

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«Харківський політехнічний інститут»

О. В. Григоров, Н. О. Петренко

**БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА
ВАНТАЖОПДІЙОМНИХ МАШИН**

Навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів

Харків НТУ «ХПІ» 2008

ББК 39.9: 34.41

Г83

УДК 621.873:539.3

Рецензенти:

Л. В. Назаров, д-р техн. наук, проф. кафедри «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні машини та обладнання», Харківський національний автомобільно-дорожній університет;

А. П. Нестеров, д-р техн. наук, проф. кафедри «Промисловий і автомобільний транспорт», Українська інженерно-педагогічна академія;

Е. С. Венцель, д-р техн. наук, проф. кафедри «Будівельні, колійні і вантажно-розвантажувальні машини», Харківська Державна Академія залізничного транспорту

Гриф надано Міністерством освіти і науки України,
лист № 1.4./18-Г-916 від 18.04.2008 р.

Григоров, О.В.

Г83 Будівельна механіка вантажопідйомних машин: навч. посібник / О. В. Григоров, Н. О. Петренко. – Х. : НТУ «ХПІ», 2008. – 128 с.

ISBN 978-966-593-650-3

Розглянуто методи розрахунку балок, ферм і рам, статично визначених і статично невизначених систем. Особлива увага приділена визначенню напруг у балках і фермах при рухомому навантаженні, що має місце в мостових і козлових кранах, стрілах баштових кранів і т.д. Наведена методика визначення переміщень вузлів ферм та перерізів балки і рами.

Призначено для студентів спеціальності 6.090.214 «Підйомно-транспортні, дорожні, меліоративні машини і обладнання», а також може бути використане інженерно-технічними працівниками, що займаються проектуванням, виготовленням і експлуатацією вантажопідйомних машин.

Іл. 90. Табл. 14. Бібліогр: 5 назв.

ББК 39.9: 34.41

ISBN 978-966-593-650-3

©Григоров О.В., Петренко Н.О., 2008 р.

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| ВСТУП | 6 |
| 1. Статично визначені системи | 9 |
| 1.1. Однопрогонні балки..... | 9 |
| 2. Багатопрогонні статично визначені балки | 22 |
| 2.1. Загальні положення..... | 22 |
| 2.2. Лінії впливу зусиль для багатопрогонної статично визначеної балки..... | 23 |
| 3. Ферми | 25 |
| 3.1. Загальні положення..... | 25 |
| 3.2. Класифікація ферм..... | 25 |
| 3.3. Геометрична незмінюваність стрижневих систем..... | 25 |
| 3.4. Статична визначеність геометрично незмінних систем..... | 28 |
| 3.5. Аналітичні способи розрахунку ферм..... | 29 |
| 3.6. Графічний спосіб розрахунку ферм..... | 34 |
| 4. Загальні методи визначення переміщень | 45 |
| 4.1. Робота зовнішніх сил..... | 45 |
| 4.2. Робота внутрішніх сил..... | 46 |
| 4.3. Теорема про взаємність робіт і переміщень..... | 49 |
| 4.4. Формули переміщень..... | 51 |
| 4.5. Графічне визначення інтеграла Мора..... | 55 |
| 5. Статично невизначені системи | 60 |
| 5.1. Статична невизначеність..... | 60 |
| 5.2. Методи розрахунку..... | 61 |
| 6. Розрахунок статично невизначених систем на дію постійного навантаження | 63 |
| 6.1. Балкові системи..... | 63 |
| 6.2. Рамні системи..... | 64 |
| 6.3. Визначення переміщень у статично невизначених системах..... | 68 |
| 6.4. Контроль рішення статично невизначених систем..... | 69 |
| 7. Статично невизначені плоскі ферми | 70 |
| 7.1. Визначення зусиль у стрижнях ферми..... | 70 |
| 7.2. Визначення прогину..... | 71 |

| | |
|--|-----|
| 8. Розрахунок головної балки мостового крана | |
| коробчастого перетину | 72 |
| 8.1. Навантаження і їх сполучення..... | 72 |
| 8.2. Визначення навантажень і місць їх прикладання..... | 73 |
| 8.3. Вибір марки сталі і припустимих напружень..... | 74 |
| 8.4. Вибір поперечного перерізу балки..... | 75 |
| 8.5. Перевірка балки на статичну і динамічну жорсткість..... | 81 |
| 8.6. Перевірка балки на стійкість..... | 81 |
| 8.7. Розрахунок звареного з'єднання пояса зі стінкою..... | 86 |
| 9. Розрахунок головної ферми мостового крана | |
| решітчастої конструкції | 87 |
| 9.1. Опис конструкції..... | 87 |
| 9.2. Навантаження і їхні сполучення..... | 87 |
| 9.3. Вибір марки сталі і припустимих напружень..... | 88 |
| 9.4. Визначення зусиль в елементах головної ферми..... | 89 |
| 9.5. Вибір перерізів елементів головної ферми..... | 93 |
| 9.6. Визначення прогину ферми..... | 98 |
| 9.7. Розрахунок зварних швів..... | 99 |
| 9.8. Конструювання ферми..... | 101 |
| 10. Козлові крани | 103 |
| 10.1. Типи конструкцій і їх основні параметри..... | 103 |
| 10.2. Розрахункові навантаження і їхні комбінації..... | 106 |
| 10.3. Особливості розрахунку..... | 110 |
| 11. Баштові крани | 114 |
| 11.1. Типи конструкцій баштових кранів..... | 114 |
| 11.2. Оптимальне проектування металоконструкцій баштових кранів..... | 115 |
| 11.3. Розрахункові навантаження і їх комбінації..... | 118 |
| 12. Пуско-гальмівні режими механізмів пересування кранів висотної конструкції | 120 |
| Список літератури..... | 127 |

ПЕРЕДМОВА

Зміст посібника відповідає програмі курсу «Будівельна механіка вантажопідйомних машин» за фахом 7.090214 «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини та обладнання».

У посібнику розглядаються питання будівельної механіки та металевих конструкцій підйомно-транспортних машин.

Достатньо вичерпно викладено методи розрахунку балок, рам і ферм на міцність, жорсткість і стійкість при дії постійного і рухливих навантажень.

Надано огляд конструкцій і методів розрахунків з урахуванням специфіки мостових, козлових і баштових кранів.

Цей посібник може бути використаний студентами при вивченні курсу «Будівельна механіка вантажопідйомних машин», при виконанні курсових і дипломних проектів, а також аспірантами і інженерно-технічними працівниками, що займаються проектуванням, виготовленням і експлуатацією підйомно-транспортних машин.

ВСТУП

Будівельною механікою називається наука про методи розрахунку споруд на міцність, жорсткість і стійкість. Будівельна механіка базується на дисциплінах: опір матеріалів, теоретична механіка, математика, фізика. Займається ця наука в основному розрахунком стрижньових систем і балок на дію як постійних, так і рухомих навантажень.

Іntenсивний розвиток будівельної механіки обумовив розпочате в першій половині XIX ст. будівництво мостів, залізниць, крупних промислових споруд. Відсутність методів розрахунку таких споруд не дозволяла здійснювати достатньо легкі і одночасно надійні конструкції.

Початок розвитку науки про міцність пов'язують звичайно з ім'ям Галілео Галілея (1564–1642). Він встановив, що одним тільки пропорційним збільшенням всіх розмірів брусів не можна забезпечити їх міцність, тобто геометрично подібні тіла, що знаходяться під дією власної ваги, не є однаково міцними.

Розвитку науки про міцність у XVIII в. сприяли успіхи у вищій математиці і механіці: особливо важливе значення мали роботи Л.Ейлера і Лагранжа.

М.В.Ломоносов (1711–1751) одним з перших зайнявся питаннями міцності матеріалів, зробив ряд чудових відкриттів у найрізноманітніших областях науки. Найбільшою заслугою Ломоносова є те, що він підійшов безпосередньо до відкриття загального закону збереження матерії, а тим самим і закону збереження енергії, що має виключно велике значення для будівельної механіки. Зокрема, за допомогою одного з законів розробив універсальний метод визначення переміщень і провів розрахунок споруд на ударне навантаження.

Знаменитий російський механік І.П.Кулібін (1733–1818) розробив проект арочного дерев'яного моста прольотом 300 м через річку Ніву в Санкт-Петербурзі (1746 р). Для оцінення ролі Кулібіна в мостобудуванні XVIII в., слід зазначити, що найбільший проліт дерев'яного моста того часу, побудованого братами Груберман у 1778 р., досягав лише 119 м. Кулібін розробив проект трьохарочного сталевго моста прольотом 260 м і сконструював його модель.

Відомий російський інженер Д.І.Журавський (1821–1891) розробив теорію розрахунку плоских ферм. Багато його теоретичних і експериментальних досліджень зберігають своє значення і донині. Д.І.Журавський теоретично і експериментально встановив закон розподілу зусиль, що виникають у різних частинах ферм розкосів під дією навантажень. Він вперше запропонував при споруді мостів великих прольотів збільшувати висоту стійок ферм від опор до середини прольоту. Йому належить також створення теорії дотичної напруги при вигині.

Значний внесок у будівельну механіку зробив професор Х.С.Головін (1844–1904). В 1882 р. він запропонував розрахунок пружності арки методами теорії пружності, опублікував підручник з курсу будівельної механіки.

Видатний професор Н.А.Белелюбський (1845–1922) був також одним з найталановитих російських інженерів-мостобудівників. Він спроектував велику кількість металевих мостів, зокрема найбільші для свого часу за довжиною і досконалістю конструкції міст Сизранський через Волгу і двох'ярусний міст через Дніпро біля Дніпропетровська. Белелюбський першим використав на будівництві мостів залізобетон. У 1875 р. він видав курс будівельної механіки.

Важливе значення мали праці професора Ф.С.Ясинського (1856–1899), автора видатних досліджень з теорії розрахунку стрижнів на стійкість.

Велику роль у розвитку будівельної механіки зіграли роботи талановитого інженера і педагога, професора В.Л.Кирпічева (1845–1913). Ним був відкритий важливий за своїм практичним значенням закон пружної подібності.

Відомий академік В.Г.Шустов (1853–1939) велику кількість своїх робіт присвятив статистиці споруд. Гіперболоїдні ажурні башти, а також сітчасті зведення конструкції широко застосовуються у всіх країнах світу.

За проектом професора Л.Д.Проскуракова (1858–1926) був побудований перший міст з шпренгельними фермами через річку Єнісей. У цьому проекті для визначення зусиль у фермах він вперше застосував лінії впливу.

Виключно велике значення роботи учених країн СНД мали також і в розвитку теорії пружності, теорії пластичності, динаміки і споруд.

Слід визначити чудові роботи з теорії пружності і теорії практичності академіків Б.Г.Галеркіна, Н.І.Мухелішвілі, Ю.Н.Работнова, членів-кореспондентів Академії наук СРСР В.З.Власова, А.А.Ільюшина, І.М.Рабіновича і ін.

Значний внесок у будівельну механіку конструкцій мостів зробили академіки Г.П.Передерій і Є.О.Патон.

Великий інтерес і наукову цінність представляють роботи професорів І.П.Прокоф'єва, Б.Н.Жемочкина, П.Л.Пастернака, А.А.Гвоздева, Н.І.Безухова, В.В.Болотіна і багато інших.

Помітний внесок у розвиток сучасних методів розрахунків інженерних споруд зробив член-кореспондент Академії наук СРСР Н.С.Стрелецький.

Варто зазначити таких учених як А.Н.Дінник, К.С.Заврієв, Ю.Н.Работнов, С.А.Бернштейн, Н.М.Беляєв, Н.І.Безухов, Н.В.Корноухов, А.Ф.Смірнов, В.В.Болотін, Н.К.Снітко, А.П.Синіцин, В.І.Федосьєв і ін.

В області розрахунку балок, рам, плит, лежачих на пружній підставі, крупних успіхів досяг академік А.Н.Крилов.

Професор В.З.Власов плідно працював над створенням теорії розрахунку оболонок і тонкостінних стрижнів на міцність, стійкість і коливання.

Слід також відзначити заслуги таких учених як А.В.Даркова, В.А.Киселева, М.М.Гохберга, А.В.Вершинського, В.П.Семенова, П.Є.Богуславського.

Важко переоцінити практичне значення будівельної механіки. Знання її законів і правил дає можливість проектувати підйомно-транспортну техніку не тільки надійну і міцну, але і економічну.

1. СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНІ СИСТЕМИ

1.1. Однопрогонні балки

1.1.1. Загальні положення

З курсу опору матеріалів відомі способи визначення внутрішніх зусиль і згинальних моментів, що виникають у поперечних перерізах статично визначених балок. Ці способи використовуються й у курсі будівельної механіки.

Сформулюємо правила для знаходження значень внутрішніх зусиль у балках.

Поперечна сила Q у будь-якому перетині балки дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій усіх сил (зовнішніх і реакційних) на нормаль до осі балки, проведена в розглянутому поперечному перерізі. Сили можуть розглядатися як ліворуч від перетину, так і праворуч, при цьому результат той самий.

Знак поперечної сили: якщо сили розглядаються ліворуч від перетину і результуюча проєкцій сил направлена знизу вверх, то поперечну силу прийнято вважати позитивною; якщо сили розглядаються праворуч від перетину і результуюча їхньої проєкції також направлена вверх, то поперечна сила вважається негативною. У протилежному випадку знаки змінюються. Позитивні значення поперечної сили прийнято відкладати вверх, негативні – вниз (рис. 1.1).

Згинальний момент M у будь-якому перетині балки дорівнює алгебраїчній сумі моментів усіх зовнішніх сил і опорних реакцій, прикладених до балки з одного боку від перетину.

Знак згинального моменту: якщо сили розглядаються ліворуч від перетину і момент направлений по годинній стрілці, то він позитивний; якщо сили розглядаються праворуч від перетину і момент прагне обертати балку проти годинникової стрілки, то він також позитивний. У протилежному випадку знаки змінюються. Позитивні значення згинального моменту в будівельній механіці прийнято відкладати на розтягнутих волокнах, на відміну від курсу опору матеріалів, де прийнято позитивні значення згинального моменту відкладати на стиснутих волокнах (рис. 1.1).

Для визначення реакцій беремо суму моментів усіх зовнішніх сил і реакцій щодо точок B і A відповідно:

$$\sum M_B = 0; R_A \cdot l - P \cdot b = 0; R_A = \frac{P \cdot b}{l};$$
$$\sum M_A = 0; R_B \cdot l - P \cdot a = 0; R_B = \frac{P \cdot a}{l}.$$

Перевірка – сума проєкцій усіх зовнішніх сил на вертикальну вісь Y дорівнює нулю:

$$\sum Y = 0; R_A + R_B - P = 0.$$

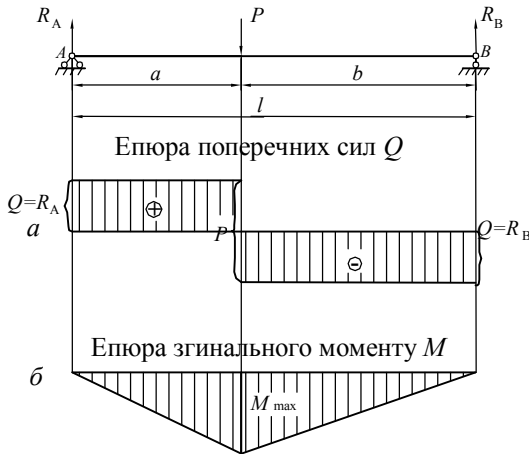


Рисунок 1.1 – Епюри:

a – поперечної сили; b – згинального моменту

На ділянці $0 \leq x \leq a$ поперечна сила $Q = R_A$, на ділянці $a < x \leq l$ $Q = -R_B$, під силою P стрибок дорівнює силі P . Згинальний момент на опорах дорівнює нулю; під силою P максимальний момент $M_{\max} = R_A \cdot a$ або $M_{\max} = R_B \cdot b$

1.1.2. Опори балок

Опори бувають трьох основних типів: шарнірно-рухлива; шарнірно-нерухома і затиснена (рис. 1.2).

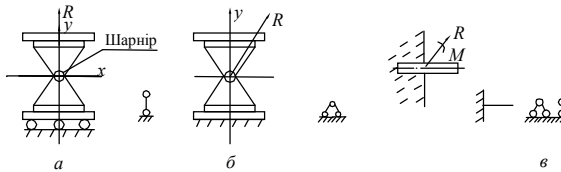


Рисунок 1.2 – Опори балок і їх умовне зображення:

a – шарнірно-рухлива; b – шарнірно-нерухома; $в$ – затиснена

Шарнірно-рухлива опора має два степеня свободи: поворот щодо шарніра і переміщення по осі x . Відома точка прикладання реакції (центр шарніра) і напрямок (вісь y). Невідома величина реакції R . Умовно зображується у вигляді стрижня з двома ідеальними (без тертя) шарнірами на кінцях (рис. 1.2, а).

У шарнірно-нерухомій опорі відома тільки точка прикладання (центр шарніра). Величина реакції R і її напрямок невідомі, має один степінь свободи – поворот навколо шарніра. Умовно зображується у вигляді двох стрижнів з трьома ідеальними шарнірами на кінцях (рис. 1.2, б).

Затиснена опора не дозволяє переміщення і повороту балки. Степінь свободи дорівнює нулю. Невідомі напрямок реакції і згинальний момент. Умовне зображення у виді трьох стрижнів з ідеальними шарнірами на кінці або у вигляді затисненого стрижня (рис. 1.2, в).

1.1.3. Лінії впливу опорних реакцій балок

По балці AB (рис. 1.3) пересувається одиночний вантаж $P = 1$. Визначимо опорні реакції залежно від місця розташування вантажу $P = 1$. Тому що уся система знаходиться у рівновазі, то візьмемо суму моментів сил щодо точки B

$$\sum M_B = 0; R_A \cdot l - P \cdot x = 0;$$

$$R_A = \frac{P \cdot x}{l}, \text{ тому що } P = 1, \text{ то можна записати}$$

$$R_A = \frac{x}{l} \tag{1.1}$$

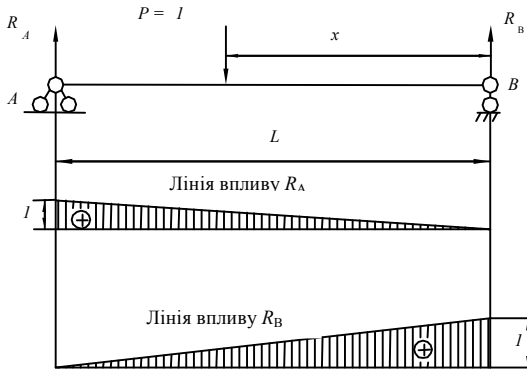


Рисунок 1.3 – Лінії впливу опорних реакцій для однопрогонної балки

При $x = 0$, тобто вантаж $P = 1$ знаходиться над точкою B , $R_A = 0$. При $x = l$ $R_A = 1$.

Сума моментів щодо точки A дорівнює нулю:

$$\sum M_A = 0; \quad R_B \cdot l - P \cdot (l - x) = 0; \quad R_B = \frac{P \cdot (l - x)}{l}$$

або

$$R_B = \frac{(l - x)}{l}, \tag{1.2}$$

тому що $P = 1$.

При $x = 0$ $R_B = 1$, при $x = l$ $R_B = 0$.

На підставі закону зміни R_A побудуємо лінію впливу даної опорної реакції. Для цього над опорою A відкладемо в обраному масштабі одиницю, а на опорі B – нуль і з'єднаємо ці точки прямою лінією, тому що у виразі R_A маємо x у першому степені. Для побудови лінії впливу R_B над опорою B відкладемо одиницю, а на опорі A нуль і з'єднаємо прямою лінією. Якщо у балки є консолі, то на консолі варто продовжити лінії впливу (див. нижче приклад).

Ордината лінії впливу реакції дає величину даної реакції в той момент, коли рухливий вантаж $P = 1$ розташований над даною ординатою. Для того щоб знайти за допомогою лінії впливу величину реакції при заданому положенні вантажу $P = 1$, треба відміряти під цим вантажем ординату лінії впливу в прийнятому масштабі.

Приклад 1. Побудувати лінії впливу опорних реакцій для одноконсольної балки (рис. 1.4).

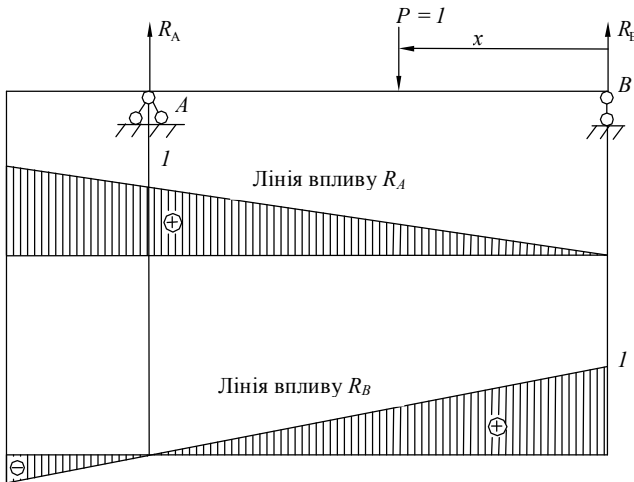


Рисунок 1.4 – Лінії впливу опорних реакцій для одноконсольної балки

Лінія впливу завжди будується від одиночного вантажу. Для побудови лінії впливу R_A на опорі A відкладаємо одиницю, на опорі B – нуль і з'єднуємо ці точки прямою лінією, до консолі цю лінію продляємо. Для лінії впливу R_B на опорі B відкладаємо одиницю, на опорі A – нуль, з'єднуємо ці точки прямою і продляємо її до консолі.

Приклад 2. Побудувати лінії впливу опорних реакцій для двохконсольної балки (рис. 1.5).

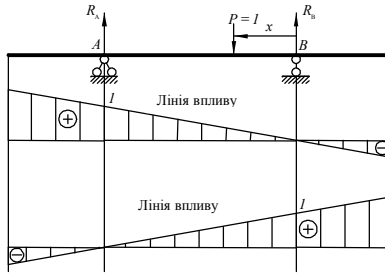


Рисунок 1.5 – Лінії впливу опорних реакцій для двохконсольної балки

1.1.4. Лінії впливу згинальних моментів і поперечних сил

Побудова лінії впливу згинального моменту показана на рис. 1.6. Нехай вантаж $P = 1$ переміщається в інтервалі від 0 до b , тоді згинальний момент у перетині $l-l$ дорівнює $M_1 = R_A \cdot a$ (розглядаємо рівновагу ліворуч від перетину, а вантаж переміщається праворуч від перетину). Оскільки $R_A = \frac{x}{l}$ (див. формулу (1.1)), то

$$M_1 = \frac{x}{l} \cdot a. \quad (1.3)$$

При $x = 0$, $M_1 = 0$; при $x = b$ $M_1 = \frac{a \cdot b}{l}$

Побудуємо праву гілку лінії впливу (рис. 1.6, б)

При побудові лівої гілки вантаж $P = 1$ переміщається ліворуч від перетину $l-l$, $b \leq x \leq l$. Розглянемо рівновагу балки праворуч $M_1 = R_B \cdot b$, тому що $R_B = \frac{l-x}{l}$ (див. формулу (1.2)), тобто

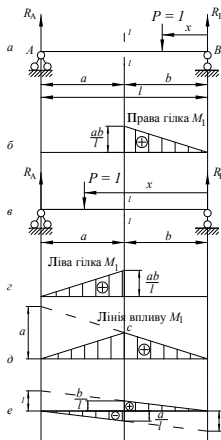


Рисунок 1.6 – Лінії впливу згинального моменту і поперечної сили в перетині $l-l$

$$M_1 = \frac{l-x}{l} \cdot b, \quad (1.4)$$

але $x = b$, тоді $l - x = a$ (рис. 1.6, в) і $M_1 = \frac{a \cdot b}{l}$ (рис. 1.6, з), а при $x = l$ $M_1 = 0$.

Якщо обидві частини лінії впливу з'єднати, то вони перетнуться над перетином $l-l$ (рис. 1.6, д). Якщо продовжити прямі лінії впливу M_1 до вертикалей, проведених через опори A і B , то ці прямі на опорах перетнуть наступні ординати; на лівій опорі – ординату a , на правій – ординату b . Це можна довести підстановкою в рівняння (1.3) для M_1 значення $x = l$, а для M_1 в (1.4) $x = 0$. Тому лінію впливу згинального моменту часто будують графічно: для цього на лівій опорі відкладають ординату a , тобто відстань від лівої опори до перетину, і з'єднують прямою з нулем правої опори, точку перетинання даної прямої з вертикаллю, проведеною через перетин $l-l$, з'єднують з нулем лівої опори (рис. 1.6, д). Якщо є консолі, то на консолі лінію впливу продляють. Отримана лінія впливу показує, як змінюється момент у перетині $l-l$ при переміщенні вантажу $P = 1$ вдовж прольоту балки.

Побудуємо лінію впливу поперечної сили в перетині $l-l$. Вантаж $P=1$ переміщується праворуч від перетину в інтервалі від нуля до b . Розглянемо рівновагу балки ліворуч:

$$Q_1 = R_A = \frac{x}{l}; \text{ при } x = 0 \quad Q_1 = 0; \text{ при } x = b \quad Q_1 = \frac{b}{l}.$$

Будуємо праву гілку лінії впливу Q_1 . Вантаж $P = 1$ переміщується ліворуч перетину $l-l$, тобто $b \leq x \leq l$, розглянемо рівновагу балки праворуч.

$$Q_1 = -R_B = -\frac{l-x}{l}. \text{ При } x = b \quad Q_1 = -\frac{a}{l}, \text{ при } x = l \quad Q_1 = 0.$$

Будуємо ліву гілку лінії впливу.

Якщо продовжити праву і ліву гілки лінії впливу Q_1 , то одержимо під лівою опорою ординату плюс одиницю, а під правою опорою – мінус одиницю. Доводиться це підстановкою в перше рівняння для Q_1 $x = l$, а в друге $-x = 0$.

Тому лінія впливу поперечної сили будується в такий спосіб (рис. 1.6, е). На лівій опорній вертикалі відкладають уверх $+1$ і з'єднують цю точку з нулем правої опорної вертикалі, під правою опорною вертикаллю відкладають униз мінус одиницю і з'єднують прямою з нулем лівої опорної вертикалі. Потім проектують перетин і наводять лінію впливу з нуля, на перехідну пряму (у місті перетину), на нуль, а якщо є консолі лінію впливу, продляють на консолі.

Ордината лінії впливу Q_1 відповідає величині поперечної сили в перетині $l-l$, коли вантаж $P = 1$ розташований над даною ординатою.

Приклад. Побудувати лінії впливу згинального моменту і поперечної сили в перетині 1–1 для балки з консоллю (рис. 1.7).

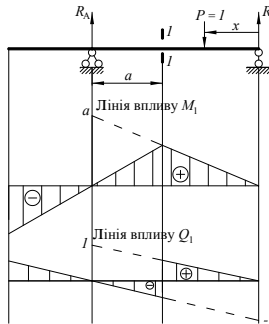


Рисунок 1.7 – Лінії впливу згинального моменту і поперечної сили для балки з лівою консоллю

Для побудови лінії впливу M_1 на лівій опорній вертикалі відкладають уверх відстань a від лівої опори до перетину. Цю точку з'єднують прямою з нулем правої опорної вертикалі. Проектують перетин, точку перетинання з прямою з'єднують з нулем лівої опорної вертикалі. На консоль лінію впливу продляють.

Для побудови лінії впливу Q_1 на лівій опорній вертикалі відкладають уверх $+1$ і з'єднують з нулем правої опорної вертикалі. Під правою опорною вертикаллю відкладають вниз -1 і з'єднують з нулем лівої опорної вертикалі.

Проектують перетин, наводять лінію впливу з нуля, перехідну пряму, на нуль, на консоль продляють.

1.1.5. Визначення зусиль вдовж ліній впливу від зосереджених сил

Для знаходження певного зусилля (опорної реакції, згинального моменту або поперечної сили) від декількох зосереджених сил, треба на побудованій для цього зусилля лінії впливу відміряти ординати під вантажами і знайти алгебраїчну суму добутків величин вантажів на відповідній їм ординаті ліній впливу (рис. 1.8).

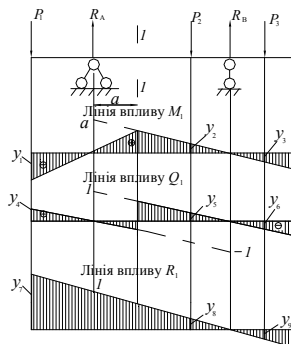


Рисунок 1.8 – Лінії впливу згинального моменту і поперечної сили у перетині 1–1 і реакції R_A

Згинальний момент у перетині $I-I$ $M_1 = -P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2 - P_3 \cdot y_3$

Поперечна сила в перетині $I-I$ $Q_1 = P_1 \cdot y_4 + P_2 \cdot y_5 - P_3 \cdot y_6$

Реакція R_A $R_A = P_1 \cdot y_7 + P_2 \cdot y_8 - P_3 \cdot y_9$.

1.1.6. Визначення зусиль вдовж ліній від розподіленого навантаження

На ділянці cd балки прикладене рівномірно-розподілене навантаження інтенсивністю q . Побудуємо лінії впливу згинального моменту M_1 і поперечної сили Q_1 (рис. 1.9).

Замінімо на нескінченно малій ділянці dx рівномірно розподілене навантаження зосередженою силою $q \cdot dx$. Від цієї сили момент у перетині $I-I$ $M_1 = q \cdot dx \cdot h_x$. Все рівномірно розподілене навантаження можна представити як нескінченно велике число зосереджених сил. Щоб знайти момент від усіх сил, треба взяти суму всіх добутків $qdx \cdot h_x$ на ділянці від c до d , тобто необхідно проінтегрувати:

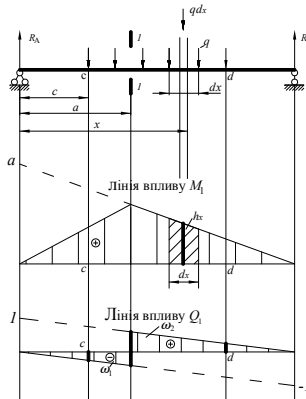


Рисунок 1.9. – Лінія впливу згинального моменту і поперечної сили у перетині $I-I$

$$M_1 = \int_c^d q dx \cdot h_x = q \int_c^d h_x dx ,$$

Вираз під інтегралом – це елементарна площадка лінії впливу M_1 (заштрихована частина). Інтеграл у межах від c до d дорівнює площі ω лінії впливу M_1 під розподіленим навантаженням $M_1 = q \cdot \omega$.

Отже, для визначення величини зусилля від рівномірно розподіленого навантаження необхідно знайти площу відповідної частини лінії впливу цього зусилля (у межах розташування розподіленого навантаження) і помножити її на інтенсивність навантаження q . Якщо площа має різні знаки, наприклад для Q , то величина зусилля дорівнює добутку інтенсивності q на алгебраїчну суму площ окремих ділянок лінії впливу

$$Q_1 = q \cdot (\omega_2 - \omega_1).$$

Приклад. Визначити згинальний момент і поперечну силу в перетині $l-l$ від зосереджених сил і рівномірно розподіленого навантаження (рис. 1.10).

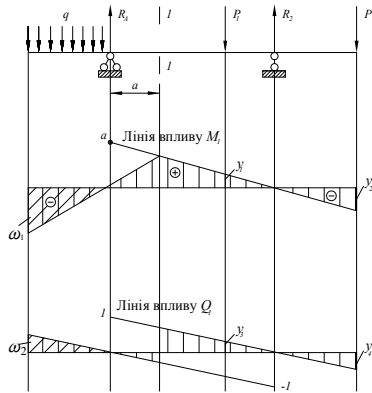


Рисунок 1.10 – Визначення зусиль вдовж лінії впливу

Згинальний момент M_1 : $M_1 = -q \cdot \omega_1 + P_1 \cdot y_1 - P_2 \cdot y_2$,

Поперечна сила Q_1 : $Q_1 = q \cdot \omega_2 + P_1 \cdot y_3 - P_2 \cdot y_4$

Якщо ордината лінії впливу або площа фігури відповідної частини лінії впливу знаходяться нижче нульової лінії, то ця складова береться зі знаком мінус.

1.1.7. Лінії впливу згинального моменту і поперечної сили для перетинів, розташованих на консолі

Побудуємо лінії впливу згинальних моментів M_1 і M_2 і поперечних сил Q_1 і Q_2 для перетинів $l-l$ і $2-2$, розташованих на лівій і правій консолях балки відповідно (рис. 1.11). Для перетину $l-l$ розглянемо два положення вантажу $P = 1$:

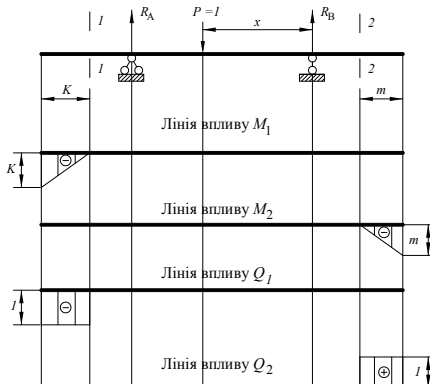


Рисунок 1.11 – Лінії впливу згинального моменту і поперечної сили для перетинів на консолі

1) вантаж ліворуч перетину $l-l$, тоді $M_1 = P \cdot x$, де x – відстань від перетину до лівого кінця консолі при $x = 0$, тобто вантаж $P = 1$ знаходиться над перетином $M_1 = 0$; при $x = K$, тобто вантаж $P = 1$ знаходиться в крайній лівій точці консолі, $M_1 = -K \cdot 1 = -K$;

2) вантаж праворуч перетину $l-l$, розглядаємо рівновагу балки ліворуч перетину $l-l$, де немає жодної сили, отже $M_1 = 0$, тобто права гілка лінії впливу збігається з нульовою лінією.

Аналогічно будуюмо лінію впливу M_2 , при цьому також розглядаємо 2 випадки: вантаж ліворуч перетину $2-2$ і праворуч, а рівновагу балки розглядаємо праворуч.

Будуємо лінію впливу поперечної сили Q_1 для перетину $l-l$:

1) вантаж ліворуч перетину, розглянемо рівновагу балки ліворуч $Q_1 = -P = -1$;

2) вантаж праворуч перетину, розглянемо рівновагу також ліворуч. У цьому випадку ліворуч перетину нема жодної сили, тому права гілка Q_1 збігається з нульовою гілкою.

При побудові лінії впливу Q_2 розглядаємо рівновагу балки праворуч, тому що сила $P = 1$ спрямована униз, то за правилом поперечної сили $Q_2 = +P = 1$. Ліва гілка Q_2 збігається з нульовою лінією.

1.1.8. Визначення невідгідного положення рухомого навантаження на балці

Невідгідним або небезпечним називається таке положення рухомого навантаження, що викликає найбільше значення розглянутого зусилля. Припускається найбільше позитивне зусилля вважати максимальним, а найбільше по абсолютній величині негативне значення – мінімальним.

При дії на балку одного рухливого зосередженого вантажу небезпечним є розташування вантажу над найбільшою ординатою лінії впливу. При визначенні максимуму зусилля береться значення найбільшої позитивної ординати і помножується на величину вантажу, при визначенні мінімуму – значення найбільшої по абсолютній величині негативної ординати і також помножується на величину вантажу.

При русі вдовж балки двоколісного візка з однаковим тиском коліс $P_1 = P_2 = P$ один з коліс візка варто розташувати над максимальною ординатою відповідної лінії впливу, а другий – на відстані бази візка a_T ліворуч або праворуч від першого, так, щоб зусилля вийшло максимальним. Як і для одного зосередженого вантажу, в цьому випадку також визначається максимум і мінімум. На рис. 1.12 показано розташування вантажу при невідгідному завантаженні балки.

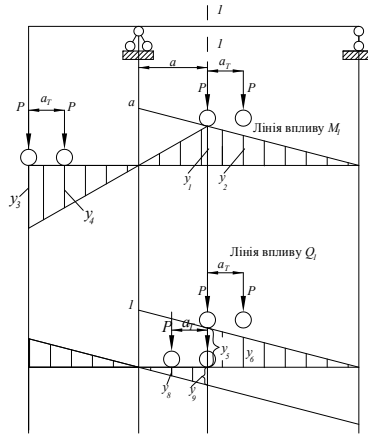


Рисунок 1.12 – Невигідне завантаження балки системою зв'язаних вантажів
 Розрахункові значення згинального моменту M_1 і поперечної сили Q_1 :

$$M_{1\max} = P \cdot y_1 + P \cdot y_2;$$

$$M_{1\min} = -P \cdot y_3 - P \cdot y_4;$$

$$Q_{1\max} = P \cdot y_5 + P \cdot y_6;$$

$$Q_{1\min} = -P \cdot y_7 - P \cdot y_8,$$

де $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8$ – ординати під колесами візка, a_T – база візка.

Якщо тиск ходових коліс неоднаковий чи, наприклад $P_1 > P_2$, то вантаж P_1 називається критичним і його потрібно ставити над максимальною ординатою. При русі по балці чотирьох зв'язаних між собою вантажів з тиском $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$ критичним є P_2 або P_3 . При різному тиску коліс критичним буде P_2 , якщо $P_2 > P_3$ і P_3 , якщо $P_3 > P_2$.

1.1.9. Визначення найбільшого згинального моменту у двоопірній балці від дії ходових коліс візка

При розрахунку кранових балок, підданих впливу рухливих зв'язаних вантажів (ходових коліс візка), необхідно знайти той перетин, якому відповідає максимальний згинальний момент. При пересуванні по балці двох рівних зв'язаних вантажів небезпечний переріз балки можна визначити аналітично (рис. 1.13). Визначимо реакцію R_A через рівняння суми моментів щодо точки B :

$$R_A \cdot l - P \cdot (l - x) - P \cdot (l - x - a_T) = 0;$$

$$R_A = \frac{P(l - x) + P(l - x - a_T)}{l} = \frac{2P \cdot l - 2P \cdot x - P \cdot a_T}{l}.$$

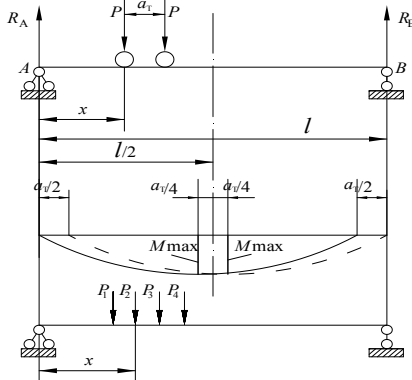


Рисунок 1.13 – Максимальний згинальний момент при двохколісному візку
Згинальний момент у перетині

$$M_x = R_A \cdot x = \frac{2P \cdot l \cdot x - 2P \cdot x^2 - P \cdot a_T \cdot x}{l}. \quad (1.5)$$

Момент M_x змінюється по параболі, тому що в його законі маємо x у квадраті.

Для визначення x , при якому M_x досягає максимуму, візьмемо похідну $\frac{\partial M_x}{\partial x}$ і дорівняємо її до нуля:

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = 0; \quad \frac{2P \cdot l - 4P \cdot x - P \cdot a_T}{l} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, якщо чисельник дорівнює нулю $2P \cdot l - 4P \cdot x - P \cdot a_T = 0$. Вирішивши рівняння, одержимо $x = \frac{l}{2} - \frac{a_T}{4}$.

Підставивши це значення x у перетворене рівняння (1.5), одержимо

$$M_{\max} = \frac{2 \cdot P \cdot x}{l} \left(l - x - \frac{a_T}{2} \right) = \frac{2 \cdot P}{l} \left(\frac{l}{2} - \frac{a_T}{4} \right) \left(l - \frac{l}{2} + \frac{a_T}{4} - \frac{a_T}{2} \right) = \frac{2 \cdot P}{l} \left(\frac{l}{2} - \frac{a_T}{4} \right)^2 \quad (1.6)$$

Знайдемо значення x , при якому $M_x = 0$:

- 1) $M_x = 0$, якщо $x = 0$ (див. формулу (1.6));
- 2) $M_x = 0$, якщо $l - x - \frac{a_T}{2} = 0$, звідси $x = l - \frac{a_T}{2}$.

На рис. 1.13. наведені епюри згинального моменту при русі візка зліво направо (суцільна лінія) і при русі візка справа наліво (штрихова лінія).

Аналогічно можна знайти небезпечний переріз при чотирьох однакових, зв'язаних між собою вантажах. Критичним буде другий лівий або правий переріз під вантажем.

2. БАГАТОПРОГОННІ СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНІ БАЛКИ

2.1. Загальні положення

Система, що складається з ряду однопрогонних балок, з'єднаних між собою шарнірами, називається багатопрогонною статично визначеною балкою. Така балка звичайно виявляється більш вигідною, ніж кілька самостійних однопрогонних балок. До переваг багатопрогонних статично визначених балок варто віднести: менший згинальний момент, ніж в окремих самостійних однопрогонних балках; зусилля статично визначені і не залежать від осідання опор, температурних змін; у порівнянні з нерозрізними балками вони складаються з окремих балок, що зручно для виробництва і транспортування.

Недоліком є технологічна складність при виготовленні шарнірів.

Статичну визначеність і геометричну незмінюваність багатопрогонної статично визначеної балки можна одержати з нерозрізною шляхом включення в останню шарнірів (рис. 2.1); число таких шарнірів повинне дорівнювати ступеню статичної невизначеності нерозрізної балки. Кожен шарнір, встановлений у прольоті або на опорі нерозрізної балки, дозволяє скласти одне додаткове рівняння статички: умова рівності нулю моменту щодо шарніра всіх сил, прикладених до балки по один бік від шарніра. Для рішення про незмінюваність багатопрогонної статично визначеної балки, а також для наочності варто зображувати схему взаємодії окремих елементів балки (схему взаємодії окремих частин балки, або принципову схему). З принципової схеми видно, що балка, зображена на рис. 2.1, незмінна система, тому що вона являє собою ряд двоопорних балок, зв'язаних з «землею» або геометрично незмінними системами.

Балка, наведена на рис. 2.2, *а*, чотири рази статично невизначена. Поставивши чотири шарніри, одержуємо багатопрогонну статично визначену балку. З наведених схем можна вивести правила установки шарнірів:

1) прольоти з одним шарніром можуть іти один за одним, починаючи з другого прольоту (рис. 2.1, *б*);

2) у прольоті може бути встановлено два шарніри, але при цьому один із сусідніх прольотів повинний бути без шарнірів (рис. 2.2, *б*);

3) якщо проліт із защемленням, то шарнір може бути встановлений у першому прольоті (рис. 2.2, *б*) або в защемленні (защемлення переходить у шарнірно-нерухоми опору).

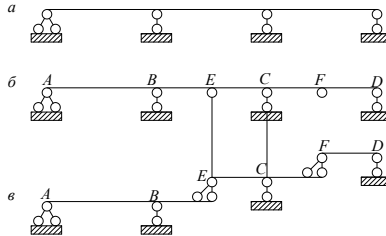


Рисунок 2.1 – Багатопрогонні балки: *a* – нерозрізна балка; *б* – багатопрогонна статично визначена балка; *в* – принципова схема

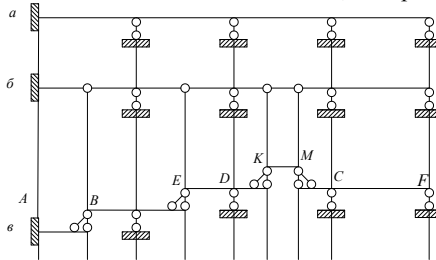


Рисунок 2.2. – Багатопрогонні балки: *a* – нерозрізна балка; *б* – багатопрогонна статично визначена балка; *в* – принципова схема

Розрахунок багатопрогонної статично визначеної балки варто починати з допоміжних балок (із самих верхніх балок у принциповій схемі), потім послідовно переходити до основних (розташованих нижче в принциповій схемі). Розрахунок балки, зображеної на рис. 2.2, необхідно виконати в наступній послідовності: балки *KM*, *ED*, *BE*, *AB*, *CF*. Визначити опорні реакції і побудувати епюри згинального моменту і поперечної сили.

2.2. Лінії впливу зусиль для багатопрогонної статично визначеної балки

Для визначення зусиль (згинального моменту, поперечної сили або реакцій) від рухомого навантаження будуються лінії впливу цих зусиль. Лінії впливу будуються також, як і для однопрогонної балки, але з урахуванням принципової схеми. На ділянці основного елемента балки, тобто того елемента, якому належить даний поперечний переріз або опора, звичайним способом будується лінія впливу. Якщо на принциповій схемі є балки, розташовані вище даної балки, то лінія впливу продовжується на ці балки таким способом. Вершина крайньої ординати лінії впливу розрахункового зусилля балки з'єднується з нульовою ординатою лінії впливу над наступної сусідньої, вище розташованою опорою і продовжується на консоль, якщо така є. Аналогічні побудови проводяться і на ділянках, розташованих вище.

Зусилля від рухомого навантаження визначаються також, як і для однопрогонної балки. На рис. 2.3 показана побудова ліній впливу для багатопрогонної балки з трьома шарнірами, а на рис. 2.4 – з чотирма шарнірами.

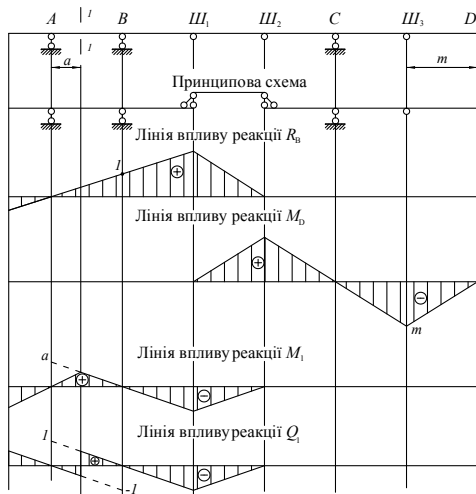


Рисунок 2.3 – Лінії впливу зусиль для багатопрогонної статично визначеної балки з трьома шарнірами

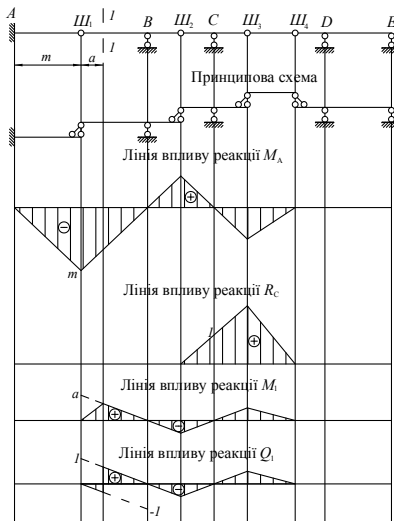


Рисунок 2.4 – Лінії впливу зусиль для багатопрогонної статично визначеної балки з чотирма шарнірами

3. ФЕРМИ

3.1. Загальні положення

Фермою називається стрижнева система, що залишається геометрично незмінною після умовної заміни її жорстких вузлів шарнірами. Стрижні ферми при дії зосереджених навантажень, прикладених у вузлах, працюють головним чином на центральне розтягання і стиск, тобто напруги в кожній точці поперечного перерізу даного стрижня однакові. У такий спосіб матеріал ферми використовується значно краще, чим у балках, що працюють на вигин.

Відстань між всіяма опор ферми називається прогоном (рис. 3.1); стрижні, розташовані по зовнішньому контуру ферми, називаються поясами й утворюють пояси; стрижні, з'єднуючи пояси, утворюють решітку ферми і називаються: вертикальні – стійками, похилі – розкосами. Відстань по горизонталі між сусідніми вузлами поясу ферми називається панеллю.

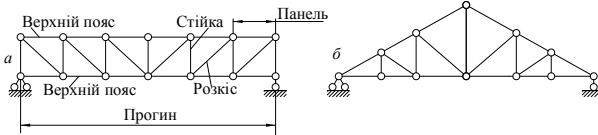


Рисунок 3.1 – Ферми: *a* – з паралельними поясами;
б – з ломаними (полігональними) поясами

3.2. Класифікація ферм

За характером обрису розрізняють ферми з рівнобіжними поясами (рис. 3.1, *a*) і з ломаними або полігональними поясами (рис. 3.1, *б*)

За типом решіток ферми поділяються на ферми з трикутними решітками (рис. 3.2, *a*); ферми з розкісними решітками (рис. 3.2, *б*); ферми з напіврозкісними решітками (рис. 3.2, *в*); ферми з ромбічними решітками (рис. 3.2, *г*); ферми зі шпренгельними решітками (рис. 3.2, *д*).

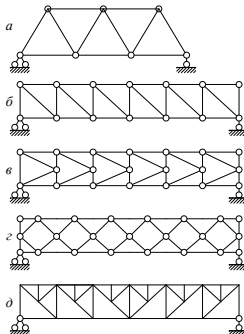


Рисунок 3.2 – Класифікація ферм за типом решіток

3.3. Геометрична незмінюваність стрижневих систем

Геометрично незмінна система – це система, зміна форми якої можлива лише з деформацією її елементів. Найпростіша геометрично незмінна система складається з трьох стрижнів, з'єднаних у трикутник (рис. 3.3, а). Конструкцію не можна замінити чотирикутником, тому що остання стане змінюваною (див. рис. 3.3, б). Миттєво змінні системи – системи з двома стрижнями, що лежать на одній прямій (рис. 3.3, в). Після малого зсуву точки c вона перетворюється в незмінну систему.

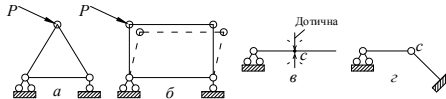


Рисунок 3.3 – Схеми складання стрижнів: a, z – геометрично незмінні системи; b – геометрично змінювана; v – миттєво змінна система

Система, зображена на рис. 3.3, z , незмінна, тому що стрижні не мають загальної дотичної. У такий спосіб система, отримана із шарнірного типу шляхом послідовного приєднання до нього двох стрижнів, що не лежать на одній прямій, буде також геометрично незмінною системою. Такі системи називають найпростішими незмінними системами.

Установимо залежність між кількістю вузлів K і кількістю стрижнів S для одержання найпростішої незмінної ферми. Основний трикутник abc (рис. 3.4) має три вузли і три стрижні; кожний з інших вузлів, що приєднуються, у кількості $(K-3)$ вузлів приєднується двома стрижнями (рисунок 3.4). Таким чином,

$$S = 3 + 2(K - 3) = 2K - 3. \quad (3.1)$$

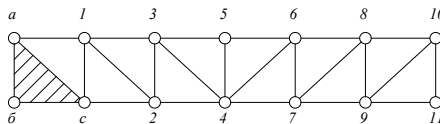


Рисунок 3.4. – Схема для визначення залежності між кількістю вузлів і стрижнів для геометрично незмінної системи

Якщо кількість стрижнів менше обчисленого за формулою (3.1), то в цьому випадку система змінювана (рис. 3.5, а). Система, зображена на рис. 3.5, б, незмінна, а на рис. 3.5, в – незмінна з зайвим стрижнем.

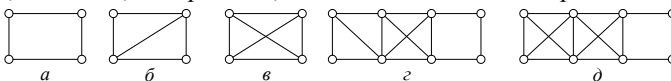


Рисунок 3.5 – Геометрично змінні і незмінні системи

Отже, для незмінної системи

$$S \geq 2K - 3 \quad (3.2)$$

Умова (3.2) необхідна, але недостатня, так, на рис. 3.5, *з, д* показані змінні системи, хоча умови (3.1) і (3.2) виконуються.

Дані ферми у своєму складі мають шарнірні прямокутники, а це системи змінювані. Ферма повинна бути правильно утворена, тобто складатися з трикутників. Крім того, ферма повинна бути правильно закріплена опорними стрижнями.

Таким чином, кінематичні умови (3.1) і (3.2) визначають тільки кількісний аспект і не розкривають характеру взаємного розташування зв'язків, що має істотне значення для забезпечення геометричної незмінюваності. Для остаточного уявлення про незмінюваність системи необхідно провести аналіз її геометричної структури.

Незмінна система (диск) приєднується до землі за допомогою опор, не менш чим трьома стрижнями (рис. 3.6, *а, б*). Важливо, щоб вісі стрижнів не перетиналися в одній точці *O*, як це показано на рис. 3.6, *в*. У цьому випадку точка *O* є моментним центром, навколо якого система може зробити нескінченно мале обертальне переміщення. Не можна прикріплювати систему рівнобіжними стрижнями, бо вона буде рухлива (рис. 3.6, *г*).

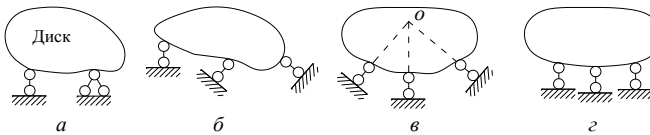


Рисунок 3.6 – Схеми кріплення геометрично незмінних систем до землі

Оскільки земля – незмінна система (диск), то можна сказати, що два диски утворять геометрично незмінну систему, якщо вони зв'язані між собою за допомогою трьох стрижнів, які не перетинаються ні в одній точці і не рівнобіжні один одному. Якщо в точці перетинання двох стрижнів поставити шарнір (рис. 3.7, *а*) і з'єднати його з диском, то система буде також незмінною.

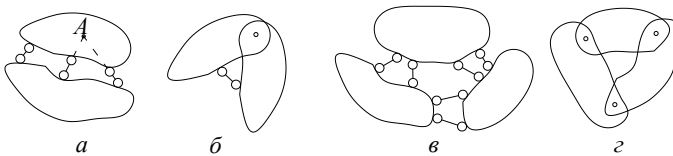


Рисунок 3.7 – З'єднання двох і трьох дисків у геометрично незмінну систему

Отже, якщо два диски з'єднані загальним шарніром і стрижнем, вісь якого не проходить через шарнір, то ця система буде незмінною. Три диски можна з'єднати в одну геометрично незмінну систему за допомогою шести стрижнів або трьох шарнірів (рис. 3.7, *в, г*). При з'єднанні трьох дисків за допомогою шести стрижнів між кожною парою дисків повинне бути встановлене по два стрижні, точки перетинання яких не лежать на одній прямій.

Ці правила дають можливість швидко установити змінюваність системи. Так, на рис. 3.8, *a* представлена система, з якої можна виділити два диски (заштриховані трикутники), з'єднані трьома стрижнями *AB*, *CD*, *EF*. Система незмінна. З системи, показаної на рис. 3.8, *б*, можна виділити три диски, з'єднаних двома шарнірами *A* і *B* і двома стрижнями *CD* і *EF*.

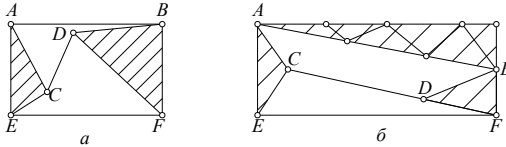


Рисунок 3.8 – Геометрично незмінні системи

3.4. Статична визначеність геометрично незмінних систем

Розглянемо стрижневі системи, що задовольняють статичній визначеності, тобто зусилля в стрижнях можуть бути визначені з рівнянь статики. Якщо ферма має K вузлів, то для них можна скласти $2K$ рівнянь ($\sum x = 0, \sum y = 0$). Отже, ферма статично визначена, якщо число стрижнів S (без обліку опорних стрижнів, кількість яких дорівнює трьом)

$$S = 2 \cdot K - 3. \quad (3.3)$$

Умова (3.3) збігається з умовою (3.2), тому що якщо система геометрично незмінна і не має зайвих стрижнів, то вона і статично визначена. Якщо при підрахунку кількості стрижнів S врахувати й опорні стрижні, то умова (3.3) прийме вигляд

$$S_{\text{зар}} = 2K. \quad (3.4)$$

Цією умовою зручно користуватися в тих випадках, коли система за умовою (3.2) є геометрично змінюваною, але так зв'язана з землею, що створює разом з нею геометрично незмінну статично визначену систему.

Приклад такої системи надано на рис. 3.8. У представленій системі $K = 8$ $S = 12$ (без опорних стрижнів), тобто вона не задовольняє умові (3.3). Однак $S_{\text{зар}} = 16$, тобто вона задовольняє умові (3.4), тому ця система є геометрично незмінною і статично визначеною.

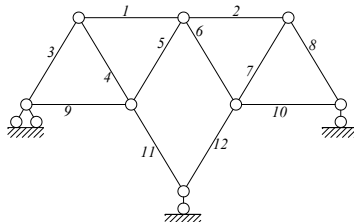


Рисунок 3.9 – Статично визначена система

3.5. Аналітичні способи розрахунку ферм

Аналітичні способи рішення звичайно починаються з визначення опорних реакцій, для визначення яких використовуються три рівняння рівноваги для всієї системи в цілому. Розглянемо чотири способи розрахунку ферм:

- спосіб моментної точки;
- спосіб проєкцій на вертикальну вісь;
- спосіб вирізання вузлів;
- спосіб спільних перетинів.

Спосіб моментної точки. Цей спосіб застосовується в тих випадках, коли вдається розсікти ферму на дві частини так, щоб при цьому виявилися перерізаними три стрижні, напрямком осей яких не перетинається в одній точці. Для визначення зусилля в якому-небудь стрижні необхідно розрізати ферму так, щоб у розріз крім невідомого стрижня, потрапили ще два інших. Потім складається рівняння моментів усіх зовнішніх сил, реакцій і зусиль у перерізаних стрижнях по один бік від перетину щодо точки перетинання двох інших стрижнів, що попадають у перетин. Ця точка називається моментної. При складанні рівнянь рівноваги всі невідомі зусилля в стрижнях ферми умовно вважаються позитивними, тобто що розтягують, спрямованими від вузла. Якщо після рішення рівняння зусилля в якому-небудь стрижні виявиться негативним, значить, цей стрижень стиснутий.

Розглянемо визначення зусиль у стрижнях ферми, зображеної на рис. 3.10. Умовно зусилля в стрижнях будемо позначати буквою S з індексами, що указують вузли, між якими розташований даний стрижень.

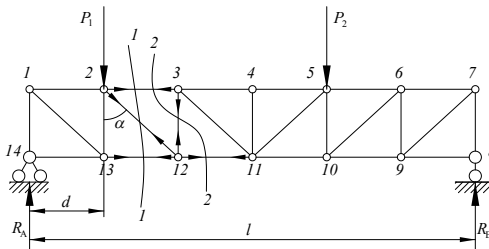


Рисунок 3.10 – Визначення зусиль у стрижнях ферми способами моментної точки і проєкцій на вертикальну вісь

Способом моментної точки легко визначаються зусилля в стрижнях поясів для ферм з рівнобіжними поясами. Розрахунок починаємо з визначення опорних реакцій. Для визначення реакції R_A запишемо рівняння суми моментів усіх зовнішніх сил і реакцій щодо точки 8.

$$\sum M_8 = 0; R_A \cdot l - P_1 \cdot 5d - P_2 \cdot 2d = 0; R_A = (P_1 \cdot 5d + P_2 \cdot 2d) / l.$$

Аналогічно знайдемо R_B , для чого запишемо рівняння моментів зовнішніх сил і реакцій щодо точки 14. Визначимо зусилля в стрижні 2–3. Розрізавши ферму на дві частини перетином 1–1, щоб перерізними виявилися три стрижні (2–3; 2–12; 12–13), осі яких не перетинаються в одній загальній точці. Стрижень 2–3 невідомий, а інші два стрижні 2–12 і 12–13 перетинаються в точці 12. Ця точка є моментною для стрижня 2–3. Щодо цієї точки 12 запишемо рівняння моментів зовнішніх сил, реакцій і зусиль у перерізнаних стрижнях з одного боку від перетину ліворуч або праворуч. Результат вийде той самий.

$$\sum M_{12} = 0; R_A \cdot 2d - P_1 \cdot d + S_{2-3} \cdot h = 0; S_{2-3} = (-R_A \cdot 2d + P_1 \cdot d) / h.$$

або

$$R_B \cdot 4d - P_2 \cdot 2d + S_{2-3} \cdot h = 0; S_{2-3} = (-R_B \cdot 4d + P_2 \cdot 2d) / h.$$

Правило знаків: якщо записуємо рівняння моментів ліворуч від перетину і сила прагне обертати ферму відносно моментної точки за годинниковою стрілкою, то беремо силу зі знаком плюс, якщо – праворуч від перетину і сила прагне обертати ферму проти годинникової стрілки, то також беремо зі знаком плюс. У протилежному випадку знаки міняються.

Для стрижня 12–13 моментною є точка перетинання стрижнів 2–3 і 2–12, тобто точка 2.

$$\sum M_2 = 0; R_A \cdot d - S_{12-13} \cdot h = 0; S_{12-13} = R_A \cdot d / h$$

або

$$R_B \cdot 5 \cdot d - P_2 \cdot 3 \cdot d - S_{12-13} \cdot h = 0; S_{12-13} = (R_B \cdot 5d - P_2 \cdot 3 \cdot d) / h.$$

Визначити зусилля в стрижні 2–12 способом моментної точки не є можливим, тому що два інших стрижні (2–3 і 12–13), крім невідомого (2–12), рівнобіжні один одному і, отже, не мають точки перетинання. Зусилля в цьому стрижні можна визначити, користуючись способом проєкцій на вертикальну вісь.

Спосіб проєкцій на вертикальну вісь. При цьому способі складається рівняння суми проєкцій усіх зовнішніх сил, реакцій і зусиль у перерізнаних стрижнях з одного боку від перетину на вертикальну вісь. Правило знаків: якщо проєкція сили спрямована вверх, то беремо її зі знаком плюс, у протилежному випадку – мінус.

$$\sum Y = 0; R_A - P_1 - S_{2-12} \cdot \cos \alpha = 0; S_{2-12} = (R_A - P_1) / \cos \alpha$$

або

$$R_B - P_2 + S_{2-12} \cdot \cos \alpha = 0; S_{2-12} = (-R_B + P_2) / \cos \alpha .$$

При складанні рівняння ліворуч від перетину зусилля S_{2-12} береться зі знаком плюс, тому що проекція даного зусилля праворуч від перетину спрямована вверх.

Для визначення зусилля в стійці 3–12 необхідно ферму розрізати перетином 2–2.

$$\sum Y = 0; R_A - P_1 + S_{3-12} = 0; S_{3-12} = -R_A + P_1$$

або

$$R_B - P_2 - S_{3-12} = 0; S_{3-12} = R_B - P_2 .$$

Способом проекцій на вертикальну вісь зручно визначати зусилля в стояках і розкосах.

Спосіб вирізання вузлів. Цей спосіб застосовується в тих випадках, коли у фермі необхідно визначити зусилля в одному або декількох стрижнях. Спосіб заснований на розгляді зрізаних вузлів, що знаходяться в рівновазі під дією зовнішніх сил і зусиль у розсічених стрижнях.

Розрахунок починаємо з вузла, у якому сходяться два стрижні. Потім послідовно слід переходити до наступного. Таким чином, щоб у кожному наступному вузлі було не більш двох невідомих. Розглянемо ферму, зображену на рис. 3.11.

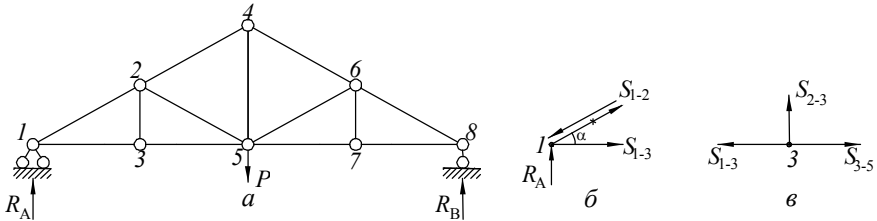


Рисунок 3.11 – Визначення зусиль способом вирізання вузлів:
а – ферма; б, в – вирізані вузли 1 і 3 відповідно

Вирізуючи вузол 1, зусилля в перерізаних стрижнях спрямуємо від вузла, тобто умовно вважаємо розтягнутими. Якщо при розрахунку вийде знак мінус, значить, стрижень стиснутий і зусилля спрямоване до вузла. Запишемо рівняння суми проекцій усіх сил на вертикальну вісь

$$\sum Y = 0; R_A + S_{1-2} \cdot \sin \alpha = 0,$$

тоді

$$S_{1-2} = -R_A / \sin \alpha ,$$

тобто стрижень 1–2 стиснутий, зусилля спрямоване до вузла 1. Запишемо рівняння суми проєкцій усіх сил на горизонтальну вісь

$$\sum x = 0; S_{1-3} - S_{1-2} \cdot \cos \alpha = 0; S_{1-3} = S_{1-2} \cdot \cos \alpha ,$$

тобто стрижень 1–3 розтягнутий. Розглянемо вузол 3. Стрижень 1–3 спрямуємо від вузла 3, тому що він розтягнутий. Сума проєкції на вертикальну вісь $\sum Y = 0; S_{2-3} = 0$.

$$\text{Сума проєкцій на горизонтальну вісь } \sum x = 0; S_{3-5} - S_{1-3} = 0; S_{3-5} = 0.$$

Правило 1: Якщо в ненавантаженому зовнішніми силами вузлі стикаються три стрижні, два з яких лежать на одній прямій, а третій – під кутом до них, то зусилля в цих двох стрижнях рівні за величиною і знаком, а зусилля в третьому стрижні дорівнює нулю.

Розглянемо ферму, зображену на рис. 3.12. Вирізуючи вузол 1.

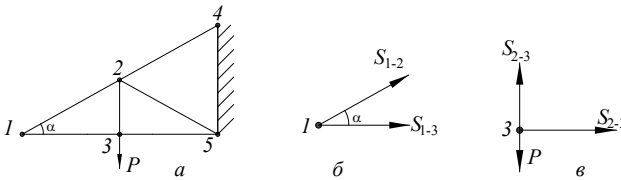


Рисунок 3.12 – Визначення нульових стрижнів:
а – ферма; б, в – вирізані вузли 1 і 3 відповідно

Сума проєкцій на вертикальну вісь:

$$\sum Y = 0; S_{1-2} \cdot \sin \alpha = 0, \text{ тому що } \sin \alpha \text{ не дорівнює нулю, тобто } S_{1-2} = 0.$$

$$\text{Сума проєкцій на горизонтальну вісь } \sum X = 0; S_{1-3} = 0, \text{ тому що } S_{1-2} = 0$$

Правило 2. Якщо до вузла, в якому сходяться два стрижні, що не лежать на одній прямій, не прикладене зовнішнє навантаження, то зусилля в цих двох стрижнях дорівнюють нулю.

Вирізвавши вузол 3 (рис. 3.12, в), зусилля S_{1-3} не показуємо, тому що це зусилля дорівнює нулю. Запишемо рівняння суми проєкцій на вертикальну вісь

$$\sum Y = 0; S_{2-3} - P = 0; S_{2-3} = P.$$

Сума проєкцій на горизонтальну вісь

$$\sum X = 0; S_{3-5} = 0.$$

Правило 3. Якщо у двострижневому вузлі навантаження прикладене вдовж напрямку одного зі стрижнів, то зусилля в ньому буде дорівнювати діючій силі, а зусилля в другому стрижні дорівнює нулю.

Розглянуті три правила визначення нульових стрижнів ферми дозволяють перед початком розрахунку виключити їх.

Спосіб вирізання вузлів має той недолік, що помилка, допущена при визначенні зусилля в будь-якому стрижні, істотно вплине на точність визначення зусиль у наступних стрижнях.

Спосіб спільних перетинів. Цей спосіб застосовується в тому випадку, коли зусилля в стрижні не можна визначити з одного рівняння. Розглянемо визначення зусиль у розкосах напіврозкісної ферми (рис. 3.13). Розрізавши ферму перетином 1-1, запишемо рівняння суми проєкцій на вертикальну вісь.

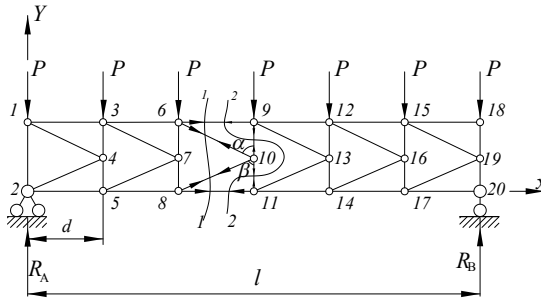


Рисунок 3.13 – Визначення зусиль у стрижнях ферми способом спільних перетинів

$$\sum Y = 0; R_A - 3P - S_{6-10} \cdot \cos \alpha + S_{8-10} \cdot \cos \beta = 0.$$

У цьому рівнянні невідомі зусилля S_{6-10} і S_{8-10} . Тому вирізавши вузол 10, запишемо рівняння суми проєкцій усіх сил на горизонтальну вісь:

$$\sum X = 0; S_{6-10} \cdot \sin \alpha + S_{8-10} \cdot \sin \beta = 0$$

Вирішивши спільно ці два рівняння, знайдемо зусилля S_{6-10} і S_{8-10} . Для визначення зусиль S_{9-10} і S_{10-11} необхідно провести перетин 2-2 і скласти рівняння суми проєкцій усіх сил на вертикальну вісь:

$$\sum Y = 0; R_A - 3P + S_{9-10} - S_{10-11} = 0.$$

Друге рівняння одержимо, вирізавши вузол 10 і написавши рівняння суми проєкцій усіх сил на вертикальну вісь:

$$\sum Y = 0; S_{9-10} - S_{10-11} + S_{6-10} \cdot \cos \alpha - S_{8-10} \cdot \cos \beta = 0.$$

Ці два рівняння дозволяють визначити зусилля S_{9-10} і S_{10-11} ; тому що зусилля S_{6-10} і S_{8-10} вже знайшли раніше.

3.6. Графічний спосіб розрахунку ферм

3.6.1. Визначення реакцій

Опорні реакції визначаються за допомогою багатокутника Вариньона, або багатокутника сил, що представлений на рис. 3.14 – для двохопорної балки і на рис. 3.15 – для крана порталного типу. Будується багатокутник у такий спосіб. У масштабі, зберігаючи напрямок, відкладаємо сили P_1, P_2, P_3 . Початок і кінець кожної сили з'єднуємо променями з центром O , обраним у довільній точці. Назва області відповідає кінцю попередньої і початку наступної сили.

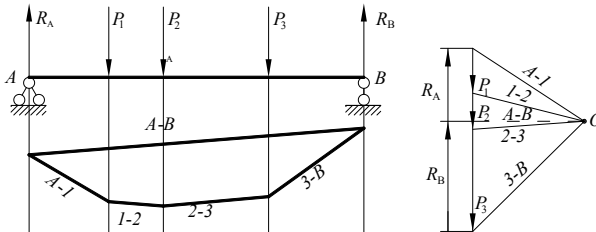


Рисунок 3.14 – Визначення реакцій двоопорної балки за допомогою багатокутника Вариньона

На відповідних ділянках балки проводимо прямі рівнобіжні променям. Початок лівої ділянки балки з'єднуємо прямою з кінцем останньої і цей напрямок переносимо на багатокутник сил через центр O (промінь $A-B$). Цей промінь поділяє реакцію на R_B і R_A відповідно.

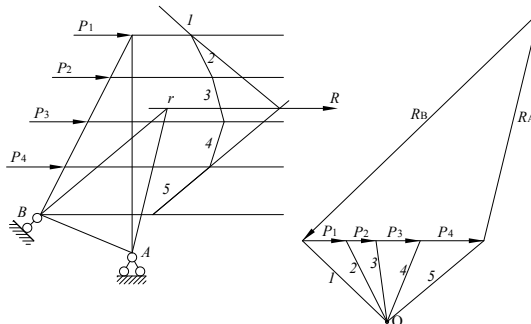


Рисунок 3.15 – Визначення реакцій крана порталного типу

Для крана порталного типу (рис. 3.15) спочатку знаходимо рівнодіючу зовнішніх сил R . Для чого виконаємо дії, описані в попередньому прикладі. Продляємо лінію дії цієї рівнодіючої до перетинання з прямою, що відповідає напрямку реакції опори B (уздовж стрижня шарнірно-рухливої опори). Через отриману точку перетинання r з опорою A проводимо пряму, що відповідає напрямку реакції R_A . Потім на багатокутнику з кінця сили P_4 проводимо пряму рівнобіжну реакції R_A , а з початку P_1 – рівнобіжну R_B . Тому що вся система знаходиться в рівновазі, силовий багатокутник повинний замкнутися, розставляємо стрілки реакцій, як показано на рис. 3.15. Виміривши відрізки R_A і R_B на багатокутнику і помноживши на масштаб побудови, одержимо значення реакцій.

3.6.2. Визначення зусиль у стрижнях ферми за допомогою діаграми Максвелла–Кремона

Розглянемо побудову діаграми Максвелла–Кремона на прикладі головної балки мостового крана (рис. 3.16). Спочатку визначаємо реакції R_A і R_B з рівнянь статки.

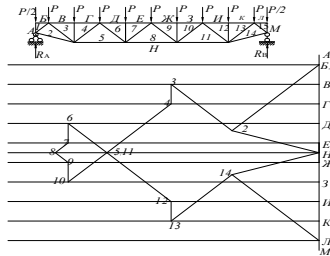


Рисунок 3.16 – Визначення зусиль у стрижнях ферми за діаграмою Максвелла–Кремона

Позначимо буквами або цифрами не вузли ферми, а поля між силами і стрижнями. Тоді кожне зусилля або сила, що є границею між полями, буде позначатися двома буквами або двома цифрами. Зображуючи силу у вигляді відрізка на діаграмі, поставимо на його початку і наприкінці букви (цифри), що відповідають полям. Щоб увести визначеність у напрямку вектора, що діє на вузол, обходимо вузли ферми в одному напрямку: за рухом годинникової стрілки. Називаючи в порядку обходу букви (цифри) полів, тим самим відрізняємо початок і кінець вектора сили або зусилля, що діє на даний вузол.

При побудові діаграми спочатку відкладаємо зовнішні сили ($A-B$, $B-B$, $B-G$ і т.д.), реакції ($M-H$ і $H-A$), а потім у результаті послідовного розгляду вузлів і побудови діаграми одержимо зусилля у всіх стрижнях ферми. Маючи зусилля у вигляді відрізка, кінці якого відзначені буквами, і обходячи вузол по годинниковій стрілці, можемо визначити напрямок зусилля в даному вузлі, а тобто, і його знак. Величину зусилля визначимо, помноживши відрізок даного зусилля на масштаб побудови діаграми.

Внаслідок того, що вся система знаходиться в рівновазі, багатокутник зовнішніх сил і багатокутник кожного вузла повинний обов'язково замкнутися, якщо ж в останньому вузлі він не замикається, це свідчить про помилку побудови. Після побудови багатокутника зовнішніх сил переходимо до двострижневого вузла (на рис. 3.16 – лівий верхній вузол). Обходимо його за годинниковою стрілкою: сила $A-B$, зусилля $B-I$ (через точку B проводимо горизонталь), зусилля $I-A$ (через точку A проводимо вертикаль). У точці перетинання вертикалі і горизонталі ставимо точку 1 .

Переходимо до лівого нижнього вузла пояса (у кожному наступному вузлі повинне бути не більш двох невідомих зусиль): реакція $H-A$, зусилля $A-I$, зусилля $I-2$ (через точку I проводимо пряму рівнобіжну стрижневі $I-2$), зусилля $2-H$ (через точку H проводимо пряму рівнобіжну стрижневі $2-H$). Там, де перетинаються ці дві прямі, ставимо точку 2 . Потім переходимо до другого зліва верхнього вузла, одержимо точку 3 і т.д. Для визначення, наприклад, зусилля у стрижні $I-2$ необхідно на діаграмі відміряти відрізок $I-2$ і помножити його на масштаб побудови. Для визначення знака читаємо назву стрижня за годинниковою стрілкою $I-2$, наприклад для нижнього лівого вузла. На діаграмі дивимося напрямком цього відрізка (на останню букву або цифру направляємо стрілку). Цей напрямок переносимо на схему ферми. Якщо зусилля спрямоване до розглянутого вузла, то стрижень стиснутий (знак мінус), якщо спрямоване від вузла – стрижень розтягнутий (знак плюс). У даному випадку стрижень $I-2$ стиснутий, а стрижень $2-H$ розтягнутий.

Побудуємо діаграму Максвелла–Кремона для ферми настінно-поворотного крана (рис. 3.17). Вузли цієї ферми через конструктивні обставини не збігаються з опорними вузлами. Тому позавузлове навантаження H необхідно рознести по вузлах a і d , дотримуючи законів статички $H_1 = H \cdot h / h_1$, а сили Q замінити силами $P_1 = Q(l+b)/l$ й $P_2 = Q \cdot b / l$ у вузлах b і a . Побудову починаємо з того вузла, де сходяться не більш двох стрижнів (вузол b), обходячи вузол за годинниковою стрілкою. У довільній точці креслення в масштабі відкладаємо силу $P_1 \cdot (4-1)$, зберігаючи її напрямком. З точки 1 проводимо пряму, паралельну стрижневі cb , а з початку сили P_1 (точка 4) – пряму, паралельну стрижневі ab . Стрижні перетнуться в точці 5 . Відрізки $5-1$ і $5-4$, помножені на масштаб, визначають значення зусиль у стрижнях cb і ab відповідно. Зусилля $I-5$ спрямоване до вузла b , отже стрижень cb стиснутий (знак мінус), а зусилля $5-4$ – від вузла у стрижень ab – розтягнуте (знак плюс). Переходимо до вузла c . Зусилля $5-1$ відоме. Через точку 1 проведемо пряму, паралельну стрижневі cd , а з точки 5 – пряму паралельну стрижневі ac . У точці перетинання цих прямих поставимо точку 6 . Відрізки $I-6$ і $6-5$ визначають зусилля у стрижнях cd і ac . Стрижні cd і ac стиснуті. Розглянемо вузол d , знайдемо зусилля у стрижні $2-6$.

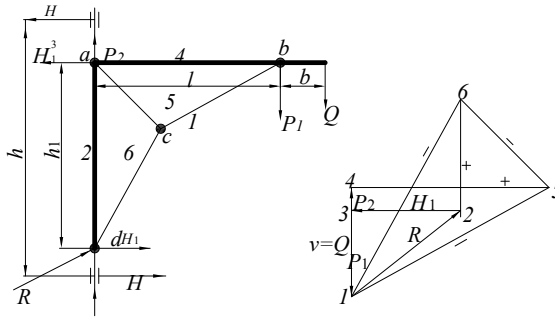


Рисунок 3.17 – Визначення зусиль у стрижнях ферми при позавузловому навантаженні за діаграмою Максвелла-Кремона

3.6.3. Визначення зусиль у стрижнях ферм від рухомого навантаження

При русомому навантаженні зусилля у стрижнях ферми змінюються. Ця зміна наочно демонструється за допомогою побудови ліній впливу зусиль.

Лінія впливу зусилля в будь-якому стрижні ферми являє собою графічне зображення закону зміни цього зусилля при переміщенні по фермі одиночного вантажу, тому для побудови лінії впливу варто виразити зміну зусилля у стрижні залежно від положення одиночного вантажу.

На рис. 3.18 показана побудова ліній впливу для зусиль S_{5-6} , S_{11-12} , S_{6-12} , S_{5-12} . Візок з вантажем рухається по верхньому поясу. Тиск ходового колеса P . Перетин $l-l$ розсікає три стрижні $5-6$, $6-12$ і $11-12$. У поясах зусилля легко визначаються за способом моментної точки. Для стрижня $5-6$ моментною є точка 12 . Складемо рівняння суми моментів усіх сил зліва від перетину відносно цієї точки, при цьому вантаж $P = 1$ знаходиться праворуч перетину.

$$\sum M_{12} = 0; \quad R_A \cdot 4d + S_{5-6} \cdot h = 0,$$

звідки

$$S_{5-6} = -\frac{4 \cdot d}{h} \cdot R_A.$$

При $d = h$, $S_{5-6} = -4 \cdot R_A$.

Таким чином, для побудови правої гілки лінії впливу необхідно закон зміни лінії впливу R_A для балки помножити на мінус 4.

Відкладаємо під опорою A мінус 4 і з'єднаємо з нульовою ординатою опори B . Для побудови лівої гілки лінії впливу вантаж $P = 1$ перемістимо ліворуч перетину $l-l$, розглянемо рівновагу праворуч:

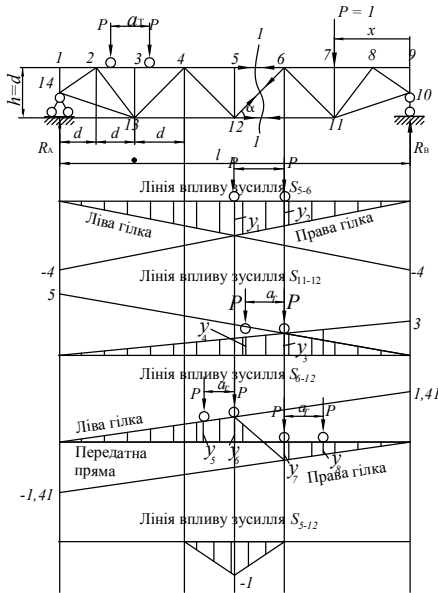


Рисунок 3.18 – Побудова ліній впливу для стрижнів ферми

$$\sum M_{12} = 0; R_B \cdot 4 \cdot d + S_{5-6} \cdot h = 0; \quad S_{5-6} = -\frac{4 \cdot d}{h} \cdot R_B = -4 \cdot R_B,$$

тобто закон зміни лінії впливу реакції R_B для балки необхідно помножити на мінус 4. Під опорою B відкладемо мінус 4 і з'єднаємо з нульовою ординатою опори A . Для визначення максимального зусилля S_{5-6} необхідно одне колесо візка поставити над максимальною ординатою лінії впливу, а друге – на відстань бази візка. Тоді $S_{5-6\max} = -P \cdot y_1 - P \cdot y_2$, де y_1 і y_2 – ординати лінії впливу під колесами візка.

Для стрижня нижнього поясу $11-12$ моментною точкою є точка 6 . Вантаж $P = l$ знаходиться праворуч перетину $l-l$, тоді

$$\sum M_6 = 0; R_A \cdot 5 \cdot d - S_{11-12} \cdot h = 0; \quad S_{11-12} = \frac{5 \cdot d}{h} \cdot R_A = 5 \cdot R_A.$$

Будуємо праву гілку лінії впливу S_{11-12} . Для побудови лівої гілки перемістимо вантаж ліворуч перетину $l-l$ і запишемо рівняння суми моментів усіх сил праворуч від перетину щодо точки 6 .

$$\sum M_6 = 0; R_B \cdot 3 \cdot d - S_{11-12} \cdot h = 0; \quad S_{11-12} = \frac{3 \cdot d}{h} \cdot R_B = 3 \cdot R_B.$$

Максимальне зусилля у стрижні 11–12 буде при положенні візка, наведеному на рис. 3.18.

$$S_{11-12\max} = P \cdot y_3 + P \cdot y_4.$$

Для побудови лінії впливу зусилля в розкосі 6–12 скористаємося способом проєкцій на вертикальну вісь. При знаходженні вантажу $P = 1$ праворуч від перетину розглядаємо рівновагу ліворуч, а при $P = 1$ ліворуч – рівновагу праворуч. Запишемо рівняння

$$\sum Y = 0; R_A + S_{6-12} \cdot \sin \alpha = 0, S_{6-12} = -\frac{1}{\sin \alpha} \cdot R_A = -1,41 \cdot R_A.$$

При $h = d$ кут $\alpha = 45^\circ$ $\sin \alpha = 0,707$,

$$\sum Y = 0; R_B - S_{6-12} \cdot \sin \alpha = 0, S_{6-12} = \frac{1}{\sin \alpha} \cdot R_B = 1,41 \cdot R_B.$$

На отримані гілки лінії впливу зусилля S_{6-12} проєктуємо вузли 6 і 12 між цими вузлами проходить передатна пряма, що з'єднує ліву і праву гілки. Запишемо екстремальні значення зусилля у стрижні 6–12.

$$S_{6-12\max} = P \cdot Y_5 + P \cdot Y_6; S_{6-12\min} = -P \cdot Y_7 - P \cdot Y_8.$$

Щоб побудувати лінію впливу зусилля у стійці 5–12, скористаємося способом вирізання вузлів. Якщо вантаж $P = 1$ знаходиться над вузлом 5, то $S_{5-12} = -P = -1$. При положенні вантажу $P = 1$ у будь-якому іншому вузлі $S_{5-12} = 0$ (при цьому розглядається рівновага вирізаного вузла 5).

Знайшовши ординати у вузлових точках і з'єднавши їх вершини прямими, одержимо лінію впливу S_{5-12} , вона має вигляд трикутника з найбільшою ординатою, рівній одиниці.

Іноді варто розрізнати, вдовж якого пояса пересувається навантаження. Так, на рис. 3.19 даний приклад побудови ліній впливу для стійки 7–8 при русі візка з вантажем спочатку по верхньому поясу, потім – по нижньому. Розсічемо ферму на дві частин перетином 1–1 таким чином, щоб перерізані виявилися три стрижні: 6–8, 7–8 і 7–9.

Скористаємося способом проєкцій на вертикальну вісь. Вантаж знаходиться праворуч, рівновага – ліворуч і навпаки:

$$\begin{aligned} \sum Y = 0; R_A + S_{7-8} = 0, & \quad \text{звідки } S_{7-8} = -R_A \text{ (права гілка)} \\ R_B - S_{7-8} = 0, & \quad \text{звідки } S_{7-8} = -R_B \text{ (ліва гілка)}. \end{aligned}$$

Таким чином, одержимо дві рівнобіжні гілки. При їзді по верхньому поясу передатна пряма проходить між вузлами 6 і 8, а при їзді по нижньому поясу – між вузлами 7 і 9, тому що між цими вузлами пояс розсікає перетин $l-l$.

Тоді екстремальні значення зусилля у стійці 7–8: при їзді по верхньому поясу

$$S_{7-8\max} = P \cdot Y_1 + P \cdot Y_2; S_{7-8\min} = -P \cdot Y_3 - P \cdot Y_4,$$

при їзді по нижньому поясу

$$S_{7-8\max} = P \cdot Y_5 + P \cdot Y_6; S_{7-8\min} = -P \cdot Y_7 - P \cdot Y_8.$$

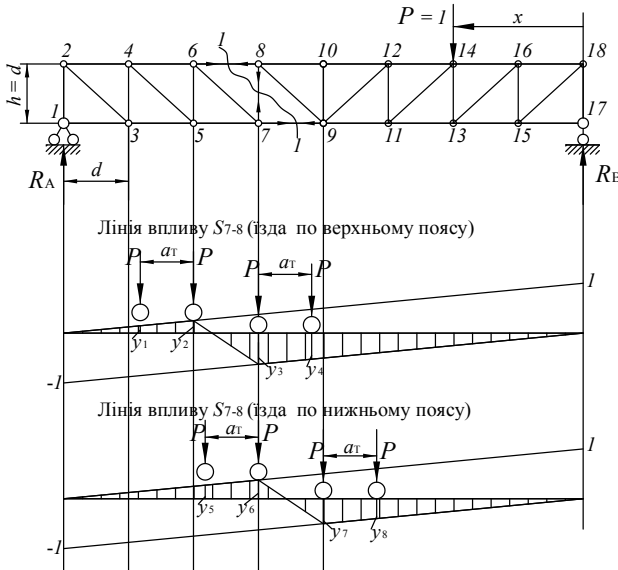


Рисунок 3.19 – Лінії впливу стійки ферми при русі вантажного візка по верхньому і нижньому поясах

На рис. 3.20 наведені лінії впливу зусиль у деяких стрижнях балкової стріли баштового крана. Особливістю даної ферми є наявність відтягнення, що з'єднує вузол 8 з оголовком вежі. Тому при визначенні зусиль у стрижнях ферми, розташованих праворуч вузла 8, необхідно враховувати зусилля у відтягненні, тому що при розсіченні ферми на дві частини вона попадає в розріз.

Прийmemo $H/d = 2,5$, кут $\alpha = 30^\circ$, кут $\beta = 45^\circ$, $d = h$ (рис. 3.20). Розсічемо ферму перетином $l-l$, при цьому у відтяжці з'явиться невідоме зусилля S_0 . Запишемо рівняння суми усіх моментів щодо точки 16 для двох випадків:

$P = 1$ знаходяться в точці I

$$\sum M_{16} = 0; \quad -P \cdot 8 \cdot d + S_0 \cdot H = 0; \quad S_0 = P \cdot 8 \cdot d / H = 8 \cdot d / (2,5 \cdot d) = 3,2;$$

$P = 1$ – у точці 16

$$\sum M_{16} = 0; \quad S_0 \cdot H = 0; \quad \text{оскільки } H \neq 0, \text{ то } S_0 = 0.$$

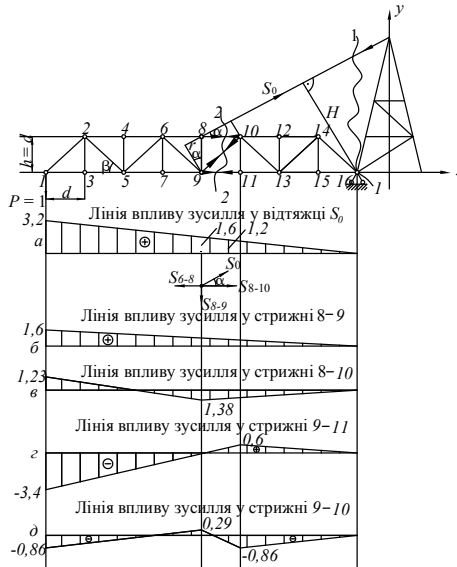


Рисунок 3.20 – Лінії впливу для стрижнів балкової стріли

Будуємо лінію впливу у відтяжці в такий спосіб: від нульової лінії уверх ліворуч відкладаємо 3,2, і з'єднуємо прямою лінією з нульовою ординатою праворуч, тому коли $P = 1$ знаходиться в точці I $S_0 = 3,2$, а коли в точці 16 – $S_0 = 0$.

Щоб побудувати лінію впливу для стійки 8–9, необхідно вирізати вузол 8 і записати рівняння суми проекцій усіх сил на вертикальну вісь Y .

$$\sum Y = 0; \quad S_0 \cdot \sin \alpha - S_{8-9} = 0; \quad S_{8-9} = S_0 \cdot \sin \alpha = 0,5 \cdot S_0,$$

тому що $\sin 30^\circ = 0,5$.

Таким чином, одержимо закон залежності зусилля у стрижні 8–9 від закону залежності зусилля у відтяжці S_0 , який необхідно помножити на 0,5. Від нульової лінії уверх ліворуч відкладаємо 1,6 і з'єднуємо прямою лінією з нульовою ординатою праворуч (рис. 3.20, б), тобто закон зміни S_0 множимо на 0,5.

Для побудови лінії впливу зусилля у стрижні 8–10 скористаємося способом моментної точки. Для даного стрижня моментною є точка 9. Розсічемо ферму перетином 2–2 і запишемо рівняння суми моментів усіх сил ліворуч від перетину щодо точки 9 для трьох випадків:

1) Вантаж $P = 1$ знаходиться в точці 1

$$\sum M_9 = 0; -P \cdot 4 \cdot d + S_0 \cdot r + S_{8-10} \cdot h = 0,$$

де $r = h \cdot \cos \alpha$ – з геометрії ферми, тоді

$$S_{8-10} = (4 \cdot d - S_0 \cdot h \cdot \cos \alpha) / h,$$

оскільки $h = d$, одержимо:

$$S_{8-10} = 4 - S_0 \cdot 0,865 = 4 - 3,2 \cdot 0,865 = 1,23;$$

У розглянутому випадку $S_0 = 3,2$ (рис. 3.19, а).

2) Вантаж $P = 1$ – у точці 9 підставимо $S_0 = 1,6$ (рис. 3.20, а)

$$\sum M_9 = 0; S_0 \cdot \gamma + S_{8-10} \cdot h = 0;$$

$$S_{8-10} = (-S_0 \cdot h \cdot \cos \alpha) / h = -1,6 \cdot 0,865 = -1,38.$$

3) Вантаж $P = 1$ – у точці 16

$$\sum M_{16} = 0; S_0 \cdot r + S_{8-10} \cdot h = 0;$$

$$S_{8-10} = (-S_0 \cdot h \cdot \cos \alpha) / h = -S_0 \cdot \cos \alpha = 0,$$

тому що у точці 16 $S_0 = 0$ (рис. 3.20, а).

За розрахунковими ординатами будуюмо лінію впливу зусилля у стрижні 8–10 (рис. 3.20, в).

Розглянемо побудову лінії впливу зусилля у стрижні 9–11 (рис. 3.20, г). Як і в попередньому випадку, скористаємося способом моментної точки. Для стрижня 9–11 моментною є точка 10. Запишемо рівняння для трьох випадків:

1) $P = 1$ у точці 1 ($S_0 = 3,2$)

$$\sum M_{10} = 0; -P \cdot 5 \cdot d + S_0 \cdot d \cdot \sin \alpha - S_{9-11} \cdot h = 0;$$

звідси

$$S_{9-11} = (-5 \cdot d + S_0 \cdot d \cdot \sin \alpha) / h = -5 + 3,2 \cdot 0,5 = -3,4.$$

2) $P = 1$ у точці 10 ($S_0 = 1,2$)

$$\sum M_{10} = 0; S_0 \cdot d \cdot \sin \alpha - S_{9-11} \cdot h = 0;$$

$$S_{9-11} = S_0 \cdot \sin \alpha = 1,2 \cdot 0,5 = 0,6.$$

3) $P = 1$ у точці 16 ($S_0 = 0$)

$$\sum M_{10} = 0; S_{9-11} = S_0 \cdot \sin \alpha = 0.$$

Таким чином, при побудові лінії впливу зусилля будь-якого стрижня за допомогою способу моментної точки необхідно розглядати наступні випадки: вантаж $P = 1$ у крайній лівій точці; під моментною точкою; у крайній правій точці. Рівновагу розглядаємо ліворуч від моментної точки.

Для побудови лінії впливу зусилля в розкосі необхідно розглянути чотири випадки: вантаж $P = 1$ у крайній лівій точці; у точках початку розкосу, у кінці розкосу і у крайній правій точці. На рис. 3.20, *д* показана лінія впливу зусилля в розкосі 9–10. Запишемо рівняння суми проєкцій усіх сил на вертикальну вісь Y ліворуч від перетину:

$$1) P = 1 \text{ у точці } I (S_0 = 3,2)$$

$$\sum Y = 0; -P + S_0 \cdot \sin \alpha + S_{9-10} \cdot \sin \beta = 0,$$

звідси

$$S_{9-10} = (P - S_0 \cdot \sin \alpha) / \sin \beta = (1 - 3,2 \cdot 0,5) / 0,7 = -0,86.$$

$$2) \text{ Вантаж } P = 1 \text{ у точці } 9 (S_0 = 1,6)$$

$$\sum Y = 0; -P + S_0 \cdot \sin \alpha + S_{9-10} \cdot \sin \beta = 0;$$

$$S_{9-10} = (P - S_0 \cdot \sin \alpha) / \sin \beta = (1 - 1,6 \cdot 0,5) / 0,7 = 0,29;$$

$$3) \text{ Вантаж } P = 1 \text{ у точці } II (S_0 = 1,2)$$

$$\sum Y = 0; S_0 \cdot \sin \alpha + S_{9-10} \cdot \sin \beta = 0;$$

$$S_{9-10} = -\frac{S_0 \sin \alpha}{\sin \beta} = -\frac{1,2 \cdot 0,5}{0,707} = -0,86$$

$$4) \text{ Вантаж } P = 1 \text{ у точці } I6 (S_0 = 0)$$

$$\sum Y = 0; S_0 \cdot \sin \alpha + S_{9-10} \cdot \sin \beta = 0;$$

$$S_{9-10} = -S_0 \cdot \sin \alpha / \sin \beta = 0.$$

Аналогічно будуються лінії впливу зусиль у стрижнях ферми, розташованих ліворуч точки 8. Зусилля у відтяжці при цьому не враховують.

Для кранів з великими прольотами і великої вантажопідйомності іноді застосовують ферми зі шпренгельною решіткою. У зв'язку з тим, що висота ферми залежить від прольоту, а розкоси найчастіше розташовують під кутом 45° , збільшення прольоту приводить до збільшення панелі ферми. Для зменшення дії місцевого згинального моменту від дії вантажного візка і застосовують шпренгельні решітки. Напрямок шпренгелів залежить від того, по якому поясу переміщається візок: по верхньому або нижньому. На рис. 3.21 (візок переміщається по нижньому поясу) наведені лінії впливу для деяких стрижнів ферми. Елементи шпренгельної ферми можна розділити на три групи:

- перша група – це елементи, що належать тільки основній фермі (рис. 3.21, б). Зусилля в цих стрижнях визначаються звичайним способом;
- друга група – це елементи, що належать тільки до шпренгеля. При цьому шпренгель розглядається як самостійна ферма. Такі елементи, як $4'-7$, $4'-5'$ працюють тільки на місцеве навантаження, прикладене в межах їхнього прольоту;
- третя група – це елементи, що належать як основній фермі, так і до шпренгеля, наприклад, стрижень $5-4'$. Зусилля в цьому елементі дорівнює сумі двох зусиль: одне виникає в основній фермі, а інше – як в елементі шпренгеля.

Розглянемо побудову лінії впливу для стрижня третьої групи $5-4'$. Спочатку будемо лінію впливу для стрижня основної решітки. Для чого запишемо рівняння:

$$\begin{aligned} \sum Y = 0; R_A + S_{5-4'} \cdot \sin \alpha = 0; S_{5-4'} = -R_A / \sin \alpha; \\ \sum Y = 0; R_B + S_{5-4'} \cdot \sin \alpha = 0; S_{5-4'} = R_B / \sin \alpha . \end{aligned}$$

Одержимо праву і ліву галузі лінії впливу. Передатна пряма для стрижня основної решітки проходить між вузлами 5 і 7 (показана на рис. 3.21, в штриховою лінією), а для шпренгельної решітки – між вузлами 5 і $5'$. Таким чином, трикутник abc є лінією впливу елемента $5-4'$.

Стрижень $2-3$ належить тільки основній решітці, тобто належить до елементів першої групи. Вирізаємо вузол 3 основної решітки і запишемо рівняння суми проекцій усіх сил на вертикальну вісь (рис. 3.21, з):

1) $P = 1$ знаходиться в точці 3

$$\sum Y = 0; S_{2-3} - P = 0; S_{2-3} = P = 1 .$$

2) $P = 1$ знаходиться в будь-якій точці, крім точки 3

$$\sum Y = 0; S_{2-3} = 0 .$$

Таким чином, лінія впливу S_{2-3} має вигляд трикутника, зображеного на рис. 3.21, з.

Стрижень $4'-7$ належить тільки до шпренгеля, тобто це елемент другої групи. Візьмемо зі складу всієї системи шпренгель $5-4'-7$ і розглянемо його як самостійну двоопорну ферму на рис. 3.21, д. При вантажі $P = 1$, розташованому у вузлі $5'$, зусилля у стрижні $4'-7$ визначається з рівняння суми проекцій на вісь y , складеного для вузла 7:

$$S_{4'-7} \cdot \sin \alpha + R_7 = 0, \text{ тому що } R_5 = R_7 = \frac{1}{2}, \text{ тобто } S_{4'-7} = -\frac{1}{2 \cdot \sin \alpha}.$$

При вантажі, розташованому в опорних вузлах, зусилля $S_{4'-7}$ дорівнює нулю. Отриманих значень досить для побудови лінії впливу зусилля у стрижні 4'-7 (рис. 3.21, e).

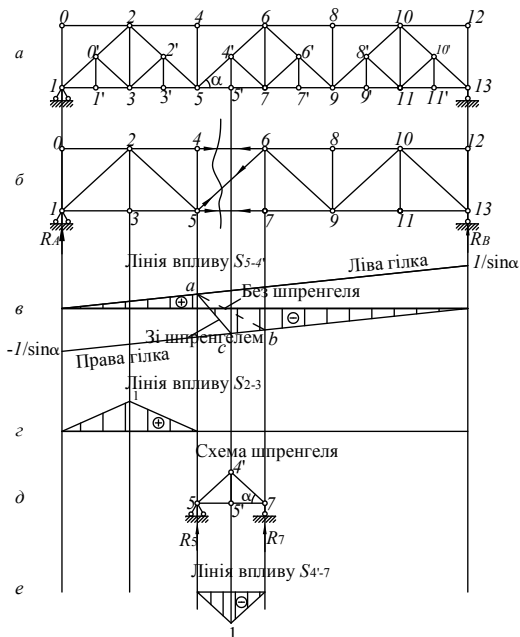


Рисунок 3.21 – Лінії впливу для стрижнів ферми зі шпренгельної решіткою

4. ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ

4.1. Робота зовнішніх сил

Статичне і динамічне прикладання сил. Якщо сила прикладена статично, тобто зростає від 0 до P , то залежність переміщення $\Delta = f(P)$ виражається прямою OA (рис. 4.1, а, б). З графіка видно, що робота A такої сили визначається площею трикутника OAA_1

$$A = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \Delta.$$

Якщо сила P прикладена раптово, тобто вона зберігає своє значення протягом всього часу навантаження, то $A = P \cdot \Delta$.

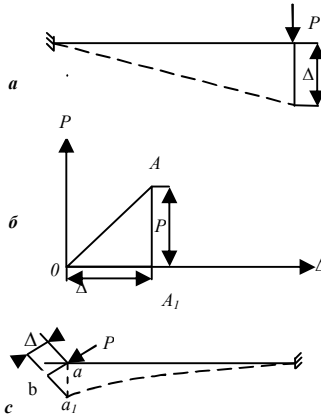


Рисунок 4.1 – Залежність переміщення Δ від навантаження P

Тому що, робота визначається добутком сили на шлях, пройдений за напрямком цієї сили, то під Δ варто розуміти проекцію дійсного переміщення точки прикладання сили (aa_1) на напрямок сили (ab) (рис. 4.1, c). У випадку, коли до системи прикладений момент M (рис. 4.2, a), вираз роботи може бути одержаний аналогічним чином.

При цьому взяти відповідний зосередженому моменту від переміщення; це буде кут повороту того перетину бруса, до якого прикладений момент.

Наприклад, робота моменту, статично прикладеного до балки (рис. 4.2, a), дорівнює

$$A = M \cdot \frac{Q}{2},$$

де Q – кут оберту перетину балки, до якого прикладений момент (Q – у радіанах).

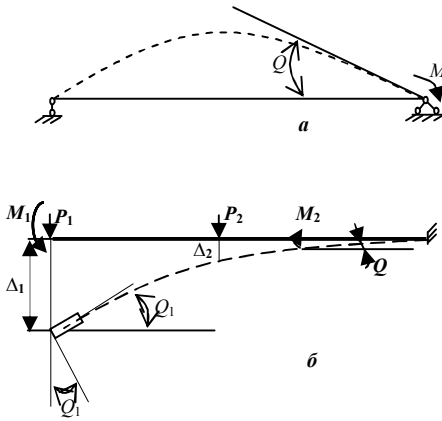


Рисунок 4.2 – Робота зовнішніх сил при статичній дії зосереджених сил P_1, P_2 і моментів M_1, M_2

Якщо на балку діє група статичних сил і моментів (рис. 4.2, б), то робота зовнішніх сил дорівнює

$$A_1 = \frac{P_1 \cdot \Delta_1}{2} + \frac{P_2 \cdot \Delta_2}{2} + \frac{M_1 \cdot Q_1}{2} - \frac{M_2 \cdot Q_2}{2},$$

де $\Delta_1, \Delta_2, Q_1, Q_2$ – переміщення, викликані дією всієї групи сил і моментів.

Знак «-» перед останнім членом прийнятий тому, що напрямок кута Q_2 протилежний M_2 .

4.2. Робота внутрішніх сил

Робота зовнішніх сил на викликані ними переміщення може бути виражена через внутрішні зусилля (M, N, Q), що виникають у поперечних перерізах балки.

– Виділимо з навантаженої балки (рис. 4.3, а) нескінченно малий елемент довжиною dx .

У процесі навантаження балки на виділений елемент (загальний випадок) будуть діяти поздовжні сили N , згинальний момент M , поперечна сила Q (рис. 4.3, б). Для виділеного елемента ці зусилля є зовнішніми силами і тому роботу A можна виразити через внутрішні зусилля на відповідні їм деформації.

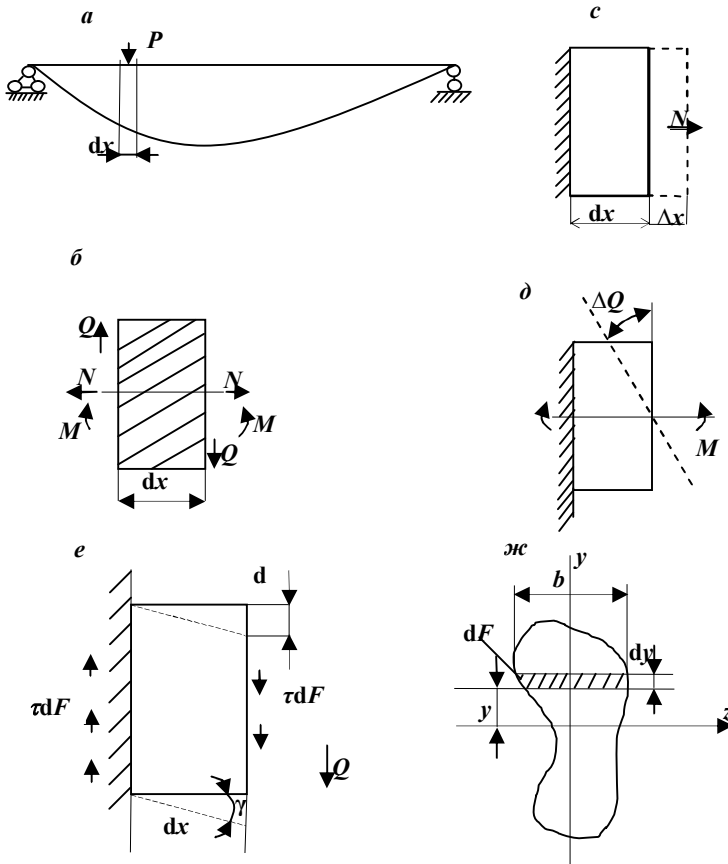


Рисунок 4.3 – Нескінченно малий елемент перерізу балки, навантажений силами N і Q та моментом M

Дія продольної сили N . Якщо лівий переріз вважати нерухомим, то правий переріз переміститься під дією N на Δx (рис. 4.3, *c*), який за законом Гука складе

$$\Delta x = \frac{N dx}{E \cdot F},$$

де EF – жорсткість поперечного перетину при розтяганні (стисненні). На цьому переміщенні сила N робить роботу

$$dA_N = \frac{1}{2} \Delta x \cdot N = \frac{1}{2} \cdot \frac{N \cdot dx}{E \cdot F} \cdot N = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2 dx}{E \cdot F}.$$

Розглянемо дію згинального моменту M .

Кут повороту торцевого перетину (рис. 4.3, д):

$$\Delta u = \frac{M dx}{E \cdot I},$$

де EI – жорсткість поперечного перетину при згинанні балки.

Робота, яку здійснює зростаючий момент,

$$dA_M = M \cdot \frac{\Delta \theta}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2 dx}{E \cdot I}.$$

Розглянемо дію поперечної сили Q . Прикладемо до правого перетину дотичні зусилля τdF , рівновага яких є поперечною силою Q (рис. 4.3, е).

Абсолютний зсув правого торцевого перетину відносно нерухомого лівого

$$\gamma \cdot dx = \frac{\tau}{G} dx,$$

де γ – кут зсуву, G – модуль зсуву.

Робота нескінченно малої дотичної сили τdF на переміщенні γdx визначається добутком $\frac{1}{2} \tau dF \cdot \gamma dx$. Проінтегруємо цей вираз у межах всього перетину F , одержимо роботу всіх дотичних сил, діючих у поперечному перетині:

$$dA_Q = \int_F \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot dF \cdot \gamma dx = \int_F \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau^2 dx}{G} dF,$$

де GF – жорсткість поперечного перетину при зсуві;

Підставляючи замість $\tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b}$, S , I – статичний момент і момент інерції всього перетину щодо осі Z ; b – ширина перетину в розглянутому рівні, одержимо

$$dA_Q = \int_F \frac{Q^2 \cdot S^2}{I^2 \cdot b^2} \cdot \frac{dx}{2 \cdot G} dF = \frac{Q^2 dx}{2 \cdot G \cdot I^2} \int_F \frac{S^2}{b^2} dF = \eta \cdot \frac{Q^2 dx}{2 \cdot G \cdot F},$$

де $\eta = \frac{F}{I^2} \int_F \frac{S^2}{b^2} dF$ – коефіцієнт, що залежить від форми перетину

стрижня: для прямокутника $\eta = 1,2$, для кола – $\eta = 10/9$, для двотавра

$\eta = \frac{F}{F_{\text{ст}}}$, ($F_{\text{ст}}$ – площа стінки двотавра; F – площа перетину двотавра).

При одночасній дії в перетині N , M і Q повна робота запишеться так (при повороті перетину сила N дасть роботу, рівну нулю, точно так само при розтяганні $dA_M = 0$, тобто сили діють незалежно одна від одної):

$$dA = dA_N + dA_M + dA_Q = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{N^2 dx}{E \cdot F} + \frac{M^2 dx}{E \cdot I} + \eta \cdot \frac{Q^2 dx}{F \cdot G} \right),$$

Інтегруючи вираз dA в межах довжин кожного стрижня, одержимо

$$A_2 = \Sigma \int_0^l \frac{M^2 dx}{2 \cdot E \cdot I} + \Sigma \int_0^l \frac{N^2 dx}{2 \cdot E \cdot F} + \Sigma \eta \int_0^l \frac{Q^2 dx}{2 \cdot G \cdot F}.$$

де M , N і Q – відповідно згинальний момент, продольна і поперечна сили з абсцисой x .

Оскільки M , N і Q можуть мати різні залежності від X на окремих ділянках системи, то інтегруємо по окремим ділянкам довжин l_1 , l_2 і т. д., а потім складемо.

4.3. Теорема щодо взаємності работ і переміщень

На рис. 4.4 показано два стани навантаження балки: положення при дії сил P_1 і P_2 . Переміщення позначаються так: Δ_{mn} – переміщення за напрямком сили "m", викликане силою "n".

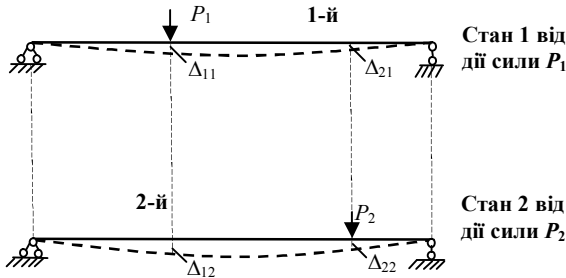


Рисунок 4.4 – Деформація балки від сил P_1 і P_2 у двох перерізах балки

Розглянемо балку, статично навантажену силами P_1 і P_2 (рис. 4.5) у такій послідовності: спочатку прикладемо силу P_1 , яка зробить роботу

$$A_{11} = P_1 \cdot \frac{\Delta_{11}}{2}.$$

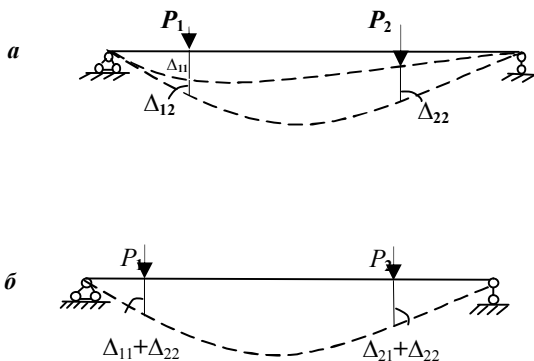


Рисунок 4.5 – Деформація перерізу балки при почерговому (а) і при одночасному (б) прикладенні сил P_1 і P_2

Потім прикладемо силу P_2 , яка на своєму переміщенні зробить роботу

$$A_{22} = \frac{P_2 \cdot \Delta_{22}}{2}.$$

При цьому сила P_1 виконає додаткову роботу

$$A_{12} = P_1 \cdot \Delta_{12}.$$

Повна робота

$$A = \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot \Delta_{11} + \frac{1}{2} \cdot P_2 \cdot \Delta_{22} + P_1 \cdot \Delta_{12}.$$

Зараз цю балку (рис. 4.5, б) завантажимо обома силами відразу (статично). В цьому випадку робота

$$A = \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot (\Delta_{11} + \Delta_{12}) + \frac{1}{2} \cdot P_2 \cdot (\Delta_{21} + \Delta_{22}).$$

Порівнявши праві частини виразів, отримаємо:

$$P_1 \cdot \Delta_{12} = P_2 \cdot \Delta_{21} \quad \text{або} \quad A_{12} = A_{21}.$$

Тобто робота сил 1-го стану на переміщеннях, викликаних силами 2-го стану, дорівнює роботі 2-го стану на переміщеннях, викликаних силами 1-го стану (рис. 4.4) (теорема Бетті).

Якщо $P_1 = P_2$, то $\Delta_{12} = \Delta_{21}$.

Якщо $P_1 = P_2 = 1$, то $\delta_{12} = \delta_{21}$, тобто має місце взаємність переміщень (принцип Максвелла).

4.4. Формули перемішень

Робота сил першого и другого станів (рис. 4.4) визначається як

$$A = A_{11} + A_{12} + A_{22} \quad (4.2)$$

Визначимо повну роботу через внутрішні зусилля:

$$A = \int_0^l \frac{(M_1 + M_2)^2}{2 \cdot E \cdot I} dx + \Sigma \int_0^l \frac{(N_1 + N_2)^2}{2 \cdot E \cdot F} dx + 3 \cdot \Sigma \int_0^l \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2 \cdot G \cdot F} dx, \quad (4.3)$$

де M_1, N_1 і Q_1 – момент поздовжня і поперечна сила у функції X від сил першого стану; M_2, N_2 і Q_2 – від сил другого стану (на балку може впливати група сил).

Для визначення роботи A_{12} треба від повної роботи (4.3) відняти роботу A_{11} і A_{22} . В результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} A_{12} = & \Sigma \int_0^l \frac{((M_1 + M_2)^2 - M_1^2 - M_2^2)}{2 \cdot E \cdot I} dx + \Sigma \int_0^l \frac{((N_1 + N_2)^2 - N_1^2 - N_2^2)}{2 \cdot E \cdot F} dx + \\ & + \eta \cdot \Sigma \int_0^l \frac{(Q_1 + Q_2)^2 - Q_1^2 - Q_2^2}{2 \cdot G \cdot F} dx \\ A_{12} = & \Sigma \int_0^l \frac{2 \cdot M_1 \cdot M_2}{2 \cdot E \cdot I} dx + \Sigma \int_0^l \frac{2 \cdot N_1 \cdot N_2}{2 \cdot E \cdot F} dx + \eta \cdot \Sigma \int_0^l \frac{2 \cdot Q_1 \cdot Q_2}{2 \cdot G \cdot F} dx. \quad (4.4) \end{aligned}$$

Розглянемо два положення системи.

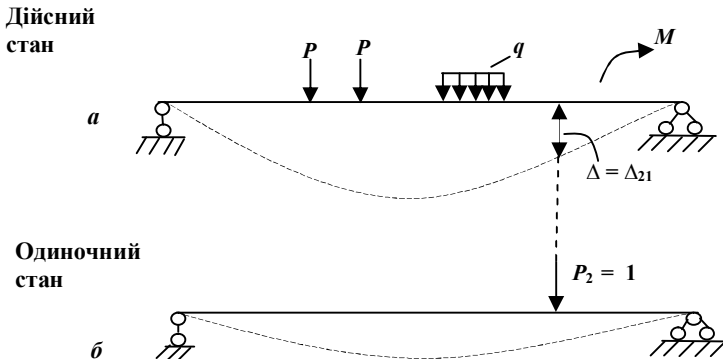


Рисунок 4.6 – Дійсний (а) та одиночний (б) стани системи

У першому стані на балку діють різноманітні сили і моменти (рис. 4.6, а); у другому – прикладена тільки одинична сила $P_2 = 1$.

Складемо вираз роботи A_{21} сили $P_2 = 1$ 2-го стану на переміщенні Δ_{21} , викликаного силами першого стану, причому силу $P_2 = 1$ прикладемо у той точці, де шукаємо прогин від сил першого стану

$$A_{21} = P_2 \cdot \Delta_{21} = 1 \cdot \Delta_{21} = \Delta_{21}.$$

Визначимо роботу $A_{21} = \Delta_{21}$ через вираз зусилля, аналогічно (4.4) отримаємо

$$\Delta_{21} = \sum \int_0^l M_x \cdot \frac{M_x}{E \cdot I} dx + \sum \int_0^l N_x \cdot \frac{N_x}{E \cdot F} dx + \eta \sum \int_0^l Q_x \cdot \frac{Q_x}{G \cdot F} dx, \quad (4.5)$$

де M_x, N_x, Q_x – момент і сили в функції X , отримані від прикладення одиничної "сили".

Тут "сила" має загальне значення. Якщо визначається лінійне переміщення, то прикладається "сила" $P = 1$; якщо треба визначити кут повороту перерізу, то треба в цьому перерізі треба прикласти момент $M = 1$.

Формула (4.5) названа формулою Мора, який вперше застосував цю залежність у практичних розрахунках.

Практично в (4.5) застосовується один з членів: при згинанні балок, рам – перший член; для стрижневих систем – другий; третій – через мале значення зневажають.

Приклад 1. Визначити прогин під силою P (рис. 4.7).

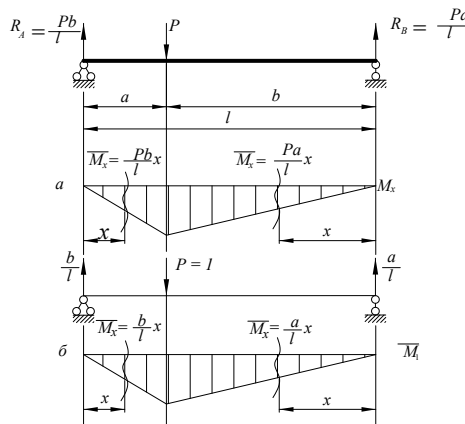


Рисунок 4.7 – Визначення прогину балки на двох опорах:

a – еюра згинального моменту залежно від дії заданих сил;

b – еюра згинального моменту залежно від одиничного навантаження

$$\Delta = \int_0^a M_x \cdot \frac{M_x}{E \cdot I} dx + \int_0^b M_x \cdot \frac{M_x dx}{E \cdot I} = \frac{1}{E \cdot I} \int_0^a \frac{b}{l} \cdot x \cdot P \cdot \frac{b}{l} x dx + \frac{1}{E \cdot I} \int_0^b \frac{a}{l} \cdot x \cdot P \cdot \frac{a}{l} x dx =$$

$$= \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{P \cdot b^2}{l^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^a + P \cdot \frac{a^2}{l^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^b \right) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{P \cdot a^3 \cdot b^2}{3 \cdot l^2} + \frac{P \cdot a^2 \cdot b^3}{3 \cdot l^2} \right) = \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot l^2 \cdot E \cdot I} (a + b) =$$

$$= \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot l \cdot E \cdot I}.$$

Побудуємо епюру згинального моменту балки від дії заданої сили P (рис. 4.7, *a*). Потім у точку, переміщення якої визначимо, прикладемо одиночну силу і побудуємо епюру згинального моменту від дії одиночної сили. Для визначення переміщень балки під силою P використаємо першу складову формули Мора. Розглянемо дві ділянки: від нуля до a (йдемо зліва – направо) і від нуля до b (йдемо справа – наліво).

Приклад 2. Визначити вертикальне переміщення точки "с" (рис. 4.8) консольної балки, навантаженої рівномірно-розподіленим навантаженням q

$$M_x = -\frac{q \cdot x^2}{2}, \quad \bar{M} = -\left(x - \frac{l}{2}\right).$$

Інтегрування проводимо тільки для лівої половини балки.

Будуємо епюру згинального моменту зовнішніх сил (рис. 4.8, *a*). В точці С прикладемо одиночну силу і побудуємо епюру одиночних сил (рис. 4.8, *б*). Через те що на правій ділянці балки момент \bar{M} дорівнює нулю, розглянемо тільки ліву ділянку $\frac{l}{2}$ до l (йдемо справа наліво):

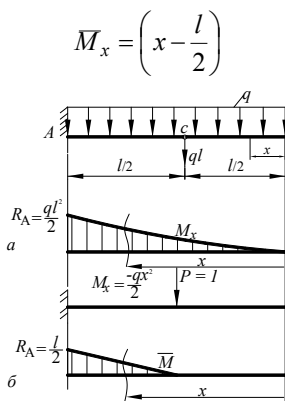


Рисунок 4.8 – Визначення прогину балки з защемленням:
a – епюра згинального моменту зовнішніх сил;
б – епюра згинального моменту одиночних сил

$$\Delta_c = \frac{1}{E \cdot I} \int_{\frac{l}{2}}^l \left(x - \frac{l}{2} \right) \cdot \frac{q \cdot x^2}{2} dx =$$

$$\frac{q}{E \cdot I} \int_0^l \left(\frac{x^3}{2} - \frac{x^2 l}{4} \right) dx = \frac{q}{E \cdot I} \left[\frac{x^4}{8} - \frac{l \cdot x^3}{12} \right]_{\frac{l}{2}}^l = \frac{q}{E \cdot I} \left[\frac{l^4}{8} - \frac{l^4}{12} - \frac{l^4}{16 \cdot 8} + \frac{l^4}{12 \cdot 8} \right] =$$

$$= \frac{q \cdot l^4 \cdot (48 - 32 - 3 + 4)}{E \cdot I \cdot 384} = \frac{17}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I}.$$

Приклад 3. Визначити кут повороту перерізу "с" рами (рис. 4.9):

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -\frac{q \cdot x^2}{2} \\ \bar{M}_x &= -1 \end{aligned} \right\} \text{— для ригеля;}$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -\frac{q \cdot a^2}{2} \\ \bar{M}_x &= -1 \end{aligned} \right\} \text{— для стояка;}$$

$$\gamma_c = \int_0^a \frac{q \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot I} dx + \int_0^a \frac{q \cdot a^2}{2 \cdot E \cdot I} dx = \frac{q \cdot x^3}{6 \cdot E \cdot I} \Big|_0^a + \frac{q \cdot a^2}{2 \cdot E \cdot I} \Big|_0^a = \frac{q \cdot a^3}{6 \cdot E \cdot I} + \frac{q \cdot a^3}{2 \cdot E \cdot I} = \frac{2}{3} \cdot \frac{q \cdot a^3}{E \cdot I}.$$

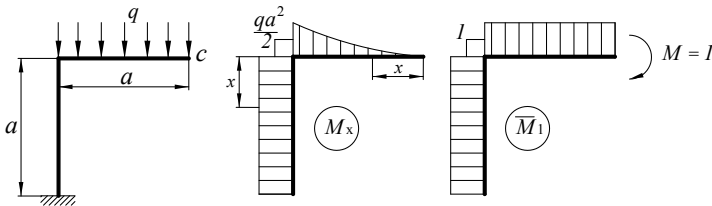


Рисунок 4.9 – Визначення кута повороту перерізу рами

Приклад 4. Визначити прогин вузла «с» (рис. 4.10)

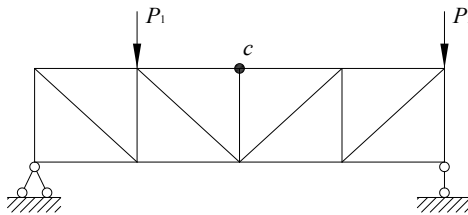


Рисунок 4.10 – Ферма

За діаграмою Максвелла–Кремона або аналітично необхідно визначити зусилля з всіх стрижнів ферми S_i від зовнішнього навантаження (P_1 і P_2), потім \bar{S}_i – від одиночної сили, прикладеної до точки c . Для визначення прогину вузла c використовуємо другу складову формули Мора:

$$\Delta c = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{S}_i \cdot S_i \cdot l_i}{E \cdot F_i},$$

де n – кількість стрижнів ферми;

\bar{S}_i, S_i – зусилля у i -тому стрижні від одиничного і зовнішнього навантаження;

l_i, F_i – довжина і площа i -того стрижня;

E – модуль пружности, для сталі $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Площа перерізу поясів, розкосів і стояків знайдемо за формулою:

$$F = \frac{S}{[\sigma]},$$

де $[\sigma] = 16$ МПа – припустиме напруження для сталі;

S – максимальне зусилля для верхнього і нижнього поясів, розкосів і стояків відповідно.

4.5. Графічне визначення інтеграла Мора

Вираз $\int \bar{M}_x M_x dx$ можливо знайти графічно, якщо одна з епюр лінійна (рис. 4.11). Продовжимо проміні прямолінійної епюри. Через точку їх перетину проведемо вісь $O-O$.

Тоді $M = x \cdot \operatorname{tg} \alpha$ – підставимо в інтеграл

$$\operatorname{tg} \alpha \int x \cdot M_x dx = \operatorname{tg} \alpha \int x d\omega_x.$$

Вираз під інтегралом – статичний момент площі $d\omega_x$ відносно вісі $O-O$. Інтегруємо від 0 до l і одержимо

$$\int_0^l x \cdot d\omega_x = x_c \cdot \omega,$$

де x_c – абсциса центру ваги площ ω і епюри M_x .

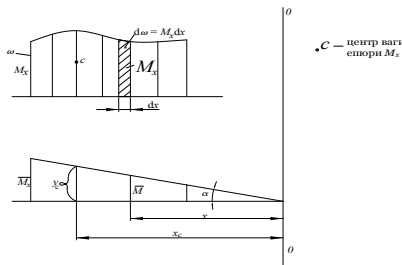


Рисунок 4.11 – Спосіб Верещагіна

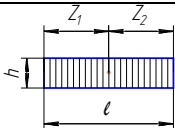
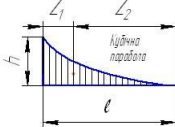
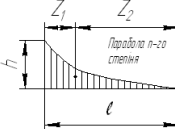
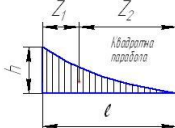
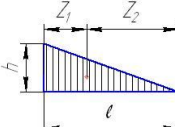
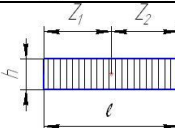
Таким чином,

$$\int_0^l M_x M_x dx = \operatorname{tg} \alpha \cdot x_c \cdot \omega = y_c \cdot \omega,$$

де y_c – ордината прямолінійної епюри, взятої під центром ваги площі другої епюри. Цей спосіб пропонував Верещагін А.М. у 1925 р., коли був студентом інституту інженерів залізничного транспорту.

Складну епюру можливо розподілити на декілька простих. При використанні правила Верещагіна доводиться визначати площі фігур і положення їх центру ваги. Тому в табл. 4.1 наведені площі і координати центрів ваги фігур, що найчастіше зустрічаються.

Таблиця 4.1 – Площа і абсциса центру ваги декількох фігур

| № з/п | Фігура | Площа Ω | Абсциса центру ваги | |
|-------|---|---------------------------|---------------------|-------------------------------|
| | | | Z_1 | Z_2 |
| 1 |  | hl , | $l/2$, | $l/2$, |
| 2 |  | $h \cdot l/2$, | $l/3$, | $2 \cdot l/3$, |
| 3 |  | $h \cdot l/3$, | $l/4$, | $3 \cdot l/4$, |
| 4 |  | $h \cdot l/4$, | $l/5$, | $4 \cdot l/5$, |
| 5 |  | $\frac{h \cdot l}{n+1}$, | $\frac{l}{n+2}$, | $\frac{(n+1) \cdot l}{n+2}$, |
| 6 |  | $2 \cdot h \cdot l/3$, | $3 \cdot l/8$, | $5 \cdot l/8$, |

Площа квадратної увігнутої епюри – $F = \frac{1}{3} \cdot h \cdot l$, центр тяжіння $z = \frac{l}{4}$; площі і координати центрів ваги фігур, що найчастіше зустрічаються. Квадратна опукла – $F = \frac{2}{3} \cdot h \cdot l$, $z = \frac{3}{8} \cdot l$, кубична парабола увігнута $F = \frac{h \cdot l}{4}$, $z = \frac{l}{5}$.

Приклад 1. Визначити прогин під силою P (рис. 4.12).

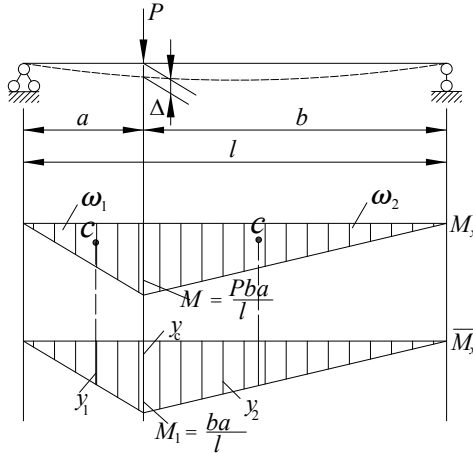


Рисунок 4.12 – Визначення прогину балки за способом Верещагіна

Прогин балки у точці під силою P

$$\Delta = \frac{1}{E \cdot I} \cdot (\omega_1 \cdot y_1 + \omega_2 \cdot y_2),$$

де ω_1, ω_2 – площа епюри згинального моменту M_x на ділянках від 0 до a і від 0 до b відповідно; y_1, y_2 – ординати епюр згинального моменту від одиночної сили \bar{M}_x , які беруть під центрами ваги фігур на епюрах від зовнішніх сил M_x на відповідних ділянках

$$\omega_1 = \frac{a}{2} \cdot \frac{P \cdot b \cdot a}{l} = \frac{P \cdot a^2 \cdot b}{2 \cdot l};$$

$$\omega_2 = \frac{P \cdot a \cdot b^2}{2 \cdot l};$$

$$y_1 = y_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{a \cdot b}{l};$$

$$\Delta = \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I l^2} \cdot (a+b), \text{ але } a+b=l, \Delta = \frac{1}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{l}.$$

Результат перемноження двох епюр дорівнює добутку площі одної з них на ординату y_c другої (обов'язково прямолінійної) епюри, яку беруть під центром ваги площі першої епюри. При перемноженні ставимо знак плюс, коли епюра і ордината під центром її ваги, яку беруть з другої епюри, мають однакові знаки, і мінус, – коли різні знаки. Такий спосіб перемноження епюр був запропонований у 1925 р. студентом Московського інституту інженерів залізничного транспорту А.М.Верещагіним, і тому називається способом Верещагіна.

Приклад 2. Визначити горизонтальне зміщення точки «с» (рис. 4.13).

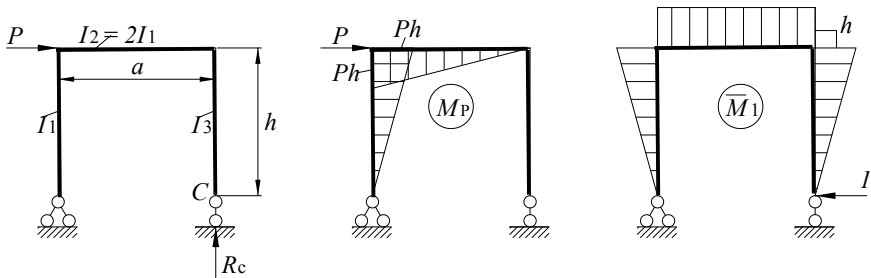


Рисунок 4.13 – Визначення переміщень опори рами за способом Верещагіна

Знак « \leftrightarrow » означає, що переміщення буде направлено у протилежний бік відносно обраного напрямку одиночної сили.

Будуємо епюри згинального моменту M_p від сили P і \bar{M}_1 від сили P і M_1 від одиночної сили, прикладеної горизонтально до точки C . Напрямок одиночної сили зліва направо або справа наліво вибираємо довільно. Якщо при розрахунку переміщення Δ отримаємо з мінусом, це означає, що воно направлено у протилежний бік вибраному напрямку одиночної сили, тоді як на правій стійці $M_p = 0$ цю складову не враховуємо.

Перемножуємо епюри M_p і \bar{M}_1 : на лівій стійці площа епюри M_p рівна $\frac{1}{2} \cdot P \cdot h^2$, умножимо її на ординату епюри \bar{M}_1 , яку беруть під центром ваги епюри M_p . Ордината дорівнює $\frac{2}{3} \cdot h$. Перед добутком ставимо знак мінус, тому що епюра M_p побудована на внутрішніх волокнах, а \bar{M}_1 – на зовнішніх.

На ригелі площа епюри M_p рівна $\frac{1}{2} \cdot P \cdot h \cdot a$, а всі ординати епюри \bar{M}_1 рівні h , добуток беремо зі знаком мінус. Таким чином, отримаємо

$$\Delta_C = -\frac{1}{2} \cdot P \cdot h^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot h \cdot \frac{1}{E \cdot I_1} - \frac{1}{2} \cdot P \cdot h \cdot a \cdot h \cdot \frac{1}{E \cdot I_2} = -\frac{P \cdot h^2}{E \cdot I_1} \cdot \left(\frac{h}{3} + \frac{a}{4} \right).$$

Приклад 3. Визначити переміщення точки «с» (рис. 4.14).

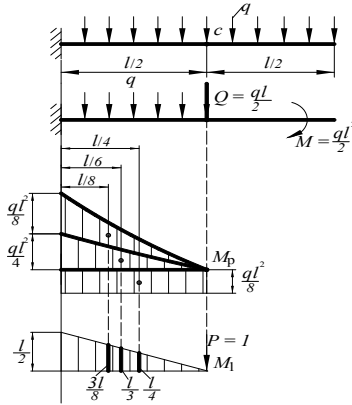


Рисунок 4.14 – Визначення прогину балки з защемленням за способом Верещагіна

Балка защемлена лівим кінцем і навантажена рівномірно розподіленим навантаженням. За напрямком шуканого переміщення прикладемо одну силу до точки c і будемо від неї одну епюру моментів \bar{M}_1 . Якщо на правій половині балки \bar{M}_1 дорівнює нулю, то будемо вантажну епюру тільки для лівої половини балки, а вплив правої на ліву замінюємо моментом

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} \text{ і силою } Q = \frac{q \cdot l}{2}.$$

Розіб'ємо епюру M_p на наступні складові частини:

- епюру згинальних моментів, маючих вид прямокутника з ординатами $\frac{q \cdot l^2}{8}$ (діючих в перерізі з балкою);
- епюру моментів, маючих вигляд трикутника з найбільшою ординатою $\frac{q \cdot l^2}{4}$ (від поперечної сили $\frac{q \cdot l}{2}$, діючих у перерізі c);
- епюру моментів у вигляді вигнутої квадратної параболи з найбільшою ординатою $\frac{q \cdot l^2}{8}$ (від рівномірно розподіленого навантаження q , прикладеної до лівої половини балки).

Помноживши кожен з вказаних частин епюри на одну епюру, получимо:

$$\Delta c = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{q \cdot l^2}{8} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} + \frac{q \cdot l^2}{4} \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} + \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{l}{2} \right) = \frac{17 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}.$$

Цей приклад був раніше розв'язан за Мором (рис. 4.8), де обчислення були простіше. Тому віддати перевагу аналітичному або графічному обчисленню інтеграла складно. Все залежить від форми епюр, які перемножують.

5. СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНІ СИСТЕМИ

5.1. Статична невизначеність

Степінь статичної невизначеності дорівнює числу так званих зайвих зв'язків, видалення яких перетворює статично невизначену систему у визначену, геометрично незмінну систему. На рис. 5.1, *a* показана балка, один раз статично невизначена; якщо забрати опору (зайвий зв'язок) рис. 5.1, *б*, або поставити шарнір (рис. 5.1, *в*), що дає одне додаткове рівняння статики, то вийде балка статично визначена.

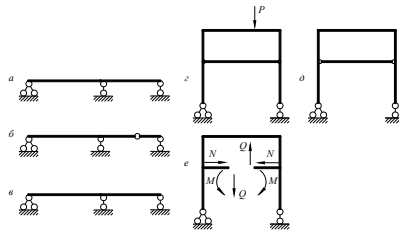


Рисунок 5.1 – Статично невизначені системи

На рис. 5.1, *г*, *д* показані рами тричі й один раз статично невизначені.

Установимо критерій для визначення ступеня статичної невизначеності стрижневої системи.

Для перетворення тричі статично невизначеної рами в статично визначену необхідно, наприклад, перерізати один стрижень (рис. 5.1, *е*) і тим самим убрати три зайві внутрішні зв'язки. Реакціями цих внутрішніх зв'язків є: продольна сила, поперечна сила і згинальний момент, діючий у місті розрізу. Ці реакції при допомозі рівнянь статики знайдені бути не можуть.

Для визначення ступеня статичної невизначеності системи розглянемо типи вузлів, зустрічаючихся у спорудах: жорсткий зв'язок стрижнів у вузлі (рис. 5.2, *а*), з'єднання стрижнів повним шарніром (рис. 5.2, *б*) і з'єднання неповним шарніром, коли одні стрижні у вузлі прикріплені шарнірно (*с*, *в*), а інші – жорстко (*а*, *д*) (рис. 5.2, *в*).

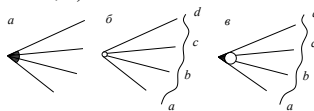


Рисунок 5.2 – Види вузлів

Для повного шарніра можна скласти стільки додаткових рівнянь, скільки стрижнів сходиться у вузлі без одного. Для неповного шарніра можна скласти стільки рівнянь, скільки усього стрижнів у вузлі прикріплено шарнірно.

Засіб установлення статичної невизначеності будь-якої стрижневої системи зі змішаними закріпленнями полягає в наступному (рис. 5.3). Система розбивається на замкнуті контури (поєднуючи опорні частини в загальний опорний диск). Тоді степінь статичної невизначеності дорівнює

$$C = 3 \cdot n - m,$$

де n – число замкнених контурів; m – число додаткових умов рівноваги.

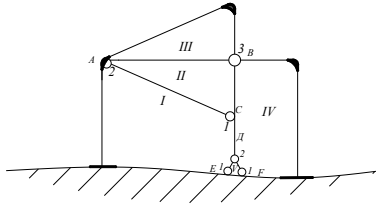


Рисунок 5.3 – Стрижнева система зі змішаними закріпленнями

Як приклад на рис. 5.3 показана стрижнева система, п'ять разів статично невизначена:

$$C = 3 \cdot 5 - 10 = 5.$$

Вузол A (неповний шарнір: один стрижень закріплений жорстко і два – шарнірно) дає можливість написати два додаткових рівняння, наприклад сума проекцій всіх сил на вісі X і Y дорівнює нулю. Вузли B і D (повні шарніри) дають відповідно три і два додаткових рівняння. Вузли C , E , F дають по одному додатковому рівнянню.

5.2. Методи розрахунку

При розрахунку статично невизначених систем використовують три методи: метод сил, метод переміщень (деформацій), змішаний метод.

Метод сил. При цьому методі розрахунку переходять до основної статично визначеної системи, у якій зайві зв'язки замінюються силами. Для заданої системи можна вибрати кілька основних систем.

Так, на рис. 5.4 показані тільки дві основні системи, хоча їхнє число можна було б продовжити. Вимога до основної системи – вона повинна бути геометрично незмінна.

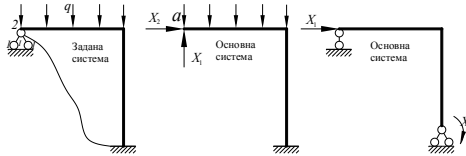


Рисунок 5.4 – Задана і основні системи

Якщо опорні стрижні з'єднати, то отримаємо два замкнуті контури і чотири додаткові рівняння: $C = 3 \cdot n - m = 3 \cdot 2 - 4 = 2$ – система двічі статично невизначена.

Виберемо першу основну систему.

У заданій рамі вертикальні і горизонтальні переміщення нерухомої опори «а» дорівнюють нулю. Ці ж умови повинні виконуватися і для основної системи, їх можна записати так:

$$\Delta_{x1}(X_1, X_2, P) = 0; \quad \Delta_{x2}(X_1, X_2, P) = 0, \quad (5.1)$$

де Δ_{x_1} – вертикальне переміщення точки «а» за напрямком сили X_1 від сили X_1, X_2, P . Тут сила P має загальне значення, в данному випадку показує рівномірно-розподілене навантаження q ; Δ_{x_2} – горизонтальне переміщення точки «а» за напрямком сили X_2 від сил X_1, X_2, P .

Рівняння (5.1) перепишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}\Delta_{x_1x_1} + \Delta_{x_1x_2} + \Delta_{x_1P} &= 0; \\ \Delta_{x_1x_2} + \Delta_{x_2x_2} + \Delta_{x_2P} &= 0,\end{aligned}\tag{5.2}$$

де перший індекс указує, за напрямком якої сили відбувається переміщення, а другий – якою силою викликане переміщення. Для стислості опустимо x , тоді

$$\begin{aligned}\Delta_{11} + \Delta_{12} + \Delta_{1P} &= 0, \\ \Delta_{21} + \Delta_{22} + \Delta_{2P} &= 0.\end{aligned}\tag{5.3}$$

Якщо споруда працює в пружній стадії, то переміщення пропорційні силам, і можна записати

$$\Delta_{11} = X_1 \cdot \delta_{11}; \quad \Delta_{12} = X_2 \cdot \delta_{12}; \quad \Delta_{21} = X_1 \cdot \delta_{21}; \quad \Delta_{22} = X_2 \cdot \delta_{22},$$

де δ_{11} – переміщення за напрямком сили X_1 , викликані силою $X_1 = 1$; δ_{12} – переміщення за напрямком сили X_1 , викликані силою $X_2 = 1$ і т.д.

Тепер рівняння (5.3) перепишуться так:

$$\begin{aligned}X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} + \Delta_{1P} &= 0, \\ X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} + \Delta_{2P} &= 0.\end{aligned}\tag{5.4}$$

Ці рівняння називаються канонічними рівняннями методу сил. Рівнянь (5.4) повинно бути стільки, скільки разів статично невизначена система. Одиночні переміщення δ_{11}, δ_{22} називаються головними; одиночні переміщення δ_{12}, δ_{21} – побічними, причому

$$\delta_{12} = \delta_{21}.$$

Одиночні переміщення для балкових систем визначаються за Мором

$$\delta_{11} = \sum_{i=1}^{i=n} \int_0^1 M_1^2 \cdot \frac{dx}{EI}; \quad \delta_{11} = \sum_{i=1}^{i=n} \int_0^1 M_1 \cdot M_2 \cdot \frac{dx}{EI},$$

де M_1, M_2 – згинальні моменти у функції X в основній системі від $X_1 = 1$ і $X_2 = 1$.

Так названі вантажні члени рівнянь (5.4) визначаються за формулами:

$$\delta_{1P} = \sum_{i=1}^{i=n} \int_0^1 M_1 \cdot M_p \cdot \frac{dx}{EI}; \quad \delta_{2P} = \sum_{i=1}^{i=n} \int_0^1 M_2 \cdot M_p \cdot \frac{dx}{EI}.$$

Визначивши коефіцієнти рівнянь (5.4), знаходять X_1 і X_2 .

6. РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ НА ДІЮ ПОСТІЙНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

6.1. Балкові системи

Порядок розрахунку балки, один раз статично невизначеної, ілюструється на рис. 6.1.

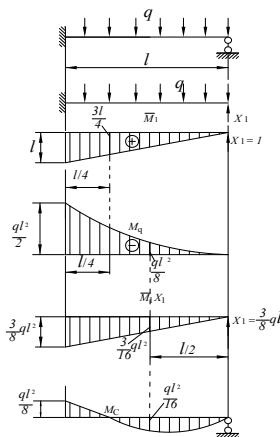


Рисунок 6.1 – Статично невизначена балка

6.1.1. Вибирається основна система шляхом усунення зайвих зв'язків; дія усунутих зв'язків відшкодовується додатком невідомих зусиль (сил або моментів).

6.1.2. Складаються канонічні рівняння. В цьому випадку $x_1 \cdot \delta_{11} + \Delta_{1q} = 0$.

6.1.3. Основна система по черзі навантажується одиночними зусиллями $X_1 = 1$ ($X_2 = 1$ і т.д. які вони є) і від кожного з них будується одиночна епюра і епюра згинального моменту від зовнішнього навантаження M_q , як для статично визначеної балки.

6.1.4. Перемноженням одиночних епюр (аналітично за формулою Мора або графічним способом за Верещагіним) обчислюються всі коефіцієнти δ_{ii} і δ_{ik} :

$$\delta_{11} = \frac{1}{E \cdot I} \cdot l \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot l = \frac{l^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad \text{— (за Верещагіним),}$$

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{\bar{M}^2 dx}{E \cdot I} = \int_0^l \frac{x^2 \cdot dx}{E \cdot I} = \frac{l^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad \text{— (за Мором).}$$

6.1.5. Перемноженням одиночних епюр і вантажних епюр визначаються вантажні члени Δ_{1p} :

$$\Delta_{1q} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{q \cdot l^2}{2} \cdot l \cdot \frac{3}{4} \cdot l \cdot \frac{1}{E \cdot I} = -\frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I} \quad \text{— (за Верещагінім)}$$

$$\Delta_{1q} = \int_0^l -\frac{q \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot I} \cdot x dx = -\frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I} \quad \text{— (за Мором)}$$

6.1.6. Вирішується система канонічних рівнянь і визначаються невідомі зусилля X_1, X_2 і т.д.

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1q}}{\delta_{11}} = +\frac{q \cdot l^4 \cdot 3 \cdot E \cdot I}{8 \cdot E \cdot I \cdot l^3} = \frac{3}{8} \cdot q \cdot l.$$

6.1.7. Для одержання сумарної епюри M_c для заданої статично невизначеної балки необхідно збільшити всі ординати одиночних епюр у X_1 раз і скласти їх з ординатами вантажної епюри M_p .

$$M_c = M_p + \bar{M}_1 \cdot X_1.$$

Визначаємо M_c з основної системи, оскільки X_1 тепер відомий.

6.2. Рамні системи

На рис. 6.2 представлена рама, один раз статично невизначена; необхідно визначити горизонтальне переміщення опори B від дії сили P .

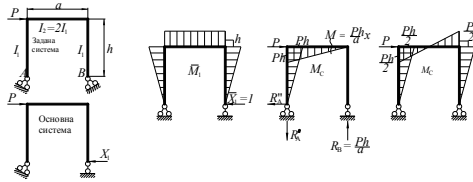


Рисунок 6.2 – Статично невизначена рама

Порядок розрахунку той же, що і для балки. Основну систему варто вибирати так, щоб вона була геометрично незмінною. Епюри відкладаємо на розтягнутих волокнах. Канонічне рівняння має вигляд:

$$X_1 \cdot \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0.$$

За способом Верещагіна визначимо коефіцієнти δ_{11}, Δ_{1P} :

$$\delta_{11} = \frac{2}{E \cdot I_1} \left(\frac{h^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h \right) + \frac{1}{E \cdot I_2} \cdot a \cdot h \cdot h = \frac{h^2}{6 \cdot E \cdot I_1} (4 \cdot h + 3 \cdot a);$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{E \cdot I_2} \cdot \frac{P \cdot h \cdot a}{2} \cdot h - \frac{P \cdot h^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h \cdot \frac{1}{E \cdot I_1} = -\frac{P \cdot h^2}{12 \cdot E \cdot I_1} \cdot (4 \cdot h + 3 \cdot a).$$

Рішивши рівняння (6.1), отримаємо

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{P}{2}.$$

Будуємо сумарну епюру $M_c = M_p + \bar{M}_1 \cdot x_1$.

Приклад. Побудувати епюру згинальних моментів для рами, показаної на рис. 6.3.

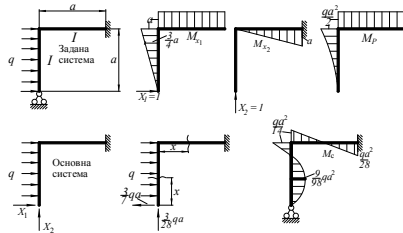


Рисунок 6.3 – Двічі невизначена рама

Канонічні рівняння запишуться так:

$$x_1 \cdot \delta_{11} + x_2 \cdot \delta_{12} + \Delta_{1P} = 0,$$

$$x_1 \cdot \delta_{21} + x_2 \cdot \delta_{22} + \Delta_{2P} = 0.$$

Помножимо \bar{M}_1 на M_1 , одержимо

$$\delta_{11} = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{a^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot a + a^2 \cdot a \right) = \frac{4}{3} \cdot \frac{a^3}{E \cdot I}.$$

Помножимо \bar{M}_1 на M_2 , отримаємо

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{E \cdot I} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{a^3}{E \cdot I}.$$

Помножимо \bar{M}_2 на M_2 , одержимо

$$\delta_{22} = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{a^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot a \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{E \cdot I}.$$

Помножимо по черзі \bar{M}_1 і \bar{M}_2 на M_p , одержимо

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{E \cdot I} \left(q \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot a + \frac{q \cdot a^2}{2} \cdot a \cdot a \right) = \frac{5 \cdot q \cdot a^4}{8 \cdot E \cdot I};$$

$$\Delta_{2P} = \frac{1}{E \cdot I} \left(-\frac{q \cdot a^2}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} \right) = -\frac{1 \cdot q \cdot a^4}{4 \cdot E \cdot I}.$$

Підставивши знайдені величини в канонічні рівняння, одержимо:

$$X_1 = -\frac{3}{7} \cdot q \cdot a; \quad X_2 = \frac{3}{28} \cdot q \cdot a.$$

Для побудови сумарної епюри прикладаємо до основної системи знайдені значення X_1 і X_2 , причому X_1 треба направити в протилежний бік, тому що він вийшов зі знаком мінус.

Складаємо рівняння по ділянках. Початок відліку – нижній кінець рами.

$$M_1 = \frac{3}{7} \cdot q \cdot a \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2},$$

при $x = 0$: $M_1 = 0$; при $x = a$: $M_1 = -\frac{q \cdot a^2}{14}$.

Визначимо M_{\max} :

$$\frac{dM_1}{dx} = 0, \quad \frac{3}{7} \cdot q \cdot a - \frac{2 \cdot q \cdot x}{2} = 0, \quad x = \frac{3}{7} \cdot a, \quad M_{\max_1} = \frac{9}{98} \cdot q \cdot a^2.$$

Друга ділянка

$$M_2 = \frac{3}{28} \cdot q \cdot a \cdot x + \frac{3}{7} \cdot q \cdot a^2 - \frac{q \cdot a^2}{2},$$

при $x = 0$, $M_2 = -\frac{q \cdot a^2}{14}$, при $x = a$, $M_2 = \frac{q \cdot a^2}{28}$.

6.2.1. Раціональний вибір основних систем при розрахунку рам

Головні переміщення δ_{11} , δ_{12} канонічних рівнянь завжди позитивні і не можуть перетворитися в нуль. Побічні переміщення можуть бути позитивні, негативні або дорівнювати нулю. Суть раціонального вибору основної системи полягає в тому, щоб побічні переміщення виявилися рівними нулю, у цьому випадку значно спрощується задача розв'язання канонічних рівнянь.

При виборі раціональної основної системи використовується спосіб Верещагіна, відповідно до якого побічні переміщення δ_{iK} визначаються перемноженням площі однієї з епюр на ординату другої епюри, що знаходиться над центром ваги першої епюри.

Покажемо це на прикладі рис. 6.4.

З епюри M_1 видно, що якщо епюра M_2 пройде через нуль на відстані $\frac{h}{3}$, тоді $\delta_{12} = \delta_{21} \neq 0$. Тому силу $X_2 = 1$ потрібно направити вдовж вісі А–А, тоді канонічні рівняння:

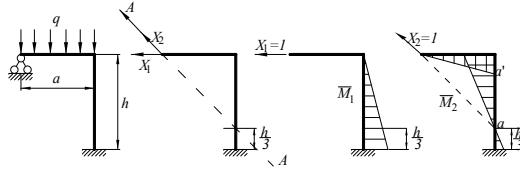


Рисунок 6.4 – Вибір раціональної основної системи

$$x_1 \cdot \delta_{11} + x_1 \cdot \delta_{12} + \Delta_{1P} = 0;$$

$$x_1 \cdot \delta_{21} + x_2 \cdot \delta_{22} + \Delta_{2P} = 0.$$

розпадуться на два самостійні рівняння:

$$x_1 \cdot \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0;$$

$$x_2 \cdot \delta_{22} + \Delta_{2P} = 0.$$

Другий приклад показаний на рис. 6.5, а, б.

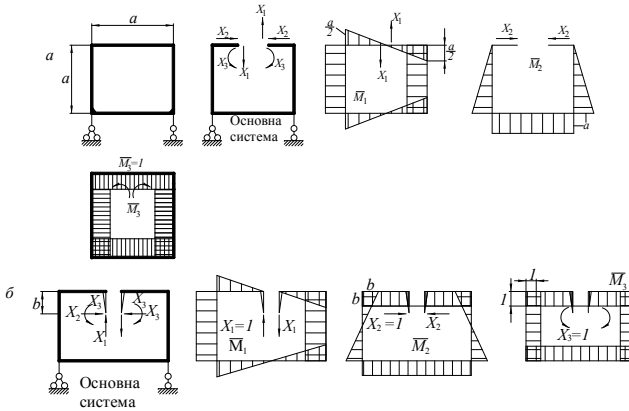


Рисунок 6.5 – Раціональні основні системи: а – варіант 1; б – варіант 2

Якщо вибрати основну систему, показану на рисунку 6.5, а, то побічні переміщення $\delta_{12} = \delta_{21} = 0$ і $\delta_{13} = \delta_{31} = 0$, а

$$\delta_{23} = \delta_{32} \neq 0 = \left(-\frac{a^2}{2} \cdot 2 - a^2 \right) \cdot \frac{1}{E \cdot I} = -\frac{2 \cdot a^2}{E \cdot I}.$$

Якщо вибрати основну систему по рис. 6.5, б, прикріпивши в місці розрізу жорсткі ($I = \infty$) ригелі довжиною $b = a/2$, то в цьому випадку всі побічні переміщення звернуться в нуль і канонічні рівняння приймуть вигляд

$$x_1 \cdot \delta_{11} + \Delta_{1P} = 0, \quad x_2 \cdot \delta_{22} + \Delta_{2P} = 0, \quad x_3 \cdot \delta_{33} + \Delta_{3P} = 0.$$

6.3. Визначення переміщень у статично невизначених системах

На прикладі рис. 6.6 визначимо переміщення ригеля в точці C . Для визначення вертикального переміщення точки C треба побудувати сумарну епюру для статично невизначеної заданої системи M_c , будовання якої розглянуто у прикладі 6.2 (рис. 6.3).

Потім треба відкинути зайві зв'язки, замінивши їх на $x_1 = 0$ і $x_2 = 0$ і побудувати епюру від одиночної сили, прикладеної в точці C – \bar{M} . За зайві зв'язки треба приймати такі, щоб епюра \bar{M} вийшла як можна простіше. Тоді

$$D_c = \sum \int \frac{M_c \cdot \bar{M}}{E \cdot I} dx .$$

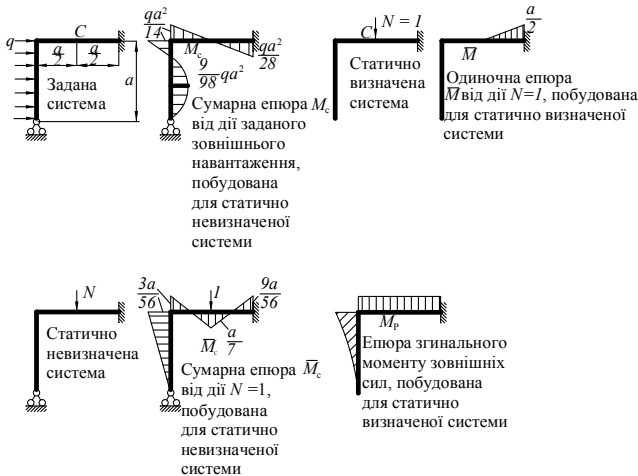


Рисунок 6.6 – Визначення переміщення статично невизначеної рами

Обчислення переміщень може бути значно спрощено, якщо сумарну епюру згинального моменту для статично невизначеної заданої системи будувати не від дії заданого зовнішнього навантаження, а від дії одиночної сили, прикладеної до тієї точки, переміщення якої ми визначимо. А від заданого зовнішнього навантаження побудувати епюру згинального моменту як для статично визначеної.

Отже, при підрахунку переміщення одна з епюр, що перемножуються, (сумарна або одиночна) обов'язково повинна бути побудована для заданої статично невизначеної системи; інша епюра будується для статично визначеної системи, отриманої з заданої відкиданням зайвих зв'язків.

6.4. Контроль рішення статично невизначених систем

Перший контроль. Будь-яка відсічена частина системи повинна знаходитися в рівновазі, тобто

$$\sum M = 0, \sum X = 0, \sum Y = 0$$

Так, наприклад, умова $\sum M = 0$ у вузлі запишеться так (рис. 6.7):

$$\sum M = -M_1 - M_2 + M_3 = 0$$

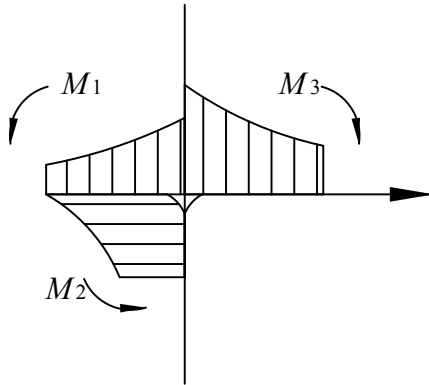


Рисунок 6.7 – Вузол епюри

Оскільки епюри зображуються на розтягнутих волокнах, то легко визначити напрямок згинального моменту, а отже, і його знак.

Другий контроль. Перевірка деформацій є загальним контролем як правильності сумарної епюри, так і правильності обчислення зайвих невідомих.

Він заснований на тому, що в заданій статично невизначеній системі переміщення за напрямком будь-якого зайвого зв'язку повинно дорівнювати нулю

$$D_K = \sum \int \frac{M_c \cdot \bar{M}_K}{E \cdot I} dx = 0,$$

де M_c – згинальний момент у функції X для сумарної епюри; \bar{M}_K – згинальний момент у функції X для стану (K) основної системи при $X_K = 1$.

7. СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНІ ПЛОСКІ ФЕРМИ

7.1. Визначення зусиль у стрижнях ферми

Розрізняють ферми статично невизначені зовні і внутрішньо. Число зайвих невідомих визначається за формулою

$$L = C - 2U,$$

де C – загальне число стрижнів решітки ферми і опор; U – число вузлів. Перевірочний і конструкторський розрахунок ферм.

Розглянемо ферму, показану на рис. 7.1. Як основну систему можна вибрати систему \bar{v} або \bar{b} , однак при конструкторському розрахунку переважнішою є система \bar{v} , тому що вона розпадається на дві статично визначені ферми, не враховуючи стрижня a .

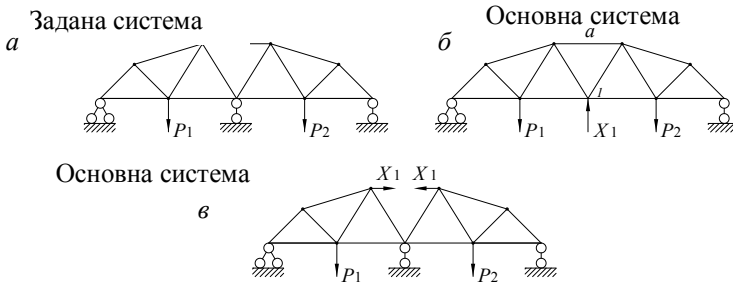


Рисунок 7.1 – Статично невизначена ферма

Загальний хід розрахунку такий же, як і для рам:

1. Вибирається основна система.
2. Складаються канонічні рівняння $x_1 \cdot \delta_{11} + D_{1P} = 0$, якщо система один раз статично невизначена.
3. Визначаються переміщення

$$\delta_{11} = \sum_{i=1}^n \bar{N}_i^2 \cdot \frac{l_i}{E \cdot F_i}; \quad \Delta_{1P} = \sum_{i=1}^n \bar{N}_i \cdot N_{Pi} \cdot \frac{l_i}{E \cdot F_i},$$

де \bar{N}_i – зусилля в i -тому стрижні від дії $X_1 = 1$ в основній системі; N_{Pi} – зусилля в i -тому стрижні від зовнішніх навантажень в основній системі; n – число стрижнів.

Зусилля \bar{N}_i і N_{Pi} знаходяться за діаграмою Максвелла-Кремона і записуються у вигляді таблиць.

4. Знайшовши X_1 , визначають зусилля в будь-якому стрижні як

$$N_c = N_p + X_1 \bar{N}_1$$

Якщо система двічі статично невизначена, то

$$N_c = N_p + X_1 \cdot \bar{N}_1 + X_2 \cdot \bar{N}_2$$

Правильність рішення визначається за формулою

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{N}_i \cdot N_{ci}}{E \cdot F_i} \cdot l_i = 0,$$

де \bar{N}_i – зусилля в i -тому стрижні від $X = 1$, прикладеної до зайвого невідомого.

7.2. Визначення прогину

Прогин вузла покажемо на прикладі рис. 7.2. Відкидаємо опору B і замінимо її силою X , що визначається, як йшлося вище. Тепер система B статично визначена.

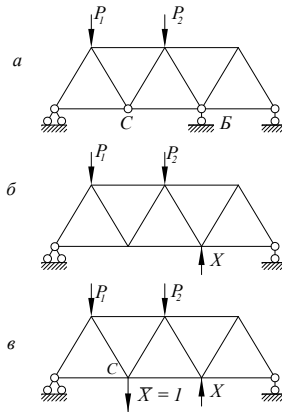


Рисунок 7.2 – Визначення прогину:

a – статично невизначена ферма; b, v – статично визначена ферма

Визначаються сумарні зусилля N_c в стрижнях від P_1, P_2 і X . Тепер, за необхідністю визначення прогину вузла C , до нього прикладається сила $P = 1$ і від неї визначаються зусилля \bar{N}_1 , як для статично визначеної ферми. Прогин вузла C складає:

$$\Delta_c = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{N}_i \cdot N_{ci}}{E \cdot F_i} \cdot l_i.$$

8. РОЗРАХУНОК ГОЛОВНОЇ БАЛКИ МОСТОВОГО КРАНА КОРОБЧАСТОГО ПЕРЕТИНУ

Міст крана складається з двох головних балок 1 (рис. 8.1), двох кінцевих балок 5, площадки 6 для обслуговування механізму пересування, площадки 3 для обслуговування струмопідводу до вантажного візка 4. На головних балках укладаються підвізкові рейки 2.

8.1. Навантаження і їх сполучення

Розрахунок балки проводиться за методом припустимих напружень. Згідно з цим методом навантаження поділяються на основні і додаткові.

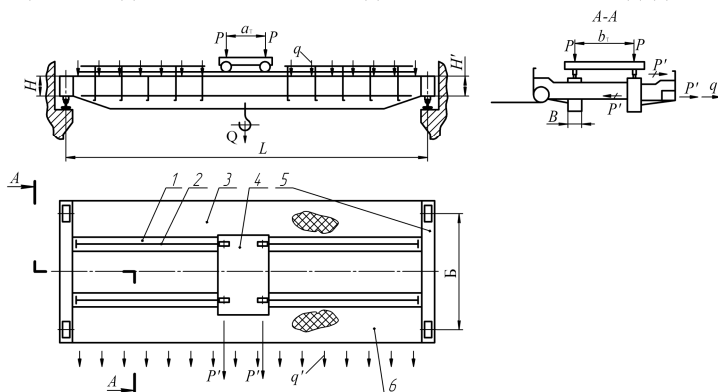


Рисунок 8.1 – Схема мостового крана

До основних навантажень належать постійні (власна вага балки, вага площадки, механізму пересування, кабіни та ін.). Додаткові навантаження – це динамічні навантаження, що виникають при пуску–гальмуванні мосту.

Розрахунок балки проводиться для двох сполучень навантажень. Сполучення I (кран нерухомий, різкий підйом вантажу) включає

$$G_B + G_T + \psi \cdot Q.$$

Сполучення II (кран пересувається, різке гальмування)

$$K(G_B + G_T + Q) + 2(q' + P').$$

У наведених виразах: G_B – вага балки і площадки обслуговування; G_T – вага вантажного візка; ψ – коефіцієнт, який враховує поштовхи, що виникають через нерівність шляху при пересуванні крана; q' , P' – відповідно динамічні навантаження від маси балки і маси візка з вантажем.

Визначення коефіцієнта ψ пов'язано з параметрами механізму підйому. Орієнтовно значення ψ можна призначити залежно від режиму роботи: при легкому – 1,2; при середньому – 1,3; при важкому – 1,4.

Коефіцієнт K вибирається залежно від швидкості пересування крана v : при v до 60 м/хв $K = 1$; при $v = 60 \dots 90$ м/хв $K = 1,1$; при $v = 90 \dots 180$ м/хв $K = 1,2$.

8.2. Визначення навантажень і місць їх прикладання

Постійні навантаження від власної ваги балки і площадки обслуговування приймаються рівномірно розподіленими по довжині балки:

$$q = \frac{G_B}{L} \quad (8.1)$$

Значення G_B приймається за графіком (рис. 8.2) залежно від прогону і вантажопідйомності.

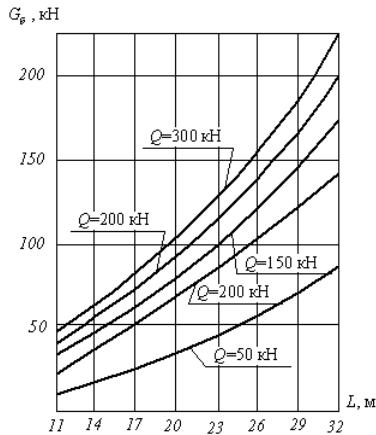


Рисунок 8.2 – Вага балки залежно від вантажопідйомності та прогону

Рухоме навантаження P визначається з умови, що вага візка з вантажем рівномірно розподілена на всі чотири ходові колеса:

$$P = \frac{G_T + Q}{4} \quad (8.2)$$

Динамічні горизонтальні навантаження від маси балки і площадки розподілені рівномірно по прогону і прикладені до центру ваги перетину балки:

$$q' = \frac{q \cdot v}{g \cdot 60t} \quad (8.3)$$

де $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення сили ваги.

Швидкість пересування v і час гальмування встановлено відповідно до завдання.

Динамічні горизонтальні навантаження P' від маси візка з вантажем передаються на головну балку в місці контакту ходового колеса з головою рейки (рис. 8.1)

$$P' = \frac{P \cdot v}{60 \cdot g \cdot t} . \quad (8.4)$$

Сили P' можна перенести до центру ваги перетину балки (рис. 8.1); тоді сили P' , перекреслені один раз, створюють додатковий обертовий момент, який необхідно враховувати при розрахунку балки.

8.3. Вибір марки сталі і припустимих напружень

Для виготовлення головних балок застосовуються маловуглецеві сталі звичайної якості за ГОСТ 380–71 і низьколеговані сталі за ГОСТ 19281-73 і ГОСТ 19282–73.

Застосування тієї чи іншої марки сталі обумовлено головним чином температурою зовнішнього повітря, при якій експлуатується кран.

При температурі -30 °С або вище застосовуються сталі звичайної якості марок В Ст3 пс 6, В Ст3 сп 5 та ін.

При температурі від -40 °С або вище – В Ст3 пс 6, В Ст3 сп 5 і низьколеговані сталі марок 09Г2, 14Г2, 10Г2С та ін.

При температурі від -40 °С до -65 °С – 09Г2С, 10ХСНД та ін.

При виборі марки сталі варто пам'ятати, що низькі температури збільшують крихкість сталі. При температурах нижче -10 °С пластичність сталі починає помітно знизитися.

При температурі нижче -45 °С (для сталі 3) і -60 °С (для низьколегованої сталі) сталь стає крихкою.

Застосування низьколегованих сталей замість маловуглецевих звичайної якості повинно бути економічно виправданим, тому що вартість, наприклад, сталі марки 09Г2С більша Ст3 на 20 %, а вартість сталей марок 15ХСНД і 10ХСНД – відповідно на 50 і 70 %.

Напруження, що припускаються, для першого і другого сполучень навантажень:

$$[y_1] = \frac{\sigma_T}{n_1} ;$$

$$[y_2] = \frac{\sigma_T}{n_2} ,$$

де σ_T – межа текучості, для деяких марок сталей наведена у табл. 8.1; n_1, n_2 – коефіцієнти запасу міцності, вибираються залежно від режиму роботи (при легкому і середньому режимах $n_1 = 1,5, n_2 = 1,33$; при важкому режимі $n_1 = 1,7, n_2 = 1,4$).

Таблиця 8.1 – Межа текучості для деяких марок сталей

| Марка сталі | В Ст3 пс В Ст3 сп | 09Г2 | 09Г2С | 15ХСНД | 10ХСНД |
|--------------------|----------------------|------|-------|--------|--------|
| МПа | 250 | 310 | 330 | 350 | 400 |
| кН/см ² | 25 | 31 | 33 | 35 | 40 |

8.4. Вибір поперечного перерізу балки

Головна балка (рис. 8.3) містить два вертикальних листи l (стінки), верхній поясний лист 2 і нижній поясний лист 6 .

Для додання просторової жорсткості у середину балки вварюються великі діафрагми 5 ; для місцевої стійкості верхнього поясу приварюються малі діафрагми 4 , а для стійкості стінок – поздовжні ребра жорсткості 3 .

З умови міцності висота балки визначається за формулою

$$H = \sqrt{\frac{3W_x}{2\delta_c}}, \quad (8.5)$$

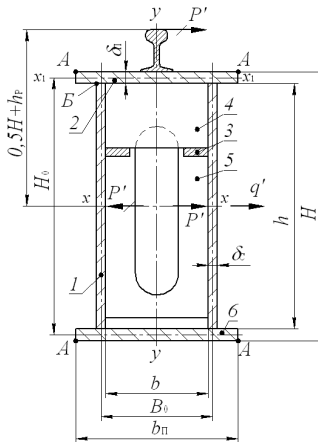


Рисунок 8.3. – Переріз головної балки

де W_x – момент опору перетину балки щодо нейтральної осі $x-x$; δ_c – товщина стінки.

Товщину стінки балки невеликих прогонів (до 23...25 м) і вантажопідйомності 50...150 кН можна прийняти рівною 5 мм; при вантажопідйомності 200...300 кН і великих прогонів – 6...7 мм.

Осьовий момент опору знаходиться згідно з виразом

$$W_x = \frac{M_{q_{\max}} + M_{P_{\max}}}{[\sigma_1]}, \quad (8.6)$$

де $M_{q\max}$, $M_{P\max}$ – відповідно максимальні згинальні моменти від постійних і рухомих навантажень.

Величина $M_{q\max}$ визначається за формулою

$$M_{q\max} = \frac{q \cdot L^2}{8}. \quad (8.7)$$

Рухоме навантаження визначається з урахуванням коефіцієнта ψ

$$P_{\psi} = \frac{G_T}{4} + \frac{Q}{4} \cdot \psi. \quad (8.8)$$

Максимальний згинальний момент від цього навантаження буде під лівим колесом, що відстоїть від лівої опори на відстані $0,5L - 0,25a_T$ (рис. 8.4):

$$M_{P\max} = \frac{P_{\psi}}{2L} (L - 0,5a_T)^2. \quad (8.9)$$

Ширина балки B_0 може бути прийнята

$$B_0 \geq \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{3,5} \right) \cdot H. \quad (8.10)$$

Вона повинна бути не менше 300 мм (для зручності зварювання внутрішніх діафрагм).

Товщина поясних листів δ_{Π} вибирається з умови місцевої стійкості (більше значення застосовується для низьколегованої сталі, менше – для вуглецевої сталі)

$$\delta_{\Pi} \geq \left(\frac{1}{50} \div \frac{1}{60} \right) \cdot B_0. \quad (8.11)$$

Після вибору геометричних розмірів поперечного перерізу балки визначається фактичне значення W_x :

$$W_x = \frac{2 \cdot I_x}{H}, \quad (8.12)$$

де I_x – момент інерції поперечного перерізу балки відносно нейтральної осі $x-x$.

При симетричному перетині, коли товщина верхнього і нижнього поясів однакова,

$$I_x = 2I_{\Pi} + 2F_{\Pi} \left(\frac{h + \delta_{\Pi}}{2} \right)^2 + 2I_C, \quad (8.13)$$

де I_{Π} – момент інерції поясу відносно осі x_1-x_1 :

$$I_{\Pi} = \frac{b_{\Pi} \cdot \delta_{\Pi}^3}{12},$$

F_{Π} – площа поясу:

$$F_{\Pi} = b_{\Pi} \cdot \delta_{\Pi},$$

I_C – момент інерції стінки відносно осі $x-x$:

$$I_C = \frac{\delta_C \cdot h^3}{12},$$

h і b_{Π} визначаються за рис. 8.3; $b_{\Pi} = B+2 \cdot 15$, де 15 – відстань, необхідна для зручності зварювання, мм.

Напруження в крайніх волокнах на рівні точки A (рис. 8.3) становитиме:

$$\sigma_1 = \frac{M_{q\max} + M_{P\max}}{W_X} \leq [\sigma_1]. \quad (8.14)$$

Перевірку перетину на дію основних і додаткових навантажень (друге сполучення навантажень) виконуємо за формулою

$$\sigma_2 = \frac{M_q + M_P}{W_x} + \frac{M'_q + M'_P}{W_y} \leq [y_2], \quad (8.15)$$

де M_q – згинальний момент від дії постійних навантажень:

$$M_q = K \cdot q \cdot \frac{L^2}{8}.$$

Згинальний момент від рухомого навантаження

$$M_P = K \cdot \frac{P}{2L} \cdot (L - 0,5a_T)^2,$$

де M'_q, M'_P – згинальні моменти від динамічних навантажень q' і p' , що діють на балку в горизонтальній площині;

$$W_y = \frac{2I_y}{b_{\Pi}},$$

де W_y – момент опору перетину балки щодо осі $y-y$; I_y – момент інерції поперечного перерізу балки щодо нейтральної осі $y-y$, визначається аналогічно I_x :

$$I_y = 2I_C + 2F_C \cdot \left(\frac{B_0}{2}\right)^2 + 2I_{\Pi}; \quad I_C = \frac{h \cdot \delta_C^3}{12}; \quad I_{\Pi} = \frac{b_{\Pi}^3 \cdot \delta_{\Pi}}{12}; \quad F_C = \delta_C \cdot h.$$

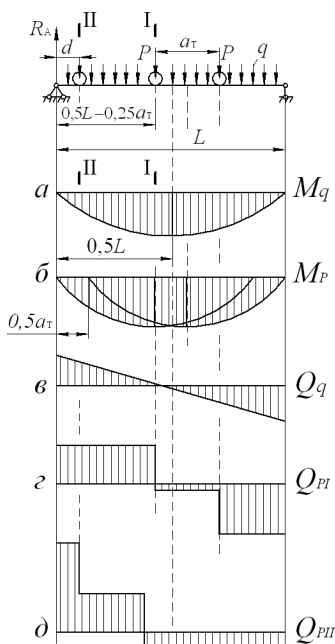


Рисунок 8.4 – Епюри згинального моменту й поперечних сил головної балки для першого та другого перетинів

У горизонтальній площині (рис. 8.1) міст являє собою статично невизначену раму. У практичних розрахунках вплив закладення головних балок у кінцевих можна врахувати зменшенням для них на 20 % згинального моменту, розглядаючи при цьому балку як шарнірно опертую на двох опорах.

Для другого сполучення навантажень гальмування приймаємо різким і величину прискорення вважаємо вдвічі більше середньої. Коефіцієнт поштовхів для горизонтальних навантажень не враховується, тобто $K = 1$:

$$M'_q = 0,8 \cdot 2 \frac{q' \cdot L^2}{8} = 0,2 \cdot q' \cdot L^2, \quad (8.16)$$

$$M'_p = 0,8 \cdot 2 \cdot \frac{P' \cdot (L - 0,5a_T)^2}{2L} = 0,8 \cdot \frac{P'}{L} \cdot (L - 0,5a_T)^2. \quad (8.17)$$

Дотичні напруження в перетині 1-1 у місці переходу стінки в пояс (точка Б, рис.8.3)

$$\tau = \tau_1 + \tau_2, \quad (8.18)$$

де τ_1 – дотичне напруження від поперечної сили Q_p (рис. 8.4, з); τ_2 – дотичне напруження від крутіння балки.

Напруження τ_1 визначається за формулою

$$\tau_1 = \frac{Q_p \cdot S_{\Pi}}{2I_x \cdot \delta_c}, \quad (8.19)$$

де Q_p – поперечна сила в перетині $I-I$ балки від рухомого навантаження, коли ліве колесо візка стоїть над цим перетином;

$$Q_p = R_A = P \left(1 - \frac{a_T}{2L} \right),$$

S_{Π} – статичний момент поясу щодо осі $x-x$:

$$S_{\Pi} = b_{\Pi} \cdot \delta_{\Pi} \cdot \left(\frac{h + \delta_{\Pi}}{2} \right).$$

Напруження τ_2 визначається за формулою

$$\tau_2 = \frac{M_K}{2B_0 H_0 \delta_C}, \quad (8.20)$$

де M_K – крутний момент від сили P' :

$$M_K = P'(0,5H + h_p),$$

де h_p – висота підвізкової рейки; B_0 , H_0 – ширина і висота балки по осях, що проходять через середини листів стінок і поясів (рис. 8.3).

Як підвізкова рейка до кранів невеликої вантажопідйомності застосовані рейки залізничні для доріг вузької колії, основні розміри яких наведені у табл. 8.3 та 8.4.

Для кранів вантажопідйомністю $Q = 50$ кН застосовують рейки типу Р 8; для $Q = 100$ кН – Р 11; для $Q = 150$ кН – Р 15; для $Q = 200$ кН – Р 18; для $Q = 300$ кН – Р 24.

Наведені напруження будуть визначені:

$$\sigma_{\text{ПР}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma_2], \quad (8.21)$$

де σ – нормальне напруження в місці переходу стінки в пояс

визначається за формулою $\sigma = \frac{M_q + M_P}{W_x} + \frac{M'_q + M'_P}{W_y}$, з підстановкою:

$$W_x = \frac{2I_x}{h}, \quad W_y = \frac{2I_y}{B_0 + \delta_c}.$$

Таблиця 8.2 – Основні розміри рейок

| Тип | Висота, мм | Ширина головки, мм | Ширина підшви, мм |
|------|------------|--------------------|-------------------|
| P 8 | 65 | 27 | 54 |
| P 11 | 80,5 | 32 | 66 |
| P 15 | 91,5 | 37 | 76 |
| P 18 | 90 | 40 | 80 |
| P 24 | 107 | 51 | 92 |
| P 38 | 135 | 68 | 114 |

Крім перетину $I-I$, балку необхідно перевірити на міцність в опорному перетині, де головна балка стикається з кінцевою; висота балки тут H' :

$$H' = 0,6H.$$

Ліве колесо візка знаходиться на відстані $d = H$ від лівої опори (перетин $II-II$ на рис. 8.4). Положення візка обрано не випадково. Далі при розгляді стійкості пластини опорного відсіку це положення нами буде використано.

Епюри поперечних сил від рухомого навантаження, коли ліве колесо візка знаходиться в перетині $II-II$, показані на рис. 8.4, ∂ .

Опорний перетин перевіряється за найбільшими дотичними напруженнями, оскільки нормальне напруження тут близьке до нуля.

$$\tau = \frac{(Q_p + Q_q) \cdot S}{2I \cdot \delta_c} \leq [\tau], \quad (8.22)$$

де Q_p – поперечна сила в опорному перетині від рухомого навантаження:

$$Q_p = 2P_{ш} \cdot \left(1 - \frac{H + a_T}{L}\right);$$

Q_q – поперечна сила в опорному перетині від постійного навантаження:

$$Q_q = \frac{q \cdot L}{2} - q \cdot H;$$

S – статичний момент опорного напівперетину щодо осі $x-x$:

$$S = b_{II} \cdot \delta_{II} \cdot \left(\frac{H' - \delta_{II}}{2}\right) + \delta_c \cdot \left(\frac{H'}{2} - \delta_{II}\right)^2;$$

I – момент інерції опорного перетину щодо осі $x-x$:

$$I = 2b_{II} \cdot \delta_{II} \left(\frac{H' - \delta_{II}}{2}\right)^2 + \delta_c \frac{(H' - 2\delta_{II})^3}{6}.$$

Дотичне напруження, що припускається: $[\tau] = 0,6 [\sigma_1]$.

8.5. Перевірка балки на статичну і динамічну жорсткість

Перевірка балки на статичну жорсткість полягає у визначенні прогину балки від статично прикладеного рухомого навантаження. Максимальний прогин балки при однакових тисках визначаємо за формулою

$$f_{\max} = \frac{2P \cdot L^3}{48E \cdot I_X} \left(1 - \frac{a_T^2}{2L^2} \cdot \left(3 - \frac{a_T}{L} \right) \right) \leq [f], \quad (8.23)$$

де $E = 2,1 \cdot 10^4$ кН/см² = $2,1 \cdot 10^5$ МПа – модуль пружності при розтяганні сталі; $[f]$ – припустимий прогин балки

$$[f] = \frac{1}{700} \cdot L.$$

Якщо перетин балки задовольняє умові (8.23), то на цьому закінчується перевірка балки на статичну жорсткість, а в протилежному випадку необхідно змінювати геометричні розміри балки.

Перевірка на динамічну жорсткість полягає у визначенні часу загасання поперечних коливань балки, що виникають при підйомі чи опусканні вантажу. Час загасання коливань балки визначається з умови, що наприкінці її амплітуда складе близько 5 % від первинного значення

$$t_3 = 540 \cdot T^3, \quad (8.24)$$

де T – період власних коливань балки:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{M}{C}}, \quad (8.25)$$

де M – приведена до середини балки маса балки і маса візка без вантажу:

$$M = \frac{17}{35} \cdot M_B + 0,5M_T;$$

C – коефіцієнт жорсткості балки у вертикальній площині:

$$C = \frac{48E \cdot I_X}{L^3}.$$

Отриманий час загасання коливань не повинен перевищувати припустимого $[t_3] = 12 \dots 15$ с.

8.6. Перевірка балки на стійкість

Елементи балки коробчастого перетину (пояса, стінки) необхідно перевіряти на загальну стійкість. Товщина поясу вже обрана з умови місцевої стійкості. У цьому розділі перевіряються на стійкість тільки стінки балки.

Вони можуть зміцнюватися тільки основними поперечними ребрами жорсткості (діафрагмами) 3 (див. рис. 8.3) при відношенні $80 \leq h/\delta_c \leq 160$ для балок зі сталі Ст3 і $65 \leq h/\delta_c \leq 130$ для балок з низьколегованих сталей.

Стінки повинні зміцнюватися одночасно поперечними й одним поздовжнім ребром жорсткості 5 при відношенні $160 \leq h/\delta_c \leq 265$ для балок зі сталі Ст3 і $130 \leq h/\delta_c \leq 225$ – для балок з низьколегованих сталей.

Поздовжні ребра жорсткості ставляться на відстані від крайньої стиснутої крайки поясу: при одному ребрі – $(0,2 \dots 0,25)h$; при двох ребрах перше ребро – $(0,15 \dots 0,2)h$, друге ребро – $(0,32 \dots 0,4)h$.

Відстань a_1 між короткими діафрагмами 4 вибираємо так, щоб рейка цілком сприймала тиск ходових коліс:

$$a_1 \leq \frac{6W_p \cdot [\sigma_p]}{P}, \quad (8.26)$$

де W_p – момент опору рейки; $[\sigma_p]$ – припустиме напруження, для рейки; $[\sigma_p] = 17 \text{ кН/см}^2 = 170 \text{ МПа}$.

Для відсіків, що примикають до кінцевих балок, відстань a між основними діафрагмами приймається рівною H .

У наступних відсіках ця відстань збільшується й у середині прогону може призначатися до $2H$, але не більше 3 м.

Стійкість стінок перевіряється у двох перетинах балки. Перший перетин знаходиться над лівим колесом візка, що відстоїть від лівої опори на відстані $0,5L - 0,25a_T$ (див. рис. 8.4); другий – в опорному відсіку, під лівим колесом, що відстоїть від опори на відстані $d = H$.

Таблиця 8.3 – Основні характеристики рейок

| Тип | Площа перетину, см ² | Вісь X-X | | | Маса, кг/м |
|------|---------------------------------|--|---------------------------------|---|------------|
| | | Відстань до центру тяжіння від головки рейки, см | Момент інерції, см ⁴ | Момент опору для верхнього волокна, см ³ | |
| Р 8 | 10,76 | 3,61 | 59 | 16,4 | 8,42 |
| Р 11 | 14,31 | 4,09 | 125 | 30,5 | 11,20 |
| Р 15 | 19,16 | 4,65 | 222 | 47,7 | 15,00 |
| Р 18 | 23,07 | 4,71 | 240 | 51,0 | 18,06 |
| Р 24 | 32,70 | 5,34 | 468 | 87,6 | 25,60 |
| Р 38 | 49,063 | 6,719 | 1223 | 181,95 | 38,42 |

Перетин I-I. Розглянемо відсік балки (рис. 8.5, *a*), де стінка підкріплена тільки основними діафрагмами (малі діафрагми при розрахунку на стійкість не враховуються). У цьому відсіку стінка представляє пластинку довжиною a , висотою h і товщиною δ_c , що затиснена в поясах і вільно оберта на діафрагмах. У цьому перетині вплив дотичних напружень невеликий; стінка тут піддається головним чином впливу нормальних напружень, закон розподілу яких показаний на рис. 8.5, *a*. Під дією поздовжніх сил пластинка випинається і при визначених (критичних) напругах може втратити стійкість, що спричиняє втрату несучої здатності всієї балки.

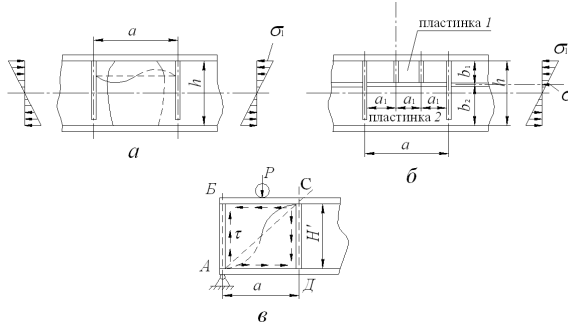


Рисунок 8.5 – Фрагмент головної балки

Для балок коробчастого перетину з рейкою, покладеною посередині поясу, місцеве напруження стиснення у відсіку приймається $\sigma_M = 0$. Для розглянутої пластинки критичне нормальне напруження, kH/cm^2

$$\sigma_{\text{кр}} = K_0 \cdot \left(\frac{100\delta_c}{h} \right)^2, \quad (8.27)$$

де K_0 – коефіцієнт, що залежить від ступеня затискання пластинки в стиснутому поясі, характеризується величиною

$$\gamma = c \cdot \frac{b_{\text{п}}}{h} \cdot \left(\frac{\delta_{\text{п}}}{\delta_c} \right)^3, \quad (8.28)$$

де $c = 2$ у випадку, коли рейка не приварена до поясу балки.

Значення K_0 залежно від γ наведені в табл. 8.4.

Таблиця 8.4 – Значення коефіцієнта K_0

| | | | | | | | |
|----------|-----|------|-----|------|------|------|------|
| γ | 0,8 | 1,0 | 2,0 | 4,0 | 6,0 | 10,0 | 30 |
| K_0 | 63 | 66,2 | 70 | 72,7 | 73,2 | 73,7 | 74,6 |

Критичні напруження (8.27) порівнюємо з граничним стискувальним напруженням

$$\sigma_1 = \frac{M_{P \max} + M_{q \max}}{2I_x} \cdot h. \quad (8.29)$$

Пластинка буде стійка, якщо запас місцевої стійкості

$$n_0 = \frac{\sigma_{\text{КР}}}{\sigma_1} \geq 0,85n_1, \quad (8.30)$$

де n_1 – запас по міцності.

У стінці балки симетричного перетину, укріпленої, крім поперечних діафрагм, одним поздовжнім ребром жорсткості, розташованим на відстані b_1 від розрахункової (стиснутої) границі відсіку (рис. 8.5, б), обидві пластинки, на яких це ребро розділяє відсік, перевіряються окремо.

Критичні напруження, кН/см^2 , для першої пластинки перевіряють за формулою

$$\sigma_{\text{КР1}} = \frac{10}{1 - \frac{b_1}{h}} \cdot \left(\frac{100\delta_c}{b_1} \right)^2. \quad (8.31)$$

Друга пластинка, розташована між поздовжнім ребром і розтягнутим поясом, перевіряється за формулою

$$\sigma_{\text{КР2}} = \frac{11,4}{\left(0,5 - \frac{b_1}{h}\right)^2} \left(\frac{100\delta_c}{h} \right)^2. \quad (8.32)$$

Критичні напруження $\sigma_{\text{КР1}}$ і $\sigma_{\text{КР2}}$ порівнюємо відповідно з σ_1 (8.29) і σ_2 за умовою стійкості (8.30)

$$\sigma_2 = \sigma_1 \cdot \left(1 - 2 \frac{b_1}{h} \right).$$

Перетин II–II. У цьому перетині на втрату стійкості стінки переважно впливають дотичні напруження, оскільки нормальні напруження тут будуть невеликі і їх можна не враховувати.

Опорний відсік укріплений тільки основними поперечними ребрами жорсткості (рис. 8.5, в). Прямокутна пластинка довжиною a , висотою H' і товщиною δ_c , затиснена в поясах і вільно обперта на діафрагмах, знаходиться під дією рівномірно розподілених по краях дотичних сил $\tau \cdot \delta_c$. Під впливом цих сил пластинка розтягується в напрямку діагоналі БД і стискується в напрямку діагоналі АС. Внаслідок цього можливо випинання в напрямку діагоналі АС.

Критичне дотичне напруження у стінці, кН/см^2 , визначається за формулою

$$\tau_{\text{кр}} = \left(12,5 + \frac{9,5}{\mu^2} \right) \left(\frac{100\delta_C}{d} \right)^2, \quad (8.33)$$

де d – менша сторона пластинки; μ – відношення більшої сторони пластинки до меншої.

Напруження порівнюються із середніми дотичними напруженнями, діючими в перетині II–II (див.рис. 8.4):

$$\tau = \frac{Q_p + Q_q}{2H' \cdot \delta_C}. \quad (8.34)$$

Значення Q_p і Q_q беруть з формули (8.22).

Пластинка буде стійка, якщо

$$\frac{\tau_{\text{кр}}}{\tau} \geq 1,2. \quad (8.35)$$

При підкріпленні пластинки поперечними і поздовжніми ребрами жорсткості, як це показано на рис. 8.5, б, критичні дотичні напруження визначаються за формулою (8.33) для кожної пластинки окремо.

Сторонами для першої пластинки є a_1 і b_1 , для другої – a і b_2 . Умови стійкості залишаються попередніми (8.35).

Ребра жорсткості. Товщина ребер жорсткості 3 і 4 вибирається з умови місцевого стиснення за формулою

$$\sigma = 1,15 \cdot \frac{P_{\text{ш}}}{S \cdot \delta} \cdot \sin \frac{\pi \cdot S}{2Z} \leq [\sigma_1], \quad (8.36)$$

де S – ширина підшови рейки (табл. 8.3); δ – товщина ребра; Z – умовна довжина розподілу тиску (рис. 8.3)

Значення Z одержуємо за формулою

$$Z = 8,45 \cdot \sqrt[3]{\frac{I}{\delta}}, \quad (8.37)$$

де $I = I_p + I_{\text{п}}$ – сума моментів інерції рейки і поясу відносно їх власних осей, а у випадку приварювання рейки до поясу – щодо загальної осі рейки і поясу.

Момент інерції рейки приймається за табл. 8.3. Момент інерції поясу

$$I_{\text{п}} = \frac{b \cdot \delta_{\text{п}}^3}{12}, \quad (8.38)$$

де $b = 10\delta_{\text{п}}$ – ширина ділянки поясу уздовж діафрагми.

Для полегшення великих діафрагм робиться овальний виріз.

При розгляді стійкості стінки враховувалося, що її ділянки між поздовжніми ребрами і поясами враховувалося незалежно одна від одної, тобто вони опираються на твердий контур, для чого ребра жорсткості повинні мати достатню прогинку жорсткість.

Необхідний момент інерції поздовжнього ребра I_1 визначається залежно від величини b_1/h (рис. 8.5):

$$\text{при } b_1/h = 0,2 \quad I_1 = (1,5\dots7) \cdot h \cdot \delta_c^3;$$

$$\text{при } b_1/h = 0,25 \quad I_1 = (1,5\dots3,5) \cdot h \cdot \delta_c^3;$$

$$\text{при } b_1/h = 0,3 \quad I_1 = 1,5 \cdot h \cdot \delta_c^3.$$

Величина I_1 обчислюється щодо осі, що збігає з найближчої до ребра грані стінки. Як ребро використовують смугу, кутник, швелер, а також гнуті профілі. У випадку смуги момент інерції дорівнює

$$I_1 = \frac{\delta_p \cdot c^3}{12} + \delta_p \cdot c \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2, \quad (8.39)$$

де δ_p – товщина ребра; c – ширина ребра.

Задавши товщину $\delta_p \approx \delta_c$ з формули (8.39), легко знайти ширину ребра

$$c = \sqrt[3]{I_1 \cdot \frac{3}{\delta_p}}.$$

Після визначення ширини ребра необхідно перевірити умову: $c \leq B/4$.

8.7. Розрахунок звареного з'єднання поясу зі стінкою

Пояс зі стінками з'єднують звареним безупинним швом автоматичним зварюванням. Шви накладають на зовнішніх боках стінок.

Зварні шви сприймають зсувні зусилля, що виникають при вигині балки. У двостінчатих балках тиск від ходових коліс сприймається стінкою через поперечні діафрагми, тому це навантаження при розрахунку поясних швів не враховують.

Найбільші зсувні зусилля будуть виникати поблизу опорного перетину, коли вантажний візок знаходиться у крайньому лівому положенні. Поясний шов розраховуємо на зріз за формулою

$$\tau = \frac{Q \cdot S_{\Pi}}{2\beta \cdot K \cdot I} \leq [\tau_{\text{CP}}],$$

де Q , I – поперечна сила і момент інерції в опорному перетині (див. формулу (8.22))

$$Q = Q_p + Q_q;$$

S_{Π} – статичний момент поясу щодо нейтральної осі опорного перетину;

$$S_{\Pi} = b_{\Pi} \cdot \delta_{\Pi} \cdot \left(\frac{H' - \delta_{\Pi}}{2}\right),$$

K – катет шва; β – коефіцієнт, який залежить від способу зварювання: для автоматичного $\beta = 1$; для ручного $\beta = 0,7$.

Найменший катет шва можна приймати рівним $0,5$ товщини стінки: $[\tau_{\text{CP}}] = 0,65 \cdot [\sigma_1]$ – припустиме напруження для зварних швів, що працюють на зріз.

9. РОЗРАХУНОК ГОЛОВНОЇ ФЕРМИ МОСТОВОГО КРАНА РЕШІТЧАСТОЇ КОНСТРУКЦІЇ

9.1. Опис конструкції

Металева конструкція мосту решітчастої конструкції складається з двох просторово–жорстких пролітних балок 1 (рис. 9.1), з'єднаних по краях кінцевими балками 2, у яких установлені ходові колеса крана 3.

Кожна пролітна балка містить у собі головну ферму, допоміжну (бокову) і дві горизонтальні ферми. Для надання пролітній балці геометричної незмінюваності уздовж прольоту розміщуються розкоси 4; ці розкоси містяться у площині стійок головної і допоміжної ферм.

До складу головної ферми входить верхній пояс 6, нижній пояс 9, розкоси 8 і стійки 7. До верхнього поясу кріпиться підвізкова рейка 5.

Висота ферми (відстань між центрами ваги верхнього й нижнього поясів) призначається $H = \left(\frac{1}{12} \div \frac{1}{16} \right) L$ (менше значення стосується прольотів довжиною більш 22 м). Висота ферми в місці кріплення до кінцевої балки приймається $H' = (0,5 \div 0,6)H$. Ширина горизонтальних ферм з умови жорсткості в горизонтальній площині призначається $B = (1,2 \div 1,4)$ м. Довжина панелі верхнього поясу $d = (0,8 \div 1,2)H$. При виборі H і d необхідно прагнути до того, щоб кут нахилу розкосів був близький чи дорівнював 45° .

9.2. Навантаження і їхні сполучення

Розрахунок балки проводиться методом припустимих напружень. За цим методом навантаження поділяються на основні і додаткові.

До основних навантажень належать постійні (власна вага балки, вага площі, механізму пересування, кабіни та ін.). Додаткові навантаження – це динамічні навантаження, що виникають при пуску – гальмуванні мосту.

Розрахунок балки виконується для двох сполучень навантажень:

Сполучення 1 (кран нерухомий, різкий підйом вантажу) :

$$G_6 + G_T + \psi Q.$$

Сполучення 2 (кран пересувається, різке гальмування) :

$$k(G_6 + G_T + Q) + 2(q' + p').$$

У наведених виразах: G_6 – вага головної балки; G_T – вага вантажного візка; ψ – коефіцієнт динамічності при підйомі вантажу; q' , p' – відповідно динамічні навантаження від мас балки і мас візка з вантажем.

Визначення коефіцієнта ψ зв'язано з параметрами механізму підйому. Орієнтовно значення ψ можна призначити залежно від режиму роботи: при легкому ($1K-3K$) – це 1,2; при середньому ($4K-5K$) – це 1,3; при важкому ($6K-8K$) – це 1,4.

Коефіцієнт поштовхів k вибирається залежно від швидкості пересування крана V : при V до 60 м/хв $k = 1$; при $V = 60-90$ м/хв $k = 1,1$; при $V = 90-180$ м/хв $k = 1,2$.

9.3. Вибір марки сталі і припустимих напружень

Вибір марки сталі і припустимих напружень залежить від температури навколишнього повітря, при якій експлуатується кран, і режиму роботи.

Для виготовлення пролітних балок застосовуються маловуглецеві сталі звичайної якості за ДСТ 380-71 і низьколеговані сталі за ДСТ 19281-73 і ДСТ 19282-73.

Застосування тієї чи іншої марки сталі обумовлено головним чином температурою зовнішнього повітря, при якій експлуатується кран:

9.3.1. При температурі -30 °С і вище застосовують сталі звичайної якості марок В Ст 3 сп 6, В Ст 3 сп 5 та ін.

9.3.2. При температурі -40 °С и вище – В Ст 3 сп 6, В Ст 3 сп 5 і низьколеговані сталі марок 09Г2, 14Г2, 10Г2С1 та ін.

9.3.3. При температурі від -40 °С до -65 °С – 09Г2С, 10ХСНД, 15ХСНД та ін.

При виборі марки сталі варто пам'ятати, що низькі температури збільшують крихкість сталі. При температурах -10 °С пластичність сталі починає помітно знижуватися.

При температурі нижче мінус 45 °С для сталі 3 і мінус 60 °С для низьколегованої сталі вони стають крихкими.

Застосування низьколегованих сталей замість маловуглецевих звичайної якості повинно бути економічно виправдано, оскільки вартість, наприклад, сталі марки 09Г2С вище Ст 3 на 20 %, а вартість сталей марок 15ХСНД і 10ХСНД – відповідно на 50 і на 70 %.

Напруження, що припускаються, для першого і другого сполучення навантажень:

$$[G_i] = \frac{G_T}{n_i},$$

де G_T – межа текучості сталі, для деяких марок сталей σ_T наведена у табл. 9.1; i – номер сполучення навантажень; n_i – коефіцієнт запасу міцності для даного режиму роботи. Коефіцієнти n_i вибираються залежно від режиму роботи: при легкому і середньому режимах ($1K-5K$) $n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,33$; при важкому режимі ($6K-8K$) – $n_1 = 1,7$, $n_2 = 1,4$.

Таблиця 9.1 – Межа текучості для кількох марок сталі

| Показники | Марка сталі | | | | |
|--------------------|------------------------|------|-------|--------|--------|
| | В Ст 3 пс В Ст 3 сп | 09Г2 | 09Г2С | 15ХСНД | 10ХСНД |
| КН/см ² | 25 | 31 | 33 | 35 | 40 |
| МПа | 250 | 310 | 330 | 350 | 400 |

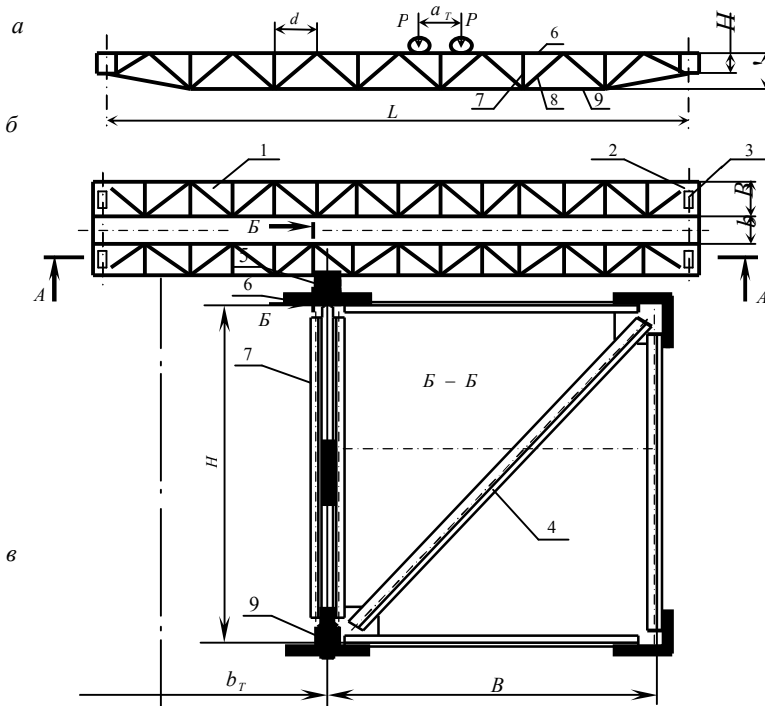


Рисунок 9.1 – Схема мостового крана решітчастої конструкції:

a – фронтальна проекція; *б* – горизонтальна проекція; *в* – профільна проекція

9.4. Визначення зусиль в елементах головної ферми

При розрахунку елементів пролітної балки її розділяють на ряд плоских ферм. Вважають, що навантаження від тиску ходових коліс візка і частину власної ваги балки сприймає головна ферма; навантаження від іншої частини власної ваги балки сприймає допоміжна ферма; горизонтальні динамічні навантаження сприймають горизонтальні ферми.

9.4.1. Визначення зусиль від навантажень, що діють у вертикальній площині ферми

Власна вага пролітної балки σ_6 визначається за графіком, поданим на рис. 9.2. Більшу частину ваги балки сприймає головна ферма:

$$G_{\phi} = (0,55 \div 0,70)G_6$$

(менше значення стосується кранів малої вантажопідйомності).

Вага G_{ϕ} розподіляється по вузлах верхнього поясу. Навантаження в кожному вузлі складає

$$q = \frac{G_{\phi}}{m-1}, \quad (9.1)$$

де m —число усіх вузлів, що примикають до верхнього поясу. У крайніх вузлах діє навантаження $q/2$.

Зусилля в елементах головної ферми від власної ваги знаходять за допомогою побудови діаграми зусиль Максвелла – Кремона, яка позначена на рис. 9.3. Оскільки ферма симетрична, то досить побудувати діаграму для однієї її половини.

Тиск ходових коліс від ваги візка G_T з вантажем Q сприймається тільки елементами головної ферми. Тиск на одне ходове колесо

$$P = \frac{G_T + Q}{4} \quad (9.2)$$

Переріз верхнього поясу ферми виконують постійним по всій довжині прольоту. У зв'язку з цим вибір перерізу здійснюється за максимальним зусиллям, що зазнає пояс від ваги балки і візка з вантажем.

Те ж саме стосується і до перерізів нижнього поясу та до стійок і розкосів.

Максимальні зусилля як від власної ваги ферми, так і від рухомого навантаження, будуть сприймати стрижні 7–26 і 8–24 верхнього поясу й стрижень 15–25 нижнього поясу (рис. 9.3). Визначимо ці зусилля.

Зусилля в стрижні 7–26 від рухомого навантаження буде максимальним, коли ліве колесо візка стане над моментною точкою A_1 (рис. 9.4, а).

$$S_{7-26} = -\frac{x_1}{H} R_A, \quad (9.3)$$

Величина реакції R_A залежить від положення візка на мосту:

$$R_A = \frac{P}{L}(2L - 2x - a_T), \quad (9.4)$$

де a_T – база візка, береться $a_T = (0,8 \div 1,2)d$, x – поточна координата лівого колеса візка від опори A . Для (9.3) R_A визначається по (9.4) при $x = x_1$. Зусилля у стрижні 15–25 буде максимальним, якщо ліве колесо візка поставити над моментною точкою A_2 .

Реакція R_A визначається по (9.4) з підстановкою $x = x_2$.

$$S_{15-25} = \frac{x_2}{H} R_A \quad (9.5)$$

Розкоси. Найбільш навантаженим є опорний розкіс 1–34. Однак за розрахунковий приймається розкіс 31–32, що має більшу довжину, ніж опорний (це має неабияке значення при розрахунку стиснутих стрижнів), і крім того, опорний розкіс 1–34 з конструктивних міркувань підкріплюється додатково фасонкою.

Зусилля в розкосі 31–32 буде максимальним, якщо ліве колесо поставити у вузол A_3 . Розрізавши ферму, як це показано на рис. 9.4, *a* і проектуючи зусилля залишеної лівої частини ферми і реакцію R_A на вертикальну вісь, одержимо:

$$S_{31-32} = -\frac{R_A}{\sin \alpha}, \quad (9.6)$$

де α – кут між розкосом і нижнім поясом; R_A – величина реакції, підраховується по (9.4) з підстановкою $x = x_3$.

9.4.2. Визначення зусиль від навантажень, діючих у горизонтальній площині ферми

Вище було відзначено, що динамічні навантаження, які виникають у процесі пуску–гальмування мосту, – сприймаються елементами горизонтальних ферм. Нижня горизонтальна ферма (рисунок 9.4, *б*) включає стійки 1, розкоси 2 і пояси 3 і 4, причому пояс 3 є одночасно і поясом головної ферми.

Оскільки мова йде тільки про головну ферму, то немає необхідності шукати зусилля у всіх стрижнях горизонтальної ферми – досить визначити зусилля тільки в стрижні 7–26 верхнього поясу.

Динамічне навантаження q' від частини маси пролітної балки розподіляється по вузлах ферми (мається на увазі, що верхня горизонтальна ферма сприймає навантаження від маси $G_{\text{ф}}$, іншу частину сприймає нижня горизонтальна ферма):

$$q' = \frac{q \cdot V}{g \cdot t}, \quad (9.7)$$

де V – швидкість пересування крана, м/с

Динамічне навантаження від маси візка з вантажем

$$P' = \frac{P \cdot V}{g \cdot t}. \quad (9.8)$$

Зусилля у стрижні 7–26 буде максимальним, коли ліве колесо візка стане над моментною точкою A_1' (рис. 9.4, *б*):

$$S'_{7-26} = \frac{1}{B} \left(\sum M_{q'} - M(R'_{Aq'}) - M(R'_{AP'}) \right), \quad (9.9)$$

де $M(R'_{Aq'}) = \frac{(m-1) \cdot q'}{2}$ – момент від реакції $R'_{Aq'}$, яка викликана динамічним навантаженням q' ; m – число вузлів верхнього поясу;
 $M(R'_{AP'}) = \frac{P'}{L} (2L - 2x_1 - a_T) \cdot x_1$ – момент від реакції $R'_{AP'}$, яка викликана динамічним навантаженням P' ; $\sum M_{q'}$ – сума моментів сил q' , розташованих лівіше перерізу $I-I$ відносно точки A'_1 .

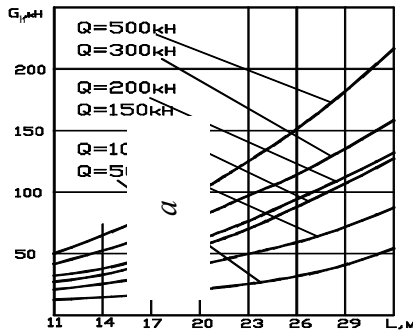


Рисунок 9.2 – Власна вага пролітної балки

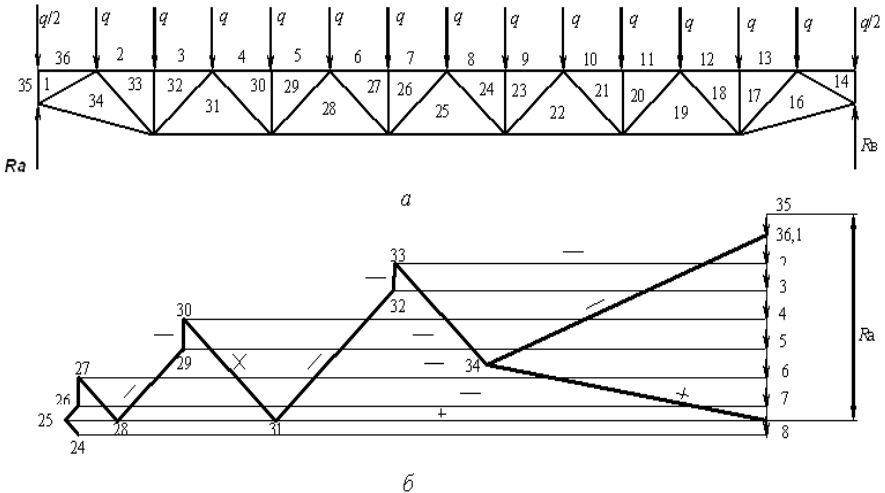


Рисунок 9.3 – Визначення зусиль у стрижнях ферми від вертикальних сил:
 (знак “-” стрижень стиснутий, знак “+” стрижень розтягнутий)
 а – схема ферми; б – діаграма

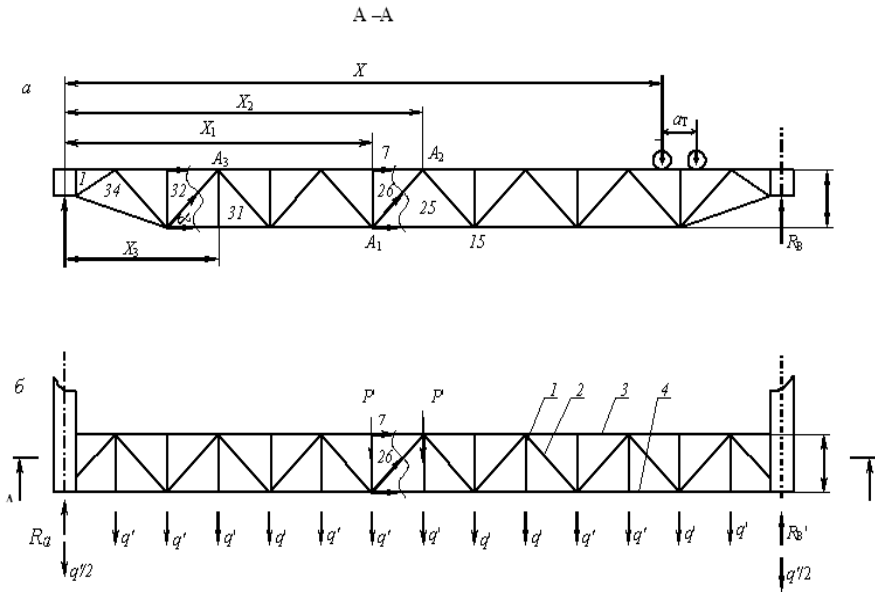


Рисунок 9.4 – Визначення зусиль у стрижнях ферми від горизонтальних сил:
 а – схема ферми у вертикальній площині; б – схема ферми у горизонтальній площині

9.5. Вибір перерізів елементів головної ферми

Для проектування головної ферми необхідно вибрати переріз верхнього і нижнього поясів, розкосів і стійок.

9.5.1. Вибір перерізу верхнього поясу

На рис. 9.5 подані типи перерізів верхнього поясу, що найбільш часто застосовують для мостів, які мають конструкцію ферми. Перші два типи перерізів застосовують для кранів невеликої вантажопідйомності (до 200 кН).

По верхньому поясі укладають підвізкові рейки у вигляді квадрата (гарячекатана сталь ДСТ 46 93-77) або рейки типу P .

Прийmemo переріз верхнього поясу у вигляді тавра. Спочатку площа перерізу вибирається орієнтовно, за максимальним зусиллям, що виникає у стрижні поясу від навантажень першого сполучення:

$$F = \frac{S_q + S_{pш}}{[\sigma]}, \quad (9.10)$$

де $[\sigma]$ – припустимі напруження; S_q – зусилля у стрижні 7–26 від власної ваги ферми; $S_{pш}$ – зусилля у стрижні 7–26 від рухомого навантаження з урахуванням коефіцієнта ψ ; обчислюється за (9.3) і (9.4) з підстановкою P_ψ замість P

$$P_{\psi} = \frac{G_T}{4} + \psi \cdot \frac{Q}{4}. \quad (9.11)$$

Формула (9.10) не враховує місцевого згину верхнього поясу, тому припустимі напруження мають бути зниженими до $[\sigma] = (0,55 \div 0,70)[\sigma_1]$.

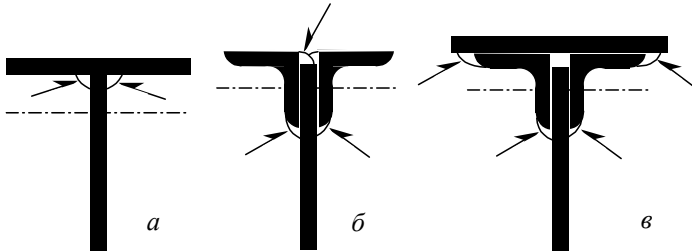


Рисунок 9.5 – Типи перерізів верхнього поясу: *a, б* – для кранів невеликої вантажопідйомності до 20 т; *в* – для кранів вантажопідйомності більш 20 т

Визначивши за (9.10) площу перерізу поясу F , призначають розміри полиці і стінки тавра.

Для кранів малої вантажопідйомності 50 – 80 кН і легкого режиму (1К–3К) роботи підвізкову рейку можна приварювати до поясу, і тоді площу перерізу рейки вводять у площу перерізу поясу. В інших випадках рейка кріпиться до поясу планками і до складу перерізу поясу не входить.

Площа перерізу розподіляється приблизно нарівно між стінкою і полицею. Знос полиці b_1 (рис. 9.6) за умовою місцевої стійкості призначають за умови

$$b_1 \leq (12 \div 15)\delta_{\Pi}, \quad (9.12)$$

$$\text{де } \delta_{\Pi} - \text{товщина полиці, } \frac{b}{\delta_{\Pi}} \leq 15 \div 20; \frac{h}{\delta_c} \leq 15 \div 20.$$

Менше значення b_1 приймають для низьколегованих марок сталей, більше – для вуглецевих сталей. Висота стінки призначається трохи більшою довжини полиці b з таким розрахунком, щоб можна було приварити розкоси і стійки до поясу без фасонки.

Задавшись розмірами b , δ_{Π} , h і δ_c , знаходять положення нейтральної осі перерізу.

Відстань від крайки полиці до нейтральної осі перерізу (рис. 9.6)

$$l_1 = \frac{0,5F_{\Pi} \cdot \delta_{\Pi} + F_c(0,5h + \delta_{\Pi})}{F},$$

де F_{Π} , F_c – площа перерізу відповідно полки і стінки.

$$F = F_{\Pi} + F_c.$$

Обраний переріз верхнього поясу перевіряється за методом припустимих напружень за формулою

$$\sigma_1 = \frac{S_q + S_{p\psi}}{\phi_x \cdot F} + \frac{M_n}{W_{x_1}} \leq [\sigma_1], \quad (9.13)$$

де ϕ_x – коефіцієнт зменшення припустимих напружень через дію поздовжнього вигину (стійкості) відносно осі $x-x$ (рис. 9.6). Він вибирається залежно від гнучкості стрижня і класу міцності сталі;

$$W_{x_1} = \frac{J_x}{l_1} - \text{момент опору перерізу для верхніх волокон полиці};$$

$$J_x = \frac{b\delta_n^3 + \delta_c h^3}{12} + F_n \left(l_1 - \frac{\delta_n}{2} \right)^2 + F_c \left(\frac{h}{2} + \delta_n - l_1 \right)^2 - \text{момент інерції перерізу}$$

відносно осі $x-x$.

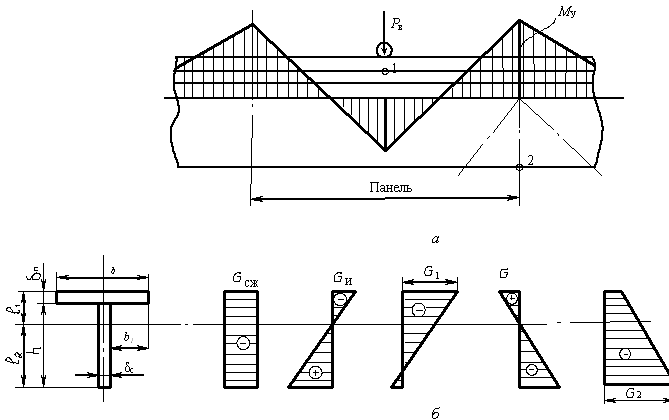


Рисунок 9.6 – Схема до розрахунку напружень у перерізі верхнього поясу:

a – сумарна епюра у середині панелі; b – сумарна епюра у вузлі

Гнучкість поясу λ_x відносно осі $x-x$ визначається за формулою

$$\lambda_x = \frac{d}{r_x} \leq 120, \quad (9.14)$$

де $r_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}}$ – радіус інерції перерізу щодо осі $x-x$.

Формула (9.13) визначає величину напружень у верхніх волокнах перерізу в середині панелі (точка 1, рис. 9.6).

Місцевий (панельний) згинальний момент визначається за формулою

$$M_n = \frac{P_\psi \cdot d}{6}, \quad (9.15)$$

де P_ψ – тиск на одне ходове колесо з урахуванням коефіцієнта динамічності (11).

Другий небезпечний переріз буде у вузлі, оскільки тут також діє згинальний момент M_y , але зі зворотним знаком.

Напруження для нижніх волокон у вузлі (точка 2, рис. 9.6)

$$\sigma_2 = \frac{S_g + S_{p\psi}}{\varphi_x \cdot F} + \frac{M_y}{W_{x2}} \leq [\sigma_2], \quad (9.16)$$

де $M_y = \frac{P_\psi \cdot d}{12}$ – момент у вузлі; $W_{x2} = \frac{J_x}{l_2}$ – момент опору перерізу для

нижніх волокон; $l_2 = h + \delta_n - l_1$ – відстань від кромки стінки перерізу до нейтральної осі.

Якщо обраний переріз задовольняє умовам міцності (9.13) і (9.16), то переходять до перевірки перерізів по другому сполученню навантажень з урахуванням стійкості поясу відносно осі $x-x$, так і відносно осі $y-y$:

$$\sigma_x = \frac{k(S_g + S_p) + 2S'}{\varphi_x \cdot F} + \frac{M_n}{W_{x1}} \leq [\sigma_2], \quad (9.17)$$

$$\sigma_y = \frac{k(S_g + S_p) + 2S'}{\varphi_y \cdot F} + \frac{M'_n}{W_y} \leq [\sigma_2], \quad (9.18)$$

де k – коефіцієнт поштовхів; S' – зусилля у стрижні 7–26 від горизонтальних динамічних навантажень (9); φ_y – коефіцієнт зменшення припустимих напружень через дію повздовжнього вигину відносно осі $y-y$;

$M'_n = \frac{P' \cdot d}{6}$ – місцевий момент від сили P' (див. формулу (9.8)); $W_y = \frac{2J_y}{b}$ – осьовий момент опору перерізу поясу щодо осі $y-y$;

$$J_y = \frac{\delta_n b^3 + h \delta_c^3}{12} \text{ – момент інерції перерізу відносно осі } y-y;$$

$$\lambda_y = \frac{d}{r_y}, \quad r_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} \text{ – відносна гнучкість поясу та радіус інерції перерізу}$$

відносно осі $y-y$.

Стійкість поясу. Ширина і товщина полки вже обрані з умови місцевої стійкості (9.12).

Перевіримо стійкість стінки, оскільки її висота $h > b$, а товщина $\delta_c < \delta_n$.

Стінка розглядається як пластина, пружно обперта з трьох сторін, і вільна – з четвертої, довгої сторони. Стінка зазнає рівномірного стискання з двох коротких сторін.

Критичні напруження, кН/см^2 , для такого закріплення пластини

$$\sigma_{\text{кр}} = 0,8 \cdot 10^4 \left(\frac{\delta_c}{h} \right)^2. \quad (9.19)$$

Пластина буде стійка проти місцевого вигинання, якщо

$$\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{ст}}} > 1,2. \quad (9.20)$$

За розрахунковий $\sigma_{\text{ст}}$ варто взяти більше значення σ з виразів (9.13), (9.17) і (9.18), без другого додатка.

9.5.2. Вибір перерізу нижнього поясу

Нижній пояс розтягнутий. Прийmemo переріз із двох кутників. Площа перерізу поясу F визначається з умови

$$F = \frac{S_q + S_{\text{р}\psi}}{[\sigma_1]}, \quad (9.21)$$

де S_q – зусилля у стрижні 15–25 від власної ваги балки, визначається за діаграмою зусиль на рис. 9.3; $S_{\text{р}\psi}$ – зусилля у стрижні 15–25 від рухомого навантаження з урахуванням коефіцієнта ψ ; обчислюється по (9.4) і (9.5), де замість P варто підставити P_ψ (9.11).

За отриманим значенням F підбирають рівнополочні (ДСТ 8509-72) чи нерівнополочні (ДСТ 8510-72) кутники, при цьому гнучкість стрижня не повинна перевищувати 150 (див. табл. 9.1).

9.5.3. Вибір перерізу розкосів і стійок

Переріз розкосів і стійок звичайно складається з двох рівнополочних кутників, з'єднаних по довжині планками.

Спочатку площа перерізу розкосу підбирається орієнтовно, при гнучкості $\lambda=100$, за формулою

$$F = \frac{S_q + S_{\text{р}\psi}}{\varphi \cdot [\sigma_1]}, \quad (9.22)$$

де S_q – зусилля в розкосі 31–32 від власної ваги балки; $S_{\text{р}\psi}$ – зусилля в розкосі 31–32 від рухомого навантаження, обчислюється за (9.6) з підстановкою у (9.4), $P = P_\psi$ (9.11); φ – коефіцієнт зменшення припустимих напружень через дію поздовжнього вигину; спочатку приймаємо $\varphi = 0,6$ для Ст.3 і $\varphi = 0,5$ для низьколегованої сталі.

За площею (9.22) вибирають два рівнополочних кутника загальною площею F_n (див. таблицю 9.2) і потім знаходять дійсну гнучкість стрижня.

Гнучкість стрижня в площині ферми

$$\lambda_x = \frac{0,8l}{r_x}, \quad (9.23)$$

де l – геометрична довжина розкоосу.

Гнучкість стрижня з площини ферми

$$\lambda_y = \frac{l}{r_y}, \quad (9.24)$$

$$r_y = \sqrt{\frac{J_{\Sigma y}}{F_{\Sigma}}}; \quad J_{\Sigma y} = 2(J_{yL} + F_L \cdot a^2); \quad r_x = \sqrt{\frac{J_{xL}}{F_L}},$$

де a – відстань від центра ваги кутника до загальної осі перерізу, $F_{\Pi} = 2F_L$ – сумарна площа двох кутників; J_{yL} – момент інерції кутника відносно осі Y .

За більшою гнучкістю знаходять ϕ і визначають дійсне напруження у розкосі

$$\sigma = \frac{S_q + S_{\text{пш}}}{\phi \cdot F_{\Pi}} \leq [\sigma_1]. \quad (9.25)$$

Оскільки розкоси і стійки складаються з двох кутників, то останні з'єднують планками довжиною 60–100 мм і товщиною, яка дорівнює зазору між кутниками. Висота планок приймається такою, щоб їх можна було приварити до кутників швом товщиною 5–6 мм.

Відстань між осями планок дорівнює $40r$ для стиснутих і $80r$ – для розтягнутих планок, де r – радіус інерції одного кутника щодо власної осі, рівнобіжної площині планки.

Порядок розрахунку перерізу стояків такий же, як і для розкосів. Стояки розраховуються на зусилля $S = q + P_{\psi}$.

Гнучкість стиснутих розкосів і стояків не повинна перевищувати 120÷150.

9.6. Визначення прогину ферми

Прогин ферми визначається стосовно дії статично прикладеного рухомого навантаження за формулою Мора

$$f = \sum_{i=1}^n \frac{S_{pi} \cdot S_{li}}{E \cdot F_i} \cdot l_i, \quad (9.26)$$

де S_{pi} – зусилля в i стрижні від рухомого навантаження; S_{li} – зусилля в i стрижні від одиничної сили; l_i – довжина i стрижня, см; F_i – площа i стрижня, см²; n – число усіх стрижнів ферми.

Для визначення S_{pi} колеса візка з тиском $P_1 = P_2 = P$ і базою a_T необхідно поставити посередині прольоту ферми (вузол A_2 , рис. 9.4) і рознести тиск в середні три вузли. Від цих трьох сил будувється діаграма зусиль Максвела – Кремона і визначаються S_{pi} у кожнім стрижні ферми.

Аналогічно визначається S_{ji} . Сила, що дорівнює одиниці, прикладається до середини прольоту (вузол A_2), і від цієї сили будувється діаграма зусиль. Якщо навантаження і ферма симетричні, то діаграми зусиль можна будувати тільки для половини ферми, не забуваючи, однак, що підсумовування здійснюється для всіх стрижнів ферми. Результати обчислень зводяться в

табл. 9.2. Прогин f не повинен бути більше припустимого $[f] = \frac{1}{700} \cdot L$.

Таблиця 9.2 – Показники і площа стрижня

| Показники | Номер стрижня | S_{pi} , кН | | S_{ji} | | Площа стрижня F , см ² | Довжина стрижня l , см | $f = \sum_{i=1}^n \frac{S_{pi} \cdot S_{ji} \cdot l}{EF_i}$ |
|--------------|---------------|---------------|---|----------|---|-------------------------------------|--------------------------|---|
| | | + | - | + | - | | | |
| Верхній пояс | 1 | | | | | | | $\sum_{i=1}^k$ |
| | 2 | | | | | | | |
| | 3 | | | | | | | |
| | ⋮ | | | | | | | |
| | K | | | | | | | |
| Нижній пояс | k+1 | | | | | | | $\sum_{i=k+1}^r$ |
| | ⋮ | | | | | | | |
| | ⋮ | | | | | | | |
| | ⋮ | | | | | | | |
| | R | | | | | | | |
| Розкоси | r+1 | | | | | | | $\sum_{i=r+1}^s$ |
| | ⋮ | | | | | | | |
| | S | | | | | | | |
| Стояки | s+1 | | | | | | | $\sum_{i=s+1}^n$ |
| | ⋮ | | | | | | | |
| | ⋮ | | | | | | | |
| | N | | | | | | | |

9.7. Розрахунок зварних швів

Розрахунок зварних швів виконаний на прикладі вузла нижнього поясу, що показаний на рис. 9.7.

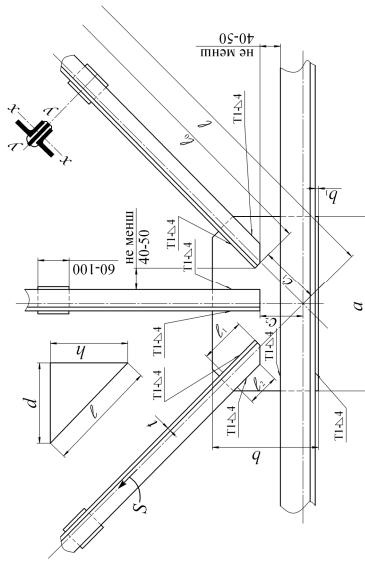


Рисунок 9.7 – Вузол нижнього поясу

Довжина зварного шва визначається зусиллям S , що діє в елементі ферми. Загальна довжина зварного шва розподіляється на шов біля обушка кутника довжиною l_1 , і на шов біля пера кутника l_2 . Шов біля обушка дорівнює приблизно $2/3 S$; шов біля пера $1/3 S$.

Розрахункова довжина шва l_1 визначається за формулою

$$l_1 = \frac{2}{3} \frac{S_{15-25}}{2\beta \cdot k \cdot [\tau]}, \quad (9.27)$$

де β – коефіцієнт, прийнятий залежно від виду зварювання: для автоматичної зварки $\beta = 1$, для ручної $\beta = 0,7$; $[\tau] = 0,65[\sigma_1]$ – припустимі напруження. (Число 2 у знаменнику означає, що розкіс складається з двох кутників).

Висота катета шва k призначається на 2 мм меншою, ніж товщина полиці кутника, але не меншою 4 мм. Розрахункова довжина флангового шва повинна бути не менше 40 мм.

Через неякісне зварювання на початку шва і кратера – на кінці шва конструктивна довжина l_1 повинна перевищувати розрахункову на 10–20 мм.

Для запобігання концентраторів напружень один кінець шва не доводять до обріза фасонки, а другий – виводять на торець елемента.

Для сталі марки Ст.3 застосовуються електроди типу Э42А, для низьколегованих сталей – Э50А.

9.8. Конструювання ферми

Конструювання ферми починають із креслення осьових ліній, що утворюють геометричну схему конструкцій. При цьому необхідно стежити, щоб осьові лінії елементів пересікалися у вузлах. Геометрична довжина елементів визначається з точністю до 1 мм і наноситься на схему.

Далі наносять контурні лінії стрижнів так, щоб осьові лінії по можливості збігалися з центром ваги перетину; припускається відстань від осьової лінії до обушка округляти до більшого значення до 5 мм. Наприклад, для кутника 80×5 $z_0 = 2,75$ см, приймають $t = 30$ мм (рис. 9.7).

Спочатку наносять контурні лінії поясів, потім розкосів і стійок. Для запобігання великих усадкових напружень при зварюванні стрижні решітки не доводять до центра вузла (розміри C_1 і C_2), щоб відстань між краями елементів решітки і поясу була не менше 40–50 мм.

Обрізку елементів решітки роблять перпендикулярно осі, при великих профілях кутників (ширина полки 90 мм і більш) припускається робити косий зріз торців, як це показано на рис. 9.7.

Після визначення конструктивної довжини зварених швів, що прикріплюють елементи решітки у вузлі, окреслюють фасонку найпростішої форми довжиною a і шириною b . Фасонка приварюється до пера й обушка кутників нижнього поясу, для чого вона випускається за грань поясу (розмір b_1). Приварка виконується зварним швом мінімального катета.

Товщину фасонки рекомендується приймати однаковою для усієї ферми, не більш двох різних товщин. Товщина фасонки δ вибирається залежно від зусилля в розкосах S :

- при $S \leq 150$ кН $\delta = 6$ мм;
- при $S \leq 250$ кН $\delta = 8$ мм;
- при $S \leq 400$ кН $\delta = 10$ мм.

Приварка елементів решітки до верхнього поясу здійснюється безпосередньо до стінки тавра, якщо дозволяє її висота; у протилежному випадку до стінки в місці вузла приварюють встик фасонки необхідної довжини і ширини.

Відстань від центра вузла до торців елементів решітки (розміри C_1 і C_2 , мм) призначають так, щоб конструктивна довжина елементів l_0 мала розмір, кратний 10.

Вище відзначалося, що для забезпечення спільної роботи спарених кутників, останні з'єднуються планками довжиною 60–100 мм, на відстанях по осях планок 40*r* для стиснутих елементів і 80*r* – для розтягнутих.

У межах стиснутого елемента варто ставити не менш двох планок, а в розтягнутих – хоча б одну між вузлами (див. табл. 9.3).

Таблиця 9.3 – Коефіцієнти φ для сталі класу 38/23

| Гнуч- кість λ | Коефіцієнти φ для сталі класу 38/23 (збільшено в 1000 разів) | | | | | | | | | |
|-----------------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 1000 | 999 | 998 | 997 | 996 | 995 | 993 | 992 | 990 | 989 |
| 10 | 988 | 986 | 984 | 983 | 981 | 979 | 977 | 975 | 974 | 972 |
| 20 | 970 | 967 | 965 | 962 | 959 | 956 | 954 | 951 | 948 | 945 |
| 30 | 943 | 939 | 935 | 931 | 928 | 924 | 920 | 916 | 912 | 908 |
| 40 | 905 | 901 | 898 | 895 | 891 | 887 | 883 | 879 | 875 | 871 |
| 50 | 867 | 862 | 857 | 853 | 848 | 843 | 839 | 834 | 829 | 824 |
| 60 | 820 | 815 | 810 | 805 | 800 | 795 | 790 | 785 | 780 | 775 |
| 70 | 770 | 764 | 759 | 753 | 748 | 742 | 737 | 731 | 726 | 720 |
| 80 | 715 | 709 | 703 | 697 | 691 | 685 | 679 | 673 | 667 | 661 |
| 90 | 655 | 648 | 640 | 638 | 626 | 618 | 611 | 604 | 597 | 589 |
| 100 | 582 | 575 | 568 | 561 | 554 | 547 | 540 | 533 | 526 | 519 |
| 110 | 512 | 506 | 499 | 493 | 486 | 480 | 474 | 467 | 461 | 454 |
| 120 | 448 | 443 | 438 | 432 | 428 | 422 | 417 | 412 | 407 | 402 |
| 130 | 397 | 392 | 387 | 382 | 376 | 372 | 368 | 363 | 358 | 353 |
| 140 | 348 | 343 | 339 | 335 | 331 | 326 | 322 | 318 | 313 | 309 |
| 150 | 305 | 302 | 298 | 295 | 291 | 287 | 284 | 280 | 277 | 273 |
| 160 | 270 | 267 | 264 | 261 | 258 | 255 | 252 | 249 | 246 | 243 |
| 170 | 240 | 238 | 235 | 233 | 230 | 228 | 226 | 223 | 221 | 218 |
| 180 | 216 | 214 | 212 | 210 | 208 | 206 | 204 | 202 | 200 | 198 |
| 190 | 196 | 194 | 192 | 189 | 187 | 185 | 183 | 181 | 179 | 177 |
| 200 | 175 | 173 | 172 | 170 | 169 | 167 | 166 | 164 | 163 | 161 |

10. КОЗЛОВІ КРАНВ

10.1. Типи конструкцій і їх основні параметри

Конструкція козлового крана складається з верхньої будови і опор. Найчастіше: дві високі опори, що утворюють з верхньою будовою портал; рідше – одна висока опора, що утворює з верхньою будовою напівпортал. Козлові крани бувають: безконсольні, одноконсольні і двоконсольні. Робоча довжина консолей не більше 10 м (за даними ВНДПТМАШ).

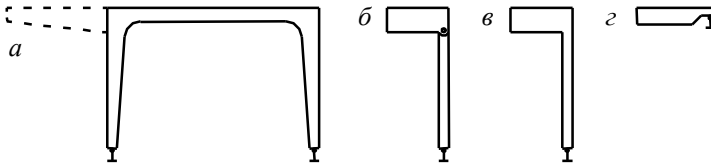


Рисунок 10.1 – Види опор козлового крана

Опори кріпляться двома способами:

- обі жорстко (рис. 10.1, а);
- одна жорстко, інша шарнірно (гнучкі опори) (рис. 10.1, б), або сама опора досить гнучка (рис. 10.1, в).

Козловий кран, який має дві жорсткі опори:

переваги: дві однакові опори, що спрощують виготовлення і монтаж;

недоліки: більша величина розпору і горизонтального зсуву опор на рівні головки підкранових рейок (збільшується зношування ходових коліс і рейок); додаткові напруги в конструкції крана (від нерівностей підкранової колії).

Козловий кран, який має одну жорстку, іншу – шарнірну опори, (рис. 10.1, б):

переваги: наявність шарніра виключає розпір і горизонтальний зсув опор, що поліпшує експлуатаційні якості крана і компенсує неточності виконання прольоту крана і підкранових колій за рахунок нахилу опори;

недоліки: різні конструкції ніг, ускладнення виготовлення і монтажу, потребує огляду і змащення шарніра.

Козловий кран, який має одну жорстку, іншу – досить гнучку опори, (рис. 10.1, в) і займає проміжне положення між (рис. 10.1, а) і (рис. 10.1, б)

Обі жорсткі ноги застосовують при $L \leq 25$ м. При $L > 25$ м і при роботі крана на тимчасових підкранових коліях застосовують одну гнучку, а іншу – жорстку опору. Необхідність пристрою гнучкої опори визначається виходячи з сумарного зсуву обох опор на рівні головки рейки:

$$\delta = \delta_p + \delta_t$$

де δ_p – переміщення опор від рухомого навантаження;

δ_t – переміщення опор від температурних змін.

$$\delta_p = \frac{h}{2 \cdot E \cdot I} \sum P_i (L - x_i) \cdot x_i$$

$$\delta_t = \alpha \cdot Z \cdot \Delta t$$

де $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ – коефіцієнт лінійного розширення;

Z – прогон крана;

Δt – діапазон зміни температури;

P_i – тиск на колесо візка, що перебуває у прольоті на відстані x_i від лівої опори;

h – висота ноги від рівня головки рейки до моста;

I – момент інерції опори.

Якщо $\delta \leq \Delta$ – обидві ноги жорсткі, де Δ – сумарний зазор між ходовим колесом і рейкою в перпендикулярному до нього напрямку.

Якщо $\delta \geq \Delta$ – опора гнучка, тому що при русі крана реборди коліс натискають на рейку, що менше первісного розпору. Шарніри повинні передавати як вертикальну, так і горизонтальне навантаження, що діють вздовж підкранових шляхів (сила інерції, вітер).

База B вибирається:

- з умов стійкості в поперечному напрямку при вітрі вдвож підкранових колій;
- з умови запобігання заїданню ходових коліс;
- з умови стійкості в робочому стані і від дії вітру неробочого стану.

$$B \geq \frac{L}{4},$$

де B – база крана, L – прогон.

При наявності консолей перевіряється стійкість у повздовжньому напрямку при візку на кінці консолі і вітрі вздовж крана.

Схеми поперечних перерізів козлових кранів з візком, таким, як у мостових кранів, мають верхню будову, аналогічну крану мостовому решітчастої або листової конструкції (рис. 10.2, *г, е, ж, і*). Схеми поперечних перерізів для козлових кранів з монорельсовими візками наведені на рис. 10.2, *а, б, в, д*.

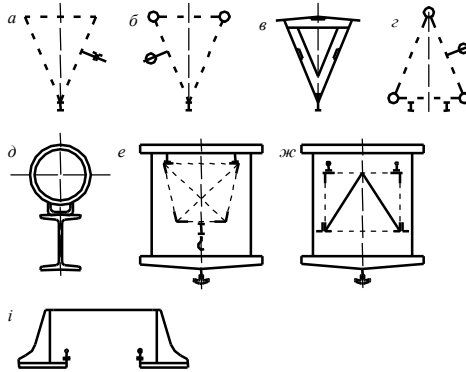


Рисунок 10.2 – Перетини мостів козлових кранів

Час загасання вільних коливань конструкцій козлових кранів перевіряється, як у вертикальній, так і у горизонтальній площині. Коливання в горизонтальній площині викликаються силами інерції при пуску і гальмуванні крана або візка. Період вільних коливань, якщо розглядати портал як одномасову систему:

$$\tau = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m \cdot \delta},$$

$$\tau_{г.о} > \tau_{ж.о}$$

Горизонтальне зміщення верхньої будови портала:
при двох жорстких опорах

$$\delta_{2\text{жорст.оп.}} = \frac{h^3 \cdot (2 \cdot k + 1)}{12 \cdot E \cdot J_1 \cdot k};$$

при одній – жорсткій опорі

$$\delta_{1\text{жорст.оп.}} = \frac{h^3 (k + 1)}{3 \cdot E \cdot J_1 \cdot k};$$

тут

$$k = \frac{h}{L} \cdot \frac{J}{J_1};$$

де δ – зсув верхньої будови портала крана (маси m) в горизонтальній площині від одиночної сили;

m – маса портала;

J – момент інерції верхньої будови;

J_1 – момент інерції опори.

Логарифмічний декремент загасання коливань для козлових кранів:

$$\ln \frac{Y_2}{Y_1} = 0,2.$$

Величина періоду вільних коливань (горизонтальних) як вздовж, так і перпендикулярно підкрановим коліям, має значення при визначенні коефіцієнта динамічності при розрахунку на вітрове навантаження і сейсмічну силу.

Прогин моста $f = \frac{L}{700}$ в середині прольоту; прогин консолей $f = 0,003$ від прольоту при крайнім положенні візка.

Для кранів групи режиму роботи 3К $f = \frac{L}{600}$ і $f = 0,005$ – відповідно.

10.2. Розрахункові навантаження і їхні комбінації

При розрахункових козлових кранів слід керуватися наступними документами:

- «ОСТ 24.090.72-83. Нормы расчета стальных конструкций мостовых и козловых кранов»
- «СНиП III-18-75. Металлические конструкции. Промстальконструкция» (наведені в табл. 10.1).

Комбінації навантажень: I_a і II_a – кран нерухомий, підйом вантажу з землі або гальмування його при опусканні з половинною I_a і повної II_a швидкістю.

I_b і II_b – пересування крана з вантажем при нормальному гальмуванні I_b і різкому II_b гальмуванні крана.

III_c – кран нерухомий, пересування візка з вантажем при різкому його гальмуванні – тільки для розрахунку кранів з двома жорсткими опорами.

Власна вага металоконструкцій козлового крана G_T , в/п до 75 т.

$$G = (0,5 - 0,7) \sqrt{Q \cdot L \cdot H} \text{ т,}$$

де Q – вантажопідйомність;

L – прогін (довжина);

H – висота підйому гака.

Один погонний метр опорної ноги важить (0,2 ÷ 0,4) 1 пог. метр верхньої будови.

Таблиця 10.1 – Розрахункові навантаження

| Навантаження | Розрахунок на витривалість | | | Розрахунок на міцність і стійкість | | |
|--|---------------------------------|------------------|---------------------|------------------------------------|-----------------|--|
| | $[y] = \frac{\sigma_{rk}}{n_1}$ | | | $[y] = \frac{Y_L}{n_{II}}$ | | |
| | Комбінації навантажень | | | | | |
| | I _a | I _b | II _a | II _b | II _c | |
| Сила ваги елементів крана G з урахуванням коефіцієнта поштовхів k_T | G | $k'_T \cdot G_T$ | G | $k_T \cdot G_T$ | G | |
| Сила ваги візка G_T з обліком коефіцієнта поштовхів k_T | G_T | $k'_T \cdot G_T$ | G_T | $k_T \cdot G_T$ | G_T | |
| Сила ваги вантажу Q з урахуванням динамічних коефіцієнтів ψ і коефіцієнта поштовхів k_T | $\psi_1 Q_3$ | $k'_T \cdot Q_c$ | $\psi_{II} \cdot Q$ | K_T | Q | |
| Горизонтальні сили інерції при гальмуванні механізму пересування крана P_i або візка P'_i | - | P_4 | - | P_i^{\max} | P'_i | |
| Бокові сили при перекосі | - | R' | - | R | - | |
| Тиск вітру $P_{вII}$ | - | - | $P_{вII}$ | $P_{вII}$ | $P_{вII}$ | |
| Розпір для кранів з обома жорсткими опорами | H' | - | H | - | H | |

k_T – коефіцієнт, що враховує вертикальні динамічні навантаження через нерівність шляху і залежить від швидкості;

$$k_T = 1,0 \div 1,3; \text{ для заварених стиків } k_T = 1,0 \div 1,15$$

k'_T – при розрахунку на витривалість, з огляду на середнє значення нерівностей шляхів, для вантажу середньої висоти його підвісу, при якій виявляються вилив канатів, що амортизують, $k_T = 1+0,5(k_T-1)$.

ψ – динамічний коефіцієнт

$$\psi = 1 + \xi \cdot a \cdot v, \quad \xi \cong 1,5;$$

$$\psi = \frac{y}{y_{CT} - \lambda_{cm}} = 1 + \frac{v}{y_{CT} + \lambda_{cm}} \sqrt{\frac{m_M + m_T}{c_k}}; \quad a = \frac{2}{y_{CT} + \lambda_{cm}} \sqrt{\frac{m_M + m_{BT}}{c_k}};$$

λ_{CT} – переміщення точки підвісу внаслідок статичного подовження каната;

v – швидкість каната;

y_{CT} – прогин моста від вантажу;

α – дослідний коефіцієнт, що враховує впливи двигуна (осідання обертів двигуна при відриві від підстави, підйом з підхопленням);

c_k – коефіцієнт жорсткості каната;

m_{BT} – маса вантажу;

m_M – маса моста;

Q_3 – еквівалентна величина вантажу, $Q_3 = \varphi_e$;

$\varphi_e < 1$ – коефіцієнт еквівалентності, залежний від закону зміни навантаження крана, що є характеристикою режиму роботи;

P_i – горизонтальні сили при плавному розгоні або гальмуванні моста

$$P_i = (m_M + \beta \cdot m_{em}) \cdot z,$$

m_M – маса моста крана;

$\varphi_e < 1$ – коефіцієнт впливу вантажу;

$\gamma = \frac{P_0}{M + m_{em}}$ – середня величина прискорення, визначається середнім

пусковим моментом двигуна $M_{дв}$;

M – маса конструкції крана.

Тягове зусилля, при якому створюється прискорення.

$$P_0 = \frac{2 \cdot M_{дв} \cdot i \cdot \eta}{D} - P_c;$$

i – передатне відношення механізму;

D – діаметр ходового колеса;

P_c – зусилля, що витрачається на подолання статичного опору.

При різкому гальмуванні крана

$$P_{\max}^i = 2 \cdot (m_M + m_{\text{вТ}}) \cdot \lambda.$$

При розгоні і гальмуванні візка

$$P_{\max}^u = 2 \cdot (m_e + m_{\text{вТ}}) \cdot z_{\max} = \mu_0 \cdot N_{\text{пр}};$$

$N_{\text{пр}}$ – тиск на приводні колеса візка;

m_e – маса візка;

μ_0 – коефіцієнт зчеплення.

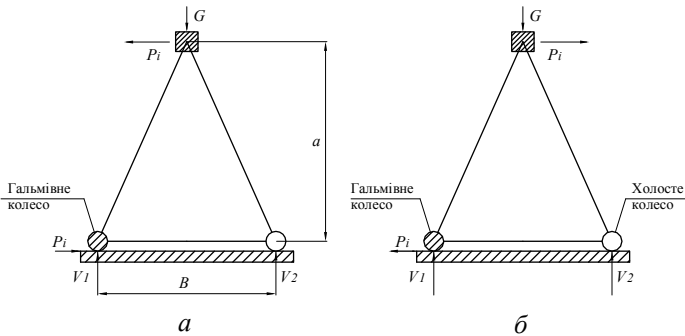


Рисунок 10.3 – Схема сил при гальмуванні крана

Якщо горизонтальні сили при гальмуванні крана обмежені умовами зчеплення приводних коліс крана з рейкою, то навантаження від інерційних сил козлового крана будуть відрязнитися від P_i мостового крана тому, що P_i прикладена на великій відстані a від вісей ходових коліс:

а) при гальмуванні в напрямку гальмівних коліс

$$P_i = \mu_0 \cdot V_1; V_1 = G \cdot \frac{N_{\text{пр}}}{N} + P_i \cdot \frac{a}{B} = G \cdot \frac{N_{\text{пр}}}{N} + \mu_0 \cdot V_1 \cdot \frac{a}{B};$$

звідки

$$V_1 = \frac{G \cdot N_{\text{пр}}}{N \cdot \left(1 - \frac{a}{B} \cdot \mu_0\right)} = G \cdot \frac{N'_{\text{пр}}}{N}; N'_{\text{пр}} = \frac{N_{\text{пр}}}{1 - \frac{a}{B} \cdot \mu_0} > N_{\text{пр}};$$

$N_{\text{пр}}$ і N – тиск на приводні колеса і повний тиск на всі колеса від вертикальних навантажень;

μ_0 – коефіцієнт зчеплення.

Найбільша розрахункова величина прискорення під час гальмування

$$z_{\text{max}} \leq \mu_0 \cdot g \cdot \frac{N'_{\text{пр}}}{N}.$$

При гальмуванні в напрямку холостих коліс $N'_{\text{пр}} = \frac{N_{\text{пр}}}{1 + \frac{a}{B} \cdot \mu_0} < N_{\text{пр}}$.

Бокові сили: $R = T \frac{L}{B}$; $T = \frac{W_A - W_B}{2}$ зусилля перекоосу козлового крана.

Сила тиску вітру $P_{\text{вл}} = \sum p_{\theta} F_{\text{н}} + p_{\Gamma} \cdot F_{\Gamma}$,

$p_B = q_0 \cdot n \cdot c \cdot \beta$ – розподілене вітрове навантаження в даній зоні його висоти (n);

q_0 – швидкісний напір;

n – поправковий коефіцієнт на зростання швидкісного напору залежно над поверхнюю землі;

c – коефіцієнт аеродинамічності;

β – коефіцієнт, що враховує динамічні впливи;

$$\beta = 1 + \xi \cdot m;$$

$F_{\text{н}}, F_{\Gamma}$ – навітряна площа крана і вантажу відповідно;

o – коефіцієнт для стандартних самопіднімальних і приставних кранів залежить від періоду вільних коливань τ ;

$$o = f(\tau_c),$$

m – коефіцієнт пульсації швидкісного напору.

10.3. Особливості розрахунку

Особливим навантаженням для кранів з обома жорсткими ногами є розпор. Для опор він є основним навантаженням, що викликає їх роботу на вигин.

Верхні будови, навпаки, дію розпору розвантажують. Величина розпору залежить від того, чи перебуває конструкція в цей момент у русі або ні. При нерухомому крані максимальне значення розпору буде не більше, ніж сила тертя ковзання між осями і їх опорами або між колесами і рейкою $K_{\text{мер}}$ з боку менш навантаженої опори (I випадок $K_{\text{тер}} = 0,1$; II випадок $K_{\text{тер}} = 0,2$).

Якщо значення розпору мало б тенденцію до подальшого збільшення, почалось б ковзання в напрямку, перпендикулярному рейці, у межах наявних зазорів. Таким чином, хоча в цьому випадку величина розпору обмежена, вона, звичайно, може досягати максимальної розрахункової величини, це обумовлюється також можливим торканням ребрами коліс рейки. При цьому опори крана варто вважати нерухомими і шарнірними, тому що колеса можуть вільно повертатися на головках рейки (рис. 10.4).

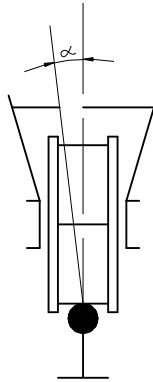


Рисунок 10.4 – Схема зчеплення ходового колеса з рейкою

Під час руху крана опір зсуву коліс у напрямку, перпендикулярному рейці, може зменшитися так суттєво, що величина розпору практично впаде до нуля. Експеримент дослідження руху циліндричного катка по площинах при одночасній дії на нього радіального навантаження Q і осьової сили H , коли відношення цих сил менше коефіцієнта тертя ковзання між катком і площиною, показав, що осьовий зсув катка відбувається при будь-якому відношенні $\frac{H}{Q}$, відмінному від нуля. Каток рухається по OB , а кут γ

залежить від відношення $\frac{H}{Q}$ (рис. 10.5).

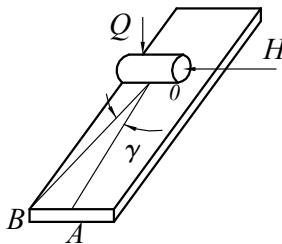


Рисунок 10.5 – Схема навантаження циліндричного катка

Таким чином, розпір від сили ваги крана при його розрахунку не треба приймати до уваги, тому що він зникає у процесі монтажу крана при його пересуванні. З огляду на це, при виготовленні крана його прогін необхідно виконувати менш за проектний на величину розходження опор від дії сили ваги крана, що для порталу дорівнює:

$$\delta = Q \cdot h = \frac{q \cdot L^3 \cdot h}{12 \cdot E \cdot J}$$

для напівпорталу

$$\delta = Q \cdot h = \frac{q \cdot L^3 \cdot h}{24 \cdot E \cdot J};$$

q – рівномірно розподілене навантаження;

Q – кут повороту верхньої будови опори.

По верхній будові козлового крана переміщається візок (епюра згинальних моментів для нерухомого порталу).

Штриховою лінією зображен рухомий портал (див. рис. 10.6).

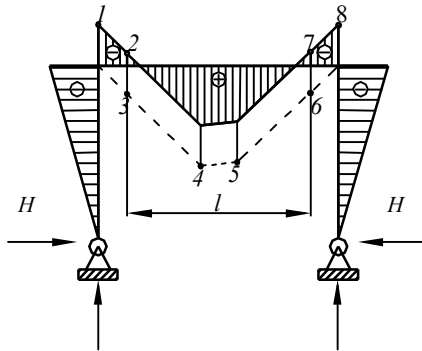


Рисунок 10.6 – Епюра згинального моменту порталу

Верхня будова на довжині l розраховується для випадку, коли кран перебуває в русі, тому що при цьому відсутній розпор, що розвантажує верхню будову. Ділянки верхньої будови в опор до перетину зі значеннями згинальних моментів 2 і 7 варто розраховувати при нерухомому крані. Розрахункова епюра для верхньої будови 1–8.

Опори розраховуються для випадку, коли кран нерухомий.

Найбільший тиск, що стискає опору, і найбільша величина розпору, що згинає опору, мають місце при різних положеннях візка на мосту. Найбільший тиск на опору – при крайньому положенні візка, а найбільше значення розпору – при середньому. У розрахунку необхідно розглянути обидва ці випадки. Коли візок виїжджає на консоль – розпор змінює знак.

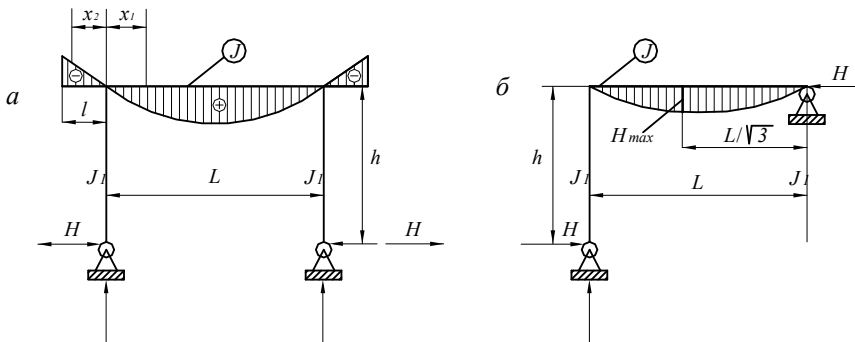


Рисунок 10.7 – Лінії впливу розпору H

а) На ділянці прольоту лінія впливу розпору H – парабола

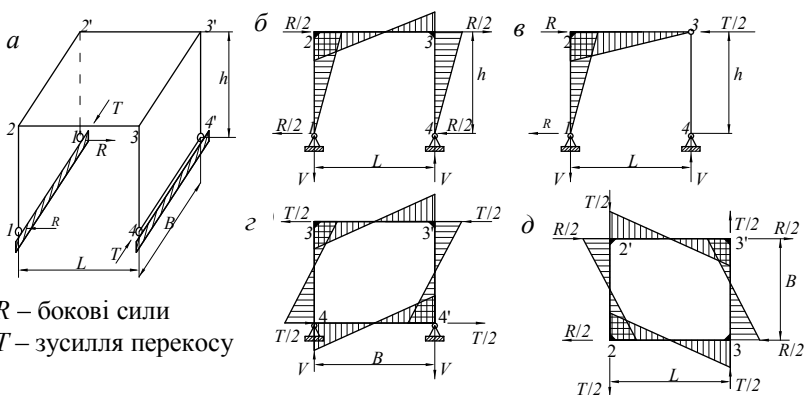
$$H = \frac{3 \cdot x_1 \cdot (L - x_1)}{2 \cdot h \cdot L \cdot (3 \cdot k + 3)} \quad \text{при } x_1 = L/2; \quad k = \frac{J}{J_1} \cdot \frac{h}{L}.$$

На довжині консолі – пряма $H = \frac{3 \cdot x}{2 \cdot h \cdot (2 \cdot k + 3)}$.

б) Лінія розпору

$$H = \frac{x \cdot (L^2 - x^2)}{2 \cdot h \cdot L^2 \cdot (k + 1)}; \quad H_{\max} = \frac{L}{3\sqrt{3} \cdot h \cdot (2 \cdot k + 3)} \quad \text{при } L/\sqrt{3}.$$

Схема сил, що діють на ходові колеса при перекосі. Облік впливу цих сил T на напружений стан конструкції можна вести шляхом розкладання їх на плоскі системи (рис. 10.8).



R – бокові сили
 T – зусилля перекосу

Рисунок 10.8 – Схема і епюри козлового крана: а – епюри згинальних моментів; б – епюри порталу при жорстких опорах; в – епюри порталу при гнучкій опорі; г – епюри опорної рами; д – епюри верхньої рами

11. БАШТОВІ КРАНИ

При розрахунках баштових кранів слід керуватися наступними документами:

- «РД 22-166-86. Краны башенные строительные. Нормы расчета».
- «РД 22-145-85. Краны стреловые самоходные. Нормы расчета устойчивости и против опрокидывания».
- «ГОСТ 1451-77. Краны грузоподъемные. Нагрузка ветровая. Нормы и методы определения».

11.1. Типи конструкцій баштових кранів залежать від їх параметрів, які досить різні для основних типів кранів – будівельних, суднобудівних і молотоподібних

Найбільше поширення одержують баштові будівельні крани. В останній час їх вантажопідйомність зросла від 60 до 240 т, проектується 300 т, стріли досягли довжини $80 \div 100$ м, вантажні моменти – 10 000 тм. Металеві конструкції баштового крана включають:

- стріли;
- башти;
- портали;
- рами ходового візка.

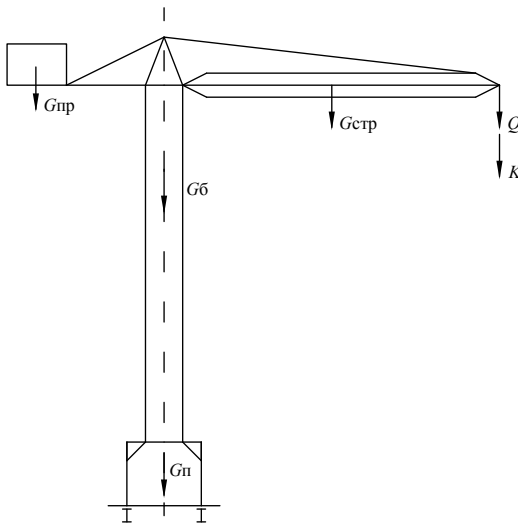


Рисунок 11.1 – Схема баштового крана

В останніх конструкціях баштових кранів для стріл і башт застосовуються листові конструкції трубчастого оболонкового типу, що особливо доцільно для кранів, які працюють в умовах низьких температур і у важкому режимі.

Стріли працюють від дії сили ваги, вантажу на стиск і вигин. Стислі стріли, які застосовуються при підвісці вантажу до кінця стріли, виконуються однострижневими з труб або решітчастими з безрозкісною або розкісною решіткою. Граничні довжини однострижневих конструкцій стріл визначаються з умов їх припустимої гнучкості $[\lambda] \leq 120 \div 150$ для сталевих і $[\lambda] \leq 80 \div 100$ – для алюмінієвих стріл.

Балкові стріли, що згинаються, виконують у вигляді просторових форм прямокутного або трикутного перетину з куточків, труб або штампованих профілів і трубчастого оболонкового типу.

У кранах з неповоротною баштою стріла приєднується до поворотної головки, з'єднаної з консоллю, яку несе противагу $L_{\text{конс}} = (0,25 \div 0,3)$; $L_{\text{стріл}}$ – плоскою рамою; при великій довжині консолі рама виконується у вигляді ферми.

Основні типи решіток представлено на рис. 11.2

Решітка, яку надано на рис. 11.2, *а*, застосовується для башти особливо легких конструкцій, без додаткових стояків. У суміжних площинах решітки розташовують за схемою *б*, щоб пояси не одержували додаткових зусиль від крутіння. Найчастіше застосовуються конструкції типу *б* і *г*.

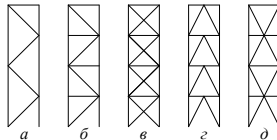


Рисунок 11.2 – Основні типи решіток для башт

11.2. Оптимальне проектування металоконструкцій баштових кранів

Для розв'язання завдання оптимізації в цілому металоконструкції досить у повному обсязі вирішити завдання оптимізації стріл і башт. Аналіз результатів дав наступне:

- При використанні в якості критерія оптимальності маси або вартості оптимальні значення параметрів решітчастих стріл і веж практично збігаються.
 - Вартість матеріалу в загальній вартості конструкцій становить від 20 до 50 %.
 - Вартість трубчастих і кутових конструкцій зі сталі кл. С46/36 нижче, ніж зі сталі кл. С38/23 при будь-яких сполученнях заданих параметрів.

Сталі С 52/40 і класу вище застосовуються здебільшого в найнавантажених конструкціях, найчастіше – в піднімальних стрілах, при цьому конструкція стріли коштує дорожче, але економія металу і вартості виходить за рахунок башти і порталу.

Оптимізація проектування піднімальних стріл включає питання форми поперечного перерізу і обрису стріл; тригранні стріли у всьому діапазоні зміни діючих навантажень на 11 ÷ 18 % легше чотиригранних. Теоретичний оптимальний обрис стріли у плані криволінійний (рис. 11.3):

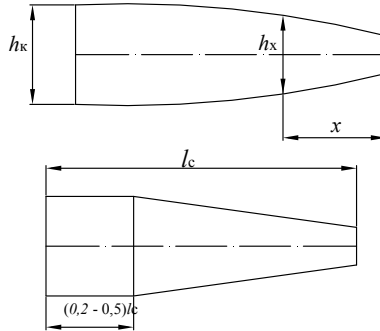


Рисунок 11.3 – Схема стріли у плані

$$h_x^2 = h_k^2 \cdot \frac{x}{l_c} \left[f \cdot \left(1 - \frac{x}{l_c} \right) + 1 \right],$$

де h_x – ширина стріли довжиною l_c у перетині, розташованому на відстані x від головки;

h_k – ширина стріли у кореня;

f – безрозмірний коефіцієнт,

$$f = \frac{S \cdot l_c^2}{E \cdot F_1 \cdot h_k^2};$$

S – повздовжнє зусилля у стрілі;

F_1 – площа поперечного перерізу нижнього поясу;

h_k визначається з умови міцності поясу залежно від повздовжнього зусилля у стрілі S і поперечної сили Q , прикладеної до головки стріли, перпендикулярно площині підвісу. Суттєве наближення до криволінійного обрису дає обрис, при якому нижня грань стріли від кореня на довжині від 0,2 до 0,5 l_c виконується у вигляді прямокутника, а на іншому – у вигляді трапеції. Для стріл з поясами зі сталей класу нижче С50 можна приймати оптимальне значення гнучкості $\lambda_0 = 40$, а зі сталей кл. С50 і вище $\lambda_0 = 30$.

При знаходженні оптимальних значень висоти поперечного перерізу стріли h_1 зручно використовувати відносну висоту $\bar{h}_1 = h_1 / l_c$, яка практично залежить лише від довжини стріли і класу сталі.

$$h_1 = 0,03 + \alpha \cdot (l_c - 10),$$

де $\alpha = \alpha_1$ при $\alpha_1 > 0$, при $\alpha_1 \leq 0$, $\alpha_1 = 2,5 \cdot 10^{-4} - 0,45 \cdot R \cdot 10^{-8}$, R – розрахунковий опір сталі, Н/см², l_c – довжина стріли, м.

Оптимальне проектування неповоротних башт

1. Оптимальна гнучкість поясу λ_{δ_0} башти для всіх класів сталі практично залежить тільки від ширини башти і вантажного моменту крана, її значення не перевищує 70.

2. Гнучкість λ_{δ_0} і відповідне їй значення маси G_0 не залежать від класу сталі розкосів. Тому біметалеві башти дешевше башт, цілком виконаних з високоміцних сталей.

3. Оптимальна ширина вежі $a_0 = 1,4 \div 1,6$ м для кранів з l_c до 40 м, з вантажним моментом $M_T = 200$ тм, $a_0 = 3,8 \div 4,1$ м для кранів з більшими параметрами.

4. Трубчасті вежі на 10 ÷ 40 % легше кутових, які дешевше трубчастих лише для кранів з невеликим вантажним моментом (при $l_{\delta} = 20$ м, для $M_T \leq 520$ тсм, при $l_{\delta} = 40$ м для $M_T \leq 250$ тсм для сталі класу C25).

Маса башти G_{δ} залежить від прикладених до башти вертикальних, горизонтальних сил, згинальних моментів і досягає мінімуму при значенні моменту M у вершині призматичної частини вежі у її оголовка в площині підвісу стріли. Цей момент дорівнює різниці згинальних моментів, що діють на башти з боку вантажу $M_{\text{ван}}$ і з боку противаги $M_{\text{пр}}$.

Зауваження до оптимального проектування стріл і башт

Значеннями гнучкості стріл і веж користуються тільки для приблизних розрахунків. Для конструкторських (перевірочних) розрахунків значення гнучкості не грає ролі тому, що визначається піддатливість конструкції і додаткові навантаження, що виникають від деформації.

Визначення оптимальних координат оголовка поворотної вежі

Відповідним підбором розмірів завжди можна домогтися статичного зрівноважування на двох крайніх вильотах, тобто, щоб $M = M_{\text{пр}} - M_{\text{вантажу}} = 0$. При цьому істотно знижуються прискорення кабіни ω_k , розташованої у верхній частині башти. При деяких параметрах кранів при статичному зрівноважуванні максимальна величина прискорень сягає $\omega_k > 0,5$ м/с².

У цих випадках для забезпечення умови $\omega_k \leq 0,5$ м/с² доводиться прикладати до вежі згинальний момент в бік противаги, здійснюючи динамічне зрівноважування.

11.3. Розрахункові навантаження і їх комбінації

Будівельні баштові крани розраховуються за методом граничних станів. Суднобудівні і молотоподібні крани – за методом напруг, що припускаються, (навантаження відповідають кранам загального призначення).

Залежно від області застосування для будівельних баштових кранів встановлюються 3 класи відповідальності крана (табл. 11.1), а залежно від призначення елементів – 3 класи відповідальності елементів (табл. 11.2).

Таблиця 11.1 – Клас відповідальності крана залежно від області застосування крана

| Область застосування крана | Клас відповідальності крана |
|---|-----------------------------|
| Малоповерхове і сільське будівництво | III |
| Всі види будівництва за винятком указаних для I і III, обслуговування складів | II |
| Подача бетону на гідротехнічному будівництві | I |

Таблиця 11.2 – Клас відповідальності крана залежно від елемента крана

| Елементи крана | Клас відповідальності крана |
|--|-----------------------------|
| Всі вузли, крім указаних для класів I і II | III |
| Стріла і вузли її кріплення, противагова консоль, опорно-поворотний пристрій кранів з верхньою противагою | II |
| Ходові візки, ходова рама, поворотна платформа, башта і вузли її кріплення, опорно-поворотний пристрій кранів з нижньою противагою | I |

У розрахунках повинні враховуватися нормативні і випадкові навантаження. Нормативні навантаження характеризуються їх абсолютними значеннями, а випадкові – середньоквадратичними. Для забезпечення міцності елементів металоконструкції повинні виконуватися наступні нерівності:

$$n \cdot N^H \leq m_0 \cdot N^P; \quad n \cdot M^H \leq m_p \cdot M^P; \quad n \cdot \sigma^H \leq m \cdot R^P,$$

де M^H , N^H , σ^H – момент, зусилля і напруга від нормативних навантажень;

N^P і M^P – розрахункова несуча здатність по зусиллю і моменту;

R^P – розрахунковий опір, прийнятий для деталей механізмів рівним меншому з двох значень 0,8 від границі текучості або 0,5 від межі міцності для металевих конструкцій.

n – коефіцієнт перевантаження, визначається за формулою:

$$K = 1 + n_1 \cdot n_2,$$

де n_1 коефіцієнт надійності, прийнятий для робочого стану по табл. 11.3 для неробочого стану $n_1 = 3$.

Таблиця 11.3 – Коефіцієнт надійності n_1 для робочого стану крана

| Клас відповідальності крана | n_1 при класі відповідальності елемента | | |
|-----------------------------|---|-----|-----|
| | I | II | III |
| I | 6,0 | 5,5 | 5,0 |
| II | 5,5 | 5,0 | 4,5 |
| III | 5,0 | 4,5 | 4,0 |

n_2 – коефіцієнт мінливості, визначається по одній з формул

$$n_2 = \frac{\sqrt{\sum N_i^2}}{N^H}; \quad n_2 = \frac{\sqrt{\sum M_i^2})^{1/2}}{M^H}; \quad n_2 = \frac{\sqrt{\sum \sigma_i^2}}{\sigma^H}.$$

N_i , M_i , σ_i – зусилля, момент і напруги від середньоквадратичного значення.

m – коефіцієнт умов роботи, обумовлений за формулою:

$$m = m_1 \cdot m_2,$$

де m_1 – коефіцієнт відповідальності, прийнятий для гальм рівним 1, в інших випадках – за табл. 11.4, для неробочого стану $m = 1,05$.

Таблиця 11.4 – Коефіцієнт відповідальності m_1

| Клас відповідальності крана | m_1 при класі відповідальності елемента | | |
|-----------------------------|---|------|------|
| | I | II | III |
| I | 0,85 | 0,90 | 0,95 |
| II | 0,90 | 0,95 | 1,0 |
| III | 0,95 | 1,0 | 1,05 |

m_2 – коефіцієнт, що враховує особливості роботи елемента або частини металевої конструкції, деталей механізму, прийнятий за табл. 11.5, для елементів, не зазначених у табл. 11.5, прийнятий рівним 1.

Таблиця 11.5 – Коефіцієнт m_2

| Елемент металевої конструкції | m_2 |
|--|-------|
| 1. Елементи металевої конструкції з малим поперечним перерізом: листи, труби, гнуті профілі зі стінками товщиною 4 мм, рівнобокі куточки до (63x63x6), мм, нерівнобокі куточки до (90x56x6), швелери до №8 | 0,9 |
| 2. Елементи металевої конструкції, що працюють на стиск: | |
| а) елементи ґрат просторових ферм із одиночних рівнобоких куточків або нерівнобоких куточків, прикріплених широкими полками. | |
| • при решітках з сполученими в суміжних гранях вузлами | 0,9 |
| • при решітках з несполученими в суміжних гранях вузлами | 0,8 |
| б) елементи з одиночних куточків за винятком елементів, перерахованих у п. а | 0,75 |
| в) елементи з одиночних швелерів, прикріплених стінкою | 0,9 |

12. ПУСКО-ГАЛЬМІВНІ РЕЖИМИ МЕХАНІЗМІВ ПЕРЕСУВАННЯ КРАНІВ ВИСОТНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Пуско-гальмівні режими кранів, що мають значну величину відношення висоти H к базі B (козлові, баштові, порталні крани) специфічні.

Характерними факторами є:

- перерозподіл зусиль між ходовими колесами;
- коливання опорних елементів металоконструкції при нестационарному режимі руху, що визначає зниження стійкості крана і підвищення напруг у несучих елементах.

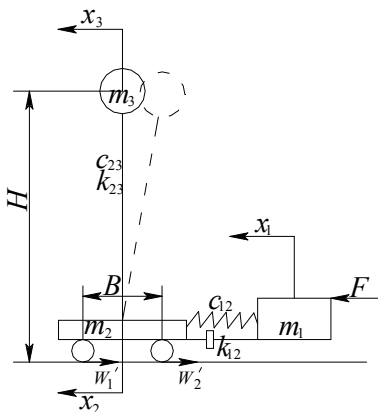


Рисунок 12.1 – Еквівалентна схема системи привід-ходова платформа – верхня будова

На рис. 12.1 наведена еквівалентна схема системи привід-ходова платформа – верхня будова. На схемі позначені:

m_1, m_2, m_3 – приведені до ходової платформи маси приводу механізму пересування, ходової платформи і верхньої будови,

$c_{12}, c_{23}, k_{12}, k_{23}$ – наведені жорсткості пружних ланок і відповідні коефіцієнти не пружних опорів;

F – наведена сила приводу;

W'_1, W'_2 – опір пересуванню.

Як правило, у кранах цього типу привідні колеса знаходяться по обидва боку бази.

Рух системи опишемо диференціальними рівняннями:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + k_{12} \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_{12} \cdot (x_1 - x_2) = F; \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 + k_{12} \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_{12} \cdot (x_2 - x_1) + k_{23} \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + c_{23} \cdot (x_2 - x_3) = \\ = -(W'_1 + W'_2) \cdot \text{sign} \dot{x}_2; \\ m_3 \cdot \ddot{x}_3 + k_{23} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + c_{23} \cdot (x_3 - x_2) = 0. \end{cases}$$

Тут

$$F = M_{\text{дв}}(\omega, t) \frac{\omega^y}{V} \cdot \eta_{\text{м}},$$

де $M_{\text{дв}}(\omega, t)$ – сумарний електромагнітний момент двигунів механізму пересування у функції кутової швидкості ω і часу t (фактора перемикання ступеней реостата);

$\eta_{\text{м}}$ – ККД трансмісії;

$\omega_{\text{н}}$, V – номінальні значення кутової швидкості двигуна і швидкості пересування крана;

$$W'_1 = \left[R' - c_{23} \cdot (x_2 - x_3) \cdot \frac{H}{B} \right] \cdot f;$$

$$W'_2 = \left[R'' - c_{23} \cdot (x_2 - x_3) \cdot \frac{H}{B} \right] \cdot f.$$

де R' , R'' – статичні зусилля на передню і задню сторони платформи;
 f – наведений коефіцієнт опору руху.

Природньо, $W'_1 + W'_2 = (R' + R'') \cdot f$, тобто на загальний опір пересуванню крана коливання металокопструкції не впливають, викликаючи лише перерозподіл навантажень між приводами ходових опор.

Сформулюємо завдання.

Необхідно визначити параметри приводів механізму пересування і системи керування, що забезпечують ліквідацію коливань верхньої будови.

З самого початку відмовимося від способів підвищення ступеня плавності руху, тобто вони, не забезпечуючи високої ефективності, неминуче вимагають зниження прискорень, а то й швидкості, як наслідок і без того низької середньої швидкості пересування кранів, де потрібна висока продуктивність. Відзначимо відразу, що актуальність робіт у напрямку оптимізації характеру руху крана неоднакова для різних кранів.

Для значної частини кранів коливання, пов'язані з підйомно-транспортними роботами (ПТР), являють собою незначну статтю в балансі стійкості і не можуть помітно знизити запас міцності копструкції.

Нас будуть цікавити ті крани, де потрібна підвищена швидкість пересування і при цьому досить гостро стоїть питання стійкості і навантажень у металокопструкції.

Дамо укрупнену оцінку фактора коливань стосовно питання стійкості баштового крана. Візьмемо за основу приклад розрахунку за методом Іванченка. Період коливань крана $T_{\text{к}} = 2,28$ с; маса стріли $m_{\text{с}} = 3000$ кг; швидкість пересування крана $V = 0,333$ м/с. Висота центра мас башти $h_5 = 18$ м, стріли $h_{\text{с}} = 32$ м; тривалість розгону крана $t_1 = 3$ с. У такому випадку середнє прискорення $a = 0,11$ м/с².

Сили інерції:

$$\text{башти } F_{\delta} = m_{\delta} \cdot a = 3000 \cdot 0,11 = 330 \text{ Н,}$$

$$\text{стріли } F_c = m_c \cdot a = 2000 \cdot 0,11 = 220 \text{ Н.}$$

Момент перекидаючий $M = m_c \cdot a \cdot h_c + m_{\delta} \cdot a \cdot h_{\delta} = 13000 \text{ Н}\cdot\text{м}$; еквівалентна жорсткість башти $c = 4 \cdot p^2 \frac{m_{\delta} + m_c}{T^2} = 38500 \text{ Н/м}$; парціальне відхилення верхнього блоку башти

$$S = \frac{F_{\delta} + F_c}{c} \frac{H_{\max}}{\frac{m_{\delta} \cdot h_{\delta} + m_c \cdot h_c}{m_{\delta} + m_c}} = 30 \text{ мм.}$$

Якщо при тих же габаритах, вантажопідйомності і вантажному моменті розглянути кран з поворотною головою, то загальна маса стріли з поворотною платформою і консоллю $m_c = 20000 \text{ кг}$; $m_{\delta} = 16000 \text{ кг}$, $h_c = 20 \text{ м}$; $h_{\delta} = 35 \text{ м}$. Прискорення $a = 0,11 \text{ м/с}^2$, сили інерції $F_{\delta} = 1750 \text{ Нм}$; $F_c = 2200 \text{ Нм}$; момент перекидаючий $M = 105000 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Збільшення швидкості пересування, природньо, збільшить негативні явища при ПТР.

Як показали розрахунки, фактор коливань металокопструкції крана при ПТР впливає на перерозподіл опорних навантажень, і цей вплив можна виключити з розгляду без помітної похибки. Можна також виключити з розгляду коливальні процеси в трансмісії через те, що власна частота цих коливань у багато разів вище власної частоти коливань металокопструкції крана. Тоді істотно спроститься математична модель:

$$\begin{cases} m_{\text{п}} \cdot \ddot{x}_1 + k \cdot (x_1 - x_2) + c \cdot (x_1 - x_2) = M_{\text{дв}}(\omega, t) \frac{\omega_{\text{н}}}{\nu} \cdot z_{\text{м}} - W; \\ m_{\text{к}} \cdot \ddot{x}_2 + k \cdot (x_2 - x_1) + c \cdot (x_2 - x_1) = 0, \end{cases} \quad (12.1)$$

де $m_{\text{п}}$ – сумарна наведена маса ходової частини з приводами;

$m_{\text{к}}$ – наведена маса металокопструкції;

x_1, x_2 – узагальнені координати мас $m_{\text{п}}$ і $m_{\text{к}}$;

k, c – коефіцієнт не пружних опор і жорсткість металокопструкції;

W – загальне зусилля опору переміщенню крана.

У кожному з чотирьох приводів механізму пересування крана застосований двигун з фазним ротором. Механічні характеристики їх вважаємо лінійними. Маємо значення пікового моменту M_1 і моменту перемикання M_2 . Передбачено чотири штучних характеристики, інтервал часу перемикання t_1 . Зусилля, що розвивається приводами, буде характеризуватися у часі пилкоподібною кривою, вигляд якої показано на рис. 12.2.

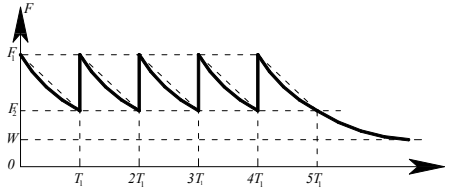


Рисунок 12.2 – Зусилля, що розвивають приводи

Допустивши невелику погрішність, лінеаризуємо відрізки експонент – одержимо періодичну функцію з періодом T_1 , утворену лінійними відрізками. Тут

$$F_1 = M_1 \cdot \frac{\omega_H}{V} \cdot \eta_M; \quad F_2 = M_2 \cdot \frac{\omega_H}{V} \cdot \eta_M.$$

Перетворимо систему (12.1), ввівши нову змінну $z = x_1 - x_2$. Одержуємо одне рівняння

$$z + 2 \cdot n \cdot z + \omega_0^2 \cdot z = \frac{1}{m_{\Pi}} \cdot \left[\frac{(M_1 + M_2) \cdot \omega_H \cdot \eta_M}{2 \cdot V} - W + F_{\Pi}(t) \right], \quad (12.2)$$

де $2 \cdot n = k \cdot \frac{m_{\Pi} + m_K}{m_{\Pi} \cdot m_K}$; $\omega_0^2 = c \cdot \frac{m_{\Pi} + m_K}{m_{\Pi} \cdot m_K}$; F_{Π} – періодична складова

зусилля приводу. У проміжку $-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$:

$$F_{\Pi} = -\frac{\omega_H \cdot \eta_M}{2 \cdot \pi \cdot V} \cdot (M_1 - M_2) \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t = -A \cdot \varphi.$$

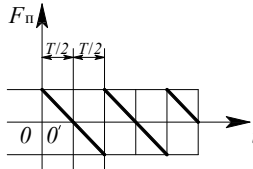


Рисунок 12.3 – Періодична складова зусилля приводу

Тут уведена фіктивна змінна φ_1 визначальної функції, фіктивний період $2 \cdot \pi$. Штучно створене зрушення по фазі на величину $\frac{T}{2}$. Функція, що відповідає умові Дирихле, є непарною. Розкладемо її в ряд Фур'є:

$$F_n = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\varphi,$$

$$\text{де } b_{\Pi} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} -A \cdot \varphi \cdot \sin n\varphi \cdot d\varphi = \frac{2 \cdot A}{n} \cos n \cdot \pi$$

Тоді

$$F_{\text{п}} = -2 \cdot A \cdot \sin \varphi + A \cdot \sin 2 \cdot \varphi - \frac{2 \cdot A}{3} \sin 3 \cdot \varphi + \frac{A}{2} \sin 4 \cdot \varphi + \dots$$

Відновимо первиний аргумент і необхідне зрушення по фазі. У такому випадку

$$F_{\text{п}} = -2A \sin \varphi \cdot \left(\frac{2 \cdot p}{T} \left(t - \frac{T}{2} \right) \right) + A \cdot \sin \frac{4 \cdot p}{T} \cdot \left(t - \frac{T}{2} \right) - \frac{2 \cdot A}{3} \sin \frac{6 \cdot p}{T} \cdot \left(t - \frac{T}{2} \right) + \\ + \frac{A}{2} \sin \frac{8 \cdot p}{T} \cdot \left(t - \frac{T}{2} \right) + \dots$$

Відзначимо, що конкретною метою дослідження є оцінка явища електромеханічного резонансу, що може мати місце при збігу власної частоти коливань металокопструкції крана з частотою періодичного складового рухаючого зусилля механізму пересування. Тому в розгляд варто ввести відповідну гармоніку. Природньо, найгіршим буде варіант збігу власної частоти крана з частотою перемикання степенів реостата, тобто з частотою основної, першої гармоніки. Суперпозицію гармонік через громіздкість розрахунку доцільно вводити в розгляд в окремих випадках.

Величину k визначити, щонайменше, утруднено, бо потрібний запис загасаючих вільних коливань металокопструкції. При цьому знайдена величина декремента загасання і обчислена на її основі величина k будуть вразливі стосовно вірогідності. Методики ж розрахунку немає. Скористаємося підходом укрупненням.

Багаторічний досвід створення і експлуатації резонансних вибромашин – пристроїв, де конструктори багато десятиліть прагнуть у найбільш повній мірі використати явище резонансу, – коефіцієнт підсилення коливань у гострому резонансі не перевищує 25...30.

Нормальним вважається коефіцієнт підсилення 16...20, нерідко ця величина становить 8...12.

Нормальна агрегатна величина коефіцієнта поглинання енергії резонансних вібрисистем, що визначає коефіцієнт підсилення коливань у резонансі, перебуває в межах $m - 0,25 \dots 0,4$. Металокопструкція крана розробляється не за тими критеріями, які застосовуються при створенні вибромашин. Тому важко очікувати, що кран має більш добротну вібрисистему. Оскільки ж явище резонансу небезпечно в крановій металокопструкції, ми подбаємо про деякий запас і приймемо $\psi = 0,3 \dots 0,5$. У такому випадку

$$k = \frac{c \cdot \psi}{2 \cdot \pi \cdot \omega_0},$$

де c – жорсткість металокопструкції.

Обчисливши за емпіричними формулами період коливань крана T_k і визначивши масу металокопструкції m_k , знайдемо

$$\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T_K}; \quad c = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m_K}{T_K^2},$$

після чого визначимо k .

Перепишемо рівняння (12.2)

$$z + 2 \cdot n \cdot z + \omega_0^2 \cdot z = A_1 + A_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varepsilon), \quad (12.3)$$

$$\text{де } A_1 = \frac{(M_1 + M_2) \cdot \omega_n \cdot \eta_M}{2 \cdot V \cdot m_{\Pi}} - \frac{W}{m_{\Pi}}; \quad \varepsilon = -\omega \cdot \frac{T}{2}.$$

A_2 – амплітуда розглянутої гармоніки, поділена на m_{Π} ;

ω – частота розглянутої гармоніки;

Початкові умови: $t = 0$; $z = 0$; $\dot{z} = 0$.

Перетворимо праву частину рівняння (12.3). Тоді

$$z + 2 \cdot n \cdot z + \omega_0^2 \cdot z = A_1 + B_1 \cdot \sin \omega \cdot t + B_2 \cdot \cos \omega \cdot t, \quad (12.4)$$

$$\text{де } B_1 = \frac{A_2}{\sqrt{1 + tg^2 \omega \frac{T}{2}}}; \quad B_2 = -\frac{A_2 \cdot tg \omega \frac{T}{2}}{\sqrt{1 + tg^2 \omega \frac{T}{2}}}.$$

Рішення рівняння (12.4)

$$z = e^{-nt} (c_1 \cdot \cos \omega \cdot t + C_2 \cdot \sin \omega \cdot t) + D_1 + D_2 \cdot \sin \omega \cdot t + D_3 \cdot \cos \omega \cdot t,$$

де D_1, D_2, D_3 – постійні часткового рішення; c_1, c_2 – постійні загального рішення, обумовлені з початкових умов:

$$D_1 = \frac{A_1}{\omega_0^2}; \quad D_2 = \frac{B_1 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) + 2 \cdot n \cdot \omega \cdot B_2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \omega^2},$$

$$D_3 = \frac{B_2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) - 2 \cdot n \cdot \omega \cdot B_1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \omega^2},$$

$$c_1 = \frac{2 \cdot n \cdot \omega \cdot B_1 - B_2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \omega^2} - \frac{A_1}{\omega_0^2};$$

$$c_2 = \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{2 \cdot n^2 \cdot B_1 + 2 \cdot n \cdot \omega \cdot B_2 - (\omega_0^2 - \omega^2)(n \cdot B_2 + \omega \cdot B_1)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \omega^2} - \frac{n \cdot A_1}{\omega_0^3}.$$

Насамперед, нас будуть цікавити випадки, коли $\omega \approx \omega_0$.

Тоді

$$tg \psi \frac{T}{2} = tg \psi_0 \frac{T}{2} = tg \frac{\psi_0 \cdot 2 \cdot p}{2 \cdot \psi_0} = tg p = 0; \quad B_1 = A_2; \quad B_2 = 0.$$

$$D_1 = \frac{A_1}{\omega_0^2}; \quad D_2 = 0; \quad D_3 = -\frac{A_2}{2 \cdot n \cdot \omega_0}; \quad c_1 = -\frac{A_1}{\omega_0^2} + \frac{A_2}{2 \cdot n \cdot \omega_0}; \quad c_2 = \frac{A_2}{2 \cdot \omega_0^2} + \frac{A_1 \cdot n}{\omega_0^3}.$$

Припустимо: $H = 20$ м;

$$m_{\text{п}} = 30000 \text{ кг}; \quad m_{\text{к}} = 30000 \text{ кг};$$

$$T_{\text{к}} = 1 \text{ с}; \quad \psi = 0,3; \quad M_1 = 250 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad M_2 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$\omega_{\text{н}} = 95 \text{ 1/с}; \quad v = 0,5 \text{ м/с}; \quad \eta = 0,9; \quad W = 18000 \text{ Н};$$

Тоді

$$\omega_0 = 6,28 \text{ 1/с}; \quad c = 1200000 \text{ Н/м}; \quad k = 9000 \text{ кг/с};$$

$$n = 0,3 \text{ 1/с}; \quad A_1 = 0,4 \text{ м/с}^2; \quad A_2 = -0,25;$$

$$D_1 = 0,01 \text{ м}; \quad D_2 = 0; \quad D_3 = 0,067 \text{ м};$$

$$c_1 = -0,077 \text{ м}; \quad c_2 = -0,0047 \text{ м}.$$

У такому випадку величина перекидального моменту через коливання при несталому русі висотної конструкції

$$M_{\text{опр}} = H \cdot c \cdot z(t) = 20 \cdot 1200000 [e^{-0,3t} (-0,077 \cos 6,28t - 0,0047 \sin 6,28t) + 0,01 + 0,067 \cos 6,28t] \cdot$$

На рис. 12.4 представлено характер зміни у часі $M_{\text{опр}}$ у процесі розгону крана з розглянутими параметрами.

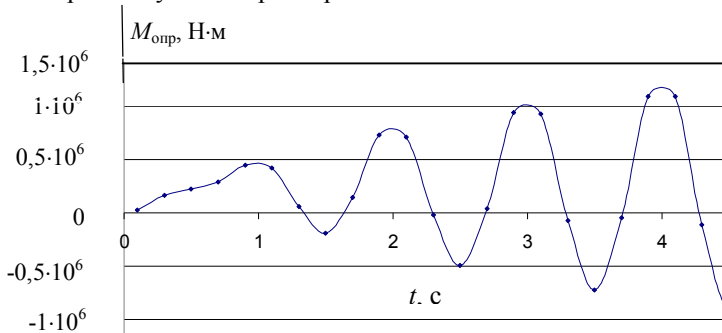


Рисунок 12.4 – Характер зміни у часі $M_{\text{опр}}$

Тут фактор електромеханічного резонанса, пов'язаний зі збігом частоти власних коливань кранової металоконструкції і частоти перемикання реостата, виявився істотно. Хоча, у даному прикладі були відповідно підібрані вихідні дані. Зовсім ясно, що такої картини на практиці ми не одержимо. Однак перевірка за цим фактором має сенс.

При розгляді явища електромеханічного резонансу ми не враховували фактора пульсацій електромагнітного моменту двигуна, тому що частота пульсацій на два порядки вище частот кранової металоконструкції.

При самому несприятливому збігу факторів можна застосувати СОУД, при використанні якої представляється можливим виключити коливання металоконструкції.

Найефективніший шлях – використання приводів з підвищеним числом ступенів перемикання реостатів, завдяки чому різко зменшиться амплітуда періодичної складової тягового зусилля. У значній частині механізмів пересування кранів висотної конструкції доцільно використати короткозамкнені двигуни з гідродинамічними муфтами або з частотним керуванням.

Список літератури

1. Вершинский А.В, Гохберг М.М, Семенов В.П. Строительная механика и металлические конструкции. – Л.: Машиностроение, 1984. – 230 с.
2. Строительная механика. Под ред. А.В.Даркова. – М.: Высшая школа, 1976 – 600 с.
3. Киселев А.М. Строительная механика. М., 1960. – 560 с.
4. Гайдамака В.Ф. Грузоподъемные машины. – К.: Вища школа, 1989. – 328 с.
5. Александров М.П., Колобов Л.Н., Лобов Н.А. и др. Грузоподъемные машины. – М.: Машиностроение, 1986. – 400 с.

Навчальне видання

ГРИГОРОВ Отто Володимирович
ПЕТРЕНКО Надія Олександрівна

БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН

Навчальний посібник

Для студентів вищих навчальних закладів

Роботу до видання рекомендував *В. Г. Дьяченко*

Редактор *О. І. Шпільова*

План 2008 р., поз. 75 / 97-08

Підписано до друку 24.06.08. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний. Riso – друк.

Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 7,4. Наклад 300 прим. 1-й завод 1–150.

Зам. № 251. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХП».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000 р.

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Друкарня НТУ «ХП», 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21