

**В. П. СЕВЕРИН**, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;  
**Е. Н. НИКУЛИНА**, канд. техн. наук, ст. преп. НТУ «ХПИ»;  
**К. А. ТАРАСЕНКО**, студентка НТУ «ХПИ»

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПРЯМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ГЕНЕТИЧЕСКИМИ АЛГОРИТМАМИ

Розглянута задача оптимізації прямих показників якості систем автоматичного керування. Розроблені генетичні алгоритми з використанням методів локальної оптимізації, якими виконаний синтез тестових систем за прямими показниками якості.

**Ключові слова:** системи керування, оптимізація, генетичні алгоритми.

Рассмотрена задача оптимизации прямых показателей качества систем автоматического управления. Разработаны генетические алгоритмы с применением методов локальной оптимизации, которыми выполнен синтез тестовых систем по прямым показателям качества.

**Ключевые слова:** системы управления, оптимизация, генетические алгоритмы.

The problem of optimization of direct quality indexes of automatic control systems is considered. Genetic algorithms using local optimization methods are developed. Synthesis of test systems is made by direct quality indexes.

**Keywords:** control systems, optimization, genetic algorithms.

**Введение.** Синтез систем автоматического управления (САУ) на основе прямых показателей качества (ППК) проводится методами оптимизации векторных целевых функций [1, 2]. Генетические алгоритмы (ГА) позволяют повысить надежность методов синтеза систем управления [3, 4]. При этом модифицируются генетические алгоритмы для оптимизации векторных целевых функций, которые учитывают ограничения задачи синтеза [5, 6].

Цель статьи состоит в представлении результатов оптимизации прямых показателей качества систем автоматического управления с использованием генетических алгоритмов. Рассмотрена задача синтеза систем управления по прямым показателям качества. Разработан генетический алгоритм с добавлением метода локального поиска. На тестовых примерах проведена оптимизация прямых показателей качества генетическим алгоритмом.

**Задача синтеза системы управления.** На вектор переменных параметров задачи оптимизации системы управления  $x = (x_1, x_2, \dots, x_p) \in R^p$  по условиям технической реализуемости накладываются ограничения:

$$a_i \leq x_i \leq b_i, \quad i = \overline{1, p}. \quad (1)$$

Обозначая операцию срезки переменной величины  $v$  через  $v_+ = \max\{v, 0\}$ , нарушению ограничений (1) сопоставим штрафную функцию

© В. П. Северин, О. М. Нікуліна, К. А. Тарасенко, 2013

$$P(x) = \sum_{i=1}^p [(a_i - x_i)_+ + (x_i - b_i)_+], \quad (2)$$

Для устойчивости линейной системы автоматического управления порядка  $n$  необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства:

$$\alpha_i(x) > 0, \quad i = \overline{0, n}, \quad \rho_k(x) > 0, \quad k = \overline{2, n-1}, \quad (3)$$

где  $\alpha_i(x)$  – коэффициенты характеристического многочлена САУ;  $\rho_k(x)$  – элементы первого столбца таблицы Рауса. Введем области:

$$G_1 = \{x \mid a_i \leq x_i \leq b_i, i = \overline{1, p}\}, \quad (4)$$

$$G_2 = \{x \mid \alpha_i(x) > 0, i = \overline{0, n}\}, \quad G_k = \{x \mid \rho_{k-1}(x) > 0\}, \quad k = \overline{3, n}, \quad (5)$$

$$D_1 = G_1, \quad D_k = D_{k-1} \cap G_k, \quad k = \overline{2, n}, \quad (6)$$

$$H_0 = R \setminus D_1, \quad H_k = D_k \setminus D_{k+1}, \quad k = \overline{1, n-1}, \quad H_n = D_n. \quad (7)$$

Обозначим допустимую область задачи синтеза САУ  $D = D_n$ .

Нарушение первой группы неравенств (3) отобразим функцией

$$S(x) = [-\alpha_0(x)]_+ + [-\alpha_1(x)]_+ + \dots + [-\alpha_n(x)]_+. \quad (8)$$

По функциям (2) и (8) введена векторная штрафная функция

$$F_s(x) = \begin{cases} (0; P(x)), & x \in H_0, \\ (1; S(x)), & x \in H_1, \\ (k; -\rho_k(x)), & x \in H_k, \quad k = \overline{2, n-1}. \end{cases} \quad (9)$$

ППК в САУ определим путем численного интегрирования соответствующей системы дифференциальных уравнений [1, 2]:

$$\partial X(x, t) / \partial t = A(x)X(x, t) + B(x)u(t), \quad y(x, t) = C(x)X(x, t), \quad (10)$$

где  $X(x, t)$  – вектор состояния с начальным условием  $X_0 = 0$ ;  $t$  – переменная времени;  $u(t)$  – входное воздействие;  $y(x, t)$  – управляемая переменная;  $A(x)$ ,  $B(x)$ ,  $C(x)$  – матрицы параметров САУ. Для следящей системы при входном сигнале  $u(t) = 1(t)$  матрица выхода  $C(x)$  задается таким образом, что  $y(x, \infty) = 1$ . Построим переходные процессы по модели (10) на отрезке времени  $[0, T_f]$  при  $L$  шагах интегрирования постоянной длины. По значениям экстремумов переходного процесса вычисляются ППК:

перерегулирование  $\sigma(x)$ , размах колебаний  $\zeta(x)$ , показатель затухания колебаний  $\lambda(x)$  [1, 2]. Время регулирования  $t_c(x)$  и его относительное значение  $\tau(x) = t_c(x)/T_f$  определяются по моментам входа отклонения  $z(x, t) = y(x, t) - y(x, \infty)$  в заданную зону установившегося значения  $[-\delta_z, \delta_z]$ .

Задача оптимизации ППК является задачей условной оптимизации:

$$\sigma(x) \leq \sigma_m, \quad \zeta(x) \leq \zeta_m, \quad \lambda(x) \leq \lambda_m, \quad \min \tau(x). \quad (11)$$

Такая постановка не учитывает приоритет критериев [1]. Для учета их приоритета расширим области (4)–(7) областями с учетом неравенств (11):

$$G_{n+1} = \{x \mid \sigma(x) \leq \sigma_m\}, \quad G_{n+2} = \{x \mid \zeta(x) \leq \zeta_m\}, \quad G_{n+3} = \{x \mid \lambda(x) \leq \lambda_m\}, \quad (12)$$

$$D_k = D_{k-1} \cap G_k, \quad k = \overline{n+1, n+3}, \quad (13)$$

$$H_0 = R \setminus D_1, \quad H_k = D_k \setminus D_{k+1}, \quad k = \overline{1, n+2}, \quad H_{n+3} = D_{n+3}. \quad (14)$$

Для оптимизации ППК с учетом (9) введена векторная целевая функция

$$F(x) = \begin{cases} F_S(x), & x \notin D; \\ (n; \sigma(x) - \sigma_m), & x \in H_n; \\ (n+1; \zeta(x) - \zeta_m), & x \in H_{n+1}; \\ (n+2; \lambda(x) - \lambda_m), & x \in H_{n+2}; \\ (n+3; \tau(x)), & x \in H_{n+3}. \end{cases} \quad (15)$$

Если  $\lambda(x)$  не используется, то вместо (12)–(14) введем области:

$$G_{n+1} = \{x \mid \sigma(x) \leq \sigma_m\}, \quad G_{n+2} = \{x \mid \zeta(x) \leq \zeta_m\};$$

$$D_k = D_{k-1} \cap G_k, \quad k = \overline{n+1, n+2};$$

$$H_{\#} = R \setminus D_1; \quad H_{\#} = D_k \setminus D_{k+1}, \quad k = \overline{1, n+1}; \quad H_{n+2} = D_{n+2}.$$

Вместо функции (15) используется векторная целевая функция

$$F(x) = \begin{cases} F_S(x), & x \notin D; \\ (n; \sigma(x) - \sigma_m), & x \in H_n; \\ (n+1; \zeta(x) - \zeta_m), & x \in H_{n+1}; \\ (n+2; \tau(x)), & x \in H_{n+2}. \end{cases} \quad (16)$$

Для оптимизации САУ с монотонными переходными процессами без перерегулирования и колебаний положим в функции (16)  $\sigma_m = 0$ ,  $\zeta_m = 0$ .

**Оптимизация систем управления.** Представим характеристический многочлен семейства тестовых моделей САУ порядка  $n$  с учетом его зависимости от вектора переменных параметров  $x \in R^p$

$$\alpha(x, s) = s^n + x_1 s^{n-1} + x_2 s^{n-2} + \dots + x_{n-1} s + 1. \quad (17)$$

Тестовые передаточные функции (ПФ) представим в виде

$$W(x, s) = 1/\alpha(x, s). \quad (18)$$

Зададим время наблюдения процессов  $T_f = 20$ , число шагов интегрирования  $L = 200$ , параметр зоны установившегося значения  $\delta_z = 0,05$ .

Проведем эксперименты по оптимизации САУ с ПФ (18) при  $n=3$ ,  $p=2$  векторным комбинированным бинарным ГА с методом Нелдера-Мида.

Зададим границы ограничений (1):  $a_i = 1$ ,  $b_i = 3$ ,  $i = \overline{1, p}$ . Критерий окончания процесса оптимизации – 1000 вычислений значений целевой функции, из которых 75 % использует ГА, а оставшиеся 25 % – метод Нелдера-Мида. Результаты оптимизации функций (15) и (16) представлены в табл. 1:  $N_e$  – номер эксперимента;  $\sigma_m$ ,  $\zeta_m$ ,  $\lambda_m$  – предельные значения ППК;  $x_1^*$ ,  $x_2^*$  – координаты конечной точки поиска;  $\sigma^*$ ,  $\zeta^*$ ,  $\lambda^*$ ,  $t_c^*$  – значения ППК в конечной точке. В последней строке табл. 1 показаны маркеры оптимальных точек, которые изображены на рис. 1 в пространстве переменных параметров, где также показана соответствующая диаграмме Вышнеградского линия, разделяющая области монотонных  $M$  и колебательных  $K$  процессов. Переходные процессы, соответствующие конечным точкам, представлены на рис. 2.

Таблица 1 – Оптимизация ППК

Параметры	Значения параметров		
	$N_e = 1$	$N_e = 2$	$N_e = 3$
$\sigma_m$	0,05	0,05	0,05
$\zeta_m$	0,065	0,065	0
$\lambda_m$	—	0,3	—
$x_1^*$	1,504	1,885	1,942
$x_2^*$	2,126	2,079	2,383
$\sigma^*$	0,015	0,050	0
$\zeta^*$	0,065	0,065	0
$\lambda^*$	3,334	0,300	0
$t_c^*, c$	3,377	3,552	4,316
Маркер	∇	□	*

На рис. 3 и 4 представлены графики проекций векторной функции (15) и траектория поиска для  $N_e = 2$ . Из рис. 3 следует, что область выполнения всех ограничений не является выпуклой. График функции на рис. 4 имеет «хребет» из-за больших значений показателя затухания колебаний.

Траектория поиска, начинаясь из обозначенной кругом точки, заходит за этот «хребет» и достигает точки в виде ромба с минимальным значением времени регулирования. Без применения ГА метод локального поиска мог остановиться за «хребтом», не достигнув оптимальной точки.

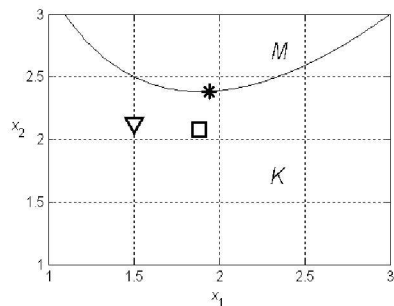


Рис. 1 – Оптимальные точки

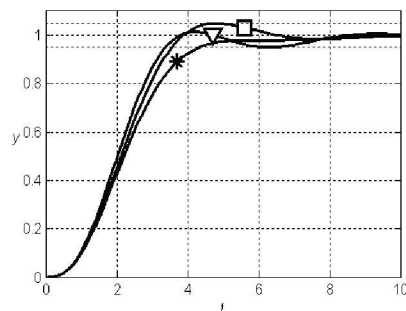


Рис. 2 – Оптимальные процессы

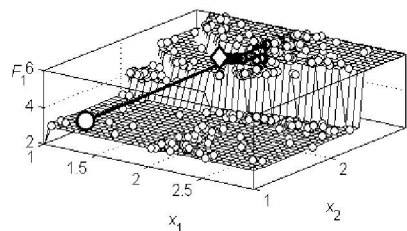


Рис. 3 – Оптимизация ППК на  $F_1$

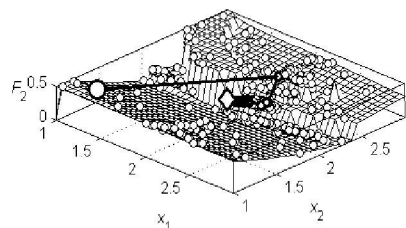


Рис. 4 – Оптимизация ППК на  $F_2$

Применим ГА к оптимизации ППК при изменении порядка САУ  $n$  и числа переменных параметров  $p = n - 1$ . Для получения монотонных переходных процессов с минимальным временем регулирования используем векторную функцию (16) с  $\sigma_m = 0$ ,  $\zeta_m = 0$ . Зададим параметры ограничений (1)  $a_i = 1$ ,  $b_i = d_i$ ,  $i = \overline{1, p}$ , где  $d_i$  – коэффициенты бинома

$$d(s) = (s+1)^n = d_0 s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_n.$$

В табл. 2 приведены числовые показатели оптимизации процессов для ПФ различных порядков  $n$ : количество вычислений целевой функции  $N_F$ , минимальное значение времени регулирования  $t_c^*$ , а также оптимальные значения коэффициентов многочлена (17)  $x_i^*$ ,  $i = \overline{1, p}$ . В табл. 2 показаны маркеры соответствующих переходных процессов, изображенных на рис. 5.

Таблица 2 – Оптимизация ППК при изменении  $p = n - 1$

$n$	$N_F$	$t_c^*$	$x_i^*$	Маркер
3	27186	4,342	2,012; 2,391	*
4	20680	5,756	3,061; 4,278; 3,310	▽
5	27062	6,203	3,386; 6,164; 6,406; 3,887	□
6	23549	7,928	5,892; 12,010; 15,113; 11,451; 5,096	+
7	28176	9,453	5,368; 19,937; 27,643; 28,360; 16,804; 6,232	○

Проведенные вычислительные эксперименты по оптимизации прямых показателей качества САУ с тестовыми передаточными функциями различных порядков подтверждают эффективность модифицированного генетического алгоритма с методом Нелдера-Мида.

**Выводы.** Рассмотрена задача оптимизации прямых показателей качества систем управления генетическим алгоритмом. Проведенные эксперименты показали применимость генетического алгоритма для оптимизации векторных функций с прямыми показателями.

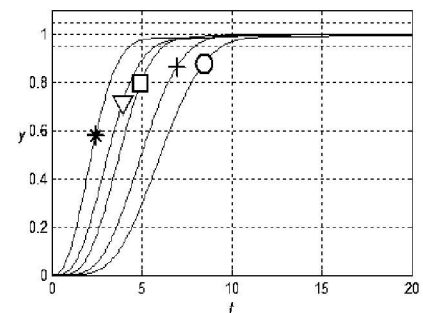


Рис. 5 – Переходные процессы

**Список литературы:** 1. *Северин В. П.* Методы анализа и синтеза систем автоматического управления энергоблоков атомных электростанций / В. П. Северин // Проблемы обеспечения безопасности информационных и управляющих систем АЭС. – Одесса : Астропринт. – 2010. – С. 137–152. 2. *Северин В. П.* Синтез систем автоматического управления энергоблока АЭС с нечеткими регуляторами генетическими алгоритмами / В. П. Северин, С. М. Х. Джафаров, В. Ф. Чернай // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 1. – 2010. – С. 147–152. 3. *Панченко Т. В.* Генетические алгоритмы. Учебное пособие / Т. В. Панченко. – Астрахань : Изд. дом «Астраханский университет», 2007. – 88 с. 4. *Alireza M.* Genetic algorithms / M. Alireza. – Tehran : Naghoos, 2008. – 144 p. 5. *Severin V. P.* Application of Genetic Algorithms to Vector Optimization of the Automatic Control Systems / V. P. Severin // Intelligent Information and Engineering Systems. Information Science and Computing. Information Technologies and Knowledge. – Vol. 3. – 2009. – N. 13. – P. 90–97. 6. *Джафаров С. М. Х.* Многокритериальный синтез нечетких систем автоматического управления генетическими алгоритмами / С. М. Х. Джафаров, В. П. Северин, Е. Н. Никулина // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – Ч. 2. – 2010. – С. 149–154.

Надійшла до редколегії 10.12.2012