УДК 621.314

В. У. КИЗИЛОВ, канд. техн. наук,
А. Н. БАРАНОВ, И. В. ПАНТЕЛЕЕВА

ПОГРЕШНОСТИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ ТОКА УСТРОЙСТВ АВТОМАТИКИ ЭНЕРГОСИСТЕМ

Промежуточные трансформаторы тока (ПТТ) и напряжения (ПТН) являются входными преобразовательными элементами измерительных преобразователей (ИП) среднего и эффективного значений тока и напряжения, активной и реактивной мощности, активного, реактивного и полного сопротивления и многих других устройств автоматики в энергетике и других отраслях промышленности. Интенсивное развитие интегральной полупроводниковой техники привело к тому, что даже в сложных ИП активной мощности погрешности в основном определяются устройствами ввода ПТТ и ПТН, габариты которых вместе с источником питания обусловливают размеры всего ИП.

Возросшие требования к точности ИП не позволяют воспользоваться при исследовании погрешностей ПТТ и ПТН упрощенным учетом свойств ферромагнитного сердечника посредством эффективной кривой намагничивания или предельной петли гистерезиса. Уточнение модели ферромагнитного сердечника обычно приводит к резкому усложнению расчетной процедуры, что снижает наглядность результатов. В случае ПТТ и ПТН имеется возможность уточнить модель без заметного усложнения расчетной процедуры, что связано с особенностями режима работы этих трансформаторов. Во-первых, первичный ток или напряжение имеют низкий процент искажений, что подтверждается многочисленными исследованиями в различных энергосистемах СССР. Во-вторых, при высокой точности трансформаторов намагничивающий ток должен быть мал, и решение нелинейных дифференциальных уравнений можно выполнить одним из методов малого параметра.

В последние годы большой интерес вызывает представление свойств ферромагнитного сердечника семейством петель гистерезиса [1, 2]. Отмеченная специфика ПТТ и ПТН позволяет получить при этом требуемую точность результатов при относительно невысокой сложности вычислений и сохранить наглядность результатов.

Рассмотрим одну из петель гистерезиса ферромагнитного материала, у которой максимальная индукция B_m имеет место при напряженности H_m (рис. 1, *а*). Предполагая симметричность

каждой петли семейства, в соответствии с [1, 2] представим восходящую и нисходящую ветви посредством суммы и разности нечетной (рис. 1, *б*) и четной (рис. 1, *в*) функций:

$$H = f_{\text{н}}(B, B_m) \pm f_{\text{ч}}(B, B_m), \tag{1}$$

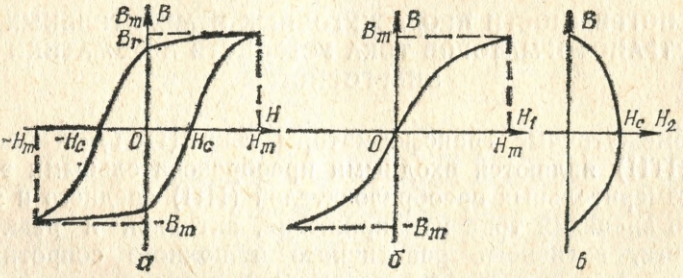

Рис. 1.

где знак плюс соответствует восходящей, а минус — нисходящей ветвям петли гистерезиса и, следовательно,

$$H_1 = f_{\text{н}}(B, B_m) = \frac{H_{\text{восх}}(B, B_m) + H_{\text{нисх}}(B, B_m)}{2}, \tag{2}$$

$$H_2 = f_{\text{ч}}(B, B_m) = \frac{H_{\text{восх}}(B, B_m) - H_{\text{нисх}}(B, B_m)}{2}, \tag{3}$$

где $H_{\text{восх}}$, $H_{\text{нисх}}$ — напряженности на восходящей и нисходящей ветвях петли гистерезиса при некоторой индукции B_m.

Учитывая различие знаков производной изменяющейся индукции на восходящей и нисходящей ветвях, преобразуем выражение (1):

$$H = f_{\text{н}}(B, B_m) + f_{\text{ч}}(B, B_m) \frac{\dfrac{dB}{dt}}{\left|\dfrac{dB}{dt}\right|}. \tag{4}$$

Поскольку $\left|\dfrac{dB}{dt}\right|$ при синусоидальном изменении индукции четно, уравнение (4) можно представить в виде

$$H = f_{\text{н}}(B, B_m) + f_{\text{ч1}}(B, B_m) \frac{dB}{dt}. \tag{5}$$

Разложив $f_н(B, B_m)$ и $f_{ч1}(B, B_m)$ в ряд Маклорена и ограничившись двумя первыми членами, имеем

$$H = a_1 B + a_3 B^3 + \frac{1}{\omega}(a_0 + a_2 B^2)\frac{dB}{dt}. \quad (6)$$

Множитель $\frac{1}{\omega}$ введен здесь для удобства вычислений, чтобы исключить множитель ω, входящий в значение $\frac{dB}{dt}$.

Представив (6) в относительных единицах, получим

$$H = b_1 B^* + b_3 B^{*3} + \frac{1}{\omega}(b_0 + b_2 B^{*2})\frac{dB^*}{dt}, \quad (7)$$

где $B^* = \frac{B}{B_m}$ — относительное значение индукции для данной петли семейства.

Переход от (6) к (7), как показали экспериментальные исследования, приводит к более простой зависимости коэффициентов аппроксимации от B_m.

Пренебрегая для наглядности рассеянием и сопротивлением вторичной обмотки, покажем методику анализа погрешности трансформатора на примере ПТТ, для которого в соответствии с законом полного тока

$$i_1 w_1 = i_2 w_2 + Hl. \quad (8)$$

Считая ток i_1 синусоидальным, а нагрузку ПТТ активной, находим

$$i_2 = \frac{w_1}{w_2} I_{1m} \sin \omega t - \frac{l}{w_2}\left[b_1 B^* + b_3 B^{*3} + \frac{1}{\omega}(b_0 + b_2 B^{*2})\frac{dB^*}{dt}\right], \quad (9)$$

где $I_{1m} \sin \omega t = i_1$; l — длина силовой линии магнитного поля в сердечнике ПТТ; w_1, w_2 — числа витков первичной и вторичной обмоток соответственно.

Учитывая, что

$$i_2 = \frac{w_2 s B_m}{R_н} \cdot \frac{dB^*}{dt}, \quad (10)$$

где s — сечение сердечника; $R_н$ — сопротивление нагрузки, получаем

$$\frac{dB^*}{dt} = \frac{w_1 R_н I_{1m}}{c w_2^2 s B_m} \sin \omega t - \frac{\alpha\omega}{B_m}\left[b_1 B^* + b_3 B^{*3} + b_2 B^{*2}\frac{dB^*}{dt}\right]. \quad (11)$$

Здесь

$$\alpha = \frac{R_н l}{\omega w_2^2 s}; \quad c = 1 + \frac{\alpha b_0}{B_m}. \quad (12)$$

Приближенное решение нелинейного уравнения (11) удобно найти, применив метод возмущений. Для первого приближения будем пренебрегать выражением в квадратных скобках. Тогда

$$\left(\frac{dB^*}{dt}\right)_1 = \omega B^*_{m1} \sin \omega t; \quad B^* = -B^*_{m1} \cos \omega t, \tag{13}$$

где

$$B^*_{m1} = \frac{w_1 R_н I_{1m}}{\omega c w_2^2 c B_m} \tag{14}$$

— относительное значение первой гармоники индукции в первом приближении, которое незначительно отличается от единицы.

Подставляя (13), (14) в (11), найдем уточненное выражение производной функции, а с учетом (10) — и вторичного тока. После простых преобразований

$$i_2 = \frac{w_2 s B_m B^*_{m1}}{\omega R_н}\left\{\left[1 - \frac{\alpha b_2 B^{*2}_{m1}}{4B_m}\right]\sin \omega t + \frac{\alpha}{B_m}(b_1 + 0{,}75 b_3 B^{*2}_{m1}) \cos \omega t\right\} +$$

$$+ \frac{\omega w_2 \alpha s B^{*3}_{m1}}{4R_н}\{b_3 \cos 3\omega t - b_2 \sin 3\omega t\}. \tag{15}$$

С учетом (15) получим выражения для анализа первой I_{21m} и третьей I_{23m} гармоник вторичного тока и угловые погрешности $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_3$ для этих же гармоник. После очевидных упрощений

$$I^*_{21m} = \frac{I_{21m} w_2}{I_{1m} w_1} = \left(1 - \frac{\alpha b_0}{B_m}\right)\left(1 - \frac{\alpha b_2 B^{*2}_{m1}}{4\omega B_m}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 \Delta\varphi_1\right); \tag{16}$$

$$I^*_{23m} = \frac{l}{4\sqrt{2} I_{1m} w_1}\sqrt{b_2^2 + b_3^2}; \tag{17}$$

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi_1 \approx \Delta\varphi_1 = \frac{\alpha (b_1 + 0{,}75\, b_3 B^{*2}_{m1})}{B_m\left(1 - \dfrac{\alpha b_2 B^*_{m1}}{4\omega B_m}\right)} \approx \frac{\alpha (b_1 + 0{,}75\, b_3)}{B_m}; \tag{18}$$

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi_3 = -\frac{b_3}{b_2}. \tag{19}$$

Из уравнения (16), пренебрегая малыми второго порядка, можно найти относительную погрешность по току

$$\delta_{отн} \approx -\frac{\alpha (b_0 + 0{,}25 b_2)}{B_m} + \frac{\alpha^2 (b_1 + 0{,}75\, b_3)^2}{2B_m^2}. \tag{20}$$

На основании выражений для абсолютной фазовой погрешности первой гармоники (18), относительной токовой погрешности (20) могут быть найдены погрешности ПТТ: приведенная, нелинейности, фазовая.

На рис. 2 представлена экспериментальная зависимость от амплитудного значения индукции фазовой погрешности первой гармоники и там же пунктиром нанесена рассчитанная по (18) эта же зависимость для ПТТ из пермаллоя 50НП с такими параметрами: $s=10^{-4}$ м^2, $l=0{,}1256$ м, $w_1=w_2=48$, $I_{1\text{ном}}=1$ А. Величины коэффициентов в разложении семейства петель принимались следующими:

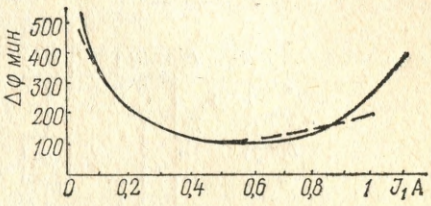

Рис. 2.

$$b_0 = 37{,}3B_m - 29{,}1B_m^2; \quad b_1 = \frac{2B_m}{0{,}02 - B_m}; \quad b_2 = 21B_m^2;$$

$$b_3 = 19B_m + 24\ B_m^3.$$

Аналогичная методика может быть применена при расчете ПТН. Незначительно усложняются соотношения при учете рассеяния, комплексной нагрузки и сопротивления вторичной обмотки.

При наличии ограничений на погрешности полученные соотношения позволяют ввести уравнения погрешности в систему уравнений при оптимальном синтезе параметров ПТТ и ПТН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савиновский Ю. А. К теории цепей со сталью. Учет гистерезиса. — «Тр. Горьк. политехн. ин-та», 1968, т. 24, вып. 7, с. 4—25.
2. Santesmases J. G., Ayala J., Cachero A. H. Analytical approximation of dynamic hysteresis loop and its application to series ferroresonant circuit. — «PROC. IEE», 1970, vol. 117, № 1, january, p. 234—240.

УДК 621.317

А. Н. БАРАНОВ

УСТАНОВКА ДЛЯ ЗАПИСИ СЕМЕЙСТВ ДИНАМИЧЕСКИХ ПЕТЕЛЬ ГИСТЕРЕЗИСА МАГНИТОМЯГКИХ МАТЕРИАЛОВ НА ПРОМЫШЛЕННОЙ ЧАСТОТЕ

Принципы построения устройств для записи динамических кривых намагничивания рассмотрены ранее [1]. Некоторые из установок описаны в работе [2]. Предлагаемая установка, собранная в основном на базе серийно выпускаемой аппаратуры,