*С.В. ШЕВЧЕНКО*, к.т.н., доц., профессор кафедры "ДВС и машиноведение" ВНУ им. В. Даля, Луганск; *Е.А. МАЗНЕВ*, к.т.н., доцент кафедры легкой и пищевой промышленности ВНУ им. В. Даля

## ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ ЛОКАЛИЗОВАННОГО КОНТАКТА С НЕЛИНЕЙЧАТЫМИ ЧЕРВЯКАМИ

Рассмотрен способ локализации контакта в червячном зацеплении за счет использования комбинаций стандартных червяков и червячных фрез, используемых для нарезания зубьев червячного колеса. Показано, что наибольшая степень локализации имеет место в паре, состоящей из эвольвентного червяка и червячного колеса, нарезанного производящим червяком, витки которого образованы пальцевой фрезой (нелинейчатый геликоид).

Ключевые слова: червячное зацепление, радиус кривизны, приведенная кривизна.

Введение. Актуальность задачи. Червячные передачи с локализованным (точечным) контактом рабочих поверхностей обладают повышенной износостойкостью и менее чувствительны к погрешностям изготовления и упругим деформациям. Поэтому разработка теоретических основ проектирования таких передач является актуальной задачей повышения технико-экономических показателей для приводов технологического и транспортного оборудования, где требуется большая степень редуцирования угловых скоростей при высоком уровне внешних нагрузок.

Анализ последних исследований и литературы. Идея использовать стандартные червяки и зуборезные инструменты для синтеза червячных передач была предложена применительно к паре, состоящей из эвольвентого червяка ZJ и червячного колеса, зубья которого нарезаны архимедовой фрезой ZA, [1]. Ранее подобный метод был реализован применительно к эвольвентным косозубым передачам в работе проф. В.Н. Севрюка в [2]. Отдельные вопросы червячного зацепления с локализованным контактом с использованием стандартных червяков и зуборезных инструментов при существующих методах зубонарезания освещены в публикациях [3, 4]. Подавляющее число других исследований червячных передач с локализованным контактом связаны с изменениями технологии и исходных контуров, например, в [5-7], либо с преобразованием линий контакта в замкнутые кривые в [8].

**Постановка задачи**. Требуется образовать червячные пары с локализованным (точечным) контактом активных поверхностей, используя для производящих и рабочих червяков линейчатые геликоиды ZJ, ZN2 и нелинейчатый геликоид ZK2. В полученных передачах выполнить сравнительный анализ приведенных кривизн и дать рекомендации по рациональному применению этих передач в силовых приводах.

Материалы исследований. Рассмотрим две пары червячных передач:

1) 
$$\left\{ \frac{ZJ}{ZN2} \right\} + GK2$$
; 2)  $ZK2 + \left\{ \frac{GJ}{GN2} \right\}$ .

Здесь ZJ, ZN2 — эвольвентный и конволютный рабочие червяки (линейчатые геликоиды); ZK2 — червяк, нарезанный пальцевой фрезой (нелинейчатый геликоид); GJ, GN2 — зубья колес, нарезанные эвольвентным и конволютным производящими червяками (фрезами) ZJ и ZN2; GK2 — зубья колеса, нарезанные производящим червяком ZK2. Верхние и нижние звенья в фигурных скобках образуют

© С.В. Шевченко, Е.А. Мазнев, 2014

ISSN 2079-0791. Вісник НТУ "ХПІ". 2014. № 31 (1074)

зацепления со звеном, отделенным от них знаком "+".

Таким образом, будут сформированы четыре червячные передачи с ло-кализованным контактом:

$$1.1 - [ZJ + GK2]$$
;  $1.2 - [ZN2 + GK2]$ ;  $2.1 - [ZK2 + GJ]$ ;  $2.2 - [ZK2 + GN2]$ .

В каждой из этих передач касание витков червяка с зубьями колеса будет точечным, так как эти пары поверхностей являются сопряженными, но не взаимоогибаемыми. Поскольку задача сформулирована как сравнение приведенных кривизн, а не нахождение их непосредственных значений, расчеты можно вести по плоским сечениям образованных передач. Эти сечения проходят по осям червяков и линиям межосевого расстояния. То есть, рассматриваться будут осевые сечения червяков, указанных типов, в зацеплении со средними торцевыми сечениями червячных колес. Это позволит значительно упростить расчетные зависимости без нарушения закономерностей в сравнительной оценке приведенных кривизн.

Исходные уравнения осевых сечений червяков, ZJ, ZN2, ZK2 в системе координат  $S_1(x_1; y_1)$ , жестко связанной с ними [9]:

Для ZJ:

$$x_{1} = r_{0} \cdot \cos v + u_{J} \cdot \cos \gamma_{0} \cdot \sin v;$$

$$z_{1} = P \cdot v - u_{J} \cdot \sin \gamma_{0};$$

$$v = \operatorname{arctg}(u_{J} \cdot \cos \gamma_{0} / r_{0}).$$
(1)

Здесь  $r_0 = P / \sqrt{ {\rm tg}^2 \ \alpha + {\rm tg}^2 \ \gamma_{\partial}}$  — радиус основного цилиндра червяка  $ZJ; P = r_1 \cdot {\rm tg} \gamma_{\partial}$  — параметр винта с делительным радиусом  $r_1$  и углом подъема витков  $\gamma_{\partial}$  на делительном цилиндре червяка  $ZJ; u_J$  — независимая переменная.

Для *ZN*2:

$$x_{1} = \frac{\rho}{\cos \nu};$$

$$z_{1} = P \cdot \nu + \rho \cdot \text{tg } \nu \cdot \text{tg } \delta.$$
(2)

Здесь  $\rho = \frac{\left(r_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_u - 0, \dots \cdot S_P\right) \cdot \sin \gamma_{\partial}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_u \cdot \sin^2 \gamma_{\partial}}}$ ;  $\delta = \arcsin \left(\sin \alpha_u \cdot \cos \gamma_{\partial}\right)$ ;  $P = 0, \dots \cdot m \cdot q \cdot \operatorname{tg} \gamma_{\partial} - 1 \cdot \operatorname{tg} \gamma_{\partial} - 1$ 

параметр винта;  $\alpha_u$ =20° — угол наклона режущей кромки резца;  $S_P$ ≈0,5· $\pi$ ·m· $\cos$  $\gamma_{\delta}$  — ширина резца на делительном цилиндре ZN2;  $r_1$ =0,5·m·(q+2x) — начальный радиус ZN2;  $(m, q, x, \gamma_{\delta}$  — параметры передачи); v — независимая переменная.

Для *ZK*2:

$$x_{1} = \frac{u_{k} \cdot \sin \alpha_{k} \cdot \sin \theta}{\sin \psi};$$

$$z_{1} = -u_{k} \cdot \sin \alpha_{k} \cdot \cos \theta - P \cdot \psi;$$

$$u_{k} = \left(P \cdot \cot \theta - x_{Ou}\right) \cdot \cos \alpha_{k};$$

$$\psi = \operatorname{arctg}\left(\frac{u_{k} \cdot \sin \alpha_{k} \cdot \sin \theta}{u_{k} \cdot \cos \alpha_{k} + x_{Ou}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{F_{1k}}{F_{2k}}\right).$$
(3)

Здесь  $x_{Ou} = r_1 - 0.5 \cdot w_{oc} \cdot \text{сtg}\alpha_k$  — начальный параметр.

Уравнения осевых профилей зубьев колес GJ, GN2 и GK2 в системе координат  $S_2(x_2; y_2)$ , жестко связанной с червячными колесами, найдены кинематическим методом, как огибающие осевых профилей (1-3):

$$x_{2} = (x_{1} - a_{w}) \cdot \cos \varphi_{2} - (z_{1} + r_{2} \cdot \varphi_{2}) \cdot \sin \varphi_{2};$$

$$y_{2} = (x_{1} - a_{w}) \cdot \sin \varphi_{2} + (z_{1} + r_{2} \cdot \varphi_{2}) \cdot \cos \varphi_{2}.$$
(4)

Здесь  $\phi_2 = \phi_2(v) - \phi$ ункция угла поворота колеса, выраженная через независимую переменную v (для колеса GK2 независимая переменная  $\vartheta$  – что не влияет на последовательность расчетов), с помощью уравнений зацепления для червячных пар.

Радиусы кривизны профилей витков червяков и зубьев червячных колес:

$$\rho_{1} = \frac{\sqrt{\left(\dot{x}_{1}^{2} + \dot{z}_{1}^{2}\right)^{3}}}{\left|\ddot{x}_{1} \cdot \dot{z}_{1} - \dot{x}_{1} \cdot \ddot{z}_{1}\right|}; \quad \rho_{2} = \frac{\sqrt{\left(\dot{x}_{2}^{2} + \dot{y}_{2}^{2}\right)^{3}}}{\left|\ddot{x}_{2} \cdot \dot{y}_{2} - \dot{x}_{2} \cdot \ddot{y}_{2}\right|}.$$
 (5)

Частные производные координат профиля зубьев червячного колеса, входящие в уравнение (5):

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 \cdot \cos \varphi_2 - \dot{z}_1 \cdot \sin \varphi_2 - \dot{\varphi}_2 \cdot \left[ y_2 + r_2 \cdot \sin \varphi_2 \right]; 
\dot{y}_2 = \dot{x}_1 \cdot \sin \varphi_2 + \dot{z}_1 \cdot \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_2 \cdot \left[ x_2 + r_2 \cdot \cos \varphi_2 \right].$$
(6)

$$\ddot{x}_{2} = \ddot{x}_{1} \cdot \cos \varphi_{2} - \ddot{z}_{1} \cdot \sin \varphi_{2} - \left[2 \cdot \dot{y}_{2} - x_{2} \cdot \dot{\varphi}_{2}\right] \cdot \dot{\varphi}_{2} - \left[y_{2} + r_{2} \cdot \sin \varphi_{2}\right] \cdot \ddot{\varphi}_{2}; 
\ddot{y}_{2} = .\ddot{x}_{1} \cdot \sin \varphi_{2} + \ddot{z}_{1} \cdot \cos \varphi_{2} + \left[2 \cdot \dot{x}_{2} + y_{2} \cdot \dot{\varphi}_{2}\right] \cdot \dot{\varphi}_{2} + \left[x_{2} + r_{2} \cdot \cos \varphi_{2}\right] \cdot \ddot{\varphi}_{2}.$$
(7)

Из уравнения зацепления находится  $\varphi_2 = \varphi_2(v)$  и его частные производные:

$$\phi_{2} = -\frac{\dot{x}_{1} \cdot (x_{1} - r_{1}) + \dot{z}_{1} \cdot z_{1}}{r_{2} \cdot \dot{z}_{1}} \cdot (8) \qquad \dot{\phi}_{2} = -\frac{(x_{1} - r_{1}) \cdot [\ddot{x}_{1} \cdot \dot{z}_{1} - \dot{x}_{1} \cdot \ddot{z}_{1}]}{r_{2} \cdot (\dot{z}_{1})^{2}} - \frac{(\dot{x}_{1})^{2}}{r_{2} \cdot \dot{z}_{1}} - \frac{\dot{z}_{1}}{r_{2}} \cdot (9)$$

$$\ddot{\phi}_{2} = \frac{2 \cdot (x_{1} - r_{1}) \cdot (\ddot{x}_{1} \cdot \dot{z}_{1} - \dot{x}_{1} \cdot \ddot{z}_{1}) \cdot \ddot{z}_{1}}{\dot{z}_{1}^{3} \cdot r_{2}} - \frac{(x_{1} - r_{1}) \cdot (\ddot{x}_{1} \cdot \dot{z}_{1} - \dot{x}_{1} \cdot \ddot{z}_{1}) + \dot{x}_{1} \cdot (3 \cdot \ddot{x}_{1} \cdot \dot{z}_{1} - 2 \cdot \dot{x}_{1} \cdot \ddot{z}_{1})}{\dot{z}_{2}^{2} \cdot r_{2}} - \frac{\ddot{z}_{1}}{r_{2}} \cdot (10)$$

Развернутые выражения (5) для радиусов кривизн червяка и червячного колеса в предложенных парах определяются после подстановки в них, учитывая уравнения (6-10) координат  $x_1$ ,  $z_1$  из профилей соответствующих осевых профилей (1-3) и их производных по независимой переменной, которые приведены ниже. После соответствующих подстановок они используются для нахождения профильных углов и кривизн в предложенных зацеплениях.

I. Эвольвентный червяк (червячная фреза) ZJ.

$$\dot{x}_{1} = u_{J} \cdot \cos \gamma_{0} \cdot \cos v \cdot \dot{v} + \left[\cos \gamma_{0} - r_{0} \cdot \dot{v}\right] \cdot \sin v;$$

$$\dot{z}_{1} = P \cdot \dot{v} - \sin \gamma_{0};$$

$$\dot{v} = \frac{\cos \gamma_{0} \cdot r_{0}}{\left(u_{J} \cdot \cos \gamma_{0}\right)^{2} + \left(r_{0}\right)^{2}}.$$

$$\ddot{x}_{1} = u_{J} \cdot \cos \gamma_{0} \cdot \left[\cos v \cdot \ddot{v} - \sin v \cdot \left(\dot{v}\right)^{2}\right] - -r_{0} \cdot \left[\cos v \cdot \left(\dot{v}\right)^{2} + \sin v \cdot \ddot{v}\right] + 2 \cdot \cos \gamma_{0} \cdot \cos v \cdot \dot{v};$$

$$\ddot{z}_{1} = P \cdot \ddot{v};$$

$$\ddot{v} = -2 \cdot u_{J} \cdot r_{0} \cdot \left(\cos \gamma_{0}\right)^{3} \cdot \left[\left(u_{J} \cdot \cos \gamma_{0}\right)^{2} + \left(r_{0}\right)^{2}\right]^{-2}.$$
(12)

$$\ddot{x}_{1} = \left[ u_{J} \cdot \cos \gamma_{0} \cdot \cos v - r_{0} \cdot \sin v \right] \cdot \left[ \ddot{v} - (\dot{v})^{3} \right] - 3 \cdot \left[ r_{0} \cdot \cos v + u_{J} \cdot \cos \gamma_{0} \cdot \sin v \right] \cdot \dot{v} \cdot \ddot{v} + 3 \cdot \cos \gamma_{0} \cdot \left[ \cos v \cdot \ddot{v} - \sin v \cdot (\dot{v})^{2} \right];$$

$$\ddot{z}_{1} = P \cdot \ddot{v};$$

$$\ddot{v} = 2 \cdot r_{0} \cdot (\cos \gamma_{0})^{3} \cdot \left[ 3 \cdot (u_{J} \cdot \cos \gamma_{0})^{2} - (r_{0})^{2} \right] \cdot \left[ (u_{J} \cdot \cos \gamma_{0})^{2} + (r_{0})^{2} \right]^{-3}.$$
(13)

II. Конволютный червяк (червячная фреза) ZN2.

$$\begin{vmatrix}
\dot{x}_{1} = \rho \cdot \frac{\sin \nu}{\cos^{2} \nu}; \\
\dot{z}_{1} = P + \frac{\rho \cdot tg \delta}{\cos^{2} \nu}.
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
\ddot{x}_{1} = \rho \cdot \frac{1 + \sin^{2} \nu}{\cos^{3} \nu}; \\
\ddot{z}_{1} = 2 \cdot \rho \cdot \frac{tg \delta \cdot \sin \nu}{\cos^{3} \nu}.
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
\ddot{x}_{1} = \rho \cdot \frac{\left(5 + \sin^{2} \nu\right) \cdot \sin \nu}{\cos^{4} \nu}; \\
\ddot{z}_{1} = 2 \cdot \rho \cdot tg \delta \cdot \frac{1 + 2 \cdot \sin^{2} \nu}{\cos^{4} \nu}.
\end{vmatrix}$$
(16)

III. Червяк (червячная фреза), нарезаемые пальцевой фрезой ZK2.

$$\dot{x}_{1} = -x_{1} \cdot \frac{\cos \psi \cdot \dot{\psi}}{\sin \psi} + \frac{\left[\dot{u}_{k} \cdot \sin \vartheta + u_{k} \cdot \cos \vartheta\right] \cdot \sin \alpha_{k}}{\sin \psi};$$

$$\dot{z}_{1} = \left[-\dot{u}_{k} \cdot \cos \vartheta + u_{k} \cdot \sin \vartheta\right] \cdot \sin \alpha_{k} - P \cdot \dot{\psi};$$

$$\dot{u}_{k} = -\frac{P \cdot \cos \alpha_{k}}{\sin^{2} \vartheta}.$$
(17)

$$\ddot{x}_{1} = -2 \cdot \dot{x}_{1} \cdot \operatorname{ctg} \psi \cdot \dot{\psi} + x_{1} \cdot \left[ \left( \dot{\psi} \right)^{2} - \operatorname{ctg} \psi \cdot \dot{\psi} \right] + \left\{ \frac{\left[ \left( \ddot{u}_{k} - u_{k} \right) \cdot \sin 9 + 2 \cdot \dot{u}_{k} \cdot \cos 9 \right] \cdot \sin \alpha_{k}}{\sin \psi}; \right\}$$

$$\ddot{z}_{1} = \left[ \left( u_{k} - \ddot{u}_{k} \right) \cdot \cos 9 + 2 \cdot \dot{u}_{k} \cdot \sin 9 \right] \cdot \sin \alpha_{k} - P \cdot \dot{\psi};$$

$$\ddot{u}_{k} = \frac{2 \cdot P \cdot \cos \alpha_{k} \cdot \cos 9}{\sin^{3} 9}.$$
(18)

$$\ddot{x}_{1} = -3 \cdot \ddot{x}_{1} \cdot \operatorname{ctg} \psi \cdot \dot{\psi} - 3 \cdot \dot{x}_{1} \cdot \left[ \operatorname{ctg} \psi \cdot \ddot{\psi} - (\dot{\psi})^{2} \right] + \\
+ x_{1} \cdot \left[ \operatorname{ctg} \psi \cdot \left[ (\dot{\psi})^{3} - \ddot{\psi} \right] + 3 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\psi} \right] + \\
+ \frac{\left[ (\ddot{u}_{k} - 3 \cdot \dot{u}_{k}) \cdot \sin 9 + (3 \cdot \ddot{u}_{k} - u_{k}) \cdot \cos 9 \right] \cdot \sin \alpha_{k}}{\sin \psi}; \\
\ddot{x}_{1} = \left[ (3 \cdot \dot{u}_{k} - \ddot{u}_{k}) \cdot \cos 9 + (3 \cdot \ddot{u}_{k} - u_{k}) \cdot \sin 9 \right] \cdot \sin \alpha_{k} - P \cdot \ddot{\psi}; \\
\ddot{u}_{k} = -\frac{2 \cdot P \cdot \cos \alpha_{k} \cdot (1 + 2 \cdot \cos^{2} 9)}{\sin^{4} 9}.$$
(19)

Входящие в выражения (17-19) производные угла поворота  $\psi$ , определяются из следующих уравнений:

$$\dot{\Psi} = \frac{\dot{F}_{1k} \cdot F_{2k} - F_{1k} \cdot \dot{F}_{2k}}{F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}}; \tag{20}$$

$$\ddot{\Psi} = \frac{\left[\ddot{F}_{1k} \cdot F_{2k} - F_{1k} \cdot \ddot{F}_{2k}\right] \cdot \left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]}{\left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]^{2}} - \frac{\left(x_{1} - r_{1}\right) \cdot \left(\ddot{x}_{1} \cdot \dot{z}_{1} - \dot{x}_{1} \cdot \ddot{z}_{1}\right) + \dot{x}_{1} \cdot \left(3 \cdot \ddot{x}_{1} \cdot \dot{z}_{1} - 2 \cdot \dot{x}_{1} \cdot \ddot{z}_{1}\right)}{\dot{z}_{1}^{2} \cdot r_{2}} - \frac{\ddot{z}_{1}}{r_{2}}; \tag{21}$$

$$\ddot{\Psi} = \frac{\ddot{F}_{1k} \cdot F_{2k} + \ddot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{2k} - \dot{F}_{1k} \cdot \ddot{F}_{2k} - F_{1k} \cdot \ddot{F}_{2k}}{F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}} - 2 \cdot \frac{\left[F_{1k} \cdot \dot{F}_{1k} + F_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\ddot{F}_{1k} \cdot F_{2k} - F_{1k} \cdot \ddot{F}_{2k}\right]}{\left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]^{2}} + 2 \cdot \frac{\left[\ddot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{2k} + \dot{F}_{1k} \cdot \ddot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\ddot{F}_{1k}^{2} - F_{2k}^{2}\right] - \left[\dot{F}_{1k} \cdot F_{2k} + F_{1k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right]}{\left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]^{2}} + 4 \cdot \frac{\dot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{2k} \cdot \left[F_{1k} \cdot \dot{F}_{1k} - F_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] - F_{1k} \cdot F_{2k} \cdot \left[\dot{F}_{1k} \cdot \ddot{F}_{1k} - \dot{F}_{2k} \cdot \ddot{F}_{2k}\right]} + \left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]^{2} + 2 \cdot \frac{\left[F_{1k} \cdot \dot{F}_{1k} + F_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[F_{1k} \cdot \dot{F}_{1k} - \dot{F}_{2k} \cdot \ddot{F}_{2k}\right]}{\left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]^{2}} \right] + 2 \cdot \frac{\left[F_{1k} \cdot \dot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{2k} + \dot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k} \cdot \ddot{F}_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right]}{\left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]^{2}} + 2 \cdot \frac{\left[\dot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{1k} + F_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right]}{\left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]^{2}} \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right]} + 2 \cdot \frac{\left[\dot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{1k} + F_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right]}{\left[F_{1k}^{2} + F_{2k}^{2}\right]^{2}} + 2 \cdot \frac{\left[\dot{F}_{1k} \cdot \dot{F}_{2k} + \dot{F}_{2k} \cdot \dot{F}_{2k}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right]}{\left[\dot{F}_{1k}^{2} + \dot{F}_{2k}^{2}\right]^{2}} \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}\right] \cdot \left[\dot{F}_{1k}^{2} - \dot{F}_{2k}^{2}$$

Здесь:

$$\dot{F}_{1k} = \left[ \dot{u}_k \cdot \sin \vartheta + u_k \cdot \cos \vartheta \right] \cdot \sin \alpha_k \; ; \quad \ddot{F}_{1k} = \left[ \left( \ddot{u}_k - u_k \right) \cdot \sin \vartheta + 2 \cdot \dot{u}_k \cdot \cos \vartheta \right] \cdot \sin \alpha_k \; ; 
\ddot{F}_{1k} = \left[ \left( \ddot{u}_k - 3 \cdot \dot{u}_k \right) \cdot \sin \vartheta + \left( 3 \cdot \ddot{u}_k - u_k \right) \cdot \cos \vartheta \right] \cdot \sin \alpha_k \; ; 
\dot{F}_{2k} = \dot{u}_k \cdot \cos \alpha_k \; ; \quad \ddot{F}_{2k} = \ddot{u}_k \cdot \cos \alpha_k \; ; \quad \ddot{F}_{2k} = \ddot{u}_k \cdot \cos \alpha_k \; .$$

Таблица 1 – Радиусы кривизны профилей витков червяка (червячных фрез) и зубьев HENDRUHLIN KOHEC

червячных колес								
Точка расчета	Червяк		Колесо					
	ZJ		GJ					
вершина — $+1 \cdot m$		2300,52		91,953				
+0,5·m	ρ <sub>1</sub> , мм	1875,31	$ ho_2$ , MM	106,776				
делительный		1504,54		122,020				
$-0.5 \cdot m$		1184,57		137,867				
впадина — $-1 \cdot m$		911,759		154,589				
	ZN2		GN2					
вершина — $+1 \cdot m$		11796,0		82,545				
+0,5·m	ρ <sub>1</sub> , мм	9723,53	$\rho_2$ , MM	97,110				
делительный		7909,52		111,598				
$-0.5 \cdot m$		6336,71		125,976				
впадина $-1 \cdot m$		4987,88		140,191				
	ZK2		GK2					
вершина — $+1 \cdot m$		22310,1		83,230				
+0,5·m		15770,0	_	97,696				
делительный	$\rho_1$ ,	11004,0	$\rho_2$ ,	112,063				
−0,5·m	MM	7552,13	MM	126,268				
впадина — -1· <i>m</i>	1	5076,51		140,195				
П								

Примечание: Точка расчета расположена на осевом профиле витков червяка, для червячного колеса это точка контакта с соответствующей точкой осевого профиля витка червяка, определяемая из уравнения зацепления.

Как показывает анализ профилей витков и зубьев колес, два выпуклых профиля будут взаимодействовать в зацеплении 1.1. Приведенная кривизна в этом случае определяется выражением  $\chi_{\Pi P} = (\rho_1)^{-1} + (\rho_2)^{-1}$ .

В остальных 3-х случаях (сочетание пар 1.2; 2.1; 2.2) – вогнутый профиль червяка контактирует с выпуклым профилем зуба колеса, причем  $\rho_1 > \rho_2$ , поэтому для них  $\chi_{\Pi P} = (\rho_2)^{-1} - (\rho_1)^{-1}$ .

Результаты исследований. Определены радиусы кривизны для предложенных червяков (червячных фрез) и червячных колес (см. таблицу 1). Также для предложенных червячных пар определены значения приведенных кривизн (см. таблицу 2). Параметры рассчитываемых передач:  $a_w$ =400мм; m=10мм; q=14;  $z_1/z_2=2/66$ . Расчеты проводились в пределах рабочей высоты профилей указанных передач.

## Выводы:

1. Локализация контакта в червячных передачах может быть реализована с использованием стандартных производящих и рабочих червяков типа ZJ, ZN2, ZK2.

Таблица 2 – Приведенные кривизны предложенных сочетаний червячных пар

Точка расчета	Приведенная кривизна $\chi_{\Pi P} \cdot 100 \cdot m$					
	[ZJ + GK2]	[ZN2+GK2]	[ZK2+GJ]	[ZK2 + GN2]		
вершина – +1·т	124,496	119,301	108,303	120,698		
+0,5·m	107,691	101,330	93,020	102,342		
делительный	95,882	87,971	81,045	89,380		
$-0.5 \cdot m$	87,639	77,619	71,210	78,056		
впадина $1 \cdot m$	82,297	69,324	62,718	69,361		

2. Наибольшая сте- впад пень локализации контакта, то есть ярко выраженное точечное касание, имеет место в паре [ZJ+GK2]. Это зацепление уступает остальным трем парам по нагрузочной способности, но менее чувствительно к упругим деформациям и погрешностям изготовления.

- 3. Наиболее плотный контакт профилей, где  $\chi_{TP}$ =min, дает зацепление [ZK2+GJ]. Эти передачи обладают минимальными контактными напряжениями и поэтому будут превосходить остальные по нагрузочной способности.
- 4. Рассмотренные приведенные кривизны профилей витков и зубьев применимы только для сравнительной оценки некоторых свойств передач. Для непосредственного расчета контактных напряжений в червячных передачах приведенные кривизны следует получить для рабочих поверхностей витков червяков и зубьев колес. Кроме того. дальнейшее исследование червячных передач с локализованным контактом будет расширено за счет стандартных производящих и рабочих червяков типа ZK1, ZK3, ZT.

Список литературы: 1. А.с. 904410, МКИ F16H. Червячная передача / С.В. Шевченко, В.П. Шишов, В.И. Подройко. – 2911046/24-28. Заявл. 21.04.1980. Опубл. в бюл. №15, 1982. **2.** Севрюк В.Н. Эвольвентные передачи с точечным контактом // Труды Луган, вечер, машин, ин-та, серия Машиностроение, т.1. – Луганск, 1962. – С.40-47. 3. Шевченко С.В. Локализация контакта в червячном зацеплении на базе стандартных элементов передачи / С.В. Шевченко, П.Н. Ткач // Подъемно-транспортная техника. – Днепропетровск, 2010. – № 1. – С.49-55. 4. Шевченко С.В. Геликоиды в червячном зацеплении с локализованным контактом / С.В. Шевченко, Е.А. Мазнев // Подъемно-транспортная техника. – Днепропетровск, 2013. – № 4. – С.67-74. **5.** *O. Ufert.* Dynamische Drehfehlermessungen an Walzerfrasmazchinen und ihr Einfluss auf die Genauigkrit gefraster Grobgetrieberader //VDI. - №103. – 1956. 6. Герасимов Б.К. Нагрузочная способность и к.п.д. червячных передач с локализованным пятном контакта / Б.К. Герасимов, В.Н. Комков // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. – Л., 1983. – №396. – С.41-44. 7. Парубец В.И. Анализ и синтез червячных передач с управляемым контактом, локализованным в заданной зоне: дис... канд техн.наук / В.И. Парубец. – Киев, 1985. – 233с. 8. Верховский А.В. Исследование условий работы червячных передач с замкнутыми линиями контакта: дис... канд техн наук / А.В. Верховский. — Москва. 1978. — 269с. **9.** *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила (received) 07.02.2014

УДК 621.833.6

**А.В. ШЕХОВ**, старший научный сотрудник каф. теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем НАКУ "ХАИ", Харьков

## ОПТИМИЗАЦИЯ ЛВУХПОТОЧНОГО МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА $n \times \overline{\mathsf{AI}}$ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА МАССЫ

Разработана методика оптимизации кинематической схемы двухпоточного многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times \overline{\mathrm{AI}}$  по критерию минимума массы. Рассмотрено построение целевой функции оптимизации, параметрами которой являются передаточные отношения ступеней механизма. Приведен вид целевой функции при расчете на контактную прочность. Исследованы свойства решения задачи оптимизации в зависимости от ограничений на передаточные отношения ступеней механизма.

© А.В. Шехов, 2014