

**О.П. ІВАНІЦЬКАЯ**, канд. техн. наук, доц., НТУ “ХПІ”

## **ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРАВЛІЧНИХ МОДУЛІВ З ВЕРТИКАЛЬНИМ ГІДРАВЛІЧНИМ ЦИЛІНДРОМ**

Уся різноманітність гідравлічних дросельних приводів з вертикальним гідравлічним циліндром може бути зведена до 16 гідравлічних модулів залежно від напрямку руху поршня, напрямку дії навантаження, наявності або відсутності дроселя (або регулятора витрати) і розташування його в напірній або зливній магістралях. Наведені математичні моделі 16 основних типів гідравлічних модулів з вертикальним гідравлічним циліндром, шток якого орієнтований униз.

Все разнообразие гидравлических дросельных приводов с вертикальным гидравлическим цилиндром можно свести к 16 гидравлическим модулям в зависимости от направления движения поршня, направления действия нагрузки, наличия или отсутствия дросселя (или регулятора расхода) и расположения его в напорной или сливной магистралях. Приведены математические модели 16 основных типов гидравлических модулей с вертикальным гидравлическим цилиндром, шток которого ориентирован вниз.

All variety of hydraulic throttle drives with the vertical hydraulic cylinder can be reduced to 16 hydraulic modules depending on a direction of movement of the piston, a direction of action of loading, presence or absence of a throttle (or a regulator of the charge) and its arrangements in pressure head or drain highways. Mathematical models 16 of the basic types of hydraulic modules with the vertical hydraulic cylinder which rod is focused downwards are resulted.

**Вступ.** Питання математичного модулювання гідравлічних систем є актуальним, тому що гідрофіковані машини застосовуються у всіх галузях життєдіяльності і кожна з них є унікальною.

**Мета статті.** Метою даної статті є розробка математичних моделей для робочого процесу гідравлічних модулів з вертикальним одноштоковим гідравлічним циліндром (ГЦ), шток якого орієнтований униз.

**Поняття гідравлічного модуля.** Будемо вважати, що будь-яку гідравлічну схему можна представити у вигляді гідравлічного блоку (модуля), який складається з: ГЦ; гідравлічного розподільника (у загальному випадку двопозиційного чотирьох лінійного); дроселя зі зворотним клапаном; напірної магістралі, з'єднаної з насосом; зливальної магістралі, з'єднаної з баком (див. модуль № 1 – 16 табл.) [1, 2].

Використовуючи поняття гідравлічного модуля, усі наявні гідравлічні схеми з вертикальним одноштоковим ГЦ можливо звести до 16 гідравлічних модулів. Перші чотири модулі здійснюють втягування штока ГЦ. При цьому розподільник перебуває в лівій робочій позиції (див. табл.). Навантаження спрямоване нагору. Гідравлічні модулі з п'ятого по восьмий (див. табл.) здійснюють висування штока ГЦ. Розподільник при цьому перебуває в правій робочій позиції. Навантаження спрямоване нагору.

Математичні моделі гідравлічних модулів з вертикальним ГЦ  
(шток орієнтований униз)

	Гідравлічна схема модуля	Математична модель модуля
1		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}}(p_n - p_1) - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( -\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
2		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu f d \sqrt{\frac{2}{\rho}}(p_n - p_1) - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( -\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
3		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}}(p_n - p_1) - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( -\mu f d \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
4		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu f d_1 \sqrt{\frac{2}{\rho}}(p_n - p_1) - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( -\mu f d_2 \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$

5		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_1 + V F_s) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( \mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_2) - V F_n \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
6		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_1 + V F_s) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( \mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_2) - V F_n \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
7		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_1 + V F_s) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( \mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_2) - V F_n \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
8		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_1 + V F_s) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left( \mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_2) - V F_n \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$

9		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} (p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_1) - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( -\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{aligned} \right.$
10		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} (p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_1) - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( -\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{aligned} \right.$
11		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} (p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_1) - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( -\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{aligned} \right.$
12		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} (p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_1) - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( -\mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{aligned} \right.$

Продовження табл.

13		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_1 + V F_s) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( \mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_2) - V F_n \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{aligned} \right.$
14		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_1 + V F_s) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( \mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_2) - V F_n \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{aligned} \right.$
15		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (-\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_1 + V F_s) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( \mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_2) - V F_n \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{aligned} \right.$
16		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (-\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_1 + V F_s) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left( \mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n - p_2) - V F_n \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{aligned} \right.$

Гідравлічні модулі з дев'ятого по дванадцятий здійснюють втягування штока ГЦ. При цьому розподільник перебуває в лівій робочій позиції (див. табл.). Навантаження спрямоване вниз.

Гідравлічні модулі із тринадцятого по шістнадцятий (див. табл.) здійснюють висування штока ГЦ. Розподільник при цьому перебуває в правій робочій позиції. Навантаження спрямоване вниз.

Розглянуті гідравлічні модулі із вертикальним одноштоковим ГЦ (шток орієнтований униз) мають наступні особливості схеми (див. табл.):

- модуль №1: шток втягується, дроселі відсутні, навантаження спрямоване нагору;
- модуль №2: шток втягується, дросель установлений у напірній магістралі, навантаження спрямоване нагору;
- модуль №3: шток втягується, дросель установлений у зливній магістралі, навантаження спрямоване нагору;
- модуль №4: шток втягується, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, навантаження спрямоване нагору;
- модуль №5: шток висувається, дроселі відсутні, навантаження спрямоване нагору;
- модуль №6: шток висувається, дросель установлений у напірній магістралі, навантаження спрямоване нагору;
- модуль №7: шток висувається, дросель установлений у зливній магістралі, навантаження спрямоване нагору;
- модуль №8: шток висувається, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, навантаження спрямоване нагору;
- модуль №9: шток втягується, дроселі відсутні, навантаження спрямоване вниз;
- модуль №10: шток втягується, дросель установлений у напірній магістралі, навантаження спрямоване вниз;
- модуль №11: шток втягується, дросель установлений у зливній магістралі, навантаження спрямоване вниз;
- модуль №12: шток втягується, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, навантаження спрямоване вниз;
- модуль №13: шток висувається, дроселі відсутні, навантаження спрямоване вниз;
- модуль №14: шток висувається, дросель установлений у напірній магістралі, навантаження спрямоване вниз;
- модуль №15: шток висувається, дросель установлений у зливній магістралі, навантаження спрямоване вниз;
- модуль №16: шток висувається, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, навантаження спрямоване вниз.

**Математичні моделі гідравлічних модулів з вертикальним гідравлічним циліндром.** При побудові математичних моделей будемо використовувати наступні припущення [3]: відсутні витоки робочої рідини (РР); сухе тертя дорівнює нулю; хвильові процеси в трубопроводах відсутні; температура РР постійна (тобто постійними вважаємо коефіцієнти кінематичної в'язкості й сили тертя); втрати на тертя в магістралях і зворотному клапані, розподільнику й іншій апаратурі не враховуються; тиск у зливній магістралі дорівнює нулю; радіальний зазор між втулкою й золотником у золотникових розподільниках приймаємо рівним нулю; робочі кромки вважаємо гострими; приймаємо постійним  $E$  – модуль пружності РР.

1. *Рівняння нерозривності.* Рівняння нерозривності виражає закон збереження маси рідини, що рухається. Для двох поперечних перерізів того самого потоку ідеальної рідини рівняння нерозривності можна записати у вигляді:

$$Q_1 = Q_2 \quad \text{або} \quad V_1 S_1 = V_2 S_2, \quad (1)$$

де  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  – витрати, швидкості РР й площі поперечних перерізів 1-1 і 2-2.

Так, наприклад, для гідравлічної системи із дросельним способом регулювання швидкості (модуль 3, табл.) при лівій робочій позиції розподільника рівняння нерозривності має вигляд:

$$Q_n = Q_{p1} = Q_{u1}; \quad Q_{u2} = Q_{op} = Q_{p2} = Q_o, \quad (2)$$

де  $Q_n$  – витрата насоса;  $Q_{p1}$ ,  $Q_{p2}$  – витрата через розподільник;  $Q_{u1}$  – витрата штокової порожнини ГЦ;  $Q_{u2}$  – витрата поршневої порожнини ГЦ;  $Q_{op}$  – витрата через дросель;  $Q_o$  – витрата, що надходить із ГЦ через розподільник у бак.

2. *Рівняння динаміки* виконавчого органа гідравлічного приводу, що описує рух поршня як твердого тіла, відповідно до законів механіки, а саме на основі принципу Даламбера (згідно з яким сила інерції дорівнює різниці активних сил і сил опору), запишемо у вигляді:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = p_1 F_n - (p_2 F_s + R + R_t), \quad (3)$$

де  $m$  – приведена до поршня маса рухливих частин і РР;  $p_1, p_2$  – тиск у порожнинах гідроциліндра;  $F_n, F_s$  – ефективні площі поршня поршневої і штокової порожнин ГЦ;  $R$  – навантаження;  $R_t$  – сили тертя;  $y$  – переміщення поршня.

При усталеному русі або стані спокою рухливого елемента рівняння (3) перетвориться в рівняння балансу сил, що діють на рухливий елемент (рівняння рівноваги сил):

$$p_1 F_n = (p_2 F_s + R + R_t). \quad (4)$$

3. Рівняння витрат РР через апаратуру. Для ГЦ з урахуванням стисливості РР, рівняння витрати, наприклад, для модуля 3 табл. має вигляд:

$$Q_{ц1} = F_n V + \frac{(W_{01} + F_n y)}{E} \frac{dp_1}{dt}; \quad Q_{ц2} = F_s V - \frac{(W_{02} - F_s y)}{E} \frac{dp_2}{dt}, \quad (5)$$

де  $V$  – швидкість поршня;  $W_{01}, W_{02}$  – початковий об'єм РР у порожнинах ГЦ.

Для гідравлічної апаратури, у якій відбувається дроселювання РР (дроселі, розподільники), рівняння витрати має вигляд:

$$Q_{др} = \mu f_d \sqrt{2\Delta p / \rho}, \quad Q_p = \mu \pi d_z x_z \sqrt{2\Delta p / \rho}, \quad (6)$$

де  $Q_{др}$ ,  $Q_p$  – витрата через дросель та розподільник;  $\mu$  – коефіцієнт витрати;  $f_d$  – площа прохідного перетину дроселя;  $\Delta p$  – перепад тиску на щілині гідроапаратури;  $\rho$  – густина РР;  $d_z$  – діаметр золотника розподільника;  $x_z$  – величина відкриття вікна розподільника.

У табл. наведені математичні моделі гідравлічних модулів з вертикальним одноштоковим ГЦ (шток орієнтований униз), які складені на підставі розглянутих вище рівнянь нерозривності, руху рухливих елементів і рівнянь витрати через гідравлічну апаратуру.

**Висновки.** Усе різноманіття гідравлічних дросельних приводів з вертикальним одноштоковим ГЦ (шток орієнтований униз) можна звести до 16 типових гідравлічних модулів залежно від напрямку руху штока, напрямку дії навантаження, наявності дроселя (або регулятора витрати) і розташування його в напірній або зливній магістралях.

Для опису робочого процесу гідравлічних приводів використовуються основні види рівнянь: нерозривності; руху рухливих елементів; витрат рідини через апаратуру.

Наведені математичні моделі 16 основних гідравлічних модулів з вертикальним одноштоковим ГЦ (шток орієнтований униз).

**Список літератури:** 1. *Иваницкая Е.П.* К вопросу о типизации гидравлических приводов // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2009. – № 4 / 10 (40). – С. 37 – 40. 2. *Иваницкая Е.П.* Математические модели гидравлических модулей с вертикальным гидравлическим цилиндром // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2009. – №5 / 6 (41). – С. 38 – 41. 3. *Лур'є З.Я., Іваницька О.П.* Моделювання та динаміка гідравлічних систем: Навчальний посібник. – Харків: ХДПУ, 2000. – 132 с.

Надійшла до редколегії 29.03.2011