



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"Харківський політехнічний інститут"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять з курсу «Статистика»

для студентів спеціальностей

7.050206 "Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності"

та 6.030508 "Фінанси"

Харків 2009

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"Харківський політехнічний інститут"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять з курсу «Статистика»

для студентів спеціальностей

7.050206 "Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності"

та 6.030508 "Фінанси"

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 1 від 2.04.2009

Харків НТУ "ХПІ" 2009

Методичні вказівки до практичних занять з курсу „Статистика” для студентів спеціальностей 7.050206 "Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності" та 6.030508 "Фінанси" / уклад. О. Б. Білоцерківський, Н. В. Ширяєва. – Х.: НТУ "ХП", 2009. – 68 с.

Укладачі: О. Б. Білоцерківський
Н. В. Ширяєва

Рецензент О. М. Гаврись

Кафедра фінансів, контролінгу та зовнішньоекономічної діяльності

ВСТУП

У системі економічної освіти значне місце відведено статистиці як фундаментальній дисципліні з циклу природничо-наукової та загальноекономічної бакалаврської підготовки фахівців за напрямками 0502 „Менеджмент” та 0305 „Фінанси і кредит”. Статистика здійснює збирання, обробку та аналіз даних про масові соціально-економічні явища, які характеризують усі сторони життя й діяльності населення, виявляє взаємозв'язки різних суб'єктів економіки, вивчає динаміку її розвитку та чинники прийняття ефективних управлінських рішень на всіх рівнях. Важливу роль при цьому опануванні дисципліни „Статистика” відіграє розв'язання задач.

У даних методичних вказівках розглянуто основні числові методи, які використовуються в курсі «Статистика». Кожен розділ присвячений окремій темі курсу. Всі розділи побудовані однаково: спочатку викладаються необхідні теоретичні відомості, потім докладно розглядається хід розв'язання задач, наприкінці кожного розділу наведено варіанти індивідуальних домашніх завдань. Варіанти завдань слід вибирати за початковими літерами прізвища студента у журналі групи: А...Є = Варіант 5; Ж...К = Варіант 2; Л...Р = Варіант 4; С...Ц = Варіант 3; Ч...Я = Варіант 1.

Дане видання не може замінити підручники зі статистики, оскільки тут теоретичні основи викладено у стислому вигляді, подано тільки ті відомості, які необхідні безпосередньо для розв'язання задач. Як підручники можна рекомендувати [1–5].

ТЕМА 1. СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

Статистичне спостереження є першим етапом статистичного дослідження суспільних явищ і процесів. Воно являє собою науково організовану роботу зі збирання масових первинних даних про кількісний бік суспільного життя.

Джерелами статистичного спостереження є соціально-економічні явища, які досліджуються для подальшого аналізу. Статистичне спостереження здійснюється шляхом реєстрації (запису) відповідних ознак явищ і процесів, тобто притаманних їм властивостей, рис та особливостей.

Ознаки, що реєструються *при спостереженні*, можуть бути класифіковані у такий спосіб:

- ✓ кількісні, які виражаються числами;
- ✓ атрибутивні, що характеризують описові риси явища чи процесу словами;
- ✓ дискретні – кількісні ознаки, які набувають тільки цілочислових значень;
- ✓ безперервні – кількісні ознаки, які в заданих межах можуть набувати будь-яких значень;
- ✓ істотні, які є головними для даного явища;
- ✓ несуттєві, що не пов'язані безпосередньо із сутністю досліджуваного явища.

Завдання будь-якого статистичного спостереження полягає в тому, щоб одержати початковий матеріал, на основі якого можна вивчати досліджуване явище (процес).

Помилками спостереження називаються неточності, які можуть виникнути в процесі збирання статистичного матеріалу.

Розрізняють *дві групи помилок статистичного спостереження*: *помилки реєстрації* та *помилки репрезентативності*. *Помилки реєстрації* виникають унаслідок неправильного встановлення фактів у процесі спостереження або помилкового запису їх у формулярі. *Помилки репрезентативності* з'являються при вибіркового спостереженні через несущільність реєстрації даних і порушення принципу випадковості відбору. *Випадкові помилки реєстрації* пояснюються дією різних випадкових причин (описки, неточний підрахунок і т.д.). *Систематичні помилки реєстрації* виникають через дію

певних постійних причин (свідоме перекручування фактів у бік зменшення або збільшення їх кількісних показників, неточність вимірювальних приладів і т.д.).

Вірогідність даних статистичного спостереження встановлюється шляхом всебічної їх перевірки. З цією метою весь статистичний матеріал, що надходить у статистичні органи, перевіряється з точки зору його повноти й правильності оформлення. Потім він підлягає контролю двох видів: *логічного й арифметичного*. *Сутність логічного контролю* полягає в порівнянні отриманих даних між собою або інших аналогічних даних за попередні періоди з плановими або нормативними показниками. *Арифметичний контроль* полягає в арифметичній перевірці підсумкових і розрахункових показників, а також в арифметичному погодженні пов'язаних між собою даних.

Приклад 1.1. Логічний і арифметичний контроль даних. Перевірити правильність даних у графі (стовпці) 4 і підсумкових показників у звітності торговельного підприємства за квартал (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Показники звітності торговельного підприємства за квартал, тис. грн

№ п/п	Назва товарних груп	Залишок товарів на початку кварталу	Надійшло товарів за квартал	Інші витрати, що не стосуються роздрібних продажів	Роздрібний продаж та інші недокументовані витрати (гр.1 + гр.2 – гр.3 – гр.5)	Залишок товарів наприкінці кварталу
	А	1	2	3	4	5
1	М'ясо	32	270	60	212	30
2	Олія	20	95	5	900	20
3	Цукор	35	215	13	213	32
4	Кондитерські вироби	55	210	8	197	60
	Загалом	142	790	86	712	142

Розв'язання. Треба мати на увазі, що рух товарів у торговельному підприємстві можна подати в балансовій формі, що має вигляд такого рівняння:

Залишок на початку періоду + Надходження за період = Витрати за період + Залишок наприкінці періоду

$$\text{гр.1} + \text{гр.2} = \text{гр.3} + \text{гр.4} + \text{гр.5}$$

$$\text{Тоді } \text{гр.4} = \text{гр.1} + \text{гр.2} - \text{гр.3} - \text{гр.5}$$

При перевірці даних виконується логічний і арифметичний контроль.

За товарною групою «м'ясо» зіставляємо залишки, надходження й продажі. Має місце розбіжність: $32 + 30 + 212 = 272$ (залишки й продаж), 270 (надходження). Арифметичний контроль виконуємо за балансовим рівнянням: $32 + 270 = 60 + 212 + 30$, тобто $302 = 302$. Перевіряємо графу 4 (роздрібний продаж): $32 + 270 - 60 - 30 = 212$. Відповіді пов'язані як логічно, так і арифметично.

За товарною групою «олія» звертаємо увагу на гр. 4, показник 900. Перевіряємо, чи виконується балансове рівняння: $20 + 95 = 5 + 900 + 20$. Рівняння не виконується. На основі даних таблиці розраховуємо дані гр. 4: $\text{гр.4} = 20 + 95 - 5 - 20 = 90$. Тепер перевіряємо балансове рівняння: $20 + 95 = 5 + 90 + 20$, тобто $115 = 115$. Воно виконується. Мабуть, при заповненні звіту замість цифри 90 механічно була внесена цифра 900, тобто проставлено зайвий нуль. У гр.4 замість 900 ставимо 90.

За товарною групою «цукор» не виконується балансове рівняння $35 + 215 \neq 13 + 213 + 32$. Перевіряємо розрахунок гр.4: $\text{гр.4} = 35 + 215 - 13 - 32 = 205$. У звіті написано 213, що свідчить про арифметичну помилку. Вносимо виправлення в гр.4: замість 213 записуємо 205.

За товарною групою «кондитерські вироби» балансове рівняння виконується: $55 + 210 = 8 + 197 + 60$, тобто $265 = 265$. Арифметична помилка відсутня.

Далі перевіряємо підсумкові показники звіту за таблицею 1.1, для цього підсумуємо дані за кожним рядком окремо, а потім ув'язуємо їх у балансове рівняння. Результати за гр. 1, 2, 3, 5 розраховані правильно. За гр.4 з урахуванням внесених змін одержимо: $\text{гр.4} = 212 + 90 + 205 + 197 = 704$. Запишемо це число замість 712. Тоді дані взагалі відповідають балансовій схемі: $142 + 790 = 86 + 704 + 142$, тобто $932 = 932$.

Звіт перевірений, виправлення внесені, дані можна використовувати для оперативної й аналітичної роботи.

Завдання для самостійної роботи з теми 1

Варіант 1. Проведіть логічний та арифметичний контроль даних про випуск готової продукції і напівфабрикатів за трьома підприємствами виробничого об'єднання у звітному періоді і внесіть виправлення.

Номер підприємства	Вартість готової продукції, тис. грн	Вартість напівфабрикатів, тис. грн	Разом, тис. грн
1	450	110	560
2	520	90	610
3	700	160	860
Загалом	1570	360	1930

Варіант 2. За даними балансу міжнародного вантажообігу продукту А в звітному періоді (тис. грн) проведіть арифметичний контроль вантажообігу за районами та внесіть виправлення.

Район відправлення	Район прибуття			Всього відправлено
	Цюрупинський	Голопристанський	Білозерський	
Цюрупинський	15	30	20	65
Голопристанський	33	5	15	48
Білозерський	17	21	35	53
Разом прибуло	65	51	50	166

Варіант 3. Виконайте логічний та арифметичний контроль даних про посівні площі озимої пшениці, валовий збір та урожайності у сільгоспідприємствах у поточному році, внесіть виправлення.

Номер сільгоспідприємства	Посівна площа, га	Валовий збір озимої пшениці, ц	Середня врожайність з 1 га
1	460	9500	21,5
2	705	22500	31,5
3	630	15750	25,0
4	880	20240	13,0
Разом	2670	67910	26,0

Варіант 4. Перевірте за допомогою арифметичного контролю наступні дані, отримані зі статистичної звітності про роботу дитячого садка, внесіть виправлення:

а) всього дітей у дитячому садку – 133;

б) у тому числі: у старших групах – 37, у середніх групах – 43, у молодших групах – 58;

в) із числа дітей: хлопчиків – 72, дівчаток – 66.

Варіант 5. Проведіть арифметичний контроль даних про виконання плану випуску продукції, внесіть виправлення.

Назва виробу	План випуску, шт.	Фактично виготовлено, шт.	Виконання плану, %
СМ-1	200	160	90,0
СТ-3	1000	1010	101,0
КС-1	600	660	101,0
СД-5	700	630	93,0
Разом	2500	2460	96,2

ТЕМА 2. СТАТИСТИЧНЕ ЗВЕДЕННЯ ТА ГРУПУВАННЯ

Зведення як другий етап статистичного дослідження – це наукова обробка даних спостереження для подальшого опису статистичної сукупності за узагальнювальними показниками. Суть статистичного зведення полягає в об'єднанні одиниць сукупності в групи, класи, типи.

Групування як основний елемент статистичного зведення – це поділ сукупності масових явищ і процесів громадського життя на типи й групи за найбільш характерними ознаками. Якщо ознаками виступають кількісні показники, то такий вид робіт називають безпосередньо статистичним групуванням.

Групування, що спрямоване на виявлення зв'язку між окремими ознаками досліджуваного явища, називаються *аналітичними*.

Розрізняють *прості* та *комбінаційні групування*. *Простим* називають групування, що проводиться за однією ознакою. У разі поєднання двох і більше ознак групування є *комбінаційним*.

При складанні групувань на основі кількісних ознак визначають *число груп* та *інтервали групування*.

Визначення числа груп проводять математичним шляхом за допомогою формули Стерджеса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N,$$

де n – кількість інтервалів; N – число одиниць сукупності.

Інтервал – це варійовані значення ознаки, що лежать у певних границях. *Нижньою межею інтервалу* називається найменше значення ознаки в інтервалі, а *верхньою межею* – найбільше значення ознаки в інтервалі. *Розмір інтервалу* визначається як різниця між верхньою й нижньою межами інтервалу. Інтервали групування залежно від їх розміру бувають рівні й нерівні.

Розмір рівного інтервалу обчислюють за такою формулою:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

де x_{\max} , x_{\min} – максимальне та мінімальне значення ознаки в сукупності; n – кількість груп.

Інтервали групувань можуть бути *закритими* та *відкритими*.

Закритими називають інтервали, у яких є верхня та нижня межі. У *відкритих інтервалах* зазначена тільки одна межа: верхня – у першого, нижня – в останнього. Наприклад, групи комерційних банків за рівнем доходу працюючих у них співробітників (тис. у. о.): до 1; 1–2, 2–3, 3–4, 4 і більше.

Приклад 2.1. *Комбінаційне й аналітичне групування.* За наведеними у таблиці 2.1 даними про обсяг капіталу та прибуток комерційних банків складіть:

1) комбінаційне групування банків за цими ознаками, утворивши по 3 групи з рівними інтервалами;

2) аналітичне групування, що відображає залежність прибутку банків від суми капіталу.

Таблиця 2.1 – Розподіл комерційних банків за розміром капіталу та прибутку, млн грн

Номер банку	Обсяг капіталу	Прибуток	Номер банку	Обсяг капіталу	Прибуток
1	2	3	1	2	3
1	6,2	4,6	14	6,2	4,7
2	11,9	8,5	15	8,6	7,2
3	7,6	5,3	16	5,4	4,0
4	10,5	8,8	17	7,0	5,8
5	8,1	6,2	18	9,6	7,8
6	8,3	4,1	19	8,1	6,9
7	12,0	8,2	20	5,2	4,3
8	5,1	3,6	21	7,3	6,0
9	7,8	4,1	22	8,2	6,4
10	5,4	3,3	23	5,4	4,1
11	6,4	5,2	24	3,1	2,7
12	8,3	5,8	25	4,4	3,0
13	5,2	3,3	26	3,0	2,2

Розв’язання. 1) Комбінаційне групування виконаємо за двома ознаками: обсяг капіталу банків і їх прибуток. Це дає комбінаційний ряд розподілу з безперервними ознаками, варіації яких незначні. Застосувавши рівні інтервали, визначимо їх ширину та сформуємо інтервали.

Для обсягу капіталу:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{12 - 3}{3} = 3 \text{ млн грн,}$$

інтервали: 3–6, 6–9, 9–12.

Для прибутку: $h = \frac{8,8 - 2,2}{3} = 2,2 \text{ млн грн,}$

інтервали: до 5, 5–7, 7 і більше.

Комбінаційне групування банків подано в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 – Комбінаційне групування банків за обсягом капіталу й прибутку, млн грн

Обсяг капіталу	Прибуток			Разом
	До 4,4	4,4–6,6	6,6 і більше	
3–6	9	–	–	9
6–9	4	8	1	13
9–12	–	–	4	4
Усього	13	8	5	26

Дані таблиці свідчать про наявність прямого зв'язку між сумою капіталу банків і прибутком.

2) Для підтвердження наявності зв'язку між обсягом капіталу (факторна ознака) і прибутком (результативна ознака) використовуємо аналітичне групування (табл. 2.3).

Таблиця 2.3 – Аналітичне групування банків за обсягом капіталу й прибутку, млн грн

Обсяг капіталу	Кількість банків	Прибуток	
		Разом	На 1 банк
3–6	9	30,8	3,4
6–9	13	72,3	5,6
9–12	4	33,4	8,4
Усього	26	136,5	X
У середньому	X	45,5	5,8

Зіставлення групових значень факторної й результативної ознак показує, що прямий зв'язок між ознаками дає можливість визначити інтенсив-

ність змін результативної ознаки. За умови збільшення обсягу капіталу різниця між групами середнього прибутку на 1 банк зростає, що характеризує підвищення впливу факторної ознаки (обсяг капіталу) на результативну ознаку: прибуток для другої групи: $(5,6 - 3,4) = 2,2$ млн грн; для третьої групи: $(8,4 - 5,6) = 2,8$ млн грн.

Завдання для самостійної роботи з теми 2

Варіанти 1, 3. За даними про фондоозброєність та продуктивність праці на підприємствах регіону *складіть*:

1) комбінаційне групування підприємств за цими ознаками, утворивши по три групи з рівними інтервалами; подайте дані графічно, зробіть висновок про наявність і напрямок зв'язку між ознаками;

2) аналітичне групування, яке б показало залежність продуктивності праці від фондоозброєності; визначте ефект впливу фондоозброєності на продуктивність праці.

№ п/п	Фондоозброєність, тис. грн	Продуктивність праці, тис. грн	№ п/п	Фондоозброєність, тис. грн	Продуктивність праці, тис. грн
1	27,2	7,2	13	10,5	7,7
2	27,0	8,9	14	11,4	6,0
3	14,1	4,4	15	19,8	5,7
4	15,6	5,8	16	38,4	8,6
5	50,1	12,3	17	50,1	13,7
6	44,9	14,9	18	29,9	19,5
7	24,8	7,1	19	20,1	6,6
8	30,6	6,4	20	25,0	7,7
9	31,9	10,3	21	30,1	9,4
10	19,9	6,6	22	19,9	5,6
11	34,1	10,2	23	22,5	7,7
12	38,2	5,4	24	30,0	9,7

Варіанти 2, 4. Підприємства міста характеризуються такими даними,

млн грн:

№ п/п	Обсяг виробленої продукції	Прибуток від реалізації	№ п/п	Обсяг виробленої продукції	Прибуток від реалізації
1	2	3	1	2	3
1	5,9	2,4	16	6,5	2,7
2	72	3,9	17	2,0	0,8
3	4,3	2,6	18	3,0	1,0
4	5,6	2,8	19	4,4	2,3
5	2,6	1,7	20	3,1	1,5
6	3,2	1,5	21	7,5	3,9
7	5,9	3,9	22	6,2	3,4
8	6,4	3,5	23	3,0	1,4
9	6,0	4,2	24	3,3	1,9
10	6,5	3,1	25	2,3	0,8
11	2,7	0,9	26	5,5	2,4
12	4,6	1,3	27	6,0	3,5
13	4,4	1,2	28	2,4	0,7
14	5,4	2,6	29	7,6	3,8
15	2,2	0,7	30	4,3	2,5

Складіть:

1) комбінаційне групування підприємств за рівнем прибутку на одне підприємство, утворивши 4 групи з рівними інтервалами; подайте дані графічно, *зробіть* висновки;

2) аналітичне групування залежності прибутку від обсягу виробленої продукції, *зробіть* висновки.

Варіант 5. За наведеними даними про порушення технологічної дисципліни та втрати від браку продукції на 22 сільськогосподарських підприємствах області *складіть*:

1) комбінаційне групування сільськогосподарських підприємств за цими ознаками, утворивши по 3 групи з рівними інтервалами; подайте дані графічно, *зробіть* висновки;

2) аналітичне групування залежності втрат від порушення технологічної дисципліни.

№ п/п	Порушення технологічної дисципліни, %	Втрати від браку продукції, тис. грн	№ п/п	Порушення технологічної дисципліни, %	Втрати від браку продукції, тис. грн
1	1,1	1,2	12	1,6	1,6
2	2,0	1,6	13	2,1	1,7
3	1,4	1,2	14	1,3	1,4
4	1,9	1,5	15	2,0	1,8
5	1,6	1,4	16	2,3	1,6
6	2,4	1,9	17	2,5	2,0
7	1,8	1,4	18	2,7	2,1
8	2,6	2,1	19	2,6	2,0
9	2,0	1,7	20	1,7	1,4
10	1,5	1,2	21	1,5	1,3
11	1,1	1,0	22	2,0	1,5

ТЕМА 3. АБСОЛЮТНІ ТА ВІДНОСНІ СТАТИСТИЧНІ ВЕЛИЧИНИ

Абсолютними величинами в статистиці називають кількісні показники, які визначають рівень, обсяг, чисельність досліджуваних суспільних явищ.

Відносні величини – це узагальнюючі кількісні показники, які виражають співвідношення порівнюваних абсолютних величин.

Класифікація відносних величин

1. *Відносні величини структури* характеризують склад досліджуваної сукупності.

Коефіцієнт, або індекс, структури має вигляд

$$i_{\text{ст}} = \frac{\Delta X}{X} = \frac{f}{\sum f} = d, \quad (3.1)$$

де ΔX – частина абсолютної величини; X – її значення.

2. *Відносні величини динаміки* характеризують зміну соціально-економічного явища в часі.

Коефіцієнт, або індекс, динаміки має вигляд:

$$i_{\text{д}} = \frac{X_1}{X_0}. \quad (3.2)$$

Тут і далі підіндекси означають: 1 – звітний або аналізований період; 0 – минулий або базисний період.

Темп зміни визначається за формулою

$$T = i_{\text{д}} - 1. \quad (3.3)$$

3. *Відносні величини планового завдання та виконання плану* – це види відносних величин, які застосовуються на виробництві.

Індекс планового завдання

$$i_{\text{п.з}} = \frac{X'_1}{X_0}, \quad (3.4)$$

де X'_1 – план аналізованого періоду; X_0 – факт базисного періоду.

Індекс виконання плану розраховують за формулою

$$i_{\text{в.п}} = \frac{X_1}{X'_1}, \quad (3.5)$$

де X_1, X'_1 – значення абсолютної величини за фактом та за планом аналізованого періоду.

Отже, індекс динаміки

$$i_d = i_{п.з} i_{в.п}. \quad (3.6)$$

4. *Відносні величини порівняння* характеризують кількісне співвідношення однойменних показників, що стосуються до різних об'єктів статистичного спостереження.

Коефіцієнт, або індекс, порівняння має вигляд

$$i_{п} = \frac{X_A}{X_B}, \quad (3.7)$$

де А, Б – ознаки порівнюваних об'єктів або територій.

5. *Відносні величини координації* застосовуються для характеристики співвідношення між окремими частинами статистичної сукупності й показують, у скільки разів порівнювана частина сукупності більша чи менша за частину, що приймається як основа або база порівняння.

Коефіцієнт, або індекс, координації

$$i_k = \frac{f}{f_0}, \quad (3.8)$$

де f, f_0 – частина абсолютної величини та її частина, що прийнята за основу (базу).

6. *Відносні величини інтенсивності* показують, наскільки поширене досліджуване явище в тому або іншому середовищі.

Відносна величина інтенсивності має такий вигляд:

$$i_{и} = \frac{X}{Y}, \quad (3.9)$$

де X, Y – різнорідні абсолютні величини для одного періоду часу та однієї території.

Приклад 3.1. Перевести в тонни умовного палива 23,8 млн т нафти з теплою згоряння 45 МДж/кг (стандартна теплота згоряння умовного палива становить 29,3 МДж/кг).

Розв'язання. Розрахуємо коефіцієнт переведення нафти в умовне паливо: $45/29,3 = 1,536$.

З урахуванням даного коефіцієнта об'єм нафти еквівалентний 36,55 млн т у.п. ($23,8 \cdot 1,536$).

Приклад 3.2. Розрахувати індекс і темп зміни, якщо в березні вироблено продукції 138 тонн, а в лютому 108 тонн.

Розв'язання. 1) Індекс зміни (динаміки) за формулою (3.2) становить:
 $i_d = 138/108 = 1,278$ або 127,8 % – зростання, тому що $i_d > 1$.

2) Темп зміни за формулою (3.3) має такий вигляд: $T = i_d - 1 = 1,278 - 1 = 0,278$ або 27,8 % – зростання, тому що $i_d > 0$.

Приклад 3.3. Розрахувати індекси планового завдання, виконання плану й динаміки, якщо випуск продукції у звітному році становить 20 млн грн. На наступний рік планувалося 28 млн грн, а фактично отримано 26 млн грн.

Розв'язання. 1) Індекс планового завдання за формулою (3.4) $i_{п.з} = 28/20 = 1,4$.

2) Індекс виконання плану за формулою (3.5) $i_{в.п} = 26/28 = 0,928$.

3) Індекс динаміки за формулою (3.6) $i_d = 1,4 \cdot 0,928 = 1,3$ або 130 % – зростання, тому що $i_d > 1$.

Приклад 3.4. Сумарний ВВП регіону становить 136,5 млрд грн, з них вироблено товарів на 75,4 млрд грн, виконано послуг на 51,6 млрд грн і зібрано податків 9,5 млрд грн. Розрахувати відносні величини структури та координації, взявши за основу виробництво товарів.

Розв'язання. 1) Індекси структури (частки) за формулою (3.1):

товари $i_{ст} = 75,4/136,5 = 0,552$ або 55,2 %;

послуги $i_{ст} = 51,6/136,5 = 0,378$ або 37,8 %;

податки $i_{ст} = 9,5/136,5 = 0,07$ або 7 %.

Контроль: $0,552 + 0,378 + 0,07 = 1$.

2) Індекси координації за формулою (3.8): послуги $i_k = 51,6/75,4 = 0,684$;

податки $i_k = 9,5/75,4 = 0,126$.

Приклад 3.5. Запаси води в озері Байкал становлять 23000 км³, а в Ладозькому озері – 911 км³. Розрахувати відносні величини порівняння цих озер.

Розв’язання. 1) Індекс порівняння озер Байкал і Ладозького за формулою (3.7) $i_{\pi} = 23000/911 = 25,25$.

2) Індекс порівняння Ладозького озера з Байкалом за формулою (3.7) $i_{\pi} = 911/23000 = 0,0396$ або $1/25,25 = 0,0396$.

Приклад 3.6. Розрахувати відносну величину інтенсивності ВВП у сумі 276611 млн \$ на душу населення в 147 млн осіб.

Розв’язання. Показник інтенсивності за формулою (3.9) $i_{ін} = 276611/147 = 1881,7$ \$/чол.

Завдання для самостійної роботи з теми 3

Для свого варіанта вихідних даних проведіть розрахунок абсолютних і відносних величин.

Варіант 1

1.1. Визначити загальну кількість спожитого умовного палива за такими даними:

Вид палива	Теплотвірна здатність, МДж/кг	Фізична маса, т
Дизельне паливо	41,9	650
Мазут	40,1	500
Вугілля	26,4	450
Разом		

1.2. Розрахувати індекс і темп зміни, якщо у квітні вироблено продукції 97,7 тис. т, а в березні 102 тис. т.

Варіант 2

2.1. Визначити загальне виробництво мийних засобів в умовних тоннах (жирність умовного мийного засобу становить 40 %) за такими даними:

Вид продукту	Жирність, %	Фізична маса, т
Мило господарське	60	500
Мило туалетне	80	1000
Пральний порошок	10	50000
Разом		

2.2. Розрахувати індекси планового завдання, виконання плану й динаміки, якщо випуск продукції у звітному році становить 38,3 тис. од. На наступний рік планувалося випустити 35,6 тис. од., а фактично зроблено 39,5 тис. од.

Варіант 3

3.1. Роздрібний товарообіг регіону відповідно до форм власності характеризується такими даними, млн грн: приватна – 10273; державна – 1446; кооперативна – 2684. Визначити відносні величини структури та координації, взявши за основу приватну власність.

3.2. Розрахувати відносні величини порівняння врожайності пшениці, ц/га, відносно США за таких даних: Казахстан – 7,2; Росія – 14,5; США – 25,3; Китай – 33,2; Нідерланди – 80,1.

Варіант 4

4.1. Визначити відносні величини порівняння за кожним видом дитячого товару при його ціні, руб/од.:

Вид товару	Виробництво	
	Російське	Імпортне
Костюм спортивний	91,0	160,4
Футболка	13,1	19,5
Куртка спортивна	141,7	186,2
Кросівки	62,1	92,3

4.2. Розрахувати відносні величини структури та координації роздрібного товарообігу, млн грн., за видами товарів: продовольчі – 420,7; непродовольчі – 341,9.

Варіант 5

5.1. Визначити відносні величини (показники) інтенсивності при випуску продукції 40 тис. т і наступних статей поточних витрат, млн грн: сировина й матеріали – 33; енергоносії – 13; оплата праці – 4; амортизація – 10; інші видатки – 26.

5.2. Обчислити відносні величини структури та координації зовнішньої торгівлі при експорті й імпорті відповідно 21 і 14 млрд \$.

ТЕМА 4. СЕРЕДНІ ВЕЛИЧИНИ В СТАТИСТИЦІ

Середня величина являє собою узагальнену кількісну характеристику ознаки в статистичній сукупності в конкретних умовах місця й часу.

Для визначення *середньої* в багатьох випадках зручно використовувати *вихідне співвідношення середньої (ВСС)*:

$$\text{ВСС} = \frac{\text{Сумарне значення або обсяг усередненої ознаки.}}{\text{Число одиниць або обсяг сукупності}} \quad (4.1)$$

Існує кілька видів середніх, серед яких найпоширенішими є *середня арифметична та середня гармонічна*.

4.1. Середня арифметична

Середня арифметична проста (незважена) дорівнює сумі окремих значень ознаки, діленої на кількість цих значень.

Окремі значення ознаки називають *варіантами* й позначають через x ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$); кількість одиниць сукупності позначають через n , середнє значення ознаки – через \bar{x} . Отже, *середня арифметична проста*

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}. \quad (4.2)$$

Якщо дані подано у вигляді рядів розподілу або групувань, то середня обчислюється інакше. *Середня арифметична зважена* має вигляд

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum x f}{\sum f}, \quad (4.3)$$

де f – частота повторення ознаки.

4.2. Середня гармонічна

Середня гармонічна величина – це обернена до середньої арифметичної із обернених значень ознак. Як і середня арифметична, вона може бути простою і зваженою.

Середня гармонічна величина проста має вигляд

$$\bar{x} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}. \quad (4.4)$$

Середня гармонічна зважена визначається в такий спосіб:

$$\bar{x} = \frac{z_1 + z_2 + z_3 + \dots + z_n}{\frac{1}{x_1} z_1 + \frac{1}{x_2} z_2 + \frac{1}{x_3} z_3 + \dots + \frac{1}{x_n} z_n} = \frac{\sum z}{\sum \frac{z}{x}}, \quad (4.5)$$

де z – обсяг значень ознаки: $z = x \cdot f$.

Приклад 4.1. Статутний капітал АТ сформований 6 засновниками. Розмір внеску кожного з них становить: 8, 10, 12, 9, 6, 5 млн грн. Розрахувати середній внесок одного засновника.

Розв’язання: $\bar{x} = \frac{\text{сума внесків}}{\text{кількість засновників}} = \frac{8+10+12+9+6+5}{6} = \frac{50}{6} \approx 8,3$ млн грн.

Приклад 4.2. Обчислити середнє виробництво деталей одним робітником за зміну, якщо відомо, скільки деталей виготовив кожен із 15 робітників:

Виробництво деталей за зміну одним робітником x , шт.	Кількість робітників (ваги) f	xf
18	2	36
19	4	76
20	5	100
21	3	63
22	1	22
Всього	15	297

Розв’язання. Середня арифметична зважена

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{297}{15} = 19,8 \approx 20 \text{ шт.}$$

Приклад 4.3. На підприємстві є такі дані про випуск продукції за зміну:

Кількість виробів x , випущених за зміну, шт.	Кількість робітників f , осіб
До 6	12
6–8	32
8–10	40
10–12	16
Більше 12	6

Знайти середню кількість виробів за зміну.

Розв'язання:

Кількість виробів x , випущених за зміну, шт.	Кількість робітників f , осіб
4–6	12
6–8	32
8–10	40
10–12	16
12–14	6

Середня арифметична зважена

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{5 \cdot 12 + 7 \cdot 32 + 9 \cdot 40 + 11 \cdot 16 + 13 \cdot 6}{12 + 32 + 40 + 16 + 6} = \frac{898}{108} = 8,31 \approx 8 \text{ шт.}$$

Приклад 4.4. Для групи КСП є дані про середній надій молока за рік і про валове виробництво молока:

КСП	Середній надій молока від однієї корови за рік, кг	Валовий надій молока, ц
1	3800	30780
2	3520	33440
3	4500	34200
4	3260	27710
5	3850	25410
6	4100	38540
7	3270	26160
Разом	–	216240

Необхідно обчислити середній річний надій для групи КСП.

Розв'язання

КСП	Середній надій молока від однієї корови за рік x , кг	Валовий надій молока z , ц	Поголів'я корів $z \frac{100}{x}$, голів
1	3800	30780	810
2	3520	33440	950
3	4500	34200	760
4	3260	27710	850
5	3850	25410	660
6	4100	38540	940
7	3270	26160	800
Разом	–	216240	5770

Загальний обсяг валового надою становить $\sum z = 216240$, а все поголів'я корів $\sum \frac{z}{x} = 5770$ голів. Тоді обчислення середньої виконують за формулою середньої гармонічної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum z}{\sum \frac{z}{x}} = \frac{216240}{5770} = 3747 \text{ кг.}$$

Таким чином, середній надій молока від корови за рік для групи КСП дорівнює 3747 кг.

Приклад 4.5. Відомі такі дані про виробництво товару:

Група робітників	Усього виготовлено за місяць z , шт.	Середня продуктивність одного робітника x , шт.
1	2784	232
2	5720	286
3	8100	324

Визначте середню продуктивність усіх робітників підприємства.

Розв'язання: $\bar{x} = \frac{\sum z}{\sum x} = \frac{2784 + 5720 + 8100}{\frac{2784}{232} + \frac{5720}{286} + \frac{8100}{324}} = \frac{16604}{12 + 20 + 25} = \frac{16604}{57} = 291 \text{ шт.}$

Завдання для самостійної роботи з теми 4

Для свого варіанта вихідних даних проведіть розрахунок середніх величин.

Варіант 1

1.1. Визначте середній стаж робітників

Стаж, років	До 4	4–8	8–12	12–16	16–20	Всього
Число робітників, % від загального числа	12	18,5	30,4	26	13,1	100

1.2. Витрати виробництва та собівартість одиниці продукції за трьома заводами характеризуються такими даними:

Номер заводу	Витрати виробництва, тис. грн	Собівартість одиниці продукції, грн
1	200	20
2	460	23
3	110	22

Визначити середню собівартість виробу за трьома заводами.

Варіант 2

2.1. Визначте середню кількість слів у зареєстрованих за добу телеграмах й обґрунтуйте вибір виду середньої за такими даними:

Кількість слів	до 4	4–8	8–12	12–16	16–20	20–24
Кількість телеграм	55	92	148	104	67	34

2.2. Якість продукції підприємства характеризується такими даними (за місяць):

Вид продукції	Брак, %	Вартість бракованої продукції, грн
А	1,3	2135
Б	0,9	3560
В	2,4	980

Визначити середній відсоток браку в цілому по підприємству.

Варіант 3

3.1. Визначте середній розмір житлової площі для групи родин за результатами вибіркового спостереження та обґрунтуйте вибір виду середньої за таких даних:

Група родин за розміром житлової площі на одного члена родини, кв.м	до 5	5–7	7–9	9–11	11–13	13–15
Кількість родин	12	25	34	40	52	37

3.2. Виробнича діяльність одного з відділень корпорації за місяць характеризується такими даними:

Підприємство	Загальні витрати на виробництво, тис. грн	Витрати на 1 грн зробленої продукції, коп.
1	2323,4	75
2	8215,9	71
3	4420,6	73
4	3525,3	78

Визначити середні витрати на 1 грн виробленої продукції в цілому за відділенням.

Варіант 4

4.1. Розподіл робочих підприємства за віком дало такі результати:

Групи робітників за віком, років	До 20	20–30	30–40	40–50	Старше 50
Число робітників	48	120	75	62	54

Визначте середній вік робітників

4.2. Визначте середнє виробництво продукції на одного робітника за даними:

Номер бригади	Зроблено продукції, шт.	
	Усього	На 1 робітника
1	12700	127
2	13600	113
3	14000	175

Варіант 5

5.1. Розподіл робітниць фабрики за виробітком дало такі результати:

Середній виробіток, пог. м	До 50	50–52	52–54	54–56	56 і більше
Число робітниць	5	10	19	11	8

Визначте середній виробіток

5.2. Визначити середню дальність поїздки пасажера в цілому за 4 регіонами.

Регіон	Пасажирооборот, млн пасажиро-км	Середня дальність поїздки одного пасажера, км
1	3780	3,5
2	8320	4
3	9600	4,2
4	11250	4,7

ТЕМА 5. ВАРІАЦІЙНІ РЯДИ ТА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Ряд розподілу – це впорядкований розподіл одиниць сукупності на групи за певною ознакою.

Варіаційним рядом називається ряд розподілу, побудований за кількісною ознакою.

Варіаційний ряд характеризується двома основними елементами:

Варіанта – це значення або інтервал значень показника x_i , що варіюється.

Частота – це кількість окремих варіант f_i .

У співвідношенні варіант і частот проявляється *закономірність розподілу*, яка описується різними статистичними показниками:

- ✓ частотними;
- ✓ центра розподілу;
- ✓ центра варіації;
- ✓ форми розподілу.

5.1 Частотні показники

Частотними показниками будь-якого ряду розподілу є абсолютна чисельність i -ї групи – частота f_i , відносна частота – частість d_i , де

$$\sum_{i=1}^m f_i = n; \sum_{i=1}^m d_i = 1.$$

Кумулятивна (накопичена) частота S_i (частість S_d) характеризує обсяг сукупності зі значеннями варіантів, що не перевищують X_i . Кумулятивні частотні показники утворюються послідовним підсумовуванням абсолютних або відносних частот, наприклад: $S_1 = f_1$; $S_2 = f_1 + f_2$; $S_3 = f_1 + f_2 + f_3$.

5.2. Показники центра розподілу

До показників центра розподілу відносять *середню, моду й медіану*.

Мода – це значення ознаки, що найчастіше зустрічається в досліджуваній сукупності, тобто варіанта, що у ряді розподілу має найбільшу частоту (частість).

У *дискретному ряді* мода визначається візуально за максимальною частотою або частістю.

Мода в інтервальному ряду може бути розрахована аналітично за формулою

$$M_o = x_0 + h_0 \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})},$$

де x_0, h_0 – нижня границя й ширина модального інтервалу відповідно; $f_{M_o}, f_{M_o-1}, f_{M_o+1}$ – частоти модального, попереднього перед модальним і наступного за модальним інтервалів відповідно.

Медіана – це значення ознаки в сукупності, що ділить ранжирований ряд навпіл: половина варіант має значення, менші за медіани, а половина – значення, більші за медіани.

У дискретному ряді медіаною буде значення ознаки, для якого кумулятивна частота S_i дорівнює або перевищує половину обсягу сукупності

$$\sum_{i=1}^m f_i \text{ або кумулятивна частість } S_d \geq 0,5.$$

В інтервальному ряду таким способом визначається медіанний інтервал. Конкретне значення медіани обчислюється за формулою

$$M_e = x_0 + h_e \cdot \frac{0,5 \sum_{j=1}^m f_j - S_{M_e-1}}{f_{M_e}},$$

де x_0 – нижня границя медіанного інтервалу; h_e – значення медіанного інтервалу; f_{M_e} – частота медіанного інтервалу; S_{M_e-1} – накопичена частота в інтервалі, що передує медіанному інтервалу.

Приклад 5.1. Відома чисельність працюючих за 50 обстеженими приватними підприємствами:

7	5	5	3	6	9	7	8	10	7
6	7	6	8	7	8	9	6	3	8
9	8	7	5	6	3	7	10	5	6
7	6	9	3	8	5	9	7	10	5
3	8	7	8	6	7	5	6	8	7

Потрібно побудувати дискретний ряд і визначити його характеристики.

Розв'язання:

Варіанта	Частота f	Частість d	Накопичена частота S_i	Накопичена частість S_d
3	5	0,1	5	0,1
5	7	0,14	12	0,24
6	9	0,18	21	0,42
7	12	0,24	33	0,66
8	9	0,18	42	0,84
9	5	0,1	47	0,94
10	3	0,06	50	1
Разом	50	1	–	–

Отже,

$$M_o = 7; M_e = 7;$$

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 9 + 7 \cdot 12 + 8 \cdot 9 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 3}{50} = \frac{335}{50} = 6,7.$$

Приклад 5.2. За даними прикладу 5.1 побудувати інтервальний ряд і визначити його характеристики.

Розв'язання. Розмір інтервалу: $h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg N} = \frac{10 - 3}{1 + 3,322 \lg 50} \approx 1.$

Межі груп	Частота f	Частість d	Накопичена частота S_i	Накопичена частість S_d
3–4	5	0,1	5	0,1
4–5	0	0	5	0,1
5–6	7	0,14	12	0,24
6–7	9	0,18	21	0,42
7–8	12	0,24	33	0,66
8–9	9	0,18	42	0,84
9–10	5	0,1	47	0,94
10 і більше	3	0,06	50	1
Разом	50	1	–	–

Таким чином,

$$Mo = x_0 + h_0 \cdot \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{2f_{Mo} - f_{Mo+1} - f_{Mo-1}};$$

$$Mo = 7 + 1 \cdot \frac{12 - 9}{2 \cdot 12 - 9 - 9} = 7 + \frac{3}{6} = 7,5;$$

$$Me = x_0 + h_e \cdot \frac{0,5 \sum_1^m f_j - S_{Me-1}}{f_{Me}};$$

$$Me = 7 + 1 \cdot \frac{0,5 \cdot 50 - 21}{12} = 7 + \frac{4}{12} = 7 \frac{1}{3}.$$

Приклад 5.3. За даними ряду розподілу устаткування металургійного комбінату за роками визначити середню, моду та медіану:

Вікова група устаткування, років	Кількість одиниць устаткування f	x	xf	Накопичена частота S
До 4	10	2	20	10
4–8	25	6	150	35
8–12	45	10	450	80
12 і більше	20	14	280	100
Разом	100	–	900	–

Розв’язання. Знаходимо середню: $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{900}{100} = 9$ років.

Потім обчислюємо моду й медіану:

$$Mo = x_0 + h_0 \cdot \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{2f_{Mo} - f_{Mo+1} - f_{Mo-1}} = 8 + 4 \frac{45 - 25}{(45 - 25) + (45 - 20)} \approx 9,8 \text{ років};$$

$$Me = x_0 + h_e \cdot \frac{0,5 \sum_1^m f_j - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 8 + 4 \frac{50 - 35}{45} \approx 9,3 \text{ років}.$$

Завдання для самостійної роботи з теми 5

Для свого варіанта вихідних даних проведіть розрахунок середньої величини, моди й медіани.

Варіант 1. Розподіл торговельних фірм за розміром місячного товарообігу відображають такі дані:

Товарообіг, млн грн	До 5	5–10	10–15	15–20	20–25	25 і більше	Всього
Число фірм	20	26	20	14	10	10	100

Визначте середній розмір місячного товарообігу на одну фірму, його модальне та медіанне значення.

Варіант 2. За даними контрольної перевірки надою молока визначте середні, модальний і медіанний рівні добової продуктивності корів:

Добовий надій, л	До 14	14–16	16–18	18–20	20–22	Всього
Число корів	15	45	70	120	50	300

Варіант 3. Розподіл робітниць фабрики за виробництвом тканини дав такі результати:

Середня продуктивність робітниць, пог. м	До 50	50–52	52–54	54–56	56 і більше
Кількість робітниць	5	10	19	11	8

Визначте середнє, модальне й медіанне значення середньої продуктивності.

Варіант 4. Визначте середній стаж робітників і його модальний та медіанний рівні:

Стаж, років	До 5	5–10	10–15	15–20	20–25	25 і більше	Всього
Кількість робітників	120	185	304	260	131	100	1100

Варіант 5. Визначте середній стаж робітників і його модальний та медіанний рівні:

Стаж, років	До 4	4–8	8–12	12–16	16–20	Всього
Число робітників, % від загального числа	12,0	18,5	30,4	26,0	13,1	100

ТЕМ 6. ПОКАЗНИКИ ВАРІАЦІЇ

Варіації – це розходження індивідуальних значень ознаки в сукупності.

Для вимірювання й оцінки варіації використовують *абсолютні й відносні показники* (табл. 6.1).

Таблиця 6.1 – Абсолютні та відносні показники

Показник	Формула	Показник	Формула
Абсолютні показники		Відносні показники	
Розмах	$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (6.1)$	Коефіцієнт осциляції	$K_o = \frac{R}{\bar{X}} \cdot 100\% \quad (6.6)$
Середнє лінійне відхилення	$d = \frac{\sum X_i - \bar{X} }{n}; \quad (6.2)$ $d = \frac{\sum X_i - \bar{X} f_i}{\sum f_i}$	Лінійний коефіцієнт варіації	$K_d = \frac{d}{\bar{X}} \cdot 100\% \quad (6.7)$
Дисперсія	$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}; \quad (6.3)$ $\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i} \quad (6.4)$	–	–
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (6.5)$	Квадратичний коефіцієнт варіації	$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\% \quad (6.8)$

Приклад 6.1. Є такі дані про вік 21 студента ($N = 21$): $X = 28, 36, 30, 22, 22, 40, 29, 27, 21, 23, 35, 30, 32, 33, 29, 37, 29, 39, 23, 22, 22$ років. Потрібно визначити середній вік студента й установити його типовість або нетиповість за допомогою лінійного та квадратичного коефіцієнтів варіації.

Розв’язання. Оскільки дані не впорядковані, то середній вік визначимо як *просте середнє арифметичне* значення:

$$\bar{X} = (28 + 36 + 30 + \dots + 23 + 22 + 22)/21 = 29 \text{ років.}$$

Для застосування формули *середньої арифметичної зваженої* побудуємо *дискретний ряд розподілу*, як показано в табл. 6.2.

Таблиця 6.2 – Первинне або дискретне групування даних

X_i	21	22	23	27	28	29	30	32	33	35	36	37	39	40	$\sum f$
f_i	1	4	2	1	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	21

Тоді середній вік студента (*середнє арифметичне зважене*) буде таким:

$$\bar{X} = (21 \cdot 1 + 22 \cdot 4 + 23 \cdot 2 + \dots + 37 \cdot 1 + 39 \cdot 1 + 40 \cdot 1) / 21 = 29 \text{ років.}$$

Хоча результат і виявився однаковим, але первинне групування дає чіткіше уявлення про структуру статистичної сукупності. У даному прикладі це вікова структура групи студентів. До того ж вона дозволяє перейти до визначення лінійного коефіцієнта варіації.

Так, за формулою (6.2) *середнє лінійне відхилення зважене*

$$d = \frac{\sum |X_i - \bar{X}| f_i}{\sum f_i} = 4,857 \text{ років,}$$

а *лінійний коефіцієнт варіації* за формулою (6.7)

$$K_d = \frac{d}{\bar{X}} \cdot 100 \% = 4,857 / 29 = 0,168.$$

Висновок: середній вік 29 років є типовим для розглянутої групи студентів, тому що розрахунковий коефіцієнт варіації виявився меншим від його критеріального значення ($0,168 \leq 0,333$) (*варіація кількісно однорідна, якщо коефіцієнт варіації не перевищує 33 %*).

Додатково визначається коефіцієнт осциляції, для чого попередньо за формулою (6.1) знаходимо *розмах варіації*:

$$R = 40 - 21 = 19 \text{ (років).}$$

Значить, за формулою (6.6) *коефіцієнт осциляції*

$$k = 19 / 29 = 0,655.$$

Для знаходження квадратичного коефіцієнта варіації побудуємо *інтервальний ряд розподілу*, використовуючи *формулу Стерджеса* для визначення оптимальної кількості інтервалів n . Ця формула має вигляд

$$n = 1 + 3,322 \lg N \quad (6.9)$$

і дозволяє потім знаходити необхідний розмах інтервалу як відношення

$$\Delta X_I = R / n. \quad (6.10)$$

Підставляючи дані з прикладу 6.1 у (6.9), знаходимо кількість інтервалів:

$$n = 1 + 3,322 \lg 21 = 1 + 3,322 \cdot 1,322 = 5,4.$$

Оскільки кількість інтервалів не може бути дробовою, то її потрібно округлити до найближчого цілого числа (за правилами округлення), тобто потрібно прийняти 5 інтервалів.

За формулою (6.10) розмах інтервалу буде таким: $19/5 = 3,8$, тобто 3,8 роки. Інтервальне групування даних наведене в першому стовпці табл. 6.3, що містить також алгоритм і проміжні розрахунки.

Таблиця 6.3 – Проміжні розрахунки за інтервальним групуванням даних

X_i , років	f_i	X_I	$X_I f_i$	$X_I - \bar{X}$	$(X_I - \bar{X})^2$	$(X_I - \bar{X})^2 f_i$
До 24,8	7	22,9	160,3	-6,333	40,111	280,7778
24,8–28,6	2	26,7	53,4	-2,533	6,418	12,83556
28,6–32,4	6	30,5	183	1,267	1,604	9,626667
32,4–36,2	3	34,3	102,9	5,067	25,671	77,01333
36,2–40	3	38,1	114,3	8,867	78,618	235,8533
Разом	21	–	613,9	–	–	616,1067

За даними табл. 6.3 визначають такі характеристики, як *середній вік* (*середнє арифметичне зважене*):

$$\bar{X} = 613,9/21 = 29,2333 \text{ років.}$$

Як бачимо, результат трохи відрізняється від попереднього, що викликано неминучим округленням розрахункової кількості інтервалів. Чим більша кількість інтервалів і менший їх розмах, тим меншою буде різниця в результатах.

Потім за формулою (6.4) визначаємо *зважену дисперсію відхилень*:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i} = 616,1067/21 = 29,3384 \text{ років}^2.$$

Далі знаходимо *середнє квадратичне відхилення*:

$$\sigma = \sqrt{29,3384} = 5,4165 \text{ років.}$$

I, нарешті, за формулою (6.8) розраховуємо *квадратичний коефіцієнт варіації*:

$$V = 5,4165 / 29,2333 = 0,185.$$

За значенням цього коефіцієнта роблять висновок про типовість середнього віку 29,23 років для розглянутої групи студентів, тому що розрахункове значення коефіцієнта варіації не перевищує критеріального ($0,185 < 0,333$).

Приклад 6.2. За даними ряду розподілу устаткування металургійного комбінату за роками визначити структурні середні та показники варіації:

Вікова група устаткування, років	Кількість одиниць устаткування f	x	xf	Накопичена частота S
До 4	10	2	20	10
4–8	25	6	150	35
8–12	45	10	450	80
12 і більше	20	14	280	100
Усього	100	–	900	–

Розв’язання: $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{900}{100} = 9$ років;

$$Mo = x_0 + h_o \cdot \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{2f_{Mo} - f_{Mo+1} - f_{Mo-1}} = 8 + 4 \frac{45 - 25}{(45 - 25) + (45 - 20)} \approx 9,8 \text{ років};$$

$$Me = x_0 + h_e \cdot \frac{0,5 \sum_1^m f_j - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 8 + 4 \frac{50 - 35}{45} \approx 9,3 \text{ років}.$$

Обчислимо такі показники варіації, як середнє лінійне відхилення, дисперсію, середнє квадратичне відхилення й коефіцієнт варіації.

Дані для розрахунку показників варіації подано в таблиці:

x	f	$x - \bar{x}$ ($\bar{x} = 9$)	$ x - \bar{x} f$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$
2	10	-7	70	49	490
6	25	-3	75	9	225
10	45	1	45	1	45
14	20	5	100	25	500
Усього	100	-	290	-	1260

Обчислимо показники варіації:

- середнє лінійне відхилення

$$d = \frac{\sum (X_i - \bar{X}) f_i}{\sum f_i} = \frac{290}{100} = 2,9 \text{ років;}$$

- дисперсію

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{1260}{100} = 12,6 \text{ років;}$$

- середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{12,6} = 3,6 \text{ років;}$$

- коефіцієнт варіації

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100 \% = \frac{3,6}{9} 100 = 40,0 \% .$$

Висновок. Обчислені мода й медіана дозволяють знайти середні значення варіант варіаційного ряду з відкритими крайніми інтервалами. Показники варіації дозволяють дати оцінку відхилень варіацій від середнього. Значення коефіцієнта варіації свідчить про те, що розглянута сукупність кількісно не однорідна, тому що $V_\sigma > 33 \%$.

Завдання для самостійної роботи з теми 6

Для свого варіанта вихідних даних проведіть розрахунок середніх величин і показників варіації.

Варіант 1. Є такі дані про місячний заробіток громадян: $X_i = 1500, 100, 4000, 2500, 100, 3000, 2000, 2700, 400, 1000, 800, 700, 1500, 2200, 700, 500, 800, 500, 800, 100, 6000, 2500, 3000, 1000$ у. о. *Визначити* середній заробіток і встановити його типовість або нетиповість за допомогою лінійного й квадратичного коефіцієнтів варіації.

Варіант 2. Є такі дані про витрати часу студентами на дорогу до місця навчання: $X_i = 40, 35, 15, 20, 25, 60, 45, 50, 35, 20, 25, 40, 18, 65, 70, 15, 32, 38, 20, 25, 15, 35, 40, 22, 30$ хв. *Визначити* середні витрати часу на дорогу й установити їх типовість або нетиповість за допомогою лінійного й квадратичного коефіцієнтів варіації.

Варіант 3. Є такі дані про чистий прибуток підприємств району: $X_i = 4, 6, 9, 4, 7, 6, 8, 12, 8, 9, 6, 5, 7, 7, 8, 10, 11, 5, 6, 3, 7, 8, 7, 5, 4$ млн грн. *Визначити* середній чистий прибуток і встановити його типовість або нетиповість за допомогою лінійного й квадратичного коефіцієнтів варіації.

Варіант 4. Є такі дані про середньоспискову чисельність акціонерних товариств: $X_i = 250, 320, 410, 380, 450, 500, 540, 580, 650, 720, 830, 1000, 1100, 380, 450, 800, 650, 450, 800, 750, 450, 450, 800$ осіб. *Визначити* середньоспискову чисельність і встановити її типовість або нетиповість за допомогою лінійного й квадратичного коефіцієнтів варіації.

Варіант 5. Є такі дані про тижневий виторг магазинів: $X_i = 20, 35, 60, 80, 72, 68, 96, 105, 112, 124, 20, 60, 80, 45, 56, 130, 45, 60, 80, 45, 50, 80, 96, 72, 75, 45, 50, 60, 120, 100$ тис. грн. *Визначити* середній виторг і встановити його типовість або нетиповість за допомогою лінійного й квадратичного коефіцієнтів варіації.

ТЕМА 7. ПОКАЗНИКИ АСИМЕТРІЇ ТА ЕКСЦЕСУ

7.1. Моменти розподілу

Для аналізу варіаційних рядів використовуються такі характеристики, як *моменти розподілу*. *Момент розподілу k -го порядку* – це середня арифметична k -го степеня відхилень окремих значень варіант від якої-небудь постійної величини A :

$$M_k = \frac{\sum (X_i - A)^k f_i}{\sum f_i}. \quad (7.1)$$

Якщо $A = 0$, то момент – початковий, якщо $A = \bar{X}$, то момент – центральний.

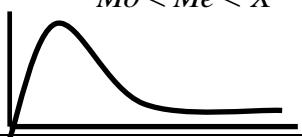
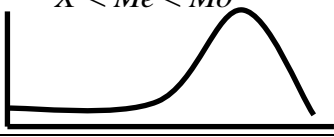
У ряді випадків, коли необхідно порівнювати моменти для різних рядів, розраховують *нормовані моменти*. *Нормовані моменти* – це відповідні моменти, що діляться на середньоквадратичні відхилення (СКВ) в k -му степені.

Варіаційний ряд, крім характеристик центра та розкиду, може бути описаний показниками, що визначають форму розподілу. До таких показників належать *показники асиметрії та ексцесу*.

7.2. Асиметрія

Показники асиметрії подано у табл. 7.1.

Таблиця 7.1 – Показники асиметрії

Показники асиметрії A_s	Правостороння асиметрія $M_o < M_e < \bar{X}$	Лівостороння асиметрія $\bar{X} < M_e < M_o$
1. Показник Пірсона: $\frac{\bar{X} - M_o}{\sigma}$	 додатне значення	 від'ємне значення
2. Показник Ліндберга: $W^* - 50$	від'ємне значення	додатне значення
3. Нормований момент 3-го порядку: $\frac{\mu_3}{\sigma^3}$	додатне значення	від'ємне значення

* W – це частка значень ознаки, що перевищують \bar{X} .

Найчастіше застосовують такий показник асиметрії, як *нормований центральний момент 3-го порядку*:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \quad (7.2)$$

де $\mu_3 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^3 f_i}{\sum f_i}$.

Асиметрія вважається істотною, якщо $\frac{|A_s|}{\sigma_{AS}} > 3$, де

$$\sigma_{AS} = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} - \text{СКВ асиметрії. Для симетричного розподілу мода,}$$

медіана й середня арифметична збігаються, показник асиметрії дорівнює нулю.

7.3. Екссес

Екссес – це показник гостро- або пласковершинності розподілу.

Виділяють такі **показники екссесу**:

1. Показник Ліндберга: $E_X = P - 38,29$, де P – це частка варіант, що потрапляють в інтервал $X \pm \sigma/2$ (у відсотках).

2. Показник, заснований на нормованому центральному моменті 4-го порядку: $E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$.

Приклад 7.1. Розподіл родин міста за числом дітей характеризується такими даними:

Число дітей у родині	0	1	2	3	4	5	Разом
Число родин, % до підсумку	10	26	29	17	13	5	100

Визначте коефіцієнти асиметрії й екссесу, використовуючи центральні моменти перших чотирьох порядків. Зробіть висновки.

Розв'язання. Складемо таблицю:

Число дітей у родині x	Число родин f_i , % до підсумку	Xf_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$	$(x_i - \bar{x})^3 f_i$	$(x_i - \bar{x})^4 f_i$
A	1	3	4	5	6	7
0	10	0	-2,12	44,944	95,2813	201,9963
1	26	26	-1,12	32,6144	36,5281	40,9115
2	29	58	-0,12	0,4176	0,05011	0,006013
3	17	51	0,88	13,1648	11,58502	10,19482
4	13	52	1,88	45,9472	86,38074	162,3958
5	5	25	2,88	41,472	119,4394	343,9854
Разом	100	212	-	178,56	349,26	759,4898

1) Знайдемо середнє арифметичне (графа 3):

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{212}{100} = 2,12.$$

2) Обчислимо дисперсію, тобто центральний момент другого порядку (графа 5):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{178,56}{100} = 1,7856.$$

3) Знайдемо середнє квадратичне відхилення (стандарт):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,7856} = 1,336.$$

4) Визначимо центральний момент третього порядку (графа 6):

$$\mu_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} = \frac{349,26}{100} = 3,49.$$

5) Визначимо нормований момент третього порядку:

$$A_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{3,49}{1,336^3} = 1,46.$$

6) Знайдемо моду для знаходження коефіцієнта асиметрії Пірсона:

$$Mo = 2.$$

7) Розрахуємо коефіцієнт асиметрії Пірсона:

$$A_s = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{2,12 - 2}{1,336} = 0,09.$$

8) Обчислимо центральний момент четвертого порядку (графа 7):

$$M_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f} = \frac{759,5}{100} = 7,595.$$

9) Визначимо нормований момент четвертого порядку:

$$A_4 = \frac{M_4}{\sigma^4} = \frac{7,595}{1,336^4} = 2,38.$$

10) Знайдемо ексцес розподілу:

$$E_x = A_4 - 3 = 2,38 - 3 = -0,62.$$

Оскільки $E_x < 0$, то розподіл пласковершинний.

Приклад 7.2. Визначити коефіцієнт асиметрії й ексцесу, а також нормовані моменти третього й четвертого порядку за даними про розподіл магазинів за розміром товарообігу.

Розв'язання. Складаємо таблицю:

Групи магазинів за розміром товарообігу x , млн грн	Число магазинів f_i	Середина інтервалу X_i	$X_i f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$	$(x_i - \bar{x})^3 f_i$	$(x_i - \bar{x})^4 f_i$
А	1	2	3	4	5	6	7
50–60	7	55	385	-12,2	1039,746	12671,91	154438,8
60–70	15	65	975	-2,2	71,77734	157,0129	343,4658
70–80	6	75	450	7,8	366,2109	2861,023	22351,74
80–90	4	85	340	17,8	1269,141	22606,57	402679,5
Разом	32	–	2150	–	2746,88	38277	579184,18

1) Обчислимо середнє арифметичне (графа 3):

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{2150}{32} = 67,2 \text{ млн грн.}$$

2) Знайдемо дисперсію, тобто центральний момент другого порядку (графа 5):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{2746,88}{32} = 85,84.$$

3) Знайдемо середнє квадратичне відхилення (стандарт):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{85,84} = 9,265.$$

4) Визначимо центральний момент третього порядку (графа 6):

$$\mu_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f} = \frac{38277}{32} = 1196,16.$$

5) Визначимо нормований момент третього порядку:

$$A_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{1196,16}{9,265^3} = 15,04.$$

6) Обчислимо моду для знаходження коефіцієнта асиметрії Пірсона:

$$Mo = 60 + 10 \frac{15 - 7}{2 \cdot 15 - 7 - 6} = 64,71 \text{ млн грн.}$$

7) Знайдемо коефіцієнт асиметрії Пірсона:

$$A_s = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{67,19 - 64,71}{9,265} = 0,268.$$

У цьому випадку асиметрія невелика й скошеність правостороння.

8) Визначимо центральний момент четвертого порядку (графа 7):

$$M_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f} = \frac{579184,18}{32} = 18099,51.$$

9) Знайдемо нормований момент четвертого порядку:

$$A_4 = \frac{M_4}{\sigma^4} = \frac{18099,51}{9,265^4} = 2,456.$$

10) Визначимо ексцес розподілу:

$$E_x = A_4 - 3 = 2,456 - 3 = -0,544.$$

Оскільки $E_x < 0$, то розподіл пласковершинний.

Завдання для самостійної роботи з теми 7

За даними завдання до теми 5 визначити показники асиметрії та ексцесу.

ТЕМА 8. ПРАВИЛО ДОДАВАННЯ ДИСПЕРСІЙ

Правило додавання дисперсій записується у вигляді такого рівняння:

$$\sigma^2 = \delta^2 + \bar{\sigma}^2, \quad (8.1)$$

де σ^2 – загальна дисперсія; δ^2 – міжгрупова дисперсія; $\bar{\sigma}^2$ – середня з групових дисперсій. *Загальна дисперсія* σ^2 вимірює варіацію результативної ознаки в цілому за сукупністю під впливом усіх факторів, які зумовлюють цю варіацію.

Міжгрупова дисперсія δ^2 характеризує варіацію ознаки у за рахунок фактора x , покладеного в основу групування, і розраховується за формулою

$$\delta^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (\bar{y}_j - \bar{y})^2 f_j}{\sum_{j=1}^m f_j}, \quad (8.2)$$

де \bar{y}_j , \bar{y} – відповідно середня j -ї групи та загальна середня варіюючої ознаки; f_j – чисельність одиниць (частота) j -ї групи; m – кількість груп.

Внутрішньогрупова дисперсія характеризує варіацію результативної ознаки за рахунок інших факторів, не врахованих у групуванні:

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (y_j - \bar{y}_j)^2}{f_j}. \quad (8.3)$$

Для всіх груп у цілому розраховується *середня з групових дисперсій*:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum_{j=1}^m \sigma_j^2 f_j}{\sum_{j=1}^m f_j}. \quad (8.4)$$

Правило додавання дисперсій для частки має вигляд

$$\sigma_p^2 = \bar{\sigma}_p^2 + \delta_p^2, \quad (8.5)$$

де $\sigma_p^2 = \bar{p}(1 - \bar{p})$ – загальна дисперсія; $\bar{p} = \frac{\sum p_j n_j}{\sum n_j}$ – середнє значення част-

ки; $\bar{\sigma}_p^2 = \frac{\sum \sigma_{pj}^2 n_j}{\sum n_j}$ – середня з групових дисперсій; $\sigma_{pj}^2 = p_j(1 - p_j)$ – внутріш-

ньогрупові дисперсії; $\delta_p^2 = \frac{\sum (p_j - \bar{p})^2 n_j}{\sum n_j}$ – міжгрупова дисперсія.

Приклад 8.1. Є такі дані про робітників однієї з бригад:

Тарифний розряд	Число робітників	Денний виробіток деталей одним робітником, шт.
3	2	100, 120
4	4	120, 120, 140, 160
5	5	140, 160, 170, 180, 200

Визначте за цими даними:

- внутрішньогрупову дисперсію з виробітку деталей одним робітником, що має даний розряд;
- середню із внутрішньогрупових дисперсій за трьома групами робітників;
- міжгрупову дисперсію;
- загальну дисперсію виробітку робітників цієї бригади;
- тісноту зв'язку між групувальними та результативним ознаками.

Розв'язання. 1) Для розрахунку внутрішньогрупових дисперсій обчислимо середні за кожною групою:

$$\bar{x}_1 = \frac{100 + 120}{2} = 110 \text{ шт.}; \quad \bar{x}_2 = \frac{100 + 120 + 140 + 160}{4} = 135 \text{ шт.};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{140 + 160 + 170 + 180 + 200}{5} = 170 \text{ шт.}$$

2) Розрахуємо внутрішньогрупові дисперсії:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_1^{f_i} (x_i - \bar{x})^2}{f_i} = \frac{(100 - 110)^2 + (120 - 110)^2}{2} = \frac{200}{2} = 100;$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(120 - 135)^2 + (120 - 135)^2 + (140 - 135)^2 + (160 - 135)^2}{4} = \frac{1100}{4} = 275;$$

$$\sigma_3^2 = \frac{(140 - 170)^2 + (160 - 170)^2 + (170 - 170)^2 + (180 - 170)^2 + (200 - 170)^2}{5} = \frac{2000}{5} = 400.$$

3) Визначимо середню з внутрішньогрупових дисперсій:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum_1^{m_i} \sigma_i^2 f_i}{\sum_i^m f_i} = \frac{100 \cdot 2 + 275 \cdot 4 + 400 \cdot 5}{11} = \frac{3300}{11} = 300 \text{ шт.}$$

4) Обчислимо загальне середнє значення для розрахунку міжгрупової дисперсії:

$$\bar{x}_3 = \frac{\sum_1^{m_i} \bar{x}_i f_i}{\sum_i^m f_i} = \frac{110 \cdot 2 + 135 \cdot 4 + 170 \cdot 5}{11} = \frac{1610}{11} = 146,4 \text{ шт.}$$

5) Знайдемо міжгрупову дисперсію:

$$\bar{\delta}^2 = \frac{\sum_1^{f_i} (\bar{x}_i - \bar{x}_3)^2}{\sum_1^m f_i} = \frac{(110 - 146,4)^2 2 + (135 - 146,4)^2 4 + (170 - 146,4)^2 5}{11} = \frac{5954,56}{11} = 541,3.$$

6) Визначимо загальну дисперсію звичайним способом:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x}_3)^2}{n} = \frac{(100 - 146,4)^2 + (120 - 146,4)^2 + \dots + (200 - 146,4)^2}{11} = \frac{9254,56}{11} = 841,3.$$

7) Перевіримо отриманий результат, обчисливши загальну дисперсію за правилом додавання дисперсій:

$$\sigma^2 = \delta^2 + \bar{\sigma}^2 = 541,3 + 300 = 841,3.$$

8) Визначимо емпіричне кореляційне відношення:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{541,3}{841,3}} = 0,64.$$

Висновок: між денним виробітком деталей та кваліфікацією робітників існує середній статистичний зв'язок.

Приклад 8.2. Визначте групові дисперсії, середню з групових, міжгрупову й загальну дисперсії частки за даними, що характеризує чисельність студентів усіх форм навчання й питому вагу випускників денної форми навчання, що отримали дипломи з відзнакою за вузами міста:

Вуз	Чисельність студентів усіх форм навчання, осіб	Питома вага випускників денної форми навчання, що одержали дипломи з відзнакою, %
1	1500	13
2	3250	35
3	2140	25
4	1150	12
Разом	8040	–

Розв'язання. 1) Визначимо частку випускників денної форми, що одержали диплом з відзнакою, в цілому за чотирма вузами:

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i n_i}{\sum n_i} = \frac{0,13 \cdot 1500 + 0,35 \cdot 3250 + 0,25 \cdot 2140 + 0,12 \cdot 1150}{8040} = \frac{2005,5}{8040} = 0,249.$$

2) Визначимо загальну дисперсію частки студентів, що одержали диплом з відзнакою, в цілому за чотирма вузами:

$$\sigma_p^2 = \bar{p}(1 - \bar{p}) = 0,249(1 - 0,249) = 0,187.$$

3) Знайдемо внутрішньогрупові дисперсії:

$$\sigma_{p1}^2 = p_1(1 - p_1) = 0,13 \cdot (1 - 0,13) = 0,113;$$

$$\sigma_{p2}^2 = 0,35 \cdot (1 - 0,35) = 0,228;$$

$$\sigma_{p3}^2 = 0,25 \cdot (1 - 0,25) = 0,188;$$

$$\sigma_{p4}^2 = 0,12 \cdot (1 - 0,12) = 0,106.$$

4) Обчислимо середнє з внутрішньогрупових дисперсій:

$$\bar{\sigma}_{pi}^2 = \frac{\sum p_i(1 - p_i)n_i}{\sum n_i} = \frac{0,113 \cdot 1500 + 0,228 \cdot 3250 + 0,188 \cdot 2140 + 0,106 \cdot 1150}{8040} = \frac{1434,72}{8040} = 0,178.$$

5) Визначимо міжгрупову дисперсію:

$$\bar{\delta}_{pi}^2 = \frac{\sum (p_i - \bar{p})n_i}{n_i} = \frac{(0,113 - 0,249)^2 1500 + \dots + (0,12 - 0,249)^2 1150}{8040} = \frac{73,53}{8040} = 0,009.$$

6) Перевіримо правильність розрахунків за допомогою правила додавання дисперсій:

$$\sigma_p^2 = \bar{\sigma}_{pi}^2 + \delta_p^2 = 0,178 + 0,009 = 0,187.$$

Завдання для самостійної роботи з теми 8

Для свого варіанта вихідних даних проведіть розрахунок дисперсій і перевірте правильність зроблених обчислень за допомогою правила додавання дисперсій.

Варіант 1. Витрати на демонстрацію рекламних роликів на різних телеканалах характеризуються такими даними:

Телевізійні канали	Кількість рекламних роликів	Витрати на демонстрацію рекламного ролика, тис. грн									
Державні	6	1,18	0,97	1,15	1,2	0,94	1,16	–	–	–	–
Комерційні	10	0,29	0,31	0,26	0,34	0,25	0,3	0,33	0,34	0,28	0,3

Визначте групові, міжгрупову та загальну дисперсію витрат на демонстрацію рекламних роликів, а також частку міжгрупової дисперсії в загальній.

Варіант 2. Є дані за окремими молочно-товарними фермами господарства про загальне поголів'я корів і кількість дійних корів на 1 липня 2009 р.:

Ферма	Усього корів, голів	У тому числі дійних
1	200	180
2	225	160
3	300	285
Разом	725	625

Визначте: а) дисперсію частки дійних корів у загальному поголів'ї корів за окремими фермами; б) середню з внутрішньоцехових дисперсій; в) міжгрупову дисперсію; г) загальну дисперсію частки дійних корів за фермерським господарством у цілому.

Варіант 3. Є такі дані про балансовий прибуток підприємств за два квартали:

Квартал	Число підприємств	Балансовий прибуток, млн грн			
1	3	18,4	38,8	72,6	–
2	4	14,1	16,3	48,8	27,9

Визначте: а) середню з внутрішньогрупових, міжгрупову та загальну дисперсії балансового прибутку підприємства; б) коефіцієнт детермінації й емпіричне кореляційне відношення.

Варіант 4. Розподіл вартості продукції, призначеної для експортних поставок, за цінами підприємства, характеризується такими даними:

Цех	Вартість всієї виробленої продукції, млн грн	У тому числі вартість експортної продукції, млн грн
1	150	120
2	200	180
3	400	380
Разом	750	680

Визначте: а) внутрішньоцехові дисперсії частки; б) середню з внутрішньоцехових дисперсій; в) міжгрупову дисперсію; г) загальну дисперсію.

Варіант 5. Є такі дані про депозитні процентні ставки 10 відділень банків:

Відділення комерційних банків	Депозитні процентні ставки					
Центральні	29	31	33	27	–	–
Філії	24	27	22	28	23	26

Визначте групові, міжгрупову й загальну дисперсії депозитної процентної ставки, покажіть їх зв'язок.

ТЕМА 9. ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

9.1. Визначення помилки вибіркової середньої при випадковому безповторному відборі

Безповторною називається вибірка, коли відібраний із пачки номер одиниці генеральної сукупності відкладається в сторону і не повертається назад у пачку; цей спосіб відбору характеризується підвищеним ступенем точності, надійності вибірки і найчастіше використовується на практиці.

Приклад 9.1. Нехай є 10%-на безповторна вибірка виробничих фірм району (табл. 9.1). Необхідно визначити з імовірністю 0,954 середню вартість їх товарної продукції. У табл. 9.1 наведено вибіркові дані й проміжні розрахунки.

Таблиця 9.1 – Вибіркові дані про товарну продукцію фірм і проміжні розрахунки

X_i , млн грн	f_i , фірм	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \tilde{X}$	$(X_i - \tilde{X})^2$	$(X_i - \tilde{X})^2 f_i$
До 3	5	2	10	-14,9	222,01	1110,05
3–5	15	4	60	-12,9	166,41	2496,15
5–10	24	7,5	180	-9,4	88,36	2120,64
10–30	40	20	800	3,1	9,61	384,4
30 і більше	16	40	640	23,1	533,6	8537,76
Разом	100	–	1690	–	–	14649,02

Розв’язання. 1) Визначимо середню вибіркову вартість товарної продукції:

$$\tilde{X} = \Sigma X_i f_i / \Sigma f_i = 1690 / 100 = 16,9 \text{ млн грн.}$$

2) Визначимо вибіркову дисперсію:

$$s^2 = \Sigma (X_i - \tilde{X})^2 / \Sigma f_i = 14649 / 100 = 146,49 \text{ млн грн}^2.$$

3) Обчислимо середню квадратичну помилку безповторної вибірки ($\sigma^2 \approx s^2$, тому що обсяг вибірки $100 > 30$):

$$\mu_x = \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{146,49(1 - 100/1000)/100} = 1,148 \text{ млн грн.}$$

При цьому загальне число фірм становить $N = 1000$, тому що за умовою обрані 100 фірм становлять 10 % від загального числа (елементарна задача на відсотки).

4) Знайдемо граничну помилку вибірки з огляду на те, що при заданій імовірності $P = 0,954$ коефіцієнт довірчої ймовірності $t = 2$, тобто $\Delta_x = t\mu_x = 2 \cdot 1,148 = 2,3$ млн грн.

Отже, середня вартість товарної продукції всіх фірм району з імовірністю 0,954 знаходиться в довірчому інтервалі:

$$\tilde{X} - \Delta_x < \bar{X} < \tilde{X} + \Delta_x$$

$$(16,9 - 2,3) \leq \bar{X} \leq (16,9 + 2,3), \text{ або } 14,6 \text{ млн грн} \leq \bar{X} \leq 19,2 \text{ млн грн.}$$

9.2. Визначення помилки вибіркової частки при випадковому неповторному відборі

Приклад 9.2. Для вихідних даних прикладу 9.1 визначити частку фірм у районі з товарною продукцією до 10 млн грн.

Розв'язання. 1) За табл. 9.1 визначимо вибірку частку таких фірм:

$$w = m/n = (5 + 15 + 24)/100 = 0,44.$$

2) Знайдемо вибірку дисперсію частки:

$$s^2 = w(1 - w) = 0,44(1 - 0,44) = 0,246.$$

3) Обчислимо середню квадратичну помилку вибіркової частки при неповторному відборі ($\sigma^2 \approx s^2$, тому що обсяг вибірки $100 > 30$):

$$\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{0,246(1 - 100/1000)/100} = 0,047.$$

4) Знайдемо граничну помилку вибірки з огляду на те, що при заданій імовірності $P = 0,954$ коефіцієнт довіри $t = 2$:

$$\Delta_p = t\mu_p = 2 \cdot 0,047 = 0,094.$$

Отже, у районі частка фірм з товарною продукцією до 10 млн грн при імовірності 0,954 перебуває в довірчому інтервалі

$$\omega - \Delta_p < p < \omega + \Delta_p$$

$$(0,44 - 0,094) \leq p \leq (0,44 + 0,094), \text{ або } 0,346 \leq p \leq 0,534, \text{ або } 34,6 \% \leq p \leq 53,4 \%.$$

9.3. Визначення помилки вибіркової середньої способом типового відбору

Районованою (типовою) вибіркою називають такий спосіб відбору, який здійснюється на основі розподілу кількості відібраних одиниць n між районами (групами), які є в генеральній сукупності.

Приклад 9.3. З метою вивчення доходів населення за трьома районами області сформована 2%-на вибірка, пропорційна чисельності населення цих районів. Отримані результати подано в табл. 9.2.

Таблиця 9.2 – Результати вибіркового обстеження доходів населення

Район	Чисельність населення, осіб	Обстежено, осіб	Дохід у розрахунку на одну людину	
			середня, тис. у.о.	дисперсія
I	120 000	2400	2,9	1,3
II	170 000	3400	2,5	1,1
III	90 000	1800	2,7	1,6

Необхідно визначити межі середньодушових доходів населення за областю в цілому при рівні ймовірності 0,997.

Розв'язання. 1) Розрахуємо середню із внутрішньогрупових дисперсій:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum_1^{m_i} \sigma_i^2 f_i}{\sum_i^m f_i} = \frac{1,3 \cdot 2400 + 1,1 \cdot 3400 + 1,6 \cdot 1800}{2400 + 3400 + 1800} = 1,28.$$

2) Визначимо середню й граничну похибки вибірки:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\overline{\sigma^2}}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{1,28}{7600} (1 - 0,02)} = 0,013;$$

$$\Delta_x = t \mu_x = 3 \cdot 0,013 = 0,04.$$

3) Розрахуємо вибірку середню:

$$\tilde{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{2,9 \cdot 2400 + 2,5 \cdot 3400 + 2,7 \cdot 1800}{2400 + 3400 + 1800} = 2,67 \text{ тис. у.о.}$$

4) Отже, середньодушові доходи жителів даної області перебувають у таких межах (тис. у.о.): $(2,67 - 0,04) \leq \bar{X} \leq (2,67 + 0,04)$.

Завдання для самостійної роботи з теми 9

Для свого варіанта вихідних даних визначте довірчий інтервал для генерального середнього й генеральної частки.

Варіант 1. Для визначення середнього віку працівників фірми проведена 5%-на безповторна вибірка з такими даними:

Вік працівників X_i , років	20–30	30–40	40–50	50–60
Число працівників f_i , осіб	20	45	15	10

З імовірністю 0,99 *установити* довірчі інтервали середнього віку працівників і їх частку у віці старше 50 років.

Варіант 2. Для визначення середнього числа дітей у родині в місті проведена 4%-на безповторна вибірка з такими даними:

Число дітей X_i , осіб	0	1	2	3	4	5
Число родин f_i	100	200	120	400	200	200

З імовірністю 0,9 ($t = 1,64$) *установити* довірчі інтервали середнього числа дітей у родині й частку родин із числом дітей до 3 осіб.

Варіант 3. Для визначення середнього комерційного стажу бізнесменів району проведена 5%-на безповторна вибірка з такими даними:

Стаж X_i , років	до 3	3–5	5–7	7–9	9 і більше
Число бізнесменів f_i	7	24	35	30	4

З імовірністю 0,95 *установити* довірчі інтервали середнього комерційного стажу й частку бізнесменів зі стажем до 7 років.

Варіант 4. Для визначення середнього віку студентів денної форми навчання у вузі проведена 10%-на неповторна вибірка з такими даними:

Вік студентів X_i , років	17	18	19	20	21	22	23
Число студентів f_i	11	13	18	23	17	10	8

З імовірністю 0,954 *установити* довірчі інтервали середнього віку й частку студентів у віці до 21 року.

Варіант 5. Для визначення середньої далекобійності партії патронів проведена 2%-на неповторна вибірка з такими даними:

Дальність бою X_i , м	250	300	350	400	450	500
Число патронів f_i , шт.	120	180	280	170	140	110

З імовірністю 0,9 ($t = 1,64$) *установити* довірчі інтервали середньої дальності бою й частку патронів з далекобійністю до 400 м.

ТЕМА 10. СТАТИСТИЧНЕ ВИВЧЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ЯВИЩ

Вивчаючи закономірності зв'язку між соціально-економічними явищами, причини і умови, що їх характеризують, об'єднують у поняття *фактора*. Тоді ознаки, що є причинами та умовами зв'язку, називаються *факторними* x , а ті, що змінюються під впливом факторних ознак, – *результативними* y . Між ознаками x та y існують різні за природою та характером види зв'язку: *функціональні* та *стохастичні*. При *функціональному* зв'язку між факторною та результативною ознаками кожному значенню ознаки x відповідає одне чітко визначене значення ознаки y . При *стохастичному* зв'язку кожному окремому значенню факторної ознаки x відповідає певна множина значень результативної ознаки y . Підвидом стохастичного зв'язку є *кореляційна залежність*, що зумовлює кореляційний зв'язок між ознаками. При такій залежності зі зміною факторної ознаки x змінюються групові середні результативної ознаки y і замість умовних розподілів множин значень ознаки y виступають середні значення цих розподілів. Визначення кореляційного зв'язку між ознаками займає значне місце у дослідженнях соціально-економічних явищ в економіці і управлінні. Зміст такого зв'язку складає *теорія кореляції*. В основі теорії кореляції лежить *кореляційно-регресійний аналіз (КРА)*, суть якого полягає у виборі виду рівняння регресії, обчисленні його параметрів та встановленні адекватності (відповідності) теоретичної залежності фактичним даним.

Приклад 10.1. Розрахувати параметри лінійного рівняння парної регресії, що характеризує залежність між тижневим роздрібним товарообігом (грн) на душу населення й доходами населення (грн), і виконати аналіз параметрів регресії за даними:

Доходи населення	18	20	21	22	24	25	27	28	29	31
Роздрібний товарообіг	17	18	19	20	21	23	24	25	26	27

Розв’язання. Очевидно, що в даному прикладі факторною ознакою x будуть тижневі доходи населення, а результативною ознакою y – роздрібний товарообіг.

Лінійне рівняння парної регресії, що дозволяє встановити теоретичну залежність Y за фактичним даними табл. 10.1, записується у вигляді

$$Y = a_0 + a_1x,$$

де a_0, a_1 – параметри теоретичної залежності, які необхідно розрахувати.

Для визначення параметрів побудуємо табл. (табл. 10.1):

Таблиця 10.1 – Розрахункова таблиця для визначення параметрів

№ п/п	x	y	x^2	xy	Y
1	2	3	4	5	6
1	18	17	324	306	16,67
2	20	18	400	360	18,31
3	21	19	441	399	19,31
4	22	20	484	440	19,95
5	24	21	576	504	21,59
6	25	23	625	575	22,41
7	27	24	729	648	24,05
8	28	25	784	700	24,87
9	29	26	841	754	25,69
10	31	27	961	837	27,33
Усього	245	220	6165	5523	X
У середньому	24,5	22,0	616,5	552,3	X

Одержимо розрахункові параметри за допомогою методу найменших квадратів. Для цього запишемо систему нормальних рівнянь у вигляді

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^{10} x = \sum_{i=1}^{10} y; \\ a_0 \sum_{i=1}^{10} x + a_1 \sum_{i=1}^{10} x^2 = \sum_{i=1}^{10} xy, \end{cases}$$

а після підстановки числових значень:

$$\begin{cases} 10a_0 + 245a_1 = 220; \\ 245a_0 + 6165a_1 = 5523. \end{cases}$$

Знайдемо значення параметрів:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - \sum x \sum x} = \frac{220 \cdot 6165 - 5523 \cdot 245}{10 \cdot 245 - 245 \cdot 245} = 1,91;$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - \sum x \sum x} = \frac{10 \cdot 5523 - 245 \cdot 220}{10 \cdot 6165 - 245 \cdot 245} = 0,82.$$

Отже, теоретична залежність роздрібного товарообігу від доходів населення має вигляд $Y = 1,91 + 0,82x$.

Визначимо коефіцієнт еластичності, що показує ефект впливу фактора x на результат y , тобто залежність роздрібного товарообігу від доходів населення:

$$K_e = a_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 0,82 \frac{24,5}{22,0} = 0,91.$$

На підставі коефіцієнта еластичності можна зробити висновок, що зі збільшенням доходів населення на 1 % роздрібний товарообіг виросте на 0,91 %.

Приклад 10.2. За даними прикладу 10.1 оцінити тісноту та значущість зв'язку між ознаками.

Розв'язання. Допоміжні розрахунки з визначення характеристик тісноти та значущості зв'язку зручно проводити в табличній формі:

Таблиця 10.2 – Розрахункова таблиця для визначення характеристик тісноти та значущості зв'язку

№ п/п	x	y	Y	$(Y - \bar{y})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$y - Y$	$(y - Y)^2$
1	18	17	16,67	28,41	25	0,33	0,1089
2	20	18	18,31	13,62	16	-0,31	0,0961
3	21	19	19,31	7,24	9	-0,31	0,0961
4	22	20	19,95	4,20	4	0,05	0,0025
5	24	21	21,59	0,17	1	-0,59	0,3481
6	25	23	22,41	0,17	1	0,59	0,3481
7	27	24	24,05	4,20	4	-0,05	0,0025
8	28	25	24,87	8,24	9	0,13	0,0169
9	29	26	25,69	13,62	16	0,31	0,0961
10	31	27	27,33	28,41	25	-0,33	0,1089
Усього	245	220	X	108,28	110	X	1,224

Дамо оцінку тісноти зв'язку між ознаками прикладу.

1. Коефіцієнт детермінації визначається за формулою

$$R^2 = \frac{\sum(Y - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} = \frac{108,28}{110} = 0,984.$$

Значення коефіцієнта детермінації $R^2 = 0,984$ свідчить про те, що зв'язок між ознаками тісний (відмінність від одиниці становить 1,6 %). Значення R^2 показує, що варіація роздрібного товарообігу на 98,4 % визначається варіацією доходів населення, а на 1,6 % – впливом неврахованих факторів.

2. Коефіцієнт кореляції розраховується за формулою

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,984} = 0,992.$$

Значення коефіцієнта кореляції $R = 0,992$ свідчить, що існує тісний зв'язок між ознаками (R наближається до одиниці).

3. Тіснота зв'язку за допомогою F -критерію Фішера розраховується за формулою

$$F = \frac{\sum(Y - \bar{y})^2}{1} : \frac{\sum(y - Y)^2}{n - 2} = \frac{108,28}{1} : \frac{1,224}{10 - 2 = 8} = 707,8.$$

Обчислене теоретичне значення F -критерію Фішера F порівнюється з табличним $F_{\text{табл}}$. При ступенях вільності чисельника 1 і знаменника $(n - 2) = 10 - 2 = 8$ та прийнятому рівні значущості $\alpha = 0,05$ $F_{\text{табл}} = 5,32$ [1]. Оскільки $F > F_{\text{табл}}$ ($707,8 > 5,32$), то це означає достатню значущість зв'язку між даними ознаками.

4. Дамо оцінку значущості коефіцієнта кореляції R за допомогою t -критерію Стюдента. Теоретичне значення t -критерію

$$t_{\text{теор}} = R \sqrt{\frac{n - 2}{1 - R^2}} = 0,992 \sqrt{\frac{10 - 2}{1 - 0,984}} = 22,1.$$

Обчислене теоретичне значення t -критерію Стюдента порівнюється з табличним $t_{\text{табл}}$. При ступенях волі $(n - 2) = 10 - 2 = 8$ і рівні значущості $\alpha = 0,05$ $t_{\text{табл}} = 2,31$ [1]. Оскільки $t > t_{\text{табл}}$ ($22,1 > 2,31$), то це свідчить про значущість коефіцієнта кореляції та істотний зв'язок між ознаками.

Завдання для самостійної роботи з теми 10

Для свого варіанта вихідних даних проведіть розрахунок параметрів лінійного рівняння парної регресії, оцініть значущість і тісноту між ознаками.

Варіант 1. Є дані спостереження 10 родин міста за доходами та витратами на непродовольчі товари за місяць:

Дохід на 1 члена родини X , грн	100	120	110	115	125	130	125	140	140	150
Витрати на промислові товари Y , грн	12	13	18	19	20	20	25	30	31	35

Варіант 2. У результаті спостереження 10 підприємств відомі такі дані:

Електроозброєність праці на 1 робітника X , кВт·год	5	4	6	7	3	4	6	7	4	3
Випуск готової продукції на 1 робітника Y , тис. грн	6,3	6,0	7,5	8,5	3,5	6,2	7,5	8,7	6,0	3,7

Варіант 3. Є дані про залежність витрат на 1 продукції Y від рівня фондомісткості продукції X :

X	90	75	120	100	80	78	110	115	115	125
Y	50	40	65	55	45	42	56	60	64	65

Варіант 4. Є дані про рівень механізації робіт і продуктивності праці для 10 однорідних підприємств:

Механізація робіт X , %	32	30	36	40	41	47	56	54	60	55
Продуктивність праці Y , т/год	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40

Варіант 5. Є дані за групою однорідних підприємств:

Електроозброєність праці на 1 робітника X , кВт·год	2	5	3	7	2	6	4	9	8	4
Випуск готової продукції на 1 робітника Y , тис. грн	3	6	4	6	4	8	6	9	9	5

ТЕМА 11. РЯДИ ДИНАМІКИ

Рядом динаміки, або динамічним рядом, називають ряд розміщених у хронологічній послідовності числових даних (статистичних показників), які характеризують величину суспільного явища на даний момент або за певний період часу.

Приклад 11.1. Виробництво м'яса в регіоні за 2001–2005 рр. подано таким інтервальним (періодним) рядом динаміки:

Рік	2001	2002	2003	2004	2005
Виробництво м'яса, тис. т	9,4	8,3	7,5	6,8	5,9

Обчислити абсолютні, відносні, середні зміни та їх темпи базисним і ланцюговим способами. Виявити тренд, екстраполювати виробництво м'яса на 2007 рік (з імовірністю 0,95).

Розв'язання. Оскільки ряд містить п'ять рівнів, то кількість змін буде такою: $k = n - 1 = 5 - 1 = 4$.

Застосовуючи базисний спосіб, використовуємо формули:

$$\Delta y_{\text{б}} = y_i - y_0; \quad (11.1)$$

$$i_{\text{б}} = y_i / y_0. \quad (11.2)$$

Результати розрахунків представлені в табл. 11.1.

Таблиця 11.1 – Аналіз ряду динаміки базисним способом

Абсолютна зміна, тис. т.	Відносна зміна	Темп змін	Характер змін
$\Delta Y_{2002} = 8,3 - 9,4 = -1,1$	$i_{2002} = 8,3/9,4 = 0,883$	$0,883 - 1 = -0,117$	Спад
$\Delta Y_{2003} = 7,5 - 9,4 = -1,9$	$i_{2003} = 7,5/9,4 = 0,798$	$0,798 - 1 = -0,202$	Спад
$\Delta Y_{2004} = 6,8 - 9,4 = -2,6$	$i_{2004} = 6,8/9,4 = 0,723$	$0,723 - 1 = -0,277$	Спад
$\Delta Y_{2005} = 5,9 - 9,4 = -3,5$	$i_{2005} = 5,9/9,4 = 0,628$	$0,628 - 1 = -0,372$	Спад

Використовуємо формули ланцюгового способу:

$$\Delta y_{\text{л}} = y_i - y_{i-1}; \quad (11.3)$$

$$i_{\text{л}} = y_i / y_{i-1} \quad (11.4)$$

Результати розрахунків подано в табл. 11.2.

Таблиця 11.2 – Аналіз ряду динаміки ланцюговим способом

Абсолютна зміна, тис. т	Відносна зміна	Темп змін	Характер змін
$\Delta Y_{2002} = 8,3 - 9,4 = -1,1$	$i_{2002} = 8,3/9,4 = 0,883$	$0,883 - 1 = -0,117$	Спад
$\Delta Y_{2003} = 7,5 - 8,3 = -0,8$	$i_{2003} = 7,5/8,3 = 0,904$	$0,904 - 1 = -0,096$	Спад
$\Delta Y_{2004} = 6,8 - 7,5 = -0,7$	$i_{2004} = 6,8/7,5 = 0,907$	$0,907 - 1 = -0,093$	Спад
$\Delta Y_{2005} = 5,9 - 6,8 = -0,9$	$i_{2005} = 5,9/6,8 = 0,868$	$0,868 - 1 = -0,132$	Спад

Контроль правильності розрахунку ведуть за виконанням умов:

$$\sum_{i=1}^n \Delta y_{\text{л}i} = y_n - y_0; \quad (11.5)$$

$$\prod_{k=1}^n i_{\text{л}k} = \frac{y_n}{y_0}. \quad (11.6)$$

Отже, в даному прикладі $-1,1 + (-0,8) + (-0,7) + (-0,9) = -3,5$ тис. т;
 $0,883 \cdot 0,904 \cdot 0,907 \cdot 0,868 = 0,628$.

Оскільки ряд динаміки є інтервальним (періодним), то його середній рівень визначається за формулою

$$\bar{y} = \sum y / n,$$

і після підстановки числових значень

$$\bar{y} = (9,4 + 8,3 + 7,5 + 6,8 + 5,9) / 5 = 37,9 / 5 = 7,58 \text{ тис. т.}$$

Базисна середня абсолютна зміна

$$\Delta \bar{Y}^{\text{Б}} = \frac{y_n - y_0}{n - 1} = -3,5 / (5 - 1) = -0,875 \text{ тис. т.}$$

Ланцюгову середню абсолютну зміну обчислюємо за виразом

$$\Delta \bar{Y}^{\text{Л}} = \frac{\sum \Delta y_{\text{л}}}{n - 1} = (-1,1 - 0,8 - 0,7 - 0,9) / (5 - 1) = -0,875 \text{ тис. т.}$$

Базисну середню відносну зміну знаходимо в такий спосіб:

$$\bar{i}^{\text{Б}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} = \sqrt[4]{0,628} = 0,89.$$

Ланцюгову середню відносну зміну визначаємо за формулою

$$\bar{i}^{\text{Л}} = \sqrt[n-1]{\prod i_{\text{л}}} = \sqrt[4]{0,883 \cdot 0,904 \cdot 0,907 \cdot 0,868} = 0,89.$$

Як бачимо, середні абсолютні та відносні зміни, знайдені за обома способами, рівні. Із середньої відносної зміни знаходимо середній темп зміни як $0,89 - 1 = -0,11$ або $(-11) \%$, що свідчить про середній спад явища. Отже, згідно з прикладом, за п'ять років з 2001 по 2005 рр. виробництво м'яса в регіоні зменшувалося в середньому на 11 % на рік.

Для виявлення тренда побудуємо графік $Y(t)$:

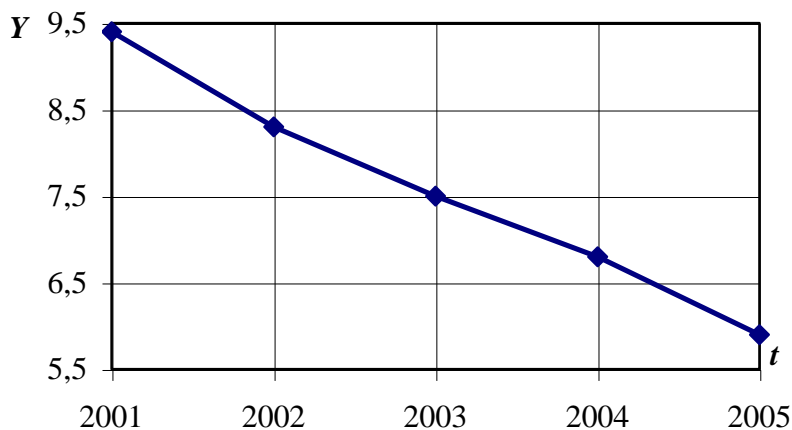


Рисунок 11.1 – Виробництво м'яса в регіоні за 2001–2005 рр.

Оскільки в даному ряді динаміки рівні змінюються приблизно в арифметичній прогресії (це також наочно видно), то є всі підстави прийняти рівняння тренда у вигляді лінійної функції. Визначимо параметри рівняння прямої за такою системою:

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt, \end{cases}$$

звідки

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}; a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

Вихідні дані та всі розрахунки необхідних сум подамо в таблиці:

Рік	Y	t	t^2	yt	Y_p	$(Y - Y_p)^2$
2001	9,4	-2	4	-18,8	9,28	0,0144
2002	8,3	-1	1	-8,3	8,43	0,0169
2003	7,5	0	0	0	7,58	0,0064
2004	6,8	1	1	6,8	6,73	0,0049
2005	5,9	2	4	11,8	5,88	0,0004
Разом	37,9	-	10	-8,5	37,9	0,043

Отже,

$$a_0 = 37,9/5 = 7,58,$$
$$a_1 = - 8,5/10 = - 0,85.$$

Звідки рівняння тренда має вигляд

$$Y_p = 7,58 - 0,85t.$$

У шостому стовпці наведені теоретичні рівні, розраховані за останнім рівнянням.

Визначимо довірчий інтервал виробництва м'яса на 2007 рік з рівнем значущості $\alpha = (1 - 0,95) = 0,05$. Для цього знайдемо помилку апроксимації за формулою

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_p)^2}{(n - m)}} = \sqrt{0,043/(5 - 2)} = 0,1197. \text{ Таким чином, } t_\alpha = 2,35 \text{ при}$$

$$v = n - m = 5 - 2 = 3.$$

Прогноз на 2007 становить:

$$Y_{2007} = (7,58 - 0,85 \cdot 4) \pm 0,1197 \cdot 2,35,$$

або $3,9 < Y_{2007} < 4,46$.

Завдання для самостійної роботи з теми 11

Варіант 1. Реалізація кондитерських виробів у магазинах групи міст регіону характеризується таким інтервальним (періодним) рядом динаміки:

Рік	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Реалізація, тис. т	10,8	11,6	13,4	15,3	15,8	16,1	17,2

Обчислити абсолютні, відносні, середні зміни та їх темпи базисним і ланцюговим способами, виявити тренд, екстраполювати реалізацію на 2007 рік (з імовірністю 0,95), $t_{0,95}(5) = 2,02$.

Варіант 2. Споживання овочів однією людиною за місяць характеризується таким інтервальним (періодним) рядом динаміки:

Рік	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Споживання, кг	10,0	10,7	12,0	10,3	12,9	16,3	15,6	17,8	18,0

Обчислити абсолютні, відносні, середні зміни та їх темпи базисним і ланцюговим способами, виявити тренд, екстраполювати споживання на 2007 рік (з імовірністю 0,95), $t_{0,95}(7)=1,89$.

Варіант 3. Виробництво продукції на підприємстві характеризується таким інтервальним (періодним) рядом динаміки:

Рік	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Виробництво, шт.	342	354	351	376	386	404	398

Обчислити абсолютні, відносні, середні зміни та їх темпи базисним і ланцюговим способами, виявити тренд, екстраполювати виробництво на 2007 рік (з імовірністю 0,95), $t_{0,95}(5)=2,02$.

Варіант 4. Реалізація овочів на ринках групи міст регіону характеризується таким інтервальним (періодним) рядом динаміки:

Рік	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Реалізація, тис. т	102	121	119,6	160,1	204,3	261,1	200,4	247,9	280,4

Обчислити абсолютні, відносні, середні зміни та їх темпи базисним і ланцюговим способами, виявити тренд, екстраполювати реалізацію на 2007 рік (з імовірністю 0,95), $t_{0,95}(7)=1,89$.

Варіант 5. Імпорт нафтопродуктів у регіон характеризується таким інтервальним (періодним) рядом динаміки:

Рік	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Імпорт, тис. т	32	36	39	43	48	53	57

Обчислити абсолютні, відносні, середні зміни та їх темпи базисним і ланцюговим способами, виявити тренд, екстраполювати імпорт на 2007 рік (з імовірністю 0,95), $t_{0,95}(5)=2,02$.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Поясніть зміст поняття статистичного спостереження.
2. Які вимоги ставлять до статистичного спостереження?
3. Які існують форми статистичного спостереження?
4. Назвіть види статистичного спостереження.
5. Охарактеризуйте способи статистичного спостереження.
6. Які бувають помилки статистичного спостереження?
7. Охарактеризуйте логічний та арифметичний контроль даних.
8. Розкрийте поняття статистичного зведення та назвіть його види.
9. Поясніть зміст поняття статистичного групування та наведіть його види.
10. Яка суть поняття інтервалу групування та які існують його види?
11. Розкрийте поняття ряду розподілу та назвіть його елементи.
12. Наведіть класифікацію варіаційних рядів.
13. Поясніть зміст поняття та наведіть види статистичних показників.
14. Що таке абсолютні величини?
15. Що таке відносні величини?
16. Що таке середні величини?
17. Охарактеризуйте середню гармонічну та наведіть формули для її обчислення.
18. Охарактеризуйте середню квадратичну та подайте формули для її обчислення.
19. Охарактеризуйте середню геометричну та наведіть формули для її обчислення.
20. Що таке мода та медіана ряду розподілу?
21. Поясніть суть варіації.
22. Які існують види основних показників варіації?
23. Наведіть правило додавання дисперсій та складові загальної дисперсії.
24. Поясніть зміст поняття вибіркового спостереження.
25. Які існують види вибірки в статистичних дослідженнях?

26. Назвіть узагальнюючі характеристики в генеральній і вибірковій сукупностях.
27. Розкрийте суть поняття факторних та результативних ознак.
28. Які є види зв'язків між ознаками?
29. Охарактеризуйте поняття кореляційно-регресійного аналізу.
30. Охарактеризуйте поняття парної та множинної регресії, наведіть їх рівняння.
31. Поясніть суть методу найменших квадратів.
32. Опишіть використання методу найменших квадратів для визначення параметрів лінійної парної регресії.
33. Охарактеризуйте коефіцієнт кореляції та його властивості.
34. Наведіть поняття, елементи та види рядів динаміки.
35. Розкрийте поняття аналітичних показників рядів динаміки та їх види.
36. Поясніть суть показника абсолютного приросту, темпу зростання, темпу приросту та коефіцієнтів прискорення.
37. Які існують види середніх показників?
38. Які є методи обчислення середніх рівнів динамічних рядів?
39. Назвіть середні аналітичні показники.
40. Опишіть способи і методи вирівнювання рядів динаміки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лугінін О.Є. Статистика : підручник / О.Є. Лугінін, С.В. Білоусова. – К. : Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
2. Бек В.Л. Теорія статистики : навч. посіб. / В.Л. Бек. – К. : Центр навчальної літератури, 2002. – 288 с.
3. Елисеєва И.И. Общая теория статистики : учебник / И.И. Елисеєва, М.М. Юзбашев. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 480 с.
4. Шмойлова Р.А. Практикум по теории статистики : учеб. пособие / Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 416 с.
5. Єріна А.М. Теорія статистики : практикум / А.М. Єріна, З.О. Пальян. – К. : Знання, 2006. – 255 с.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
Тема 1. Статистичне спостереження.....	4
Тема 2. Статистичне зведення та групування.....	9
Тема 3. Абсолютні та відносні статистичні величини.....	15
Тема 4. Середні величини в статистиці.....	20
Тема 5. Варіаційні ряди та їх характеристики.....	27
Тема 6. Показники варіації.....	32
Тема 7. Показники асиметрії та ексцесу.....	38
Тема 8. Правило додавання дисперсій.....	43
Тема 9. Вибіркове спостереження.....	49
Тема 10. Статистичне вивчення взаємозв'язку соціально-економічних явищ.....	54
Тема 11. Ряди динаміки.....	59
Контрольні запитання.....	64
Список літератури.....	66

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з курсу
„Статистика”
для студентів спеціальностей
7.050206 "Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності"
та 6.030508 "Фінанси"

Укладачі: **БЛОЦЕРКІВСЬКИЙ** Олександр Борисович
ШИРЯЄВА Наталя Володимирівна

Відповідальний за випуск В. А. Міщенко

Роботу до видання рекомендував О. М. Гавриш

Редактор Л. А. Копієвська

План 2009 р., поз. 114/133-09

Підп. до друку 25.11.09. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.

Друк – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 3,25.

Обл.-вид. арк. 4,0. Наклад 150 прим. Зам № _____. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ "ХП".

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000 р.

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.

Друкарня НТУ "ХП".

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.