

Р.М. ТРИЦЬ, канд. техн. наук, **И.В. КОВАЛЕНКО**, канд. техн. наук,
В.И. БЕСЦЕННЫЙ, Украинская инженерно-педагогическая академия,
г. Харьков

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКИ ПО КРИТЕРИЮ БИЕНИЯ

Запропонована адекватніша модель радіального і торцевого биття деталей, що обертаються, у з'єднанні, ніж модель Релея. Для моделі знайдені числові характеристики, які дозволять надалі використовувати їх для розв'язання практичних задач.

More adequate model of the radial and butt end beating of the revolved details of connection, than the Reley's model is offered. For a model numerical descriptions which will allow in future to use them for the decision of practical tasks are found.

Введение. Качество продукции в машиностроении оценивается путем количественного определения свойств показателей качества. Выбор показателей качества устанавливает перечень наименований количественных характеристик свойств продукции, входящих в состав ее качества и обеспечивающих оценку уровня качества продукции. Уровень качества продукции определяется относительной характеристикой качества продукции и имеет по характеризующим свойствам следующие группы показателей: назначения, экономного использования сырья, материалов, топлива и энергии, надежности (безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости), эргономические, эстетические, технологичности, транспортабельности, стандартизации и унификации, патентно-правовые, экологические, безопасности [1].

Основным показателем качества токарной обработки является точность размера, точность формы и точность взаимного расположения поверхностей. Под точностью понимается свойство технологического процесса обеспечивать соответствие поля рассеяния значений показателя качества изготовления продукции заданному полю допуска и его расположению. Отсюда следует, что точность характеризует технологический процесс в некоторый фиксированный момент времени, и она является составной частью надежности системы.

Одним из основных показателей точности обработки цилиндрических деталей есть радиальное и торцевое биение. Значительное биение деталей существенно уменьшает долговечность, иногда в сотни раз [2].

1. Закон распределения величин биения. Величина радиального и торцевого биения особенно важна для деталей, работающих при больших скоростях. Радиальное биение поверхности вращения относительно базовой оси является результатом совместного проявления отклонения от круглости

профиля рассматриваемого сечения и отклонение его центра относительно базовой оси. Торцевое биение – результат погрешности формы торцевой поверхности и отклонения центра вращения охватываемой детали. При оценке и прогнозировании на основе статистического анализа качества сборки соединений ГОСТ 27.202-83, технологические системы [3] рекомендуют использовать при биении распределение Релея. Проведенный в работе [4] анализ качества роликов прокатных станков по параметру биения с использованием критерия согласия Пирсона показал, что согласование с распределением Релея отсутствует. Выполненная нами проверка с использованием критерия Пирсона результатов работы [5] по биению плашки также показала, что согласия с распределением Релея нет. Поэтому можно предположить, что распределение Релея не всегда описывает такую случайную величину, как биение. Связано это, на наш взгляд, с тем, что распределение Релея не имеет второго ограничения (справа), для биения – оно не может быть неограниченным.

Из определений радиального и торцевого биения следует, что случайная величина биения зависит от двух случайных величин X и Y . Поэтому случайная величина R положительна и может принимать значения от нуля до какой-то конкретной величины r_b , которую назовем верхним порогом биения. Тогда в плоскости xOy плотность совместного распределения $f(x, y)$ случайной точки $(X; Y)$ зависит только от расстояния $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ точки (x, y) от начала координат $f(x, y) = g(r)$.

Найдем закон распределения расстояния точки $(X; Y)$ от начала координат, т.е. закон распределения функции $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$.

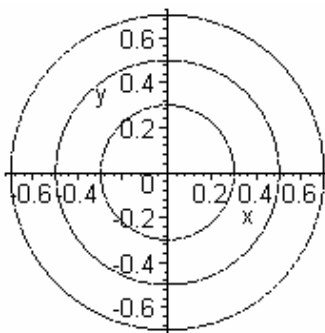


Рис. 1. Линии уровня функции с круговой симметрией $f(x, y) = g(r)$

Для функции $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ линиями уровня служат окружности с центром в начале координат (рис. 1). Поэтому в качестве новых координат удобно выбрать полярные координаты r, φ . Коэффициент искажения равен r, φ , так как $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, j)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial j} & \frac{\partial y}{\partial j} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos j & -r \sin j \\ \sin j & r \cos j \end{vmatrix} = r.$$

На каждой линии $r = \text{const}$ координата φ изменяется от 0 до 2π . Следовательно, плотность распределения расстояния равна

$$f(r) = \int_0^{2\pi} g(r) r \, dj = 2\pi r g(r). \quad (1)$$

В зависимости от распределения точки (X, Y) , в круге получаются различные законы распределения.

Если предположить, что точка $(X; Y)$ имеет круговое нормальное распределение, т.е. среднее значение случайного вектора равно нулю ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma$) и отсутствует зависимость между X и Y , то плотность распределения имеет вид:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}.$$

И тогда

$$f(r) = \frac{2}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}. \quad (2)$$

Формула (2) определяет распределение Релея с функцией распределения

$$F(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad (r > 0). \quad (3)$$

Возможны и другие предположения. Если предположить, что функция $g(r)$ в формуле (1) имеет степенной вид:

$$g(r) = C(r_b - r)^a; \quad (0 \leq r \leq r_b),$$

то плотность распределения $f(r)$ из формулы (1) в точках $r = r_b$ и $r = 0$ равна нулю, что и должно быть из физики процесса биения.

Из условия нормировки плотности распределения $f(r) \int_0^{r_b} f(r) dr = 1$, находим константу C , а затем и саму плотность распределения

$$f(r) = \frac{(2+a)(1+a)}{r_b^{2+a}} r(r_b - r)^a, \quad (a > -1) \quad (4)$$

где r_b – масштабный параметр, α – параметр формы.

Модель (4) принадлежит к кривым Пирсона I типа, что уже частично делает модель (4) близкой к “истинной”.

Найдем функцию распределения случайной величины R

$$\begin{aligned}
 F(r) &= \int_0^{r_b} f(r) dr = \frac{(2+a)(1+a)}{r_b^{2+a}} \int_0^{r_b} r(r_b - r)^a dr = \frac{(1+a)(2+a)}{r_b^{2+a}} \int_0^{r_b} (r - r_b + r_b)(r_b - r)^a dr = \\
 &= \frac{(1+a)(2+a)}{r_b^{2+a}} \left[-\frac{r_b(r_b - r)^{a+1}}{a+1} + \frac{(r_b - r)^{a+2}}{a+2} \right]_0^{r_b} = \\
 &= \frac{1}{r_b^{2+a}} \left[-(a+2)r_b(r_b - r)^{a+1} + (a+1)(r_b - r)^{a+2} + (a+2)r - (a+1)r_b^{a+2} \right] = \\
 &= 1 - \frac{(r_b - r)^{a+1}(r_b + (1+a)r)}{r_b^{2+a}},
 \end{aligned}$$

то есть

$$F(r) = \begin{cases} 0, & r \leq 0 \\ 1 - \frac{(r_b - r)^{a+1}(r_b + (1+a)r)}{r_b^{2+a}}, & 0 \leq r \leq r_b \\ 1, & r \geq r_b \end{cases} \quad (5)$$

2. Числовые характеристики предложенной модели. Предлагаемая модель (5) обладает большим преимуществом над моделями кривых Пирсона I типа, так как она имеет не интегральный вид, как остальные модели кривых Пирсона I типа.

Так как при замене r/r_b на X модель (5) имеет частный случай β -распределения, то для вычисления числовых характеристик достаточно воспользоваться известными числовыми характеристиками β -распределения, помня, что эти характеристики будут иметь множитель r_b в необходимой степени зависимости от характеристики.

Случайная величина имеет β -распределение, если плотность распределения с параметрами α, β ($\alpha > 0, \beta > 0$) имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}, & x \in [0,1] \\ 0 & , x \in [0,1] \end{cases} \quad (6)$$

Начальный момент k-го порядка для распределения (6) выражается

формулой:

$$M_{\xi^k} = \frac{\Gamma(\alpha + k)\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\alpha + \beta + k)},$$

где $\Gamma(x)$ – гамма функция.

Тогда для модели биения (4) начальный момент k -го порядка имеет вид:

$$M(R^k) = \frac{r_b^k (2 + \alpha)(1 + \alpha)\Gamma(k + 2)\Gamma(1 + \alpha)}{\Gamma(k + 3 + \alpha)}. \quad (7)$$

Отсюда математическое ожидание случайной величины R имеет вид:

$$M(R) = \frac{2r_b}{\alpha + 3}, \quad (8)$$

а дисперсия, которая выражается через начальные моменты формулой

$$D(R) = M(R^2) - [M(R)]^2,$$

будет иметь вид:

$$D(R) = \frac{2r_b^2(1 + \alpha)}{(\alpha + 3)^2(\alpha + 4)}. \quad (9)$$

Тогда среднее квадратичное $s(R)$ будет иметь вид:

$$s(R) = \frac{r_b}{(\alpha + 3)} \sqrt{\frac{2(1 + \alpha)}{(\alpha + 4)}}. \quad (10)$$

Отсюда коэффициент вариации V , определяемый по формуле

$$V = \frac{\sigma(R)}{M(R)} = \frac{\sqrt{D(R)}}{M(R)},$$

будет иметь вид:

$$V = \sqrt{\frac{1 + \alpha}{2(4 + \alpha)}}. \quad (11)$$

Коэффициент асимметрии для β -распределения (6) имеет вид:

$$\sqrt{h_1} = \frac{2(\beta - \alpha)\sqrt{1 + \alpha + \beta}}{(2 + \alpha + \beta)\sqrt{\alpha\beta}}.$$

Тогда для модели (4) коэффициент асимметрии определяется по формуле:

$$\sqrt{h_1} = \frac{2(\alpha - 1)\sqrt{4 + \alpha}}{(5 + \alpha)\sqrt{2(\alpha + 1)}}. \quad (12)$$

Коэффициент эксцесса для β -распределения (6) определяется формулой:

$$h_2 = \frac{6[(\alpha - \beta)^2(\alpha + \beta + 1) - \alpha\beta(\alpha + \beta + 2)]}{\alpha\beta(\alpha + \beta + 2)(\alpha + \beta + 3)} + 3,$$

тогда для модели (4) коэффициент эксцесса имеет вид:

$$h_2 = \frac{6(a + 4)(a^2 + 2a + 3)}{(a + 1)(a + 5)(a + 6)}. \quad (13)$$

Найдем моду модели (5). Для этого найдем производную функции плотности (4)

$$\begin{aligned} f'(r) &= \frac{(2+a)(1+a)}{r_b^{2+a}} ((r_b - r)^a - ar(r_b - r)^{a-1}) = \\ &= \frac{(2+a)(1+a)(r_b - r)^{a-1}}{r_b^{2+a}} (r_b - (1+a)r). \end{aligned}$$

Тогда мода модели (5) определяется выражением:

$$r_{\text{mod}} = \frac{r_b}{1+a}. \quad (14)$$

Медиана случайной величины R модели (5) может быть найдена из решения уравнения относительно r

$$r_{\text{mod}} = \frac{(r_b - r)^{a+1}(r_b + (1+a)r)}{r_b^{a+2}} = \frac{1}{2}. \quad (15)$$

Найденные числовые характеристики для модели (5) позволят в дальнейшем использовать их для решения как практических, так и чисто теоретических задач (рис.2, 3).

Выводы.

1. Предложена более адекватная модель радиального и торцевого биения вращающихся деталей соединения (5), чем модель Релея (3).

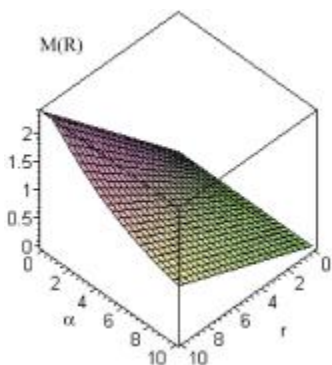


Рис. 2. Зависимость математического ожидания $M(R)$ от верхнего порога r_b и параметра формы a

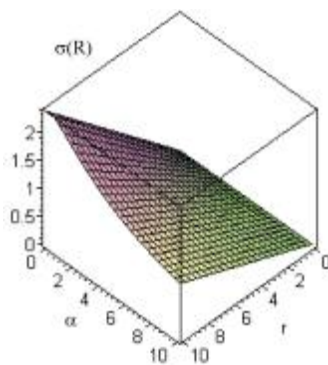


Рис. 3. Зависимость среднего квадратичного отклонения случайной величины R от верхнего порога r_b и параметра формы a

2. Найденные числовые характеристики для модели (5) позволят в дальнейшем использовать их для решения практических задач.

Список литературы: 1. Гиссин В.И. Управление качеством (2-е издание) – Москва: ИКЦ “Март”, Ростов – н/Д. – 2003. – 400 с. 2. Ламнауэр Н.Ю., Триц Р.М. Модель поля рассеивания погрешности геометрической формы и ошибки взаимного расположения поверхностей // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Технології в машинобудуванні. – Харків: НТУ „ХПІ”. – 2004. – № 44. – С.106 – 110. 3. Технологические системы. Методы оценки надежности по параметрам качества изготавливаемой продукции. ГОСТ 27.202-83. М.: 1984, – 50 с. 4. Коваленко В.Н., Кудрявцева А.А. Исследование радиального биения втулок при обработке на токарно-винторезном станке с ЧПУ // Студенческий научно-технический журнал. ДНТУ – 2000. – № 1. 5. Длин Л.М. Математическая статистика в технике. –М.: Советская наука, 1958. – 466 с.

Поступила в редакцию 11.05.06