

*В.Т. РОЗУМЕНКО*, канд. физ.-мат. наук, доц. ХНУ им. В.Н. Каразина.

*С.В. ХАРИТОНОВА*, вед. инж.-электроник, Институт ионосферы НАН и МОН Украины

## **ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ В СЛАБОИОНИЗИРОВАННОЙ ПЛАЗМЕ НА ВЫСОТАХ МЕЗОСФЕРЫ**

Проведено вивід та аналіз рівняння переносу енергії електронів у  $D$ -області іоносфери за наявності потужних мезосферних електричних полів, беручи за основу 13-моментну систему рівнянь переносу.

Based on the 13-moment transport equation system, the derivation of an electron energy transport equation in the D-region ionospheric plasma in large mesospheric electric fields is presented.

**Постановка задачі.** Исследование процессов переноса частиц и энергии в системе, включающей литосферу, атмосферу, ионосферу и магнитосферу является одним из актуальных предметов в области исследования околоземного космического пространства.

Ни одна ионосферная область не вызвала за всю историю ионосферных исследований столько споров, как область  $D$  (60 – 90 км) [1]. Благодаря практической недоступности к прямым измерениям приборами и слабой ионизации мезосфера очень сложная для исследования, информация про которую может иметь значительное фундаментальное и практическое значение. Достижения в этой области используются для исследования влияния мезосферы на распространение радиоволн, радиолокацию, системы связи, включая спутниковую связь.

**Анализ литературы.** В [1] даётся представление о структуре ионосферы и проблемах, связанных с различными вариациями её параметров. В [2] представлено подробное описание структуры и динамики ионосферы, физика плазмы и химические процессы, определяющие её поведение; детальное описание значимых уравнений переноса, волновых процессов, химии ионов, различных механизмов вклада энергии и её переноса; приведены методы измерения параметров ионосферы. В работе [3] авторами рассмотрена генерация электрических полей на высотах 60 – 70 км и получены уравнения переноса энергии, которые используются в модельных расчетах на кафедре космической радиофизики ХНУ имени В.Н. Каразина в последние годы.

**Цель статьи** – вывод и анализ уравнения переноса энергии для области мезосферы.

**Процессы соударений в слабоионизированной плазме.** Соударения ответственны за процессы ионизации и рекомбинации, диффузию плазмы от областей с высокой плотностью к областям с низкой плотностью, перенос тепла от горячих к холодным областям, обмен энергией между различными частицами и другие процессы. Соударения могут быть или упругими или

неупругими. При упругом соударении импульс и кинетическая энергия столкнувшихся частиц сохраняются в отличие от неупругого соударения. Природа процесса соударений зависит от соответственной кинетической энергии столкнувшихся частиц и от типа частиц. Вообще, при малых энергиях преобладают упругие соударения, но при увеличении кинетической энергии неупругие столкновения становятся существенней. Однако, различные процессы соударений по-разному учитываются в уравнениях непрерывности, переноса импульса и энергии.

Рассмотрим слабоионизированную плазму, в которой преобладают упругие электрон-нейтральные взаимодействия. Электроны оказывают влияние на распространение радиоволн в ионосферной плазме, поэтому будем рассматривать именно низкоэнергичные электроны, характерные для высот 60 – 70 км.

**Вывод уравнения переноса энергии.** Рассмотрим интеграл соударений энергии в 13-ти моментной функции распределения по скоростям [2]

$$f_s = f_{s0} \left[ 1 + \frac{m_s}{2kT_s p_s} \hat{\tau}_s \bar{c}_s c \bar{c}_s - \left( 1 - \frac{m_s c_s^2}{5kT_s} \right) \frac{m_s}{kT_s p_s} \bar{q}_s \bar{c}_s \right] \quad (1)$$

$$f_{s0} = f_s^M = n_s \left( \frac{m_s}{2\pi kT_s} \right)^{3/2} \exp(-m_s c_s^2 / 2kT_s). \quad (2)$$

Тогда слагаемое  $f_s f_t$  в интеграле переноса [2]

$$\int d^3 c_s \xi_s \frac{\delta f_s}{\delta t} = \iint d^3 c_s d^3 c_t f_s f_t g_{st} \left[ \int d\Omega \sigma_{st}(g_{st}, \theta) (\xi'_s - \xi_s) \right] \quad (3)$$

имеет вид

$$f_s f_t = n_s n_t \left( \frac{m_s}{2\pi kT_s} \right)^{3/2} \left( \frac{m_t}{2\pi kT_t} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_s c_s^2}{2kT_s} - \frac{m_t c_t^2}{2kT_t}\right) \times \left[ 1 + \frac{m_s}{2kT_s p_s} \hat{\tau}_s \bar{c}_s \bar{c}_s + \frac{m_t}{2kT_t p_t} \hat{\tau}_t \bar{c}_t \bar{c}_t - \left( 1 - \frac{m_s c_s^2}{5kT_s} \right) \frac{m_s}{kT_s p_s} \bar{q}_s \bar{c}_s - \left( 1 - \frac{m_t c_t^2}{5kT_t} \right) \frac{m_t}{kT_t p_t} \bar{q}_t \bar{c}_t \right]. \quad (4)$$

Здесь и далее  $\xi_s(\mathbf{c}_s)$  – момент скорости общего вида,  $\frac{\delta f_s}{\delta t} = \iint d^3 v_t d\Omega g_{st} \sigma_{st}(g_{st}, \theta) (f'_s f_t - f_s f_t)$  – интеграл соударений Больцмана,  $\theta$  – угол рассеивания центра масс,  $f'_s f_t - f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}'_s, t) f_t(\mathbf{r}, \mathbf{v}_t, t)$ ,  $d\Omega$  – элемент

телесного угла,  $\sigma_{st}(\mathbf{g}_{st}, \theta)$  – дифференциальное поперечное сечение рассеивания,  $\mathbf{g}_{st} = |\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_t|$  – относительная скорость столкнувшихся частиц  $s$  и  $t$ ,  $n_s(\mathbf{r}, t)$  – числовая плотность частиц  $s$ ,  $\mathbf{u}_s(\mathbf{r}, t)$  – скорость дрейфа частиц,  $t$  – время,  $m_s$  – масса частицы  $s$ ,  $p_s = n_s k T_s$  – парциальное давление газа,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T_s$  – температура частицы  $s$ ,  $\boldsymbol{\tau}_s$  – тензор напряжений.

Для случая, когда столкнувшиеся газы описываются функциями распределения Максвелла:

$$f_s^M(\vec{r}, \vec{v}_s, t) = n_s(\vec{r}, t) \left[ \frac{m_s}{2\pi k T_s(\vec{r}, t)} \right]^{3/2} \exp\left\{-m_s [\vec{v}_s - \vec{u}_s(\vec{r}, t)]^2 / 2k T_s(\vec{r}, t)\right\}, \quad (5)$$

то слагаемое  $f_s f_t$  можно выразить как

$$f_s f_t = n_s n_t \left( \frac{m_s}{2\pi k T_s} \right)^{3/2} \left( \frac{m_t}{2\pi k T_t} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_s c_s^2}{2k T_s} - \frac{m_t c_t^2}{2k T_t}\right). \quad (6)$$

Интегрирование по  $d^3 c_t$  и  $d^3 c_s$  производится при введении следующих скоростей [2]

$$\vec{c}_* = \vec{V}_c - \vec{u}_c + \beta \Delta \mathbf{u} - \beta \vec{g}, \quad \vec{g}_* = -\vec{g} - \Delta \vec{u}, \quad (7)$$

где  $\vec{V}_c$  – скорость центра масс,  $\vec{g}$  – относительная скорость:

$$\vec{V}_c = \frac{m_s \vec{v}_s + m_t \vec{v}_t}{m_s + m_t}, \quad \vec{g}_{st} = \vec{v}_s - \vec{v}_t \quad (8)$$

$$\vec{u}_c = \frac{m_s \vec{u}_s + m_t \vec{u}_t}{m_s + m_t}, \quad \Delta \vec{u} = \vec{u}_t - \vec{u}_s. \quad (9)$$

Параметр  $\beta$  и другие зависящие от температуры коэффициенты, которые будут использованы далее:

$$a^2 = \frac{2k T_s T_t}{m_t T_s + m_s T_t}, \quad \alpha^2 = \frac{2k T_{st}}{\mu_{st}}, \quad \beta = \frac{\mu_{st}}{m_s + m_t} \frac{T_t - T_s}{T_{st}}. \quad (10)$$

В (10) приведенная масса  $\mu_{st}$  и приведенная температура  $T_{st}$  задаются следующими выражениями:

$$\mu_{st} = \frac{m_s m_t}{m_s + m_t}, T_{st} = \frac{m_s T_t + m_t T_s}{m_s + m_t} \quad (11)$$

Преобразуем скорости  $(\vec{c}_s, \vec{c}_t)$  через  $(\vec{c}_*, \vec{g}_*)$ , а именно выразим

$$\vec{c}_s = \vec{c}_* - \psi \vec{g}_*, \vec{c}_t = \vec{c}_* + (1 - \psi) \vec{g}_*, \quad (12)$$

где

$$\psi = \frac{m_t T_s}{m_t T_s + m_s T_t}, (1 - \psi) = \frac{m_s T_t}{m_t T_s + m_s T_t}, \quad (13)$$

и преобразование  $d^3 c_s d^3 c_t$ :

$$d^3 c_s d^3 c_t = d^3 c_* d^3 g_*. \quad (14)$$

Используя выражения (10) и (12), слагаемое  $f_s f_t$  принимает вид

$$f_s f_t = \frac{n_s n_t}{\pi^3 a^3 \alpha^3} \exp\left(-\frac{c_*^2}{a^2} - \frac{g_*^2}{\alpha^2}\right). \quad (15)$$

Подставляя уравнения (14) и (15) в выражение для сохранения импульса в общем виде [2]

$$\frac{\delta \vec{M}_s}{\delta t} = -\mu_{st} \iint d^3 c_s d^3 c_t f_s f_t g_{st} Q_{st}^{(1)} \vec{g}_{st}, \quad (16)$$

получим

$$\frac{\delta \vec{M}_s}{\delta t} = -\frac{\mu_{st} n_s n_t}{\pi^3 a^3 \alpha^3} \int d^3 c_* e^{-c_*^2/a^2} \int d^3 g_* e^{-g_*^2/\alpha^2} g Q_{st}^{(1)}(g) \vec{g}. \quad (17)$$

Первый интеграл можно легко вычислить, используя сферическую систему координат для скорости, потому что интегрирование зависит только от величины  $c_*$

$$\int d^3 c_* e^{-c_*^2/a^2} = 4\pi \int_0^\infty dc_* c_*^2 e^{-c_*^2/a^2} = \pi^{3/2} a^3. \quad (18)$$

Во втором интеграле выражение (8) (для  $\vec{g}_{st}$ ) используется, чтобы выразить  $g_*^2$  через слагаемые  $\vec{g}$  и  $\Delta\vec{u}$ , а именно:

$$g_*^2 = g^2 + 2\vec{g}\Delta\vec{u} + (\Delta u)^2, \quad (19)$$

учитывая то, что  $d^3g_* = d^3g$ . Тогда второй интеграл в (17) выглядит так:

$$\int d^3g g Q_{st}^{(1)}(g) \vec{g} \exp\left[-\frac{g^2 + 2\vec{g}\cdot\Delta\vec{u} + (\Delta u)^2}{\alpha^2}\right]. \quad (20)$$

С учётом уравнений (7) – (18) имеем

$$\frac{\delta E_s}{\delta t} = -\sum \frac{n_s m_s v_{st}}{m_s + m_t} 3k(T_s - T_t). \quad (21)$$

В настоящей работе рассматриваются электроны, взаимодействующие с нейтральным газом. В этом случае общепринято  $s$  обозначать через  $e$ , а индекс  $t$  через  $n$ . Полученный результат интересно сравнить с соответствующим уравнением переноса энергии в работе [3]:

$$\frac{2}{3} \frac{Q_e}{kN} - \delta v_e (T_e - T_n) = 0, \quad (22)$$

в котором эффективная частота соударений  $v_e$  вычислена с использованием интегралов Чепмена-Каулинга [5]. Здесь интеграл переноса энергии электронами  $\delta E_s/\delta t$  обозначено  $Q_e$ , а доля потери энергии одним электроном при упругих соударениях  $-\delta = 2m_s/(m_s + m_t)$  [3], и таким образом уравнение (22) в наших обозначениях может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\delta E_s}{\delta t} = -\frac{3}{2} \delta n_s v_{st} k(T_s - T_t). \quad (23)$$

Кажущееся расхождение между (21) и (23) объясняется тем, что в [4] в  $\delta$  включены эффекты неупругих соударений, и результат приведен в численном виде, что затрудняет применение (23). Множитель 1/2 можно объединить с частотой соударений  $v_{en}$ , и говорить, о том, что частоты в этих выражениях отличаются на множитель 1/2, т. е.:

$$v_e = -\frac{1}{2} \sum v_{en}. \quad (24)$$

При использовании данных, полученных на Радиофизической обсерватории ХНУ имени В.Н. Каразина, в [6] показано, что значение эффективной частоты соударений [3] совпадает со значением частоты соударений электронов в 13-ти моментном приближении [2] с погрешностью порядка 1%, если в уравнении переноса энергии в [3] опустить множитель 2.

**Выводы.** В данной работе проведен анализ уравнения переноса энергии в  $D$ -области ионосферы исходя из 13-моментной системы уравнений переноса.

Показано, что значение эффективной частоты соударений  $\nu_e$  [3] совпадает со значением частоты соударений электронов в 13-моментном приближении  $\Sigma \nu_{en}$  с погрешностью порядка 1%, если в уравнении переноса энергии [3] опустить численный множитель 2. Это уравнение будет иметь вид  $Q_e = -\Sigma 3\delta n_e \nu_{en} k(T_e - T_n)$  и будет соответствовать 13-моментному уравнению переноса энергии [2].

**Список литературы:** 1. Данилов А.Д. Популярная астрономия. – Л.: Гидрометеониздат, 1989. – 230 с. 2. Schunk R.W., Nagy A.F. Ionospheres: Physics, Plasma Physics and Chemistry. – Cambridge University Press, 2000. – 555 p. 3. Manson A.H., Meek C.E., Martynenko S.I., Rozumenko V.T., Tyrnov O.F. VLF Phase Perturbations Produced by the Variability in Large ( $V/m$ ) Mesospheric Electric Fields in the 60 – 70 km Altitude Range. In Characterising the Ionosphere (pp. 8\_1 – 8\_24). Meeting Proceedings RTO-MP-IST-056, Paper 8. Neuilly-sur Seine, France: RTO. Available from: <http://www.rto.nato.int/abstracts.asp>, 2006. 4. Gurevich A.V. Nonlinear Phenomena in the Ionosphere. – Springer-Verlag, New York, 1978. – 370 p. 5. Maynard N.C., Croskey C.L., Mitchell J.D., Hale L.C. Measurement of voltmeter electrical fields in the middle atmosphere // Geophys. Res. Lett. – 1981. – 8, 923. 6. Харитонова С.В. Моделювання електродинамічних процесів на висотах мезосфери / Кваліфікаційна робота бакалавра прикладної фізики. – Х.: Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, 2008. – 41 стор.

Поступила в редколлегию 31.05.2010