\right|}dl_j=2\pi\varphi_i-\sum_{k=1}^{4}M_n\int_{L_{ПМ}}\ln\frac{1}{\left|\bar{r}_i-\bar{r}_j\right|}dl_{ПМ}\,, \tag{3}$$

где $i, j=\overline{1,N}$, Δl_j – длина элементарного участка.

В матричной форме (3) можно записать так

$$[A][\tau]=[F], \tag{4}$$

где $[A]$ – матрица размера NхN, элементами которой являются интегралы вида

$$a_{ij}=\int_{\Delta l_j}\ln\frac{1}{\left|\bar{r}_i-\bar{r}_j\right|}dl_j\,, \tag{5}$$

где i – точка наблюдения, j – точка источника, $[\tau]$ – вектор неизвестных значений плотности магнитных зарядов,

$$F_i=2\pi\varphi_i-\sum_{k=1}^{4}M_n\int_{L_{ПМ}}\ln\frac{1}{\left|\bar{r}_i-\bar{r}_j\right|}dl_{ПМ}\,. \tag{6}$$

Так как потенциал φ_i заранее неизвестен, то система уравнений (4) предварительно преобразуется следующим образом. Одно из уравнений системы вычитается из остальных N-1 уравнений. Тогда потенциалы φ_i в правых частях N-1 уравнений обращаются в ноль. Уравнение, которое вычиталось из остальных, заменяется на

$$\sum_{j=1}^{N}\tau_j\Delta l_j=0\,, \tag{7}$$

то есть полагается, что суммарный магнитный заряд на арматуре равен нулю [2].

В результате получается новая система линейных уравнений относительно вектора неизвестных $[\tau]$

$$[A_1][\tau] = [F_1], \tag{8}$$

где матрицы $[A_1]$ и $[F_1]$ получены из матриц $[A]$ и $[F]$ после указанных преобразований.

При расчете элементов матрицы a_{ij} можно пользоваться приближенными значениями коэффициентов, не прибегая к интегрированию:

при $i \neq j \quad a_{ij} \approx \ln \dfrac{1}{\left|\bar{r}_i - \bar{r}_j\right|}$, при $i{=}j \quad a_{ij} = \ln \dfrac{2e}{\Delta l_j}$.

Полученные при расчетах значения τ_i и измеренные значения M_n дают возможность определить вектор напряженности поля и рассчитать пондеромоторную силу в рабочей области железоотделителя по формуле[3]

$$\bar{F} = \mu_0 \chi V H \, grad H, \tag{10}$$

где χ – магнитная восприимчивость извлекаемого ферромагнитного тела, V – объем тела, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Выводы. Предложена математическая модель магнитного поля в рабочей области железоотделителя на постоянных магнитах. Модель основана на интегральном уравнении Фредгольма первого рода. Численное решение этого уравнения методом модифицированных квадратур обеспечивает хорошую устойчивость при разнообразной конфигурации магнитной системы.

Список литературы: **1.** *Загирняк М.В., Бранспиз Ю.А.* Расчет необходимой извлекающей силы при сепарации // Изв. Вузов. Горный журнал. – 1988. – № 1. – С. 94-99. **2.** *Курбатов П.А.* Упрощенный метод расчета магнитных систем с редкоземельными магнитами и тонкой ненасыщенной арматурой // Электричество. – 1976. – № 12. – С. 63-64. **3.** *Загирняк М.В., Бранспиз Ю.А.* Расчет пондеромоторных сил железоотделителей с ферромагнитными шунтами // Изв. вузов. Горный журнал. – 1981. – № 7. – С. 117-121.

Поступила в редакцию 15.09.08