

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
по курсам:
«ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ»
и «ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»
для студентов специальностей 7.080401 и 7.080202

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета
Протокол № 2 от 02. 06. 2004 г.

ХАРЬКОВ НТУ «ХПИ» 2004

Лабораторный практикум по курсам: «Программное обеспечение проектирования процессов и систем управления» и «Цифровые системы управления» для студентов специальностей 7.080401 и 7.080202 / Сост. Э.Г. Чайка, Л.В. Шипулина. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2004.–76 с.

Составители: Э.Г. Чайка,
 Л.В. Шипулина

Рецензент: В.Б. Успенский

Кафедры: «Автоматизированные системы управления»
 «Системы и процессы управления»

Цель лабораторных работ – освоение методов исследования устойчивости и качества переходных процессов в импульсных системах автоматического управления. В теоретическом и методическом отношении эти методы базируются на использовании Z -преобразования, математического моделирования и решения разностных уравнений. Лабораторные работы предназначены для студентов специальностей 7.080401 и 7.080202.

The purpose of laboratory work - development of methods investigation of the stability and quality of transients in pulsed systems of automatic control. In the theoretical and methodological point of view, these methods are based on the use of Z -transform, mathematical modeling and solution of difference equations. Laboratory work designed for students 7.080401 and 7.080202 specialties.

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. Решетчатые функции и Z-преобразование.	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. Основные теоремы Z-преобразования. Специальное Z-преобразование и его свойства	11
2.1. Основы дискретного преобразования Лапласа и Z-преобразование	11
2.2. Основные теоремы Z-преобразования	14
2.3. Специальное Z-преобразование и его свойства	18
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. Импульсный элемент и его моделирование. Передаточные функции разомкнутых импульсных цепей	24
3.1. Краткое описание пакета прикладных программ VisSim	24
3.2. Импульсный элемент и его моделирование	27
3.3. Передаточные функции разомкнутых импульсных цепей	29
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. Передаточные функции замкнутых импульсных систем	37
4.1. Определение дискретной ПФ для замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала рассогласования	37
4.2. Определение выходного сигнала для замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала в цепи обратной связи	39
4.3. Определение дискретной ПФ для замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала рассогласования и в цепи обратной связи.	40
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. Исследование устойчивости импульсных систем	44
5.1. Исследование динамических характеристик простейшей импульсной следящей системы	44
5.2. Исследование устойчивости импульсной системы автоматического сопровождения цели по дальности импульсной радиолокационной станции	49
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. Исследование качества переходных процессов в импульсных системах	55
6.1. Исследование качества переходных процессов системы автоматического сопровождения цели по дальности	55
6.2. Интегральная квадратичная оценка качества и параметрическая оптимизация системы	58
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7. Решение разностных уравнений с исполь- зованием Z-преобразования средствами пакетов СС и VisSim	62
7.1. Исследование систем с помощью пакета Program СС	62
7.2. Исследование систем с помощью пакета VisSim	66
Список литературы	76

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

РЕШЕТЧАТЫЕ ФУНКЦИИ И Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Неотъемлемой частью импульсных систем автоматического управления является импульсный элемент. Выходной сигнал импульсного элемента определяется значениями входного сигнала $g(t)$ в дискретные равноотстоящие моменты времени $t = nT$, где $n = 0, 1, 2, \dots$, т.е. последовательностью $g(nT)$, называемой решетчатой функцией.

Целью лабораторной работы является построение решетчатых функций для различных входных сигналов $g(t)$, а также ознакомление с Z-преобразованием, используемым для анализа работы импульсных систем. При выполнении работы используется пакет прикладных программ Program CC [1].

Пакет Program CC (CC – начальные буквы слов Classical Control – классическая теория управления) предназначен для анализа динамических объектов и включает программы решения практически всех задач анализа динамики линейных моделей и отдельных вопросов синтеза элементов САУ.

Допускаемые пакетом Program CC объекты исследования могут быть представлены в одной из следующих форм:

- линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами;
- линейное разностное уравнение с постоянными коэффициентами;
- система линейных дифференциальных (или разностных) уравнений с постоянными коэффициентами.

В первом случае в качестве стандартной формы описания принято изображение по Лапласу (transfer function – функция-изображение или передаточная функция (ПФ)) функции $g(t)$, которое обозначается символом $g(s)$ (или любой другой буквой), во втором случае – Z-изображение $g(z)$. В третьем случае используется векторно-матричная форма записи дифференциального уравнения и представления его соответствующими матрицами коэффициентов a, b, c, d .

Следует отметить, что в этой версии программы CC различаются большие и малые литеры.

Для входа в пакет Program CC надо щелкнуть дважды по ярлыку программы, для выхода из пакета выбрать в главном меню File=>Exit.

Для построения решетчатых функций и ознакомления с Z-преобразованием средствами пакета прикладных программ Program CC необходимо выполнить следующее:

1. Для входного сигнала $g_1(t) = t$ задать его изображение по Лапласу $g_1(s) = 1/s^2$

Для этого необходимо ввести $g_1(s)$ с помощью программы enter. В диалоговом окне function enter указать имя функции g_1 (Output parameters), число полиномов в числителе (numerator) и знаменателе (denominator) и коэффициенты полиномов, разделенные запятыми, а затем нажать кнопку Ok.

В командном окне появится сообщение о выполненной операции, после чего командой `CC>g1` функция выводится на экран:

`CC>enter` `CC>g1=enter(1,0,1, 1,2,1,0,0)` `CC>g1` $g1(s) = \frac{1}{s^2}$

2. Определить оригинал для $g1(s)$ в аналитическом виде

Обратное преобразование Лапласа для функции-изображения $g1(s)$, т.е. отыскание оригинала, производится при помощи программы `ilt` (inverse laplace transform), вызов и результат работы которой выглядят следующим образом:

`CC>ilt(g1)` $g1(t) = t \text{ for } t \geq 0$

3. Определить оригинал для $g1(s)$ в графическом виде

Для этого используется программа `time`, которая строит график реакции объекта на единичное ступенчатое воздействие, т.е. график обратного преобразования Лапласа для функции $g(s)*(1/s)$, где $1/s$ – изображение по Лапласу единичного скачка $1(t)$. В виду этого для построения графика оригинала $g1(s)$ необходимо умножить $g1(s)$ на s , чтобы в стандартной программе `time` устранить задаваемое единичное воздействие с изображением $1/s$: `CC>time(g1*s)`.

Результат выполнения программы `time` представлен на рис. 1.1.

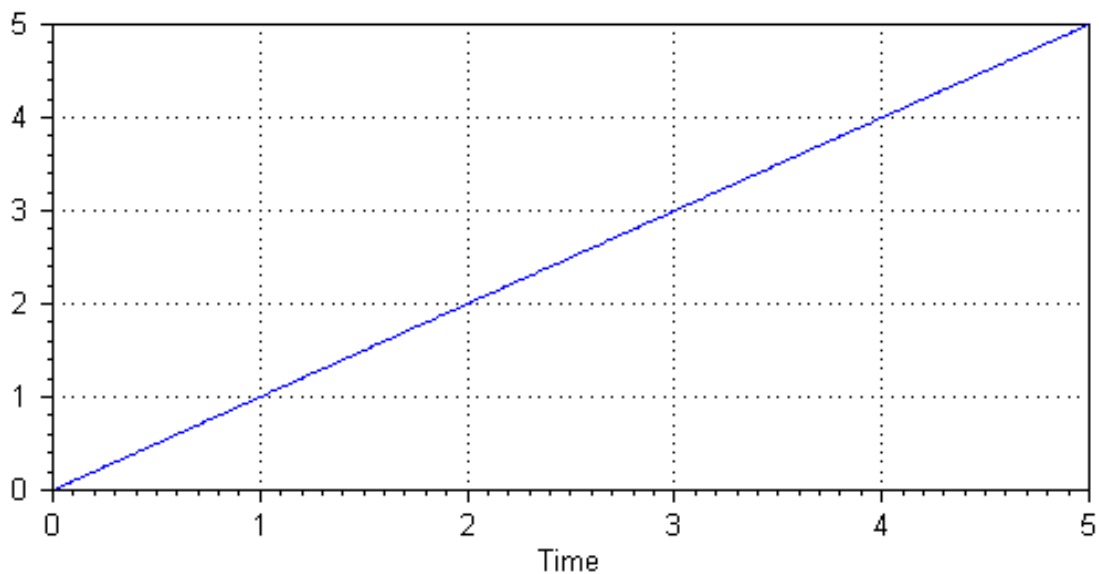


Рисунок 1.1

При необходимости изменения графического изображения (например, приведения рисунка 1.1 к виду рисунка 1.2) необходимо щелкнуть на графике правой кнопкой мыши (ПКМ) и выбрать опцию `Change` (изменить) – при этом открывается окно `Plot options`.

В окне `Plot options` выбрать переключатель `xAxis` и установить минимальное (`Min=0`), максимальное (`Max=1`) значение по оси x , цену деления (`Div=0.2`) и количество делений (`#Divs=5`), затем сделать то же самое для оси y (переключатель `yAxis`).

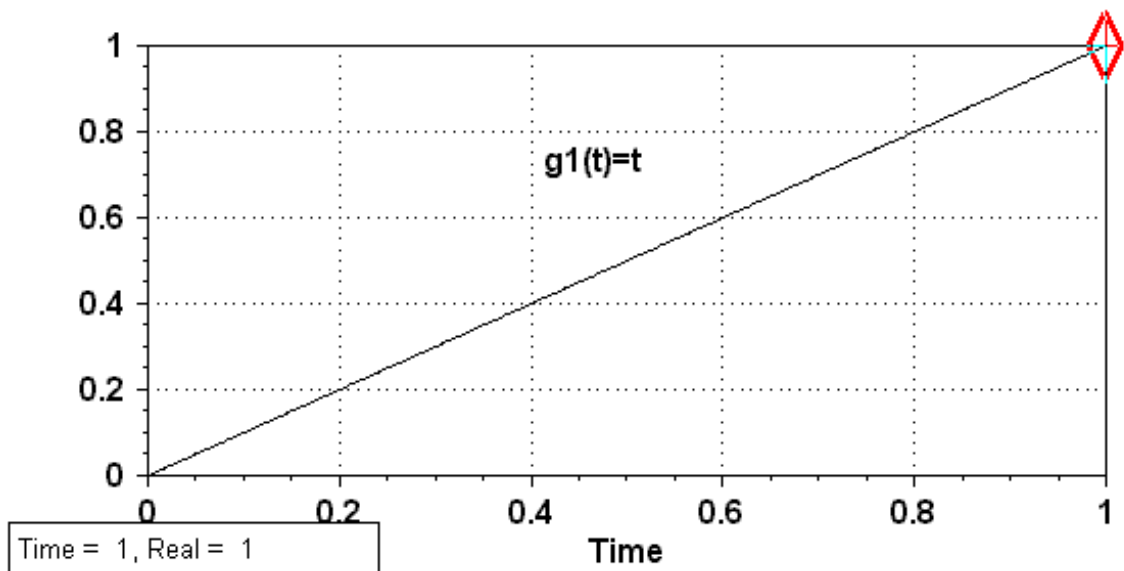


Рисунок 1.2

Нажать кнопку Apply и посмотреть на изменения графика – это нужно делать после каждого действия в окне Plot options. Для изменения шрифта выбрать переключатель Font, нажать кнопку Change font и выбрать шрифт Arial, размер 12, начертание полужирный (Bold). Для нанесения текста выбрать переключатель Text и в окне Add new text ввести $g1(t)=t$. Для изменения местоположения текста щелкнуть по нему на графике левой кнопкой мыши (ЛКМ) – вокруг текста появится пунктирная рамка – и, не отпуская ЛКМ, переместить рамку в нужное место. Для изменения цвета линии выбрать переключатель Lines, из раскрывающегося списка цвета (Color) выбрать черный цвет (Black), стиль линии (Line Style) – сплошная (Solid) и нажать кнопку Ok, чтобы закрыть окно Plot options.

Щелкнуть на графике ПКМ и выбрать опцию Axis Cursor (указатель координат точки на рисунке). Для вывода курсора можно также нажать на крайней справа пиктограмме на панели инструментов, которая имеет две позиции. Первая позиция – черный крест – позволяет перемещаться по всей области рисунка, вторая позиция – красный кружок – позволяет перемещаться только по графику. Нажать один или два раза на кнопку «курсор», добиться появления красного кружка и щелкнуть по рисунку в любом месте – курсор займет свое место на графике: точка будет отмечена ромбом красного цвета, а ее координаты указываются в рамке внизу рисунка. На полученном графике рис.1.2 можно, используя курсор, найти значения функции $g1(t)$ для различных моментов времени.

Указание: для сохранения графика следует нажать кнопку figure (4-я справа на панели инструментов).

4. Преобразовать $g1(s)$ из аналоговой формы в дискретную $g1(z)$

Для исследования дискретных объектов необходимо сформировать Z-изображение $g1(z)$ по $g1(s)$, что можно сделать при помощи программы convert: `CC>convert`. В открывшемся окне function convert ввести функцию

g1 аналоговой системы (Analog system), функцию g11 дискретной системы (Digital system), опцию 7 специального Z-преобразования (sample equivalence) и период квантования 0.1 (Sample period, T=0.1 с.). Следует отметить, что названия функций можно задавать любыми буквами, а не только буквой g, как требовалось в версии 3 пакета CC (DOS), но для преемственности будем использовать букву g с указанием номера, например, g11. Нажав кнопку Ok, чтобы закрыть окно function convert, получим сообщение о выполненной операции и выведем на экран функцию g11:

$$\text{CC>g11=convert(g1,7,0.1)} \quad \text{CC>g11} \quad g11(z) = \frac{0.1z}{(z-1)^2}.$$

Для вывода функции g11 можно также воспользоваться командой
 CC>g11=convert(g1,7,0.1), g11.

5. Определить обратное Z-преобразование (оригинал) функции g11(z)

Оригинал функции g11(z) представляется в виде решетчатой функции для периода квантования T = 0.1 с. при помощи программы izt, вызов и результат работы которой выглядят следующим образом:

$$\text{CC>izt(g11)} \quad g11(n) = (0.1n + 0.1) \text{ for } n \geq 0.$$

Если сравнить полученный результат с приведенным для функции g1 в таблице 1.1, то очевидно присутствие лишней константы 0.1, что свидетельствует об ошибке в пакете Program CC; однако, несмотря на ошибку, график оригинала строится правильно. Ошибка в программе izt имеет место и для функций g2, g3 и g5, а для остальных функций: g4, g6–g8 ошибок в вычислении нет. Таким образом при применении программы izt необходимо дополнительно проверять результат с помощью других методов.

6. Определить оригинал для g11(z) в графическом виде

Для построения импульсной переходной функции (ИПФ) необходимо умножить ПФ дискретного объекта g11(z) на (z-1)/z, чтобы в стандартной программе time устранить задаваемое единичное воздействие для дискретного объекта с изображением z/(z-1): CC>time(g11*(z-1)/z).

Результат выполнения программы time будет иметь такой же вид, как на рис. 1.2, так как программа рисования соединяет вычисленные точки прямыми линиями. Однако, если с помощью курсора перемещаться по графику, то станет очевидно, что шаг перемещения равен периоду квантования 0.1 с., в то время как на графике рис 1.2 для g1(t) перемещение происходило с гораздо меньшим шагом. Для правильного представления решетчатой функции необходимо в окне Plot options произвести следующие изменения: выбрать переключатель Lines, установить стиль линии – Spikes (пики), символ (Symbol) – точка (Point) и нажать кнопку Apply. Кроме этого ввести значения по осям и шрифт аналогично тому, как это делалось для рис. 1.2, и текст: g1(nT)=nT. После внесения всех изменений график будет иметь вид, представленный на рис. 1.3.

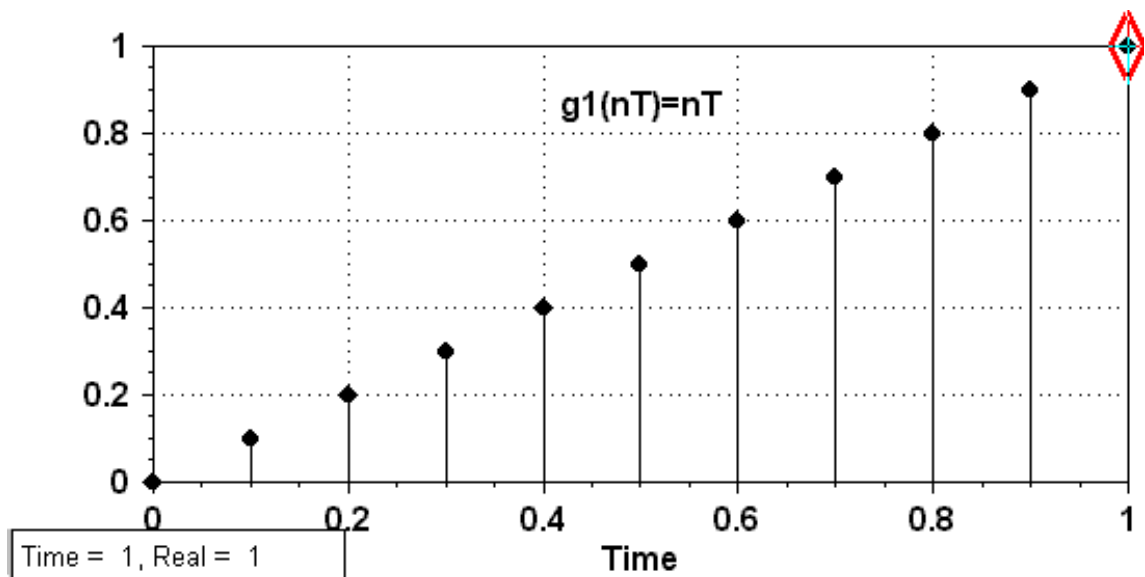


Рисунок 1.3

Решетчатая функция может быть представлена и в другом виде – как ступенчатая функция (рис 1.4). Для этого необходимо выбрать переключатель Lines, установить стиль линии – Stair steps (ступень лестницы), символ – точка и нажать кнопку Apply.

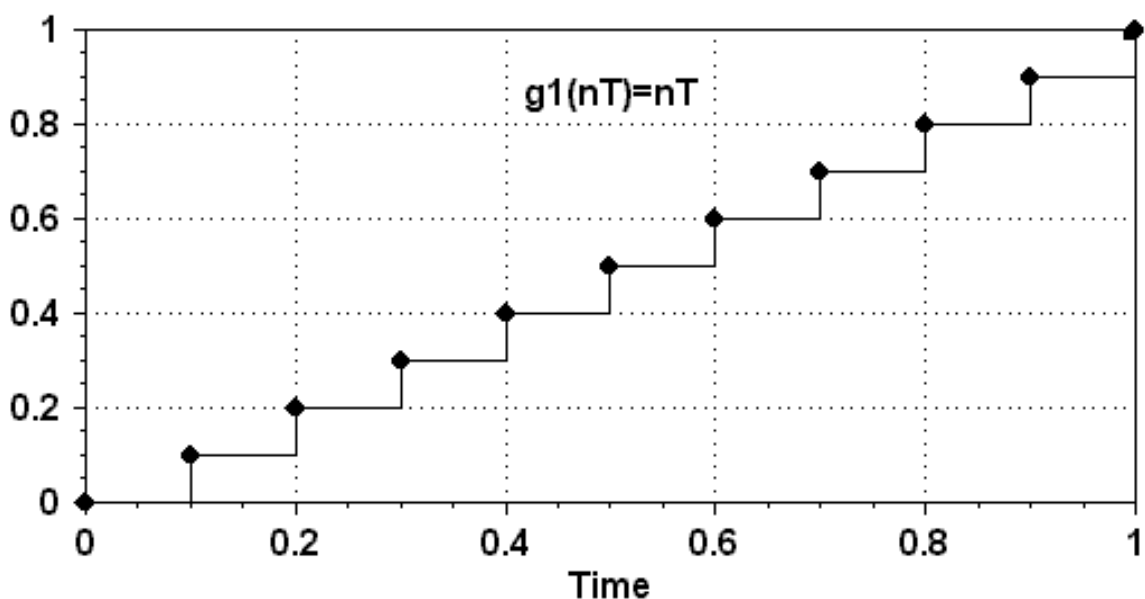


Рисунок 1.4

На полученном графике, используя курсор, можно найти значения функции $g1(nT)$ для различных моментов времени.

С помощью команды `CC>time(g11*(z-1)/z, g1*s)` можно построить одновременно два графика: $g1(nT)$ – оригинал функции $g11(z)$ и $g1(t)$ – оригинал функции $g1(s)$. Первоначальный вид графика будет аналогичен рис 1.2. Для приведения графика к виду рис. 1.5 необходимо выполнить следующее: выбрать переключатель Lines, установить цвет черный, стиль линии – сплошная (Line 2 для $g1$), нажать кнопку Previous Line (Line 1 для $g11$)

и установить цвет черный, стиль линии – ступенчатый, символ – точка и нажать кнопку Apply. Изменения значений по осям и шрифта такие же, как были описаны ранее.

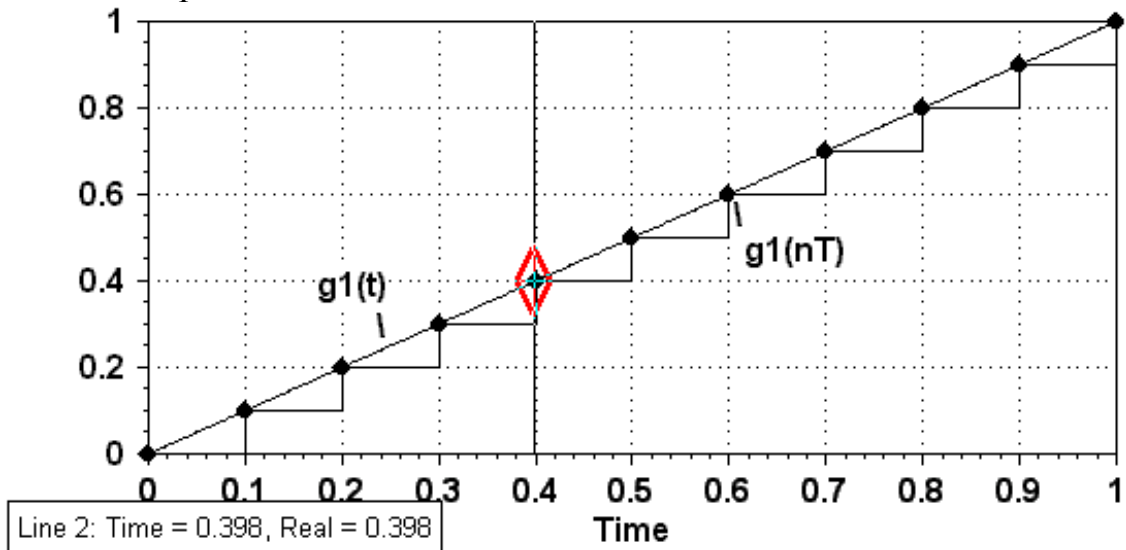


Рисунок 1.5

Для построения решетчатой функции при другом периоде квантования T необходимо повторить п. 4 при другом периоде квантования, а затем построить новый график (п. 6).

7. Аналогично построить решетчатые функции, найти Z-преобразование и оригиналы других функций, для которых ниже приведена таблица соответствий – таблица 1.1 [7]. В вычислительных экспериментах принять $\alpha = 2$, $b = 2$, $T = 0.1$ с.

Таблица 1.1 (таблица соответствий)

gi	Gi(s)	g(t)	g(nT)	Gj(z)
1	2	3	4	5
g1	$\frac{1}{s^2}$	t	nT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
g2	$\frac{1}{s}$	1(t)	1(nT)	$\frac{z}{z-1}$
g3	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2}$	$\frac{(nT)^2}{2}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
g4	$\frac{1}{s \mp \alpha}$	$e^{\pm \alpha t}$	$e^{\pm \alpha nT}$	$\frac{z}{z - e^{\pm \alpha T}}$
g5	$\frac{\alpha}{s(s+\alpha)}$	$1 - e^{-\alpha t}$	$1 - e^{-\alpha nT}$	$\frac{(1 - e^{-\alpha T})z}{(z-1)(z - e^{-\alpha T})}$

1	2	3	4	5
g6	$\frac{b}{s^2 + b^2}$	Sin bt	Sin bnT	$\frac{z \text{Sin } bT}{z^2 - 2z \text{Cos } bT + 1}$
g7	$\frac{s}{s^2 + b^2}$	Cos bt	Cos bnT	$\frac{z^2 - z \text{Cos } bT}{z^2 - 2z \text{Cos } bT + 1}$
g8	$\frac{b}{(s + \alpha)^2 + b^2}$	$e^{-\alpha t} \text{Sin } bt$	$e^{-\alpha nT} \text{Sin } bnT$	$\frac{z e^{-\alpha T} \text{Sin } bT}{z^2 - 2z e^{-\alpha T} \text{Cos } bT + e^{-2\alpha T}}$
g9	$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + b^2}$	$e^{-\alpha t} \text{Cos } bt$	$e^{-\alpha nT} \text{Cos } bnT$	$\frac{z^2 - z e^{-\alpha T} \text{Cos } bT}{z^2 - 2z e^{-\alpha T} \text{Cos } bT + e^{-2\alpha T}}$

Индивидуальное задание по лабораторной работе 1

Для заданного преподавателем варианта выполнить пп.1–6, представить результаты в отчете, указать цель лабораторной работы и сделать выводы по результатам ее выполнения. Исходные данные – в таблице 1.2.

Таблица 1.2

№ варианта	Функция	Коэффициент α	Коэффициент b	Период квантования T , с.
1	g4	0.6		0.2
2	g5	1		0.4
3	g6		0.4	0.1
4	g7		0.5	0.3
5	g8	1.2	0.2	0.7
6	g9	0.5	0.7	0.9
7	g4	1.4		0.5
8	g5	0.6		0.6
9	g6		0.8	0.2
10	g7		0.9	0.5
11	g8	0.8	1	0.4
12	g9	0.4	1.2	0.1
13	g4	0.5		0.8
14	g5	0.2		0.3
15	g6		1.4	0.3
16	g7		1.5	0.4
17	g8	0.6	1.6	0.5
18	g9	0.7	1.8	0.2
19	g4	0.2		0.4
20	g5	0.3		0.1

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2
ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.
СПЕЦИАЛЬНОЕ Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И ЕГО СВОЙСТВА

Целью лабораторной работы является изучение наиболее важных теорем Z-преобразования и свойств специального Z-преобразования с помощью пакета прикладных программ Program CC.

2.1. Основы дискретного преобразования Лапласа и Z-преобразовании

Операцию дискретного преобразования Лапласа решетчатой функции $g(nT)$ будем обозначать символом $D\{g(nT)\}$. Для дискретного изображения Лапласа решетчатой функции $g(nT)$ введем обозначение $G^*(s)$.

Дискретное изображение несмещенной решетчатой функции определяется выражением [2 – 4]

$$G^*(s) = D\{g(nT)\} = \sum_{n=0}^{\infty} g(nT) e^{-s nT} \quad (2.1)$$

Для смещенной решетчатой функции $g(nT+\sigma T)$, где $0 < \sigma < 1$, по аналогии с (2.1) запишем

$$G^*(s, \sigma) = D\{g(nT+\sigma T)\} = \sum_{n=0}^{\infty} g(nT + \sigma T) e^{-s nT} \quad (2.2)$$

Поскольку изображение $G^*(s)$ является рациональной функцией e^{sT} , то оказывается удобным ввести обозначение $e^{sT} = z$ и рассматривать изображение как функцию новой переменной z . Заменяя в (2.1), (2.2) e^{sT} на z и вводя соответствующие обозначения, получим:

$$G(z) = G^*(s) \Big|_{e^{sT}=z} = Z\{g(nT)\} = \sum_{n=0}^{\infty} g(nT) z^{-n} \quad (2.3)$$

$$G(z, \sigma) = G^*(s, \sigma) \Big|_{e^{sT}=z} = Z\{g(nT + \sigma T)\} = \sum_{n=0}^{\infty} g(nT + \sigma T) z^{-n} \quad (2.4)$$

Соотношения (2.3) и (2.4) определяют прямое Z-преобразование решетчатых функций $g(nT)$ и $g(nT+\sigma T)$. Они позволяют решить прямую задачу Z-преобразования, т.е. для заданной решетчатой функции $g(nT)$ или $g(nT+\sigma T)$, называемой оригиналом, найти соответствующее изображение $Z\{g(nT)\}$ или $Z\{g(nT+\sigma T)\}$.

Пример 1. Решетчатая функция $g_1(nT)$ задана в виде графика (рис.2.1).

Из графика следует, что период квантования $T = 0.1$ с. и значения функции $g_1(nT)$ следующие: $g_1(0) = 0$, $g_1(0.1) = 1$, $g_1(0.2) = 2$, $g_1(0.3) = 2$, $g_1(0.4) = 1$, $g_1(nT) = 0$ для $n > 4$.

Построим Z-преобразование для этой функции, используя соотношение (2.3), с помощью программ пакета Program CC:

$$CC>g1=1/z+2/z^2+2/z^3+1/z^4 \quad CC>g1 \quad g1(z) = \frac{z^3 + 2z^2 + 2z + 1}{z^4} \quad (2.5)$$

Для выполнения команды после ввода нужно нажать Enter. Все команды вводятся с отдельной строки, но в дальнейшем команды будут приводиться в одной строке.

Используя программу `izt` найдем для функции $g1(z)$ обратное Z-преобразование, т.е. оригинал $g1(nT)$: `CC>izt(g1)`

$$g1(n) = \delta(n-1) + 2*\delta(n-2) + 2*\delta(n-3) + \delta(n-4) \text{ for } n \geq 0,$$

где $\delta(n-m) = \delta(n-m)$ – единичный импульс, символ Кронекера:

$$\delta(n-m) = \begin{cases} 1, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases}$$

Для получения графика $g1(nT)$ умножим $g1(z)$ на $(z-1)/z$ (на обратную величину дискретного изображения единичного воздействия) и используем программу `time`. Программа `time` выведет график $g1(n)$ для $n=0 - 7$, так как в формулах (2.5) период квантования T не указывается. Для вывода графика $g1(nT)$ в зависимости от времени необходимо сначала указать период квантования T : `CC>g1.delta=0.1`, а затем использовать программу `time` с указанием максимального времени по оси Time: `tmax=0.7` с.

$$CC>time(g1*(z-1)/z, 'tmax', 0.7).$$

На полученном графике стиль линии (Line Style) будет Solid (сплошная). Установить стиль линии – Spikes (пики), символ (Symbol) – точка (Point) и нажать кнопку Apply, чтобы привести график к виду, представленному на рис. 2.1.

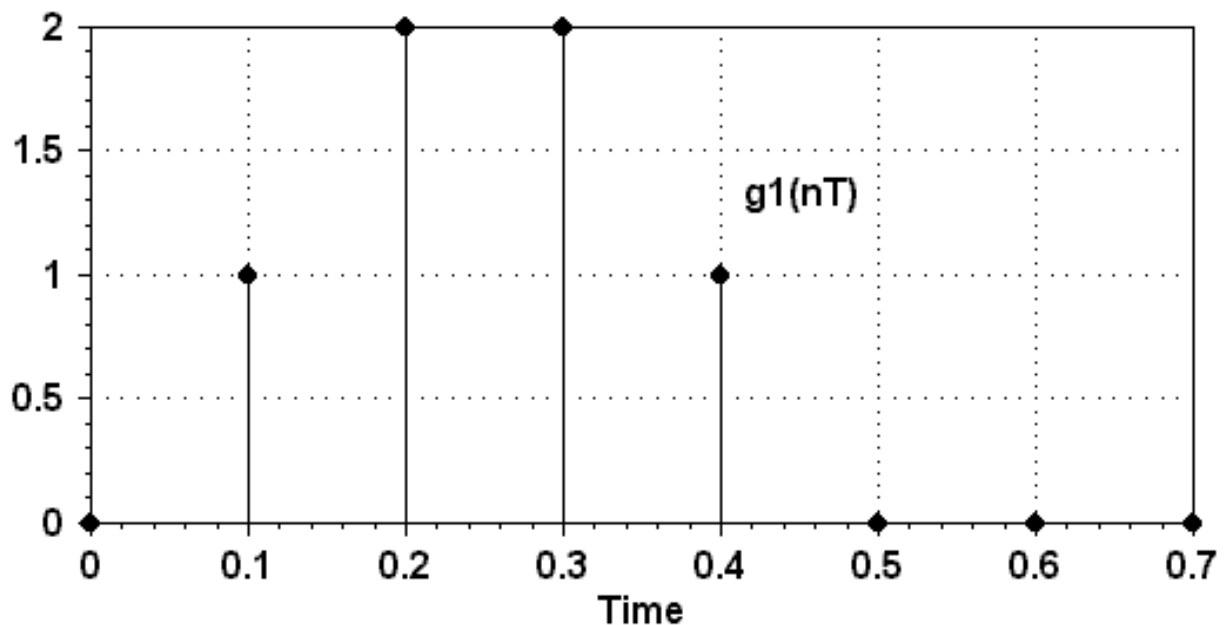


Рисунок 2.1

Пример 2. Найти Z-преобразование и график функции $g2(nT)$, представленной на рис.2.2: $g2(0) = 0$, $g2(0.1) = 12$, $g2(nT) = 2$ для всех $n \geq 2$.

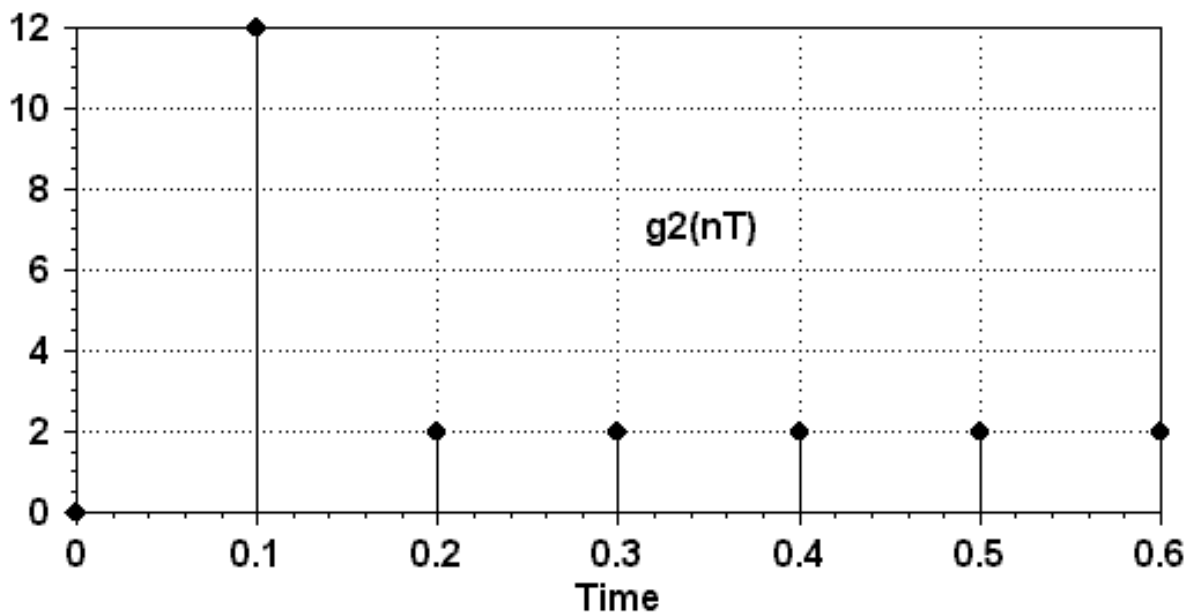


Рисунок 2.2

Для нахождения Z-преобразования функции $g_2(nT)$ необходимо использовать Z-преобразование функции $1(t)$ из таблицы соответствий, приведенной в лабораторной работе 1, умножить его на 2 и по соотношению (2.3) выполнить коррекцию ординат $g_2(0)$, $g_2(0.1)$:

$$CC>g_2=2*z/(z-1)-2+10/z, g_2 \quad g_2(z) = \frac{12z-10}{z(z-1)},$$

а затем построить график функции $g_2(nT)$, представленный на рис.2.2:

CC>g2.delta=0.1 CC>time(g2*(z-1)/z,'tmax',0.6).

Пример 3. Изменение ординат графика решетчатой функции.

Задана функция $g_3(t) = 4e^{-2t}$, найдено ее преобразование Лапласа (по таблице соответствий) и дискретное преобразование $g_{31}(z)$ при периоде квантования $T=0.2$ с.:

CC>g3=4/(s+2) CC>format short CC>g31=convert(g3,7,0.2), g31

$$g_{31}(z) = \frac{4z}{z - 0.67032}$$

Команда `format short` определяет вывод 7 значащих цифр (по умолчанию выводятся 4 цифры). График $g_{31}(nT)$ построен с помощью программы `time` и представлен на рис.2.3:

CC>time(g31*(z-1)/z,'tmax',2).

Следует отметить, что программа `time` строит зависимость $g_{31}(nT)$ от t , так как функция g_{31} найдена с помощью программы `convert` с указанием периода квантования T .

Функция $g_{31}(nT)$ имеет следующие значения для $n = 0 - 5$: $g_{31}(0) = 4$, $g_{31}(0.2) = 2.681$, $g_{31}(0.4) = 1.797$, $g_{31}(0.6) = 1.205$, $g_{31}(0.8) = 0.8076$, $g_{31}(1) = 0.5413$. Допустим, на графике функции $g_{31}(nT)$ необходимо внести следующие изменения: двум ординатам дать нулевое значение: $g_{31}(0.4) = 0$, $g_{31}(0.6) = 0$.

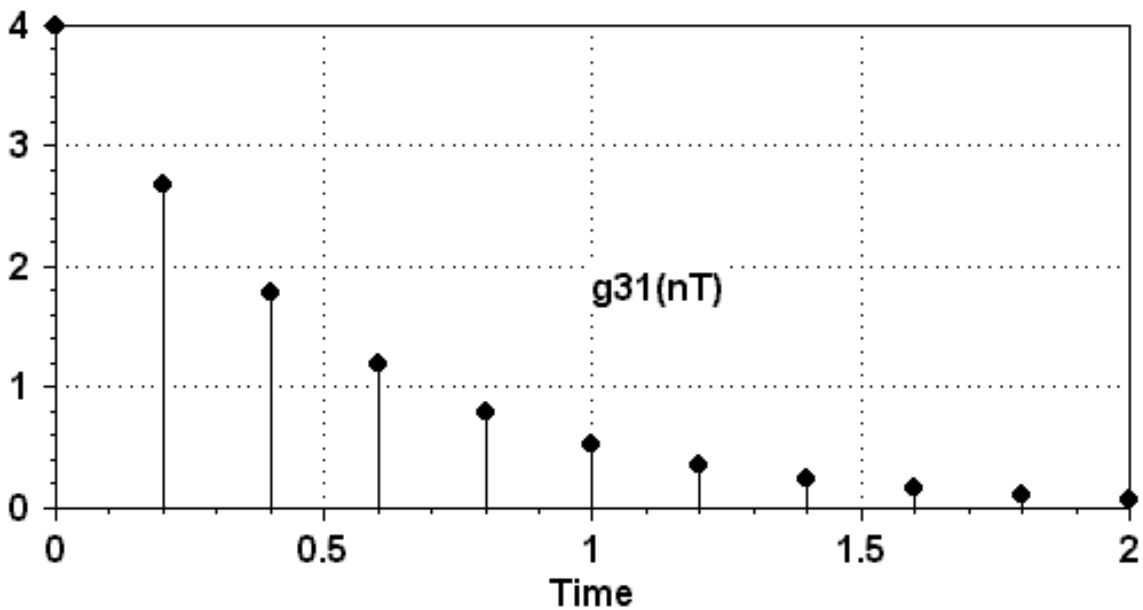


Рисунок 2.3

Для выполнения этого необходимо откорректировать $g31(z)$ и получить Z -преобразование $g32(z)$ новой функции $g32(nT)$, график которой будет соответствовать требуемым изменениям (рис.2.4).

```
CC>g32=g31-1.797/z^2-1.205/z^3, g32
g32(z) = 
$$\frac{4z^4 - 1.797z^2 - 4.348773e - 04z + 0.8077357}{z^3(z - 0.67032)}$$

CC>time(g32*(z-1)/z,'tmax',2)
```

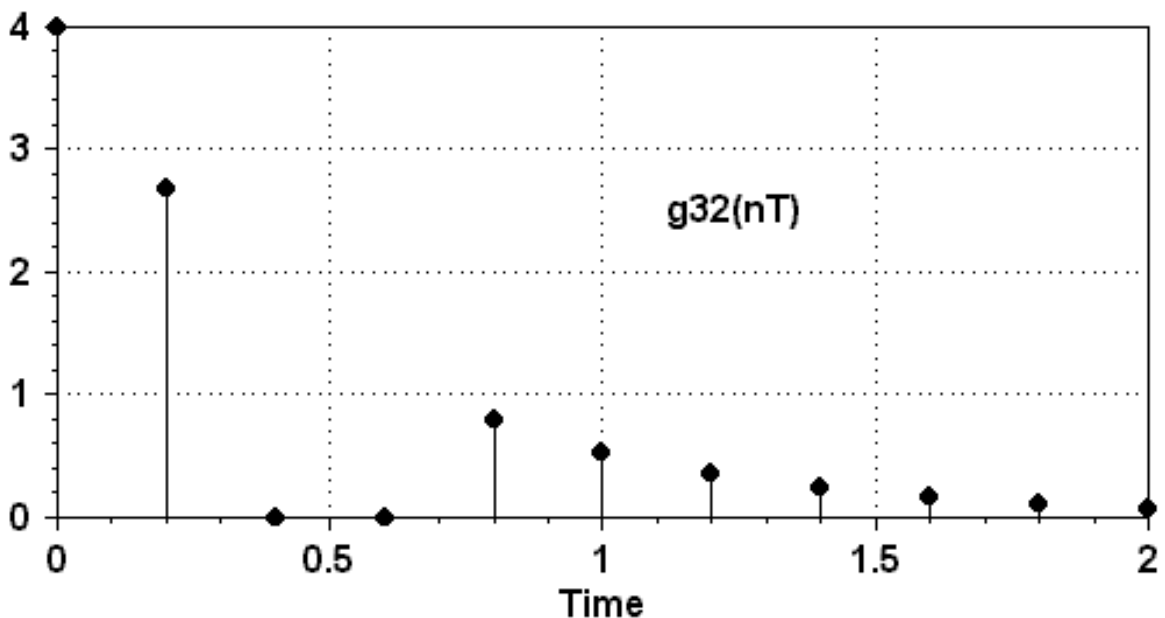


Рисунок 2.4

2.2. Основные теоремы Z -преобразования

1. Теорема линейности: Z -изображение линейной комбинации решетчатых функций равно линейной комбинации их изображений, т.е. если

$g_6(nT) = a_1 g_4(nT) + a_2 g_5(nT)$, то $G_6(z) = a_1 G_4(z) + a_2 G_5(z)$. Для иллюстрации теоремы используем функции $g_4(t) = t$, $g_5(t) = \sin(2t)$ и коэффициенты $a_1 = 0.5$, $a_2 = 2$. По таблице соответствий находим для этих функций изображение по Лапласу $g_4(s)$, $g_5(s)$ и преобразуем их в дискретную форму $G_4(z)$, $G_5(z)$ программой `convert` при времени квантования $T = 0.1$ с.:

$$\begin{aligned}
 & \text{CC>}g_4=1/s^2 \quad \text{CC>}g_5=2/(s^2+4) \quad \text{CC>}g_{41}=\text{convert}(g_4,7,0.1), g_{41} \\
 & g_{41}(z) = \frac{0.1z}{(z-1)^2} \quad \text{CC>}g_{51}=\text{convert}(g_5,7,0.1), g_{51} \\
 & g_{51}(z) = \frac{0.1986693z}{z^2 - 1.9601332z + 1} \quad \text{CC>}g_{61}=0.5*g_{41}+2*g_{51}, g_{61} \\
 & g_{61}(z) = \frac{z(0.4473387z^2 - 0.892684z + 0.4473387)}{(z^2 - 1.960133z + 1)(z-1)^2} \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

Графики функций-оригиналов $g_{41}(nT)$, $g_{51}(nT)$, $g_{61}(nT)$ найдем с помощью программы `time`. Их вид представлен на рис. 2.5–2.7:

$$\begin{aligned}
 & \text{CC>}time(g_{41}*(z-1)/z,'tmax',5) \quad \text{CC>}time(g_{51}*(z-1)/z,'tmax',5) \\
 & \text{CC>}time(g_{61}*(z-1)/z,'tmax',5)
 \end{aligned}$$

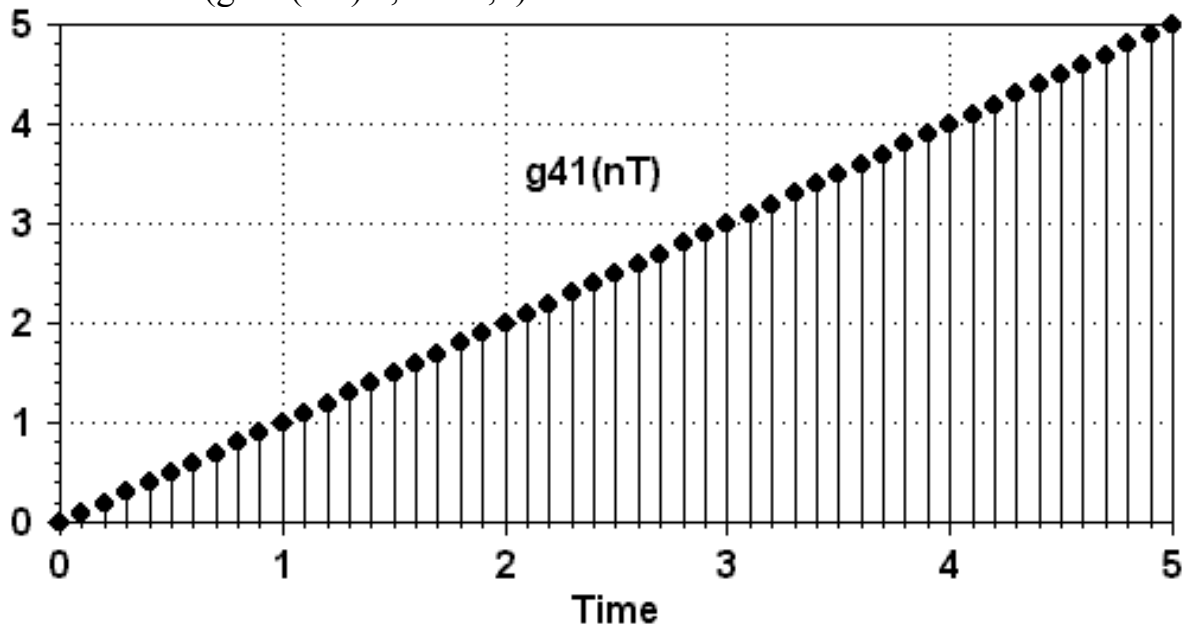


Рисунок 2.5

2. Теорема сдвига. Позволяет по изображению $G(z)$ решетчатой функции $g(nT)$ определить изображение решетчатой функции $g(nT \pm kT)$, где k – целое положительное число. Проиллюстрируем эту теорему для функции $g_5(t) = \sin(2t)$, для которой дискретное преобразование найдено выше (2.6).

2.1. Найдем изображение **упреждающей** функции $g(nT + kT)$, сдвинутой влево на k периодов по отношению к функции $g(nT)$. Согласно теореме

$$\text{сдвига:} \quad Z\{g(nT + kT)\} = z^{+k} \left[G(z) - \sum_{n=0}^{k-1} z^{-n} g(nT) \right], \quad (2.7)$$

где под знаком суммы записаны значения $g(nT)$ с $n = 0$ до $n = k - 1$. В частности, имеем:

$$\begin{aligned}
 k = 1 \quad Z\{g(nT+T)\} &= z [G(z) - g(0)] = zG(z) - zg(0) \\
 k = 2 \quad Z\{g(nT+2T)\} &= z^2 [G(z) - g(0) - z^{-1}g(T)] = z^2G(z) - z^2g(0) - zg(T) \\
 k = 3 \quad Z\{g(nT+3T)\} &= z^3 [G(z) - g(0) - z^{-1}g(T) - z^{-2}g(2T)] = z^3G(z) - \\
 &\quad - z^3g(0) - z^2g(T) - zg(2T) \\
 k = 4 \quad Z\{g(nT+4T)\} &= z^4 [G(z) - g(0) - z^{-1}g(T) - z^{-2}g(2T) - z^{-3}g(3T)] = \\
 &\quad = z^4G(z) - z^4g(0) - z^3g(T) - z^2g(2T) - zg(3T)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

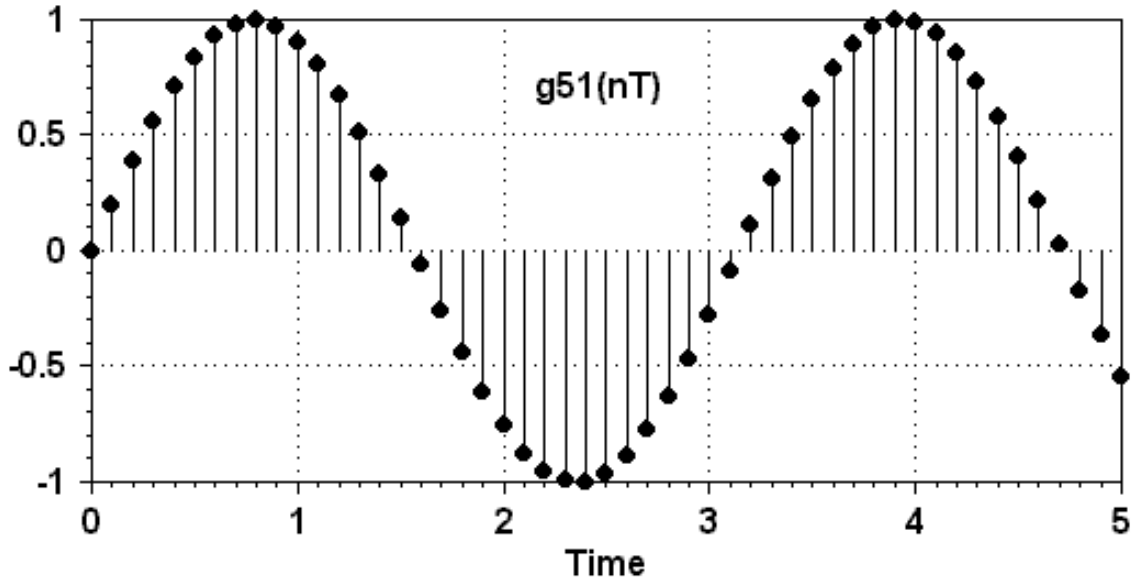


Рисунок 2.6

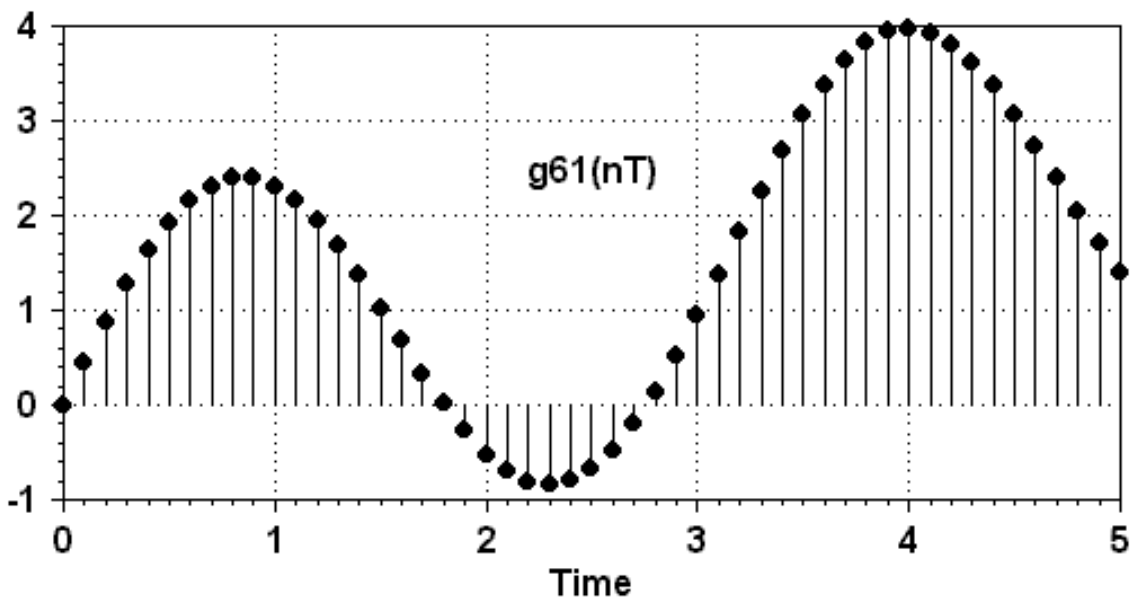


Рисунок 2.7

На полученном графике функции $g51(nT)$ (рис.2.6) курсором находим значения функции $g51(nT)$ при значениях $n = 0 - 4$: $g51(0) = 0$,

$$g51(0.1) = 0.1987, \quad g51(0.2) = 0.3894, \quad g51(0.3) = 0.5646, \quad g51(0.4) = 0.7174.$$

Согласно теореме сдвига (2.8), Z-изображение функции, сдвинутой влево на 2 периода квантования, равно: `CC>g511=g51*z^2-0.1987*z` `CC>format short`

$$\text{CC>g511} \quad g511(z) = \frac{z(-3.06692e-05z^2 + 0.3894785z - 0.1987)}{z^2 - 1.9601332z + 1}$$

Полученная функция $g511(z)$ физически не реализуема, т.к. степень числителя больше степени знаменателя. Сообщение об этом – `Error: Transfer function is improper (#poles>#zeros)` – появляется при попытке использовать команду `CC>time(g511)`, поэтому построить график оригиналов в Program CC в этих условиях невозможно. Однако, учитывая, что коэффициент при z^3 в числителе весьма мал ($< 1e-4$) и появился он в результате округлений (фактически – это машинный нуль), следует использовать команду `y=eps(x,tol)`, которая возвращает значение x , заменяя нулями коэффициенты, меньшие задаваемой точности `tol`:

$$\text{CC>g511=eps(g511,1e-4)} \quad \text{CC>g511} \quad g511(z) = \frac{z(0.3895z - 0.1987)}{z^2 - 1.96z + 1}.$$

Преобразованная таким образом функция $g511(z)$ – физически реализуема и можно использовать программу `time` для построения графиков функций-оригиналов $g51(nT)$ и $g511(nT)$: `CC>time(g51*(z-1)/z,g511*(z-1)/z,'tmax',1)`. Результат представлен на рисунке 2.8, где для пиков, соответствующих $g51(nT)$, использовались символы Diamond.

Преобразование первоначально полученного графика к необходимому виду производится при помощи программы `Change` (ПКМ, контекстное меню). Переключение с одной линии на другую в окне `Plot options` осуществляется кнопками `<<Previous Line` или `Next Line>>`.

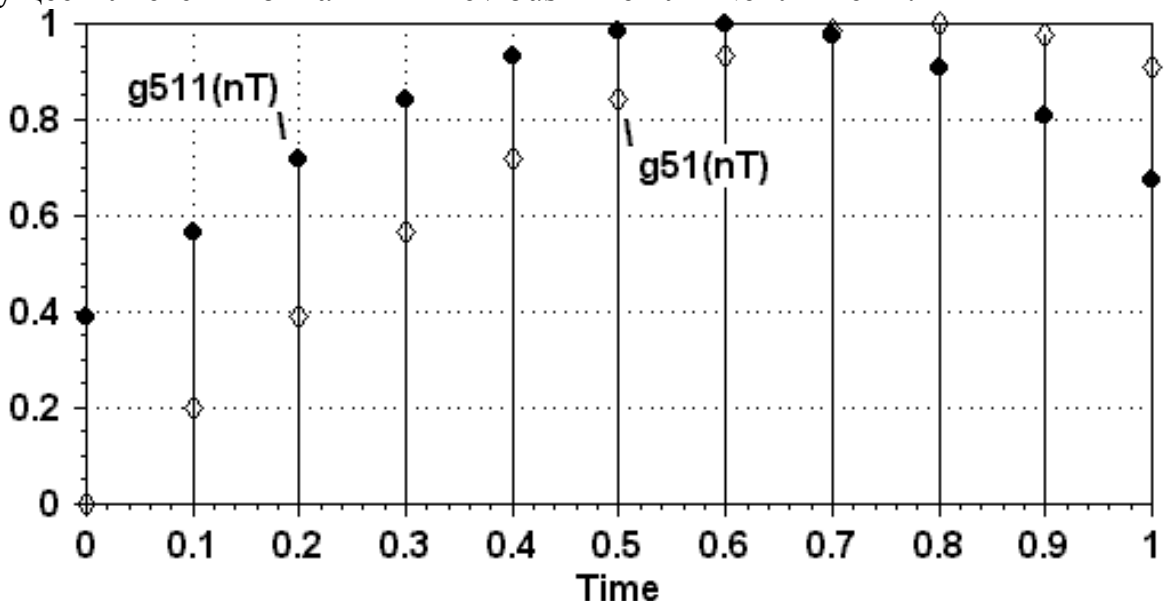


Рисунок 2.8

На графике курсором найти значения функции $g511(nT+2T)$ для $n = 1-3$ и сравнить со значениями функции $g51(nT)$.

2.2. Найдем изображение **запаздывающей** решетчатой функции $g(nT-kT)$, сдвинутой вправо на k периодов по отношению к функции $g(nT)$. Согласно теореме сдвига: $Z\{g(nT-kT)\} = z^{-k}[G(z) + \sum_{n=1}^k z^n g(-nT)]$. (2.9)

Построим изображение функции $g51(nT-2T)$, сдвинутой вправо на $k = 2$ периода квантования:

$$Z\{g51(nT-2T)\} = G512(z) = z^{-2}[G51(z) + z^1 g(-T) + z^2 g(-2T)] \quad (2.10)$$

Т. к. все значения $g51(nT)$ при $n < 0$ равны 0, то $G512(z) = z^{-2}G51(z)$. Ниже приведено построение $G512(z)$ и графики функций-оригиналов $g51(nT)$, $g512(nT)$ (рис. 2.9).

CC>g512=z^-2*g51 CC>format short CC>g512

$$g512(z) = \frac{0.1986693}{z(z^2 - 1.9601332z + 1)} \quad \text{CC>time}(g51*(z-1)/z, g512*(z-1)/z, 'tmax', 1).$$

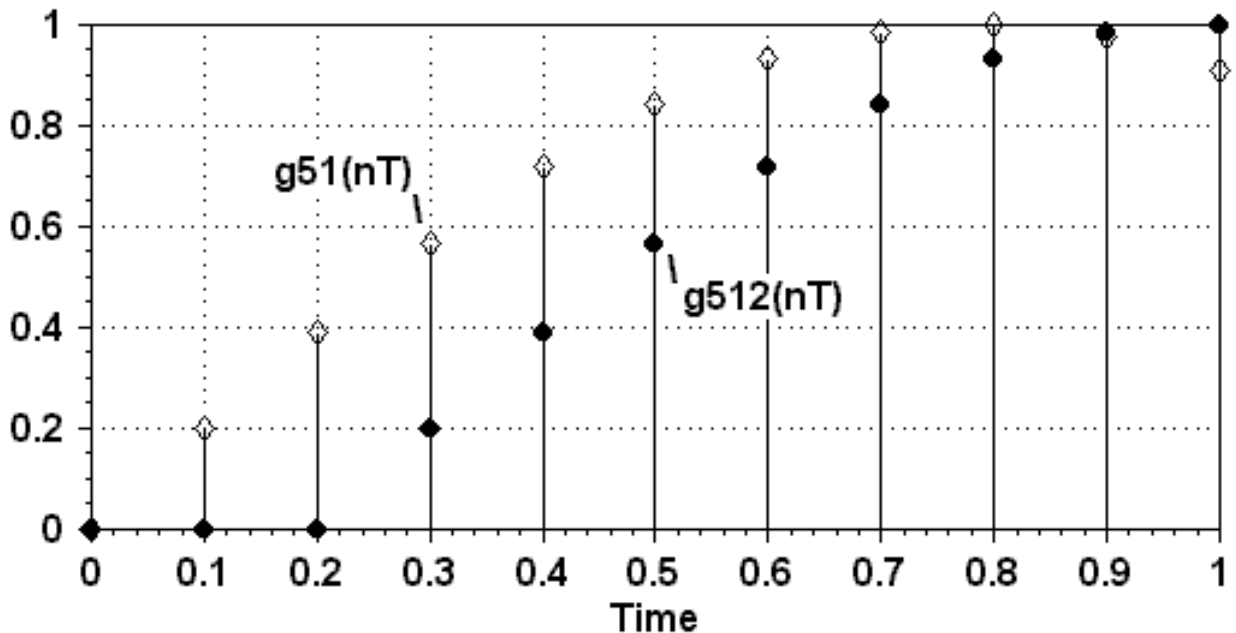


Рисунок 2.9

На графике курсором найти значения функции $g512(nT-2T)$ для $t = 0.2 - 0.8$ с. и сравнить со значениями функции $g51(nT)$.

2.3. Специальное Z-преобразование и его свойства

При исследовании импульсных систем широко используется специальное Z-преобразование, которое позволяет определить изображение $G(z)$ непосредственно по изображению $G(s)$. Ниже приведены наиболее важные свойства специального Z-преобразования.

Первое свойство. Если функция $G9(s)$ представляет собой линейную комбинацию функций $G7(s)$ и $G8(s)$: $G9(s) = a_1 G7(s) + a_2 G8(s)$, где a_1, a_2 – постоянные коэффициенты, то $G9(z)$ представляет собой аналогичную линейную комбинацию функций $G7(z)$ и $G8(z)$:

$$G9(z) = \tilde{Z}\{G9(s)\} = a_1 G7(z) + a_2 G8(z).$$

Пример: $g7(s) = \frac{2}{4s+1}$, $g8(s) = \frac{3}{s+1}$, $a_1 = 3$, $a_2 = 4$, $g91(z) = a_1 g71(z) + a_2 g81(z)$.

Используя программу `convert` при $T=1$ с., найдем $g71(z)=Z\{g7(s)\}$, $g81(z)=Z\{g8(s)\}$, затем $g91(z) = 3 * g71(z) + 4 * g81(z)$ и с помощью программы `time` построим графики функций-оригиналов $g7(nT)$, $g8(nT)$, $g9(nT)$ (рис.2.10, рис.2.11):

```

CC>g7=2/(4*s+1)  CC>g8=3/(s+1)  CC>g71=convert(g7,7,1), g71
CC>g81=convert(g8,7,1), g81      CC>g91=3*g71+4*g81, g91
 $g71(z) = \frac{0.5z}{z - 0.7788}$ ;    $g81(z) = \frac{3z}{z - 0.3679}$ ;    $g91(z) = \frac{1.5z(9z - 6.598)}{(z - 0.7788)(z - 0.3679)}$ ,
CC>time(g71*(z-1)/z, g81*(z-1)/z, 'tmax', 5)      CC>time(g91*(z-1)/z, 'tmax', 5).

```

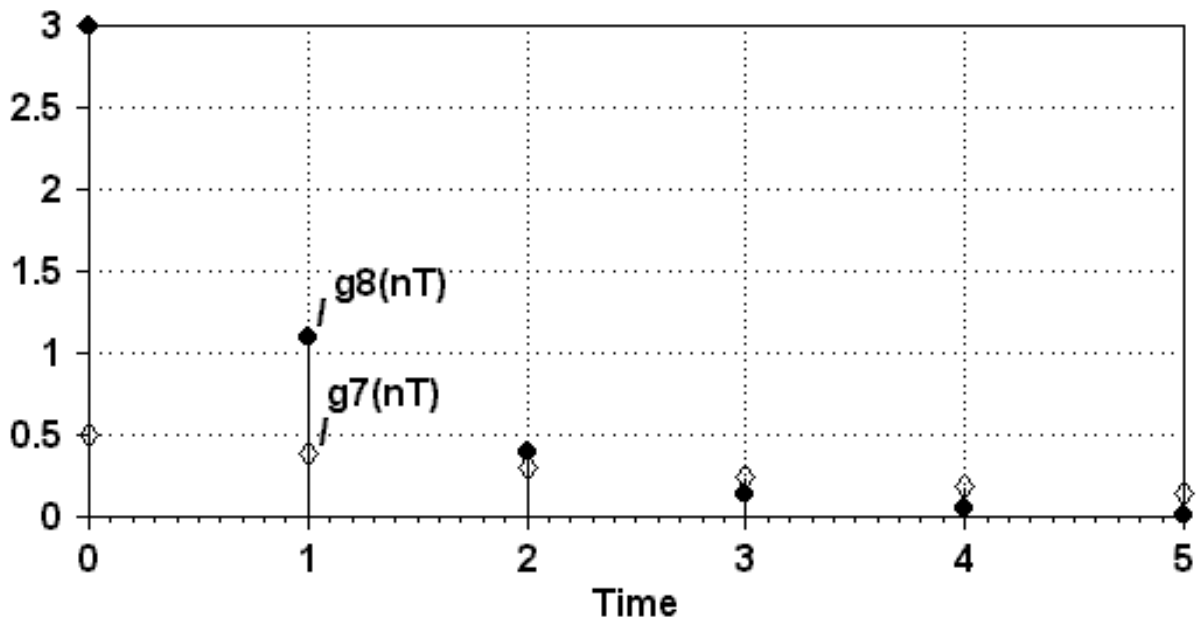


Рисунок 2.10

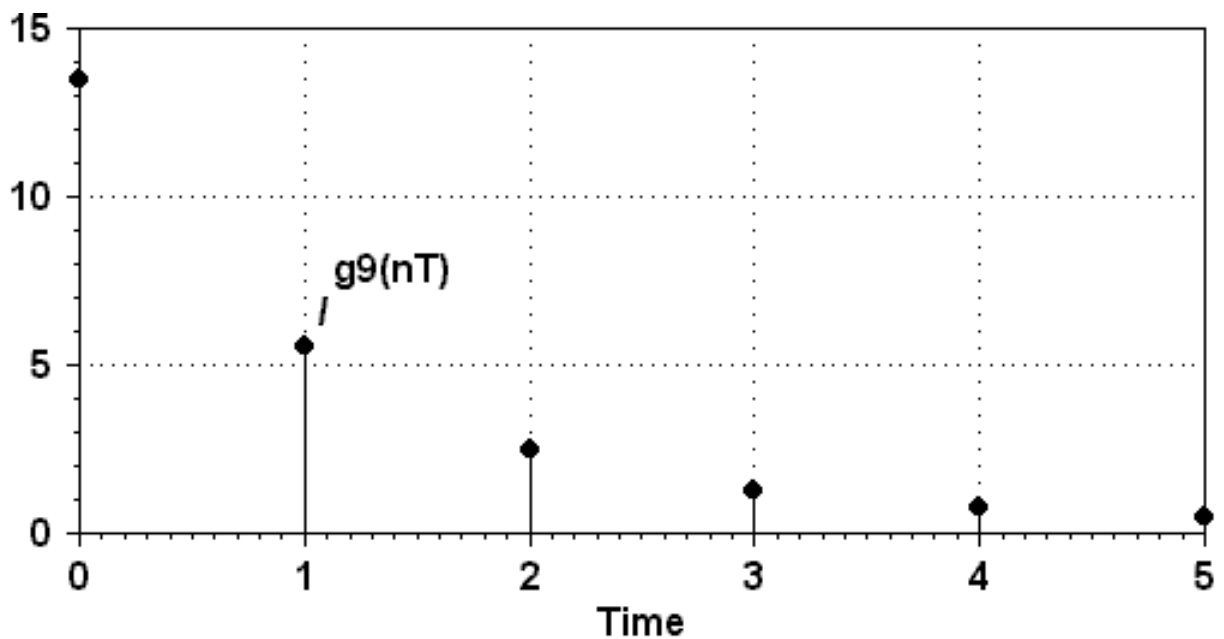


Рисунок 2.11

На графике рис.2.11 при помощи курсора найти значения функции $g9(nT)$ для $t = 0 - 5$ с. и сравнить со значениями функции $g7(nT)$, $g8(nT)$ (рис.2.10).

Полезно провести экспериментальную проверку: найти $g9(s)=3*g7(s)+4*g8(s)$, затем с помощью программы convert найти Z-преобразование $g92(z)=Z\{g9(s)\}$ и сравнить $g92(z)$ и $g91(z)$.

Второе свойство. Если функция $G10(s)$ представляет собой произведение двух функций $G7(s)$ и $G8(s)$, т.е. $G10(s) = G7(s) \cdot G8(s)$, то Z-преобразование $G10(s)$ равно: $G101(z) = Z\{G10(s)\} = Z\{G7(s) \cdot G8(s)\}$. При этом для определения изображения $G10(s)$ необходимо предварительно вычислить произведение $G7(s) \cdot G8(s)$, а затем подвергнуть полученный результат специальному Z-преобразованию. Целесообразно иметь в виду следующее свойство указанной операции:

$$Z\{G7(s) \cdot G8(s)\} \neq Z\{G7(s)\} \cdot Z\{G8(s)\}.$$

Пример. Пусть необходимо найти специальное Z-преобразование от произведения двух функций: $G10(s) = G7(s) \cdot G8(s)$,

$$\text{где } G7(s) = \frac{2}{4s+1}, \quad G8(s) = \frac{3}{s+1}.$$

Вычислим сначала произведение функций $G10(s)$, а затем найдем Z-преобразование $G101(z)=Z\{G10(s)\}$, используя программу convert ($T = 1$ с.). Ниже приведены функции $g10(s)$ и $g101(z)$ с 4-мя значащими цифрами (CC>format default) и графики функций-оригиналов $g10(t)$ и $g101(nT)$ (рис. 2.12). CC>g10=g7*g8, g10 CC>g101=convert(g10,7,1), g101

$$g10(s) = \frac{6}{(4s+1)(s+1)} \quad g101(z) = \frac{0.8218z}{(z-0.7788)(z-0.3679)}$$

CC>time(g10*s, g101*(z-1)/z, 'tmax',10)

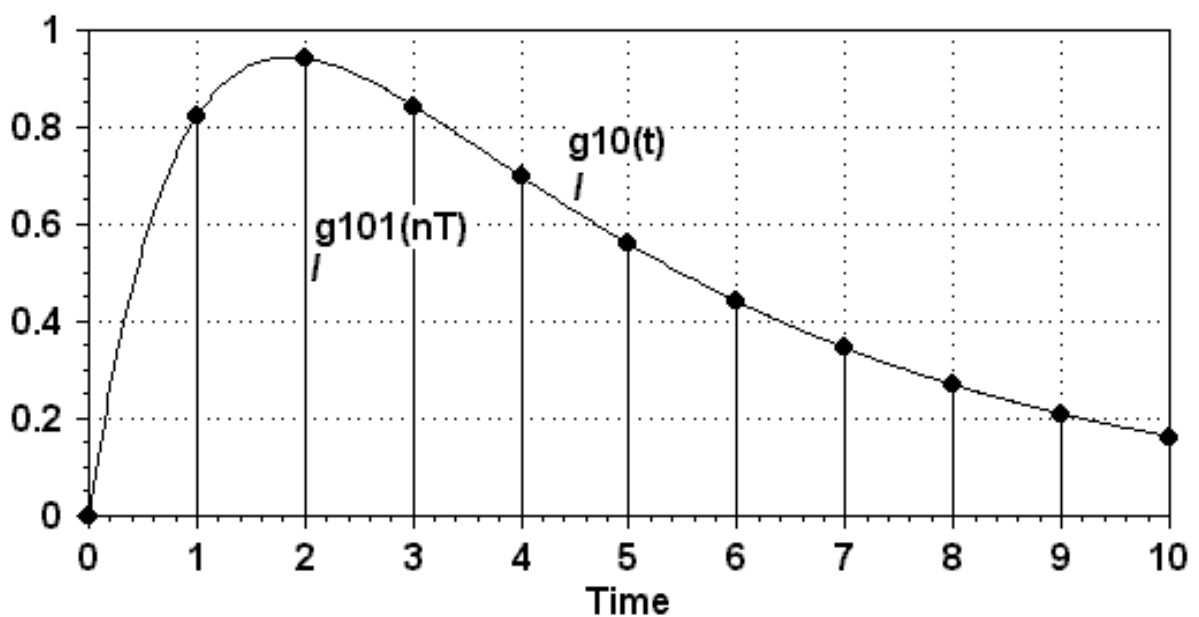
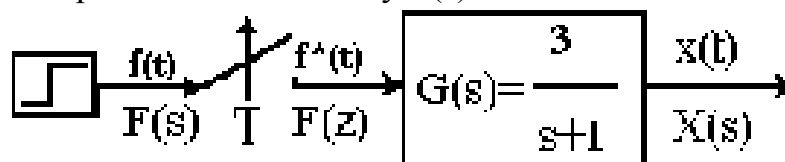


Рисунок 2.12

Третье свойство. Z-изображение функций можно выносить за знак специального Z-преобразования. Так, например, если $G(s) = G_1(s) \cdot G_2(z)$, то

$$G(z) = Z\{G_1(s) \cdot G_2(z)\} = G_2(z) \cdot Z\{G_1(s)\} = G_2(z) \cdot G_1(z).$$

Пример. Рассмотрим разомкнутую импульсную цепь, состоящую из δ -импульсного элемента и формирующего элемента с передаточной функцией $G(s) = G_8(s) = 3/(s+1)$. На вход цепи подается ступенчатый сигнал $f(t) = 1(t)$, для которого изображение по Лапласу $F(s) = 1/s$:



Подвергая выходной непрерывный сигнал цепи $x(t)$ обычному преобразованию Лапласа $X(s) = G_8(s) \cdot F(s)$ и используя третье свойство специального Z-преобразования, имеем

$$X(z) = Z\{G_8(s) \cdot F(s)\} = F(z) \cdot G_8(z) = \frac{z}{z-1} \cdot \frac{3z}{z-0.3679} = G_{11}(z),$$

где $F(z)$ и $G_8(z)$ найдены по таблице соответствий (лабораторная работа 1). Определив изображение $G_{11}(z)$, построим функцию-оригинал $g_{11}(nT)$ (рис. 2.13). Для построения функции-оригинала $g_{11}(nT)$ используем для функции g_{11} программу `time`, которая позволяет определять единичные переходные функции (ЕПФ): `CC>time(g11,'tmax',5)`.

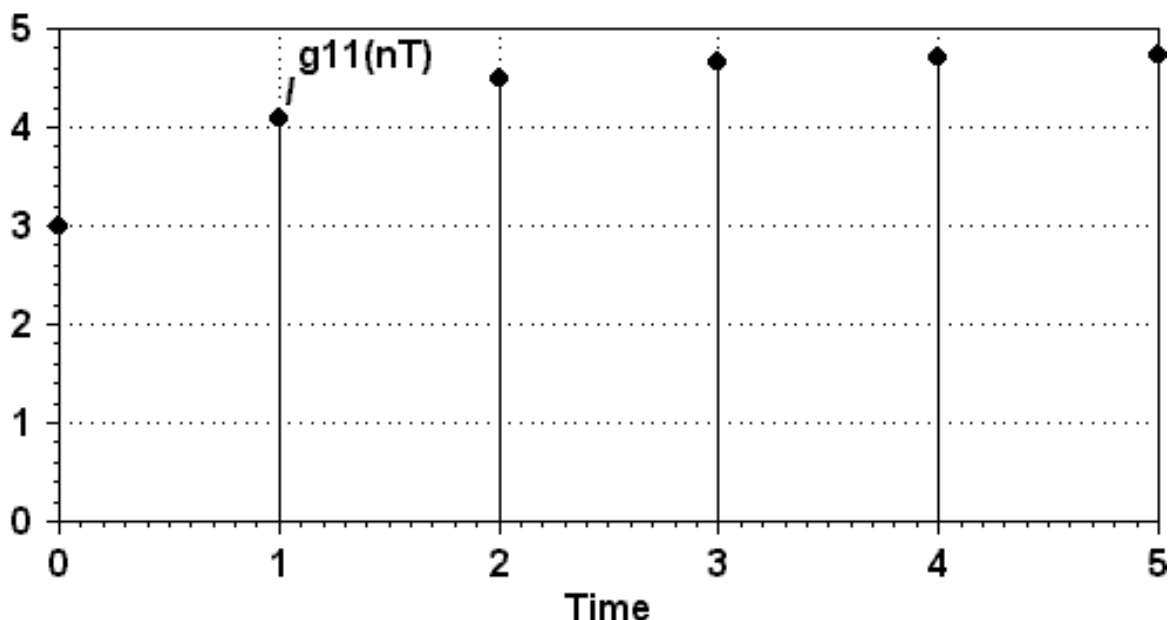


Рисунок 2.13

На графике с помощи курсора найти значения функции $g_{11}(nT)$ для $n = 0 - 5$:

Time	0	1	2	3	4	5
$g_{11}(nT)$	3	4.104	4.51	4.659	4.714	4.734

Индивидуальное задание по лабораторной работе 2

1. По заданным значениям решетчатой функции $g(nT)$ построить Z -преобразование этой функции и ее график (с помощью программы `time`). Найти обратное Z -преобразование, используя программу `izt`. Все исходные данные взять из таблицы 2.1 для варианта, заданного преподавателем.
2. Изменить ординаты графика решетчатой функции $g(nT)$ таким образом, чтобы ординаты $g(n_1T)$ и $g(n_2T)$ были умножены на коэффициенты j_1 и j_2 соответственно. Построить график функции с измененными ординатами.
3. Найти Z -преобразование запаздывающей функции $g(nT-kT)$ и упреждающей функции $g(nT+kT)$ и представить на одном графике функции $g(nT)$ и $g(nT-kT)$, а на другом – $g(nT)$ и $g(nT+kT)$, используя программу `time`.
4. Используя теорему линейности, найти Z -преобразование и график функции $g(nT) = d_1g_1(nT) + d_2g_2(nT)$, где $g_1(t) = c \cdot t$, а $g_2(t)$ – это функция из индивидуального задания по лабораторной работе 1.
5. В отчете указать цель лабораторной работы, представить результаты выполнения индивидуального задания и сделать выводы.

Таблица 2.1

№	T, с.	Функция $g(nT)$					Коэффициенты							
		n=0	n=1	n=2	n=3	n≥4	n ₁	n ₂	j ₁	j ₂	k	d ₁	d ₂	c
1	0.2	1.5	2.4	1.8	1.0	1.5	1	3	0.8	1.4	3	0.5	0.8	0.3
2	0.4	1.0	1.7	2.5	1.1	0.7	0	2	0.9	0.7	2	1.1	0.7	0.2
3	0.1	1.2	2.9	3.4	1.0	1.4	2	3	1.1	0.9	1	2.3	1.5	0.4
4	0.3	1.7	2.5	3.8	1.2	0.9	0	3	1.2	0.7	2	1.6	1.2	0.5
5	0.7	4.4	3.2	2.6	1.5	1.0	2	3	1.5	1.1	3	0.9	1.4	0.6
6	0.9	0.9	1.1	0.9	2.0	1.2	1	2	0.6	1.2	2	0.5	5	0.7
7	0.5	1.1	1.2	0.7	2.1	1.4	0	1	0.9	1.3	1	2.1	1.7	0.8
8	0.6	1.6	0.9	1.1	2.5	1.6	0	2	1.4	0.5	1	1.4	1.8	0.9
9	0.2	1.2	0.6	1.0	3.5	1.8	1	2	0.6	1.5	2	2.8	1.9	0.1
10	0.5	1.3	1.0	0.8	2.7	2.0	2	3	1.1	0.8	2	3.1	2.1	0.2
11	0.4	1.3	2.5	1.1	3.6	2.3	0	1	1.2	0.6	3	2.7	2.2	0.8
12	0.1	1.3	0.8	1.0	4.0	2.6	2	3	1.3	0.4	3	2.9	2.3	0.6
13	0.8	1.4	0.5	0.9	4.2	3.8	1	3	1.4	0.7	2	1.4	2.4	0.7
14	0.3	1.5	0.7	3.5	2.8	1.1	1	2	0.9	1.3	2	3.1	1.2	0.5
15	0.3	1.6	2.9	1.0	3.1	1.3	2	3	0.8	1.1	1	4.2	0.9	0.3
16	0.4	1.7	1.1	2.8	1.9	1.5	0	2	0.7	1.2	1	4.6	0.7	0.1
17	0.5	1.8	1.2	2.9	2.5	1.7	1	3	0.6	1.3	2	3.5	2.4	0.4
18	0.2	1.9	1.3	2.6	3.1	1.9	2	3	0.5	1.4	3	3.7	3.1	0.2
19	0.4	2.0	1.4	3.5	2.7	2.1	0	1	1.2	0.9	2	2.3	2.6	0.7
20	0.1	2.1	1.5	1.3	1.3	2.3	2	3	1.3	0.8	1	1.7	2.3	0.8

Контрольные вопросы к лабораторным работам 1 и 2

1. Предназначение пакета Program CC, объекты исследования и их представление.
2. Как в пакете Program CC задать изображение по Лапласу для заданной функции $g(t)$?
3. Как определить оригинал $g_1(s)$ в аналитическом виде?
4. Как найти оригинал $g_1(s)$ в графическом виде?
5. Каким образом можно изменить графическое изображение? Как изменить значения по осям, шрифт, стиль линий, символ? Как вывести курсор на графике и узнать координаты любой точки?
6. Как преобразовать $g_1(s)$ из аналоговой формы в дискретную?
7. Дать пояснения всем опциям программы convert.
8. Как определить оригинал $g_1(z)$ в аналитическом виде?
9. Как определить оригинал $g_1(z)$ в виде решетчатой или ступенчатой функции?
10. Как построить оригиналы $g_1(s)$ и $g_1(z)$ на одном графике?
11. Указать особенности применения стандартной программе time.
12. Дать определение дискретного изображения несмещенной решетчатой функции.
13. Объяснить применение смещенной решетчатой функции и дать определение ее дискретного изображения.
14. Дать определение прямого Z-преобразования решетчатой функции.
15. Как найти Z-преобразование для функции, заданной графически, и найти ее оригинал в аналитическом и графическом виде?
16. Как изменить ординаты графика решетчатой функции, заданной графически, и построить график измененной функции?
17. Сформулировать теорему линейности Z-преобразования.
18. Сформулировать теорему сдвига Z-преобразования.
19. Как найти Z-изображение упрещающей функции $g(nT+kT)$, сдвинутой влево на k периодов по отношению к функции $g(nT)$ с помощью пакета Program CC?
20. Как найти Z-изображение запаздывающей функции $g(nT-kT)$, сдвинутой вправо на k периодов по отношению к функции $g(nT)$ с помощью пакета Program CC?
21. Как изобразить на одном графике исходную функцию $g(nT)$ и запаздывающую функцию $g(nT-kT)$?
22. Объяснить, в каких случаях следует использовать команду `CC>y=eps(x,tol)` и ее назначение.
23. Для чего используется команда `CC>format short`?
24. Дать определение специального Z-преобразования.
25. Перечислить основные свойства специального Z-преобразования.
26. Объяснить назначение последовательности команд: `CC>g1.delta=0.1` и `CC>time(g1*(z-1)/z,'tmax',0.7)`.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

ИМПУЛЬСНЫЙ ЭЛЕМЕНТ И ЕГО МОДЕЛИРОВАНИЕ.

ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ РАЗОМКНУТЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ЦЕПЕЙ

Целью лабораторной работы является изучение математической модели импульсного элемента и представление его в структурных схемах импульсных систем, а также построение дискретных передаточных функций разомкнутых импульсных цепей. При выполнении работы используются пакеты прикладных программ Program CC и VisSim [9].

3.1. Краткое описание пакета прикладных программ VisSim

Пакет VisSim (Visio Simulation) предназначен для решения задач математического моделирования динамических объектов, заданных в виде:

1) систем линейных или нелинейных дифференциальных уравнений в обыкновенных производных с постоянными или переменными коэффициентами; 2) систем разностных уравнений (также линейных или нелинейных); 3) структурных схем соединений звеньев, заданных своими обычными или дискретными передаточными функциями; 4) уравнений (дифференциальных или разностных) в пространстве состояний; 5) комбинации указанных способов описания динамических объектов.

Все эти перечисленные возможности моделирования, а также малый объем являются достоинствами пакета VisSim по сравнению с другими, известными ранее пакетами моделирования, как например, CC, SIAM. К недостаткам пакета VisSim следует отнести то, что в нем нет программ анализа и синтеза систем управления таких как, например, в Program CC или MatLab.

Для входа в пакет надо дважды щелкнуть мышкой по ярлыку VisSim5.0, для выхода из пакета использовать меню File, Exit (или Alt+F4). Для составления схемы моделирования нужно создать новый файл: File, New и запомнить его под именем, например Diagram1.vsm, в любом каталоге, например Vis_Lab.

В основе моделирования динамических объектов в пакете VisSim лежит метод составления схемы моделирования – графической схемы соединений блоков (подпрограмм), реализующих различные математические и логические операции. Такой метод называется визуальным моделированием. Результаты моделирования представляются в наглядной графической форме.

Блоки, соответствующие различным операциям, собраны в меню Blocks в различных подразделах по группам. Для успешного применения VisSim в задачах моделирования динамических объектов, безусловно, необходимо знание всей библиотеки блоков (их более 100), но для первого знакомства, а также проведения первых вычислительных экспериментов этого не требуется. Необходимые блоки, их вызов и настройка будут указаны в каждой конкретной работе; далее рассматриваются лишь основные принципы моделирования динамических объектов.

В основе построения схемы моделирования лежит основной способ визуального моделирования – технология drag-and-drop (перетащи и оставь), заключающаяся в том, что для вызова какого-либо блока из меню или строки инструментов на наименование или пиктограмму блока перемещением мыши накладывают курсор, кратковременно один раз нажимают левую клавишу мыши (будем обозначать ЛКМ), переносят блок в нужное место и при помощи кратковременного нажатия ЛКМ оставляют его на схеме.

Для установки требуемых параметров блока (коэффициентов, начальных условий и др.) нажимают ЛКМ два раза или один раз правую клавишу (ПКМ). В открывшемся окне свойств (Properties) в необходимых полях записывают требуемые значения параметров, устанавливают, если нужно, флажки (галочки).

Для переноса блока в новое положение в рабочем окне схемы моделирования необходимо наложить курсор на пиктограмму блока, нажать ЛКМ и, не отпуская ее, перенести курсор в новое место, а затем отпустить клавишу.

Для изменения ориентации входа-выхода блока необходимо вначале выделить этот блок. Для этого при помощи курсора при нажатой ЛКМ обводят блок (при этом появляется пунктирный прямоугольник) и отпускают ЛКМ – в результате блок будет окрашен в черный цвет. Нажатием клавиш Ctrl+Left (Left – левая клавиша управления курсором на клавиатуре) изменяется ориентация входа-выхода блока. Этот же результат можно получить при помощи меню Edit, Flip Horizontal или только с клавиатуры Alt+(E, затем H). Для снятия выделения щелкаем ЛКМ на свободном месте диаграммы.

Удаление блока или группы блоков из схемы осуществляется после их выделения нажатием на клавишу Delete или Edit, Clear или с клавиатуры Alt+(E, L).

Для соединения двух блоков при помощи связывающих линий необходимо подвести курсор к выходу первого блока, добиться вертикального положения стрелки курсора, нажать ЛКМ и, не отпуская ее, потянуть линию мышкой до соединения со входом следующего блока, затем отпустить ЛКМ.

Для того, чтобы провести линию должным образом (чтобы она не заходила за другие блоки и было понятно, к какому блоку она относится), необходимо использовать промежуточный блок wirePositioner (Blocks, Annotation). Изменить ориентацию входа-выхода этого блока можно приемом, описанном выше (выделить и нажать Ctrl+Left).

Для разъединения блоков необходимо подвести курсор к входу следующего блока (добиться вертикального положения стрелки курсора), нажать ЛКМ и, не отпуская ее, отвести линию в сторону, после чего отпустить ЛКМ. Для удаления из схемы остающихся линий и точек (очистки экрана) используется Edit, Repaint Screen или с клавиатуры Alt+(E, R).

Копировать и вставить блок можно после его выделения клавишами Ctrl+C, Ctrl+V (или Ctrl+Insert, Shift+Insert). Весьма полезным при создании схемы соединений может быть применение блока Variable (переменная). Он вызывается из меню Blocks, Annotation. Для соединения блоков достаточно подключить к выходу первого блок Variable, дать ему имя, затем скопировать его и подключить ко входу следующего блока. Таким образом для соединения этих блоков связывающая линия оказывается ненужной.

При создании сложных схем моделирования для большей наглядности используется CompoundBlock, позволяющий объединить несколько блоков в один укрупненный блок. Для создания CompoundBlock необходимо обвести прямоугольником объединяемые блоки, выбрать в меню Edit, Create CompoundBlock и в появившемся окне назначить имя CompoundBlock-a, ввести другую информацию и нажать ОК. В схеме появится CompoundBlock с назначенным именем с указанием его связей с другими блоками. Добавление новых входов и выходов и их удаление осуществляется при помощи Edit, Add Connector (добавить) и Remove Connector (удалить), или используются инструменты $\rightarrow+$, $\rightarrow-$ из инструментальной строки. При необходимости изменения имени или добавления новой информации используются клавиши Ctrl+ПКМ и в открывшемся окне заносится новое имя. Для изменения схемы CompoundBlock-a имеется возможность вернуться к начальной схеме соединений блоков в нем, выбрав в меню Edit, Dissolve CompoundBlock. Для просмотра схемы CompoundBlock-a необходимо использовать ПКМ, для возвращения в исходную схему – нажать ПКМ на свободном месте экрана. CompoundBlock можно проектировать и тестировать независимо от других блоков, а затем помещать их в личную библиотеку или в любую схему, что обеспечивает гибкость в конструировании сложных схем моделирования.

Результаты моделирования представляются в наглядной графической форме с помощью смотрового окна (виртуального осциллографа) Plot (Blocks, SignalConsumer), необходимые параметры которого устанавливаются автоматически. В Plot Properties (для входа нажать ПКМ) задается сетка (Grid Lines), минимальные и максимальные значения и фиксирование границ изменения переменных (Fixed Bounds), число делений по осям, вид линий. Входы в смотровом окне имеют разный цвет, такой же цвет имеют графики переменных, причем если два графика полностью совпадают, то при их наложении сохраняется цвет переменной, которая подается на более низкий вход Plot.

Для увеличения размера блока plot необходимо подвести мышь к краю блока и при появлении двойной стрелки (вертикальной или горизонтальной) нажать кнопку мыши и, не отпуская ее, передвинуть границу блока до желаемой величины. Блок plot можно также раскрыть на весь экран и прочесть координаты любой точки графика, использовав кнопку Read Coordinates в Plot Properties. Для нанесения меток на схеме необходимо

воспользоваться блоком label (Blocks, Annotation) и в окне LabelProperties записать текст метки. Изменить цвет линий, текста и фона на схеме и в блоке plot можно, обратившись к меню настройки цвета: View, Colors, Colors Setting или Plot Properties, Appearance а также Edit, Preferences, Color Display. При выводе результатов на печать на черно-белом принтере рекомендуется настраивать экран на черно-белое изображение.

Для моделирования и построения графиков изменения переменных используется меню Simulate. Сначала производится настройка: Simulate, Simulation Properties, где устанавливается шаг, временной интервал и метод интегрирования, а затем командой Go (а также клавишей F5, или зеленой кнопкой в инструментальной строке) запускается процесс интегрирования, результаты которого изображаются в блоке plot. При этом, если схема не подключается к блокам SignalConsumer (Plot, Display и т.д.), то она и не обрабатывается.

3.2. Импульсный элемент и его моделирование

С целью унификации и упрощения математического описания процессов, протекающих в реальном импульсном элементе, его заменяют математической моделью [2–8], которая представляется в виде последовательного соединения идеального дельта-импульсного (δ -ИЭ) и формирующего элементов (рис.3.1.).

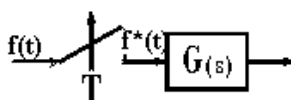


Рисунок 3.1

Идеальный дельта-импульсный элемент обозначен в виде прерывателя со стрелкой, выходной сигнал которого имеет то же буквенное обозначение, что и входной, но со звездочкой; буквой T обозначен период квантования. Формирующий элемент имеет передаточную функцию $G(s)$, где $G(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$ для экстраполятора нулевого порядка (фиксатора), осуществляющего амплитудно-импульсную модуляцию (АИМ). При этом амплитуда прямоугольных выходных импульсов определяется значениями входного сигнала $f(t)$ в дискретные, равноотстоящие моменты времени $t = nT$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, а длительность импульсов равна периоду квантования.

На рис.3.2 представлена схема моделирования математической модели реального импульсного элемента в виде последовательного соединения идеального импульсного элемента (δ -ИЭ) и формирующего элемента – фиксатора.

При выполнении лабораторной работы необходимо собрать схему импульсного элемента (рис.3.2) и запомнить ее под именем, например, Ris_3.2.vsm.

Вызываются следующие блоки: SignalProducer – pulseTrain, sinusoid; Signal Consumer – plot; annotation – variable, в котором в открывающемся с помощью ЛКМ списке устанавливается системная переменная \$firstPass; Nonlinear – sampleHold (S&H); Linear System – transferFunction.

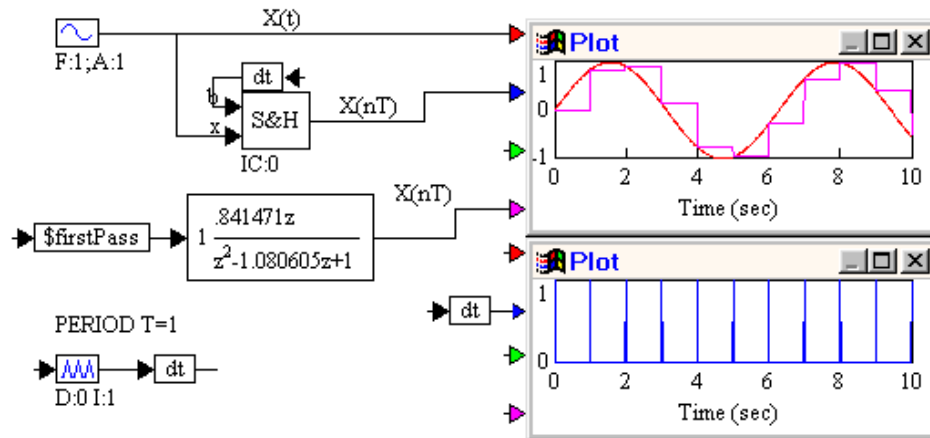


Рисунок 3.2

В схеме рис.3.2 блок pulseTrain создает последовательность импульсов единичной амплитуды. В pulseTrain Properties задается период $T = 1$ (время между импульсами – TimeBetweenPulses). Выходная величина блока pulseTrain – переменная dt – изображена в нижнем смотровом окне Plot.

В качестве формирующего элемента – фиксатора используется нелинейный блок sampleHold (S&H), где sample переводится как выборка, а Hold – как фиксация. На верхний вход блока sampleHold подается управление – переменная dt (последовательность импульсов), а на нижний вход – внешний синусоидальный сигнал $X(t) = \sin t$. Когда возникает импульс, входной сигнал $X(t)$ фиксируется и держится, пока не появится другой импульс. В верхнем смотровом окне Plot на рис. 3.2 представлены графики изменения синусоиды $X(t)$ и выходной величины $X(nT)$ блока S&H. Формирующий элемент в виде блока S&H называется экстраполятором нулевого порядка или фиксатором.

Изменение $X(nT)$ эквивалентно представлению ступенчатой функции. Для иллюстрации этого на рис.3.2 используются блоки: \$firstPass, задающий единичный импульс в начальный момент времени, и transferFunction – передаточная функция (ПФ), в которой можно записать Z-изображение синусоиды $\sin t$, найденное при помощи пакета Program CC:

$$CC>g=1/(s^2+1) \quad CC>g1=convert(g,7,1), g1 \quad g1(z)=\frac{0.841471z}{z^2-1.0806046z+1}$$

В transferFunction Properties вводятся коэффициенты числителя (Numerator) и знаменателя (Denominator), разделенные пробелами, а также устанавливается флажок в Discrete и период квантования dT, равный 1 с. В

блоке transferFunction в дискретном варианте встроен фиксатор, поэтому его выходной сигнал представляется в виде ступенчатой функции. Выходной сигнал блока transferFunction подается на нижний вход в окне Plot и при полном совпадении его с переменной $X(nT)$, поданной на второй вход, график имеет цвет нижнего входа.

Подав на вход синусоидальный сигнал $X(t) = \sin t$, запустить процесс моделирования и получить графики изменения входной величины $X(t)$ и выходной величины импульсного элемента $X(nT)$ – ступенчатой функции, которая совпадает с непрерывной функцией в моменты квантования $t = nT$.

3.3. Передаточные функции разомкнутых импульсных цепей

Далее рассматривается определение дискретных передаточных функций (ПФ) $G(z)$ различных разомкнутых импульсных цепей [2,3,6–8].

3.3.1. Определение дискретной ПФ для импульсной цепи, изображенной на рис.3.4

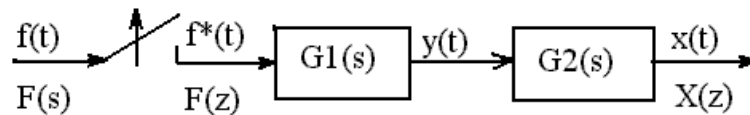


Рисунок 3.4

При выполнении лабораторной работы необходимо сделать следующее:

1. После формирующего элемента с передаточной функцией $G1(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$ в качестве непрерывной части $G2(s)$ присоединить интегрирующее звено, передаточная функция которого имеет вид: $G2(s) = \frac{0.5}{s}$.

2. Записать ПФ $G(s)$ приведенной непрерывной части импульсной цепи и подвергнуть $G(s)$ специальному Z-преобразованию при $T=0.2$ с.:

$$G(s) = \frac{0.5(1 - e^{-sT})}{s^2}, \quad Z\{G(s)\} = Z\left\{\frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{0.5}{s}\right\} =$$

$$= (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{0.5}{s^2}\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{0.5}{s^2}\right\} = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{0.5 \cdot 0.2z}{(z-1)^2} = \frac{0.1}{z-1} = G3(z),$$

где $Z\left\{\frac{0.5}{s^2}\right\} = \frac{0.5Tz}{(z-1)^2}$ по таблице соответствий лабораторной работы 1.

3. Для получения $G3(z)$ в Program CC ввести $G2=0.5/s$, затем получить $G21=G2/s$, найти специальное Z-преобразование $G22(z) = Z\{G21(s)\}$ с помощью программы convert [ор.7, $T=0.2$ с.] и затем построить и вывести на экран дискретную передаточную функцию импульсной цепи $G3(z)$:

$$CC>g2=0.5/s \quad CC>g21=g2/s \quad CC>g22=convert(g21,7,0.2)$$

$$\text{CC}>g3=(z-1)/z*g22, g3 \quad g3(z)=\frac{0.1}{z-1}$$

4. Дискретную передаточную функцию $G3(z)$ с помощью Program CC можно найти также непосредственно по передаточной функции непрерывной части $G2(s)$, если применить к ней программу convert, но использовать оп.8, которая учитывает, что перед непрерывной частью находится фиксатор:

$$\text{CC}>g31=\text{convert}(g2,8,0.2), g31 \quad g31(z)=\frac{0.1}{z-1}$$

Очевидно, что полученная таким образом ПФ $G31(z)$ совпадает с полученной ранее $G3(z)$. В дальнейшем рекомендуется в подобных случаях использовать этот прием.

5. Построить единичную переходную функцию для $G3(z)$ и единичную переходную функцию для объекта с ПФ $G2(s)$ и убедиться в совпадении полученных ЕПФ в моменты времени $t = nT$:

$$\text{CC}>\text{time}(g2, g3, 'tmax',1).$$

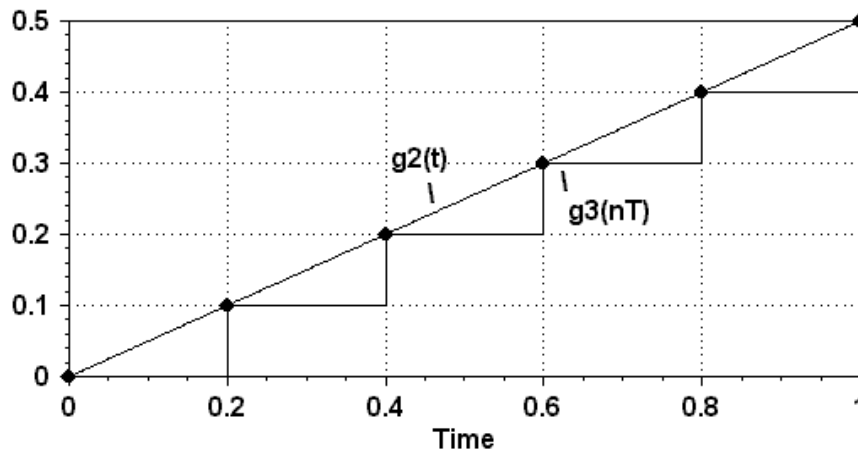


Рисунок 3.5

6. Найти аналогичным образом дискретные передаточные функции $G41(z)$ и $G51(z)$ для случаев, когда после формирующего элемента в качестве непрерывной части имеется:

а) апериодическое звено с ПФ $G4(s) = 0.5/(s+1)$, $Z\{G4(s)\} = G41(z)$; $T=0.2$ с.

б) два апериодических звена с ПФ

$$G5(s) = \frac{0.5}{(s+1)(0.5s+1)}, \quad Z\{G5(s)\} = G51(z), \quad T=0.2 \text{ с.}$$

$$\text{CC}>g4=0.5/(s+1) \quad \text{CC}>g5=0.5/(s+1)/(0.5*s+1) \quad \text{CC}>g41=\text{convert}(g4,8,0.2)$$

$$\text{CC}>g51=\text{convert}(g5,8,0.2) \quad \text{CC}>\text{format short}$$

$$\text{CC}>g41 \quad g41(z)=\frac{0.0906346}{z-0.8187308}$$

$$\text{CC}>g51 \quad g51(z)=\frac{0.0164293(z+0.8187308)}{(z-0.8187308)(z-0.67032)}$$

7. Построить единичные переходные функции для $G41(z)$ и $G51(z)$ и единичные переходные функции для объектов с ПФ $G4(s)$ и $G5(s)$ и убедиться в совпадении полученных ЕПФ в моменты времени $t = nT$.

Перейти в VisSim и для проверки правильности получения дискретных ПФ для импульсных цепей, представленных на рис.3.4 (с различными $G2(s)$), собрать схемы моделирования в соответствии с пунктами задания (рис. 3.6 – 3.8). В этих схемах используются новые блоки: display – для вывода численных значений переменных (Blocks, SignalConsumer) и step – единичное ступенчатое воздействие (Blocks, SignalProducer). В блоках transferFunction записываются передаточные функции $G3(z)$, $G41(z)$ и $G51(z)$, найденные при помощи Program CS.

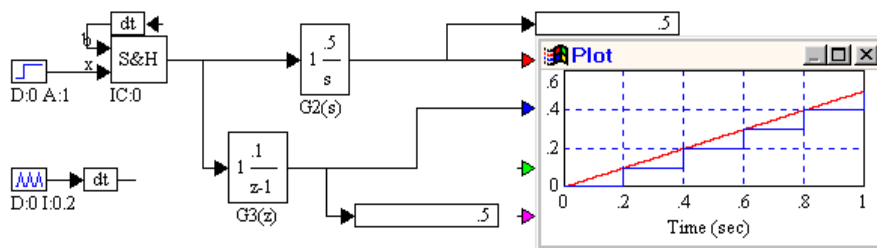


Рисунок 3.6

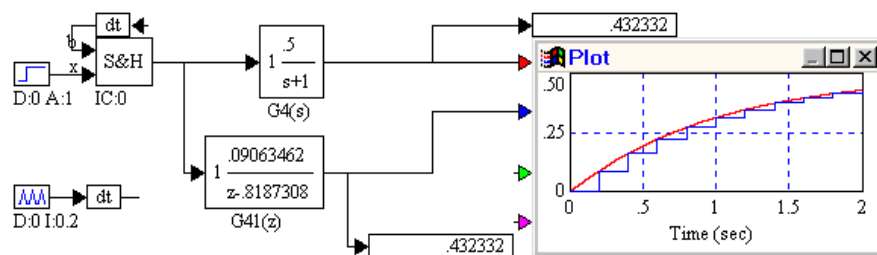


Рисунок 3.7

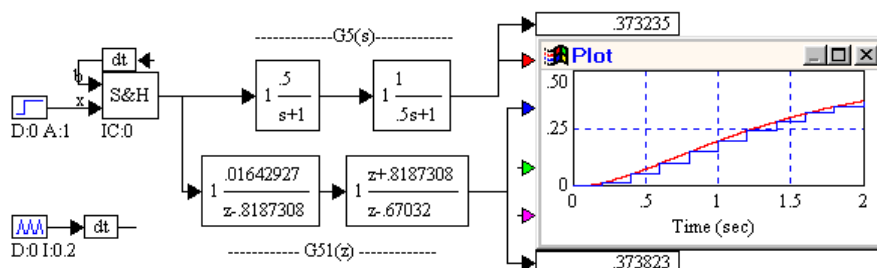


Рисунок 3.8

Вычислительные эксперименты позволяют наглядно убедиться в том, что выходные сигналы для непрерывных и для дискретных систем совпадают

в моменты времени $t = nT$, а также в том, что полученные ЕПФ на рис. 3.5 и рис. 3.6 совпадают.

Замечание: если проводить эксперименты рис. 3.6 – 3.8 на одной диаграмме, то блок pulseTrain нужен **один**.

3.3.2. Определение дискретной ПФ для импульсной цепи, изображенной на рис.3.9

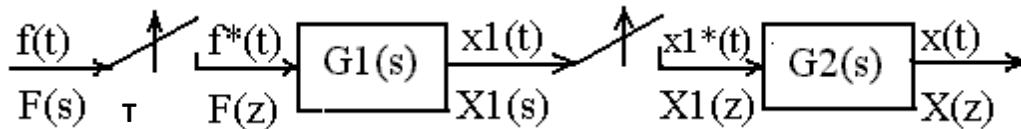


Рисунок 3.9

1. Передаточные функции приведенных непрерывных частей для звеньев

цепи на рис.3.9 имеют вид: $G1(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{0.5}{s+1}$, $G2(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{0.5}{s}$.

2. Использовать полученные ранее (в 3.3.1 п.6 и п.4) специальные Z-преобразования для $G1(s)$ и $G2(s)$ при $T=0.2$ с.: $Z\{G1(s)\} = G41(z)$, $Z\{G2(s)\} = G3(z)$ и в Program CC определить дискретную передаточную функцию импульсной цепи: `CC>g6=g3*g41`.

3. Построить единичную переходную функцию для $g6(z)$ и записать пять первых ординат: `CC>time(g6, 'tmax', 1)`.

4. Составить схему моделирования в среде VisSim (рис. 3.10) и убедиться в том, что выходной сигнал для непрерывных и для дискретных систем совпадают в моменты времени $t = nT$.

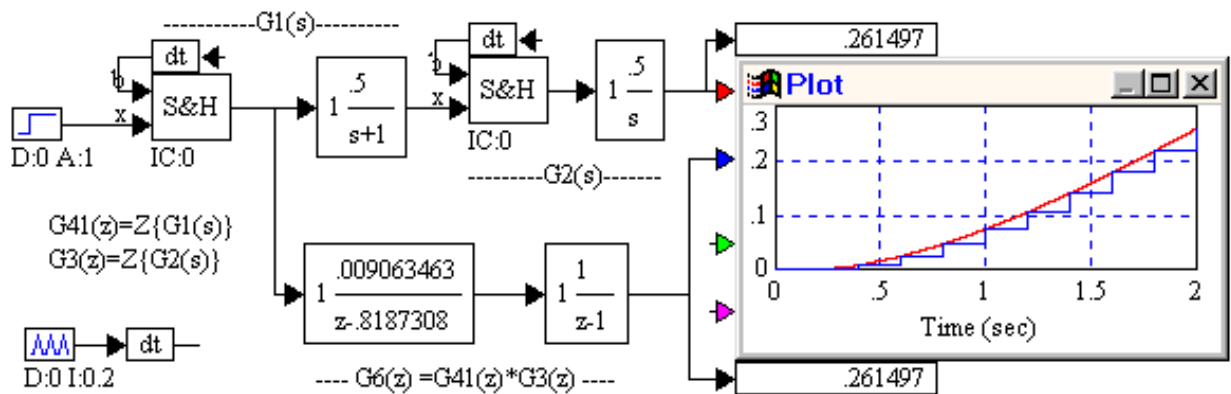


Рисунок 3.10

3.3.3. Определение связи между Z-изображениями выходного и входного сигналов для импульсной цепи, изображенной на рис.3.11

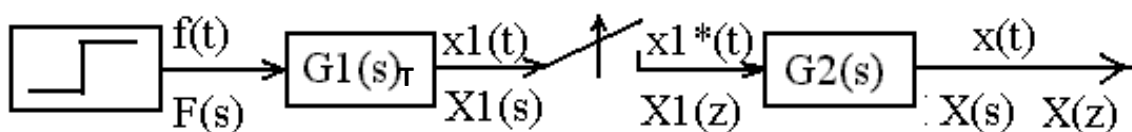


Рисунок 3.11

На рис.3.11 представлены: ПФ аperiodического звена – $G1(s)=G44(s)=\frac{1}{0.5s+1}$ и $G2(s)=\frac{1-e^{-sT}}{s} \cdot \frac{0.5}{s+1}$ – ПФ приведенной непрерывной части, состоящей из фиксатора и аperiodического звена. На импульсную цепь подается единичное ступенчатое воздействие $f(t)=1(t)$ с изображением $F(s) = 1/s$. При выполнении работы необходимо сделать следующее:

1. Составить систему алгебраических уравнений, связывающих изображения Лапласа выходного и входного сигналов непрерывных динамических элементов, входящих в импульсную цепь: $X(s) = G2(s) X1(z)$; $X1(s) = G44(s) F(s)$.

2. Применить специальное Z-преобразование к системе алгебраических уравнений: $X1(z) = Z\{X1(s)\} = Z\{G44(s) F(s)\} = Z\left\{\frac{1}{s(0.5s+1)}\right\} = G71(z)$

$$X(z) = Z\{X(s)\} = Z\{G2(s) G71(z)\} = G71(z) Z\{G2(s)\}.$$

Учитывая, что $Z\{G2(s)\} = G41(z)$, в Program CC получаем $X(z) = G8(z)$:

```
CC>g44=1/(0.5*s+1)   CC>g442=g44/s   CC>g71=convert(g442,7,0.2)
CC>g8=g41*g71       CC>single(g8)
                     0.0298804z
```

$$g8(z) = \frac{0.0298804z}{z^3 - 2.4890508z^2 + 2.0378624z - 0.5488116}$$

Программа single представляет ПФ в виде дробно-рациональной функции с одним полиномом числителя и одним полиномом знаменателя, т.е. в виде, удобном для ввода ее в VisSim.

3 С помощью программы time построить функцию-оригинал выходного сигнала $g8(nT)$ и записать пять первых ординат: $CC>time(g8*(z-1)/z,'tmax',2)$

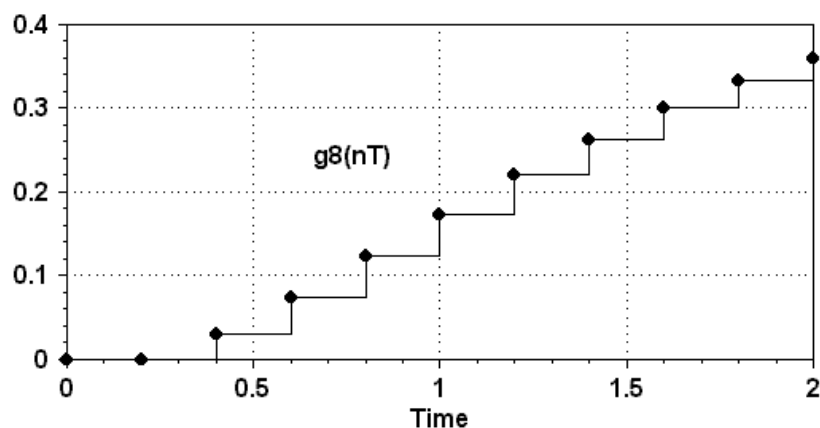


Рисунок 3.12

Перейти в VisSim и для проверки правильности получения изображения выходного сигнала $X(z)$ для импульсной цепи, представленной на рис.3.11, собрать и запустить соответствующую ей в пакете VisSim схему моделирования (рис. 3.13) и убедиться в том, что выходной сигнал для непрерывных и для дискретных систем совпадают в моменты времени $t = nT$ и изображение дискретного сигнала совпадает с рис. 3.12.

Обратить внимание на то, что изображения выходного сигнала $X(z)$ и входного сигнала импульсной цепи $F(z)$ для схемы, приведенной на рис.3.11, не имеют связи через какую-либо вполне определенную передаточную функцию, т.е. для данной импульсной цепи записать передаточную функцию нельзя. Данное обстоятельство объясняется тем, что сигнал $f(t)$ подвергается функциональному преобразованию непрерывным звеном, стоящим перед δ -ИЭ.

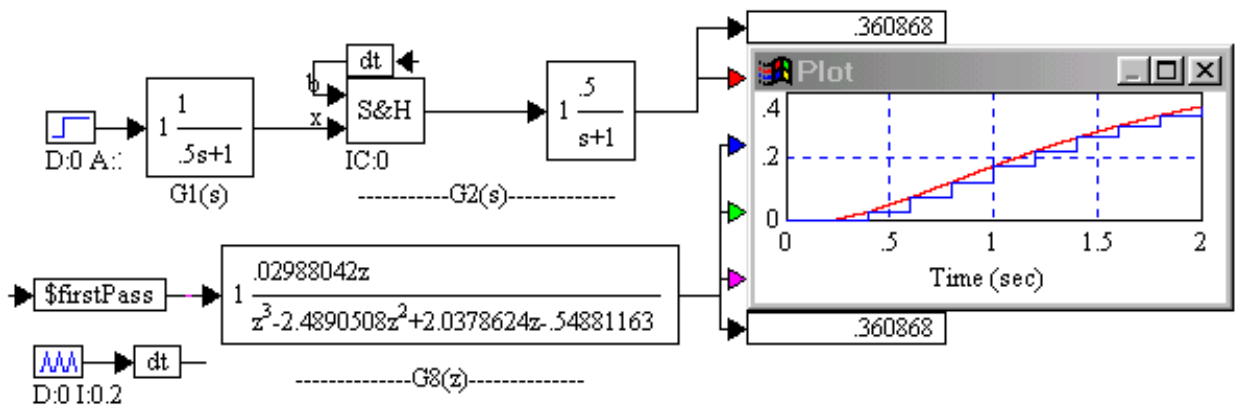


Рисунок 3.13

Индивидуальное задание по лабораторной работе 3

1. В схеме моделирования импульсного элемента (рис.3.2) задать внешний синусоидальный сигнал $X(t) = A \cdot \sin(F \cdot t)$, найти соответствующую ему дискретную ПФ и получить графики изменения входной величины $X(t)$ и выходной величины импульсного элемента $X(nT)$. Все исходные данные взять из таблицы 3.1 для варианта, заданного преподавателем. Период квантования $T = 1$ с.

2. Определить дискретную ПФ для импульсной цепи, изображенной на рис.3.4, присоединив в качестве непрерывной части: а) интегрирующее звено с передаточной функцией $G2(s)$; б) аperiodическое звено с ПФ $G4(s)$; в) два аperiodических звена с ПФ $G5(s)$:

$$G2(s) = \frac{k}{s} \quad G4(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1} \quad G5(s) = \frac{k_1 k_2}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Для проверки правильности получения дискретных ПФ в среде VisSim собрать схемы моделирования, представленные на рис. 3.6 – 3.8, построить единичные переходные функции (рис. 3.5) и убедиться в том, что выходной

сигнал для непрерывных и для дискретных систем совпадают в моменты времени $t = nT$. Период квантования и другие исходные данные взять из таблицы 3.1.

3. Определить дискретную ПФ для импульсной цепи, изображенной на рис.3.9, где ПФ звеньев цепи имеют вид:

$$G1(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{k_1}{T_1 s + 1}, \quad G2(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{k}{s}.$$

Определить дискретную передаточную функцию импульсной цепи, построить единичную переходную функцию, составить схему моделирования (рис.3.10) и убедиться в том, что выходной сигнал для непрерывных и для дискретных систем совпадают в моменты времени $t = nT$.

4. Определить связь между Z-изображениями выходного сигнала $X(z)$ и входного сигнала $F(z)$ для импульсной цепи, изображенной на рис.3.11, где $G1(s)$ – ПФ аperiodического звена, $G2(s)$ – ПФ фиксатора и аperiodического звена, $F(s)$ – изображение входного ступенчатого сигнала:

$$G1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}, \quad G2(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{k_2}{T_2 s + 1}, \quad F(s) = 1/s.$$

Для проверки правильности получения изображения выходного сигнала собрать и запустить схему моделирования рис. 3.13 и убедиться в том, что выходной сигнал для непрерывных и для дискретных систем совпадают в моменты времени $t = nT$. Использовать программу time и получить функцию-оригинал выходного сигнала (рис. 3.12).

5. В отчете указать цель лабораторной работы, представить схемы моделирования, результаты выполнения индивидуального задания и сделать выводы.

Контрольные вопросы по лабораторной работе 3

1. Описать предназначение пакета VisSim, его достоинства и недостатки.
2. Как в пакете VisSim составляется схема моделирования – графическая схема соединений блоков?
3. Как изменить ориентацию блока? Как установить свойства блока?
4. Как осуществляется перенос и копирование блока?
5. Описать назначение и применение блока Variable (переменная).
6. Для чего используется блок CompoundBlock и как он создается?
7. Как результаты моделирования представляются в графической форме с помощью смотрового окна Plot?
8. Какие свойства можно установить для смотрового окна Plot?
9. Как прочитать координаты любой точки графика?
10. Как изменить цвет линий, текста и фона на схеме моделирования и в блоке plot?
11. Как удалить из схемы блок или группу блоков?

12. Как представить математическую модель импульсного элемента средствами пакета VisSim?
13. В каких блоках создается последовательность импульсов единичной амплитуды и синусоидальный сигнал?
14. Описать назначение и использование нелинейного блока sampleHold.
15. Как установить свойства непрерывного и дискретного блока transferFunction?
16. Как аналитически найти дискретную передаточную функцию разомкнутой цепи для случая, когда после формирующего элемента в качестве непрерывной части имеется интегрирующее или апериодическое звено (рис.3.4)?
17. Как найти дискретную передаточную функцию разомкнутой цепи для случая, когда имеется два последовательных формирующих элемента и после первого формирующего элемента в качестве непрерывной части имеется интегрирующее звено, а после второго – апериодическое звено (рис.3.9)?
18. Аналитически определить связь между Z-изображением выходного и входного сигналов для импульсной цепи, изображенной на рис.3.11.

Таблица 3.1

№	Коэффициенты							
	A	F	k	k ₁	T ₁	k ₂	T ₂	Период T, с.
1	1.45	1.5	0.9	1.1	0.1	0.5	1	0.1
2	2.1	1.7	0.8	1.2	0.2	0.6	0.9	0.2
3	1.05	2.1	0.7	1.3	0.3	0.7	0.8	0.3
4	0.95	2.7	0.6	1.4	0.4	0.8	0.7	0.4
5	2.5	1.45	0.4	1.5	0.5	0.9	0.6	0.5
6	2.75	2.55	0.3	1.6	0.6	1	0.5	0.6
7	3.0	3.3	0.2	1.7	0.7	0.1	0.4	0.7
8	1.5	2.25	0.1	1.8	0.8	0.2	0.3	0.8
9	1.75	1.7	1.9	1.9	0.9	0.3	0.2	0.9
10	1.4	2.6	1.8	2	1	0.4	0.1	0.1
11	1.8	3.0	1.7	0.1	0.9	1.9	0.2	0.4
12	0.8	2.0	1.6	0.2	0.8	1.8	0.3	0.2
13	0.6	1.8	1.5	0.3	0.7	1.7	0.4	0.3
14	2.2	2.7	1.4	0.4	0.6	1.6	0.5	0.4
15	3.5	3.6	1.3	0.5	0.5	1.5	0.6	0.3
16	2.35	1.75	1.2	0.6	0.4	1.4	0.7	0.2
17	4.0	1.4	1.1	0.7	0.3	1.3	0.8	0.1
18	3.7	3.2	2	0.8	0.2	1.2	0.9	0.2
19	3.5	2.2	2.1	0.9	0.1	1.1	0.1	0.3
20	2.65	1.4	2.2	0.75	1.1	2	0.4	0.4

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4 ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ ЗАМКНУТЫХ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

Целью лабораторной работы является построение дискретных передаточных функций $G_{\text{зам}}(z)$ различных замкнутых импульсных систем. При выполнении работы используются пакеты прикладных программ Program CC и VisSim.

4.1. Определение дискретной ПФ для замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала рассогласования (рис.4.1)

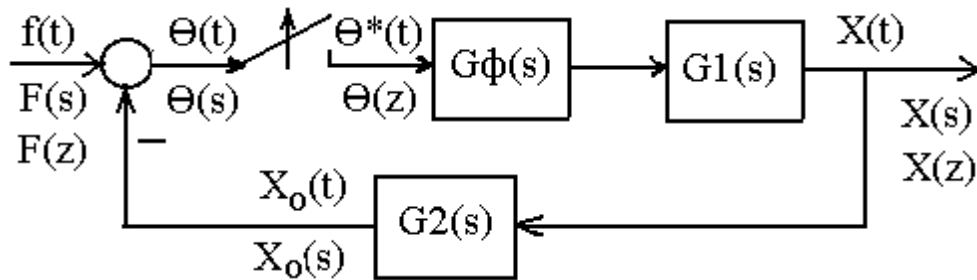


Рисунок 4.1

Здесь $G1(s)$ – ПФ звеньев прямой ветви, $G\phi(s)$ – ПФ формирующего элемента (фиксатора), $G2(s)$ – ПФ звеньев цепи обратной связи.

Дискретная ПФ замкнутой системы, представленной на рис. 4.1, определяется выражением [2,3,6–8]:

$$G_{\text{зам}}(z) = \frac{X(z)}{F(z)} = \frac{G11(z)}{1 + G121(z)}, \quad (4.1)$$

где $G11(z) = z \{G\phi(s) \cdot G1(s)\}$, $G121(z) = z \{G\phi(s) \cdot G1(s) \cdot G2(s)\}$.

В качестве примера рассмотрим замкнутую систему, у которой ПФ звеньев

имеют вид: $G1(s) = \frac{2}{0.1s+1}$, $G\phi(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s}$, $G2(s) = \frac{1}{4s+1}$, $T=0.5$ с.

Для нахождения дискретной ПФ этой системы необходимо:

1. Ввести в Program CC $G1(s)$ и $G2(s)$ и построить $G12(s) = G1(s) \cdot G2(s)$:

CC>g1=2/(0.1*s+1) CC>g2=1/(4*s+1) CC>g12=g1*g2.

2. Вычислить $G11(z) = Z\{G\phi(s) \cdot G1(s)\}$ при $T = 0.5$ с.:

CC>g11=convert(g1,8,0.5), g11 $g11(z) = \frac{1.987}{z - 0.006738}$.

3. Вычислить $G121(z) = z \{G\phi(s) \cdot G12(s)\}$ при $T=0.5$:

CC>g121=convert(g12,8,0.5) CC>single(g121)

$g121(z) = \frac{0.1901z + 0.04333}{z^2 - 0.8892z + 0.005946}$

4. Вычислить и вывести на экран ПФ замкнутой системы: CC>format short

CC>g3=g11/(1+g121), g3 $g3(z) = \frac{1.9865241(z - 0.8824969)}{z^2 - 0.6991394z + 0.0492735}$

Замечание: при использовании format short выводится 7 значащих цифр; для возврата в формат, устанавливаемый по умолчанию (format mini, 4 цифры) использовать команду `CC>format default`.

5. Построить ЕПФ замкнутой системы (рис.4.2): `CC>time(g3)`.

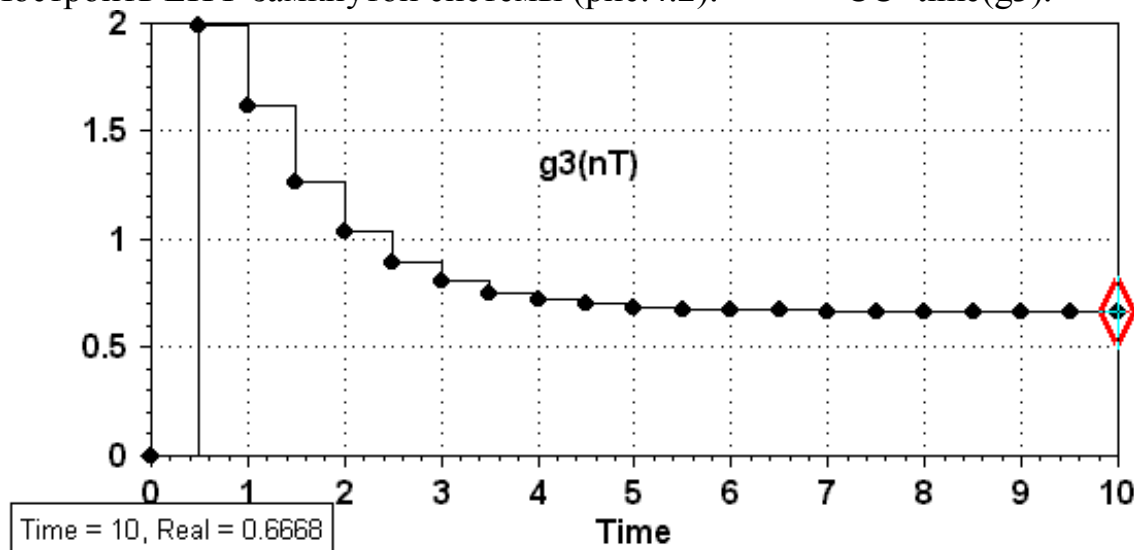


Рисунок 4.2

На графике с помощью курсора найти первые 5 ординат и установившееся значение функции $g_3(nT)$

Time	0	0.5	1	1.5	2	2.5	5
$g_3(nT)$	0	1.987	1.622	1.27	1.041	0.8988	0.6879

Перейти в пакет VisSim и для проверки правильности получения дискретной ПФ для замкнутой импульсной системы, представленной на рис.4.1, смоделировать систему (рис. 4.3) и запустить процесс, используя метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка и шаг интегрирования 0.001.

Указание: при наборе схемы для изменения знака на входе суммирующего блока необходимо поставить курсор на этот вход и нажать `Ctrl +ПКМ`.

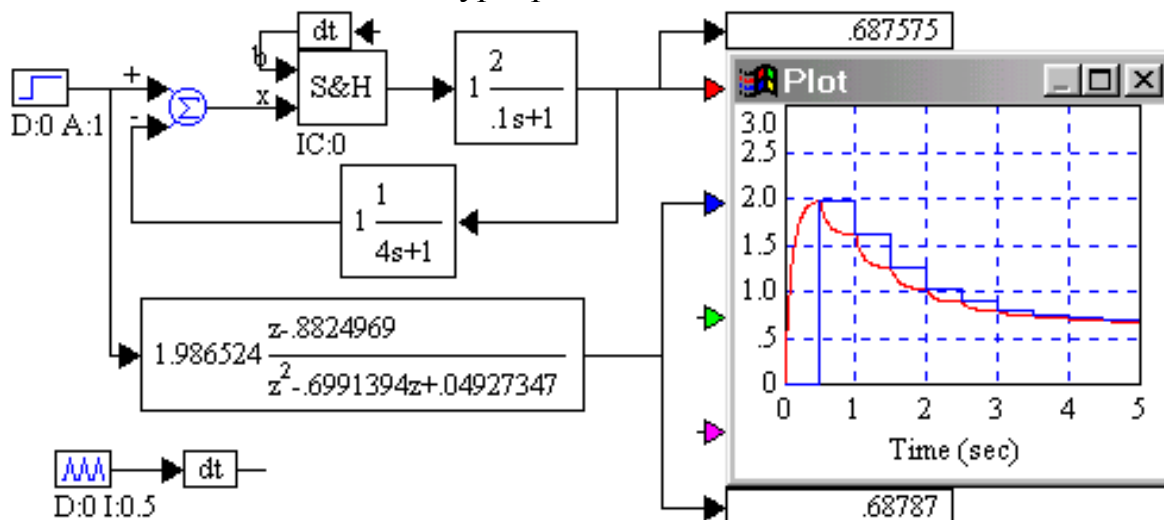


Рисунок 4.3

Из сравнения рис.4.2 и 4.3 очевидно, что в точках квантования ($t = nT$) результаты совпадают, но в отличие от Program CC в VisSim просматривается поведение системы в межтактовом интервале.

4.2. Определение выходного сигнала для замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала в цепи обратной связи (рис.4.4)

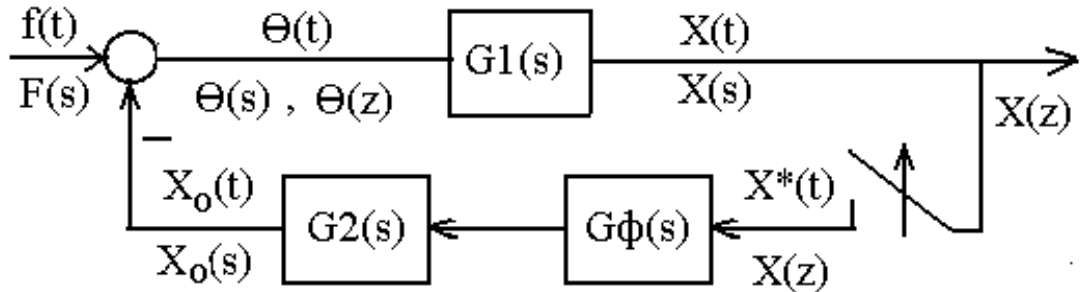


Рисунок 4.4

Дискретная ПФ замкнутой системы, представленной на рис. 4.4, не существует, т.к. входной сигнал $f(t)$ действует на вход непрерывного звена с ПФ $G1(s)$. Выходной сигнал $X(z)$ определяется выражением:

$$X(z) = \frac{G11(z)}{1 + G121(z)}, \quad (4.2)$$

где $G11(z) = z \{G1(s) \cdot F(s)\}$, $G121(z) = z \{G1(s) \cdot G\phi(s) \cdot G2(s)\}$.

В качестве примера рассмотрим замкнутую систему (рис 4.4), у которой ПФ звеньев имеют вид:

$$G1(s) = \frac{2}{0.1s + 1}, \quad G2(s) = \frac{1}{4s + 1}, \quad G\phi(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}.$$

Для нахождения дискретной ПФ этой системы необходимо:

1. Ввести в Program CC $G1(s)$ и $G2(s)$ и построить $G12(s) = G1(s) \cdot G2(s)$ (эти действия уже выполнены в п.4.1).
2. Найти произведение $G10(s) = G1(s) \cdot F(s)$, где $F(s) = 1/s$ – обычное изображение Лапласа входного сигнала $f(t) = 1(t)$: $CC>g10=g1/s$.
3. Вычислить $G101(z) = z \{G10(s)\}$ при $T = 0.5$ с:

$$CC>g101=convert(g10,7,0.5), \quad g101 \quad g101(z) = \frac{1.9865241z}{(z-1)(z-6.737947e-03)}$$

4. Определить $G121(z) = z \{G1(s) \cdot G\phi(s) \cdot G2(s)\}$ – было найдено ранее в п. 4.1.
5. Построить и вывести на экран Z-изображение выходного сигнала замкнутой импульсной системы

$X(z) = G4(z) = G101(z) / (1 + G121(z))$. Заметим, что формально указанное выражение совпадает с выражением для ПФ замкнутой системы. Однако выражение $G101(z)$ зависит от преобразования Лапласа входного сигнала, а вся дробь $G4(z) = X(z)$ определяет Z-изображение выходного сигнала замкнутой системы

$$CC>g4=g101/(1+g121), \quad g4 \quad g4(z) = \frac{1.9865241z(z-0.8824969)}{(z-1)(z^2-0.6991394z+0.0492735)}$$

С помощью программы single можно представить ПФ $G4(z)$ в виде дробно-рациональной функции для дальнейшего использования при моделировании системы в пакете VisSim:

$$CC>single(g4) \quad g4(z) = \frac{1.9865241z^2 - 1.7531014z}{z^3 - 1.6991394z^2 + 0.7484128z - 0.0492735}$$

6. Построить реакцию замкнутой системы на возмущение в виде единичного скачка. Так как $X(z)=g4(z)$ представляет собой Z-изображение выходного сигнала, то для построения графика обратного Z-преобразования $X(nT)$ следует применить стандартную программу time, предварительно умножив $g4(z)$ на $(z-1)/z$, чтобы устранить задаваемое в этой программе единичное скачкообразное воздействие: $CC>time(g4*(z-1)/z)$ – получается график, аналогичный рис. 4.2.

С помощью курсора найти и записать в протокол первые 5 ординат и установившееся значение функции $X(nT) = g4(nT)$.

Перейти в пакет VisSim и для проверки правильности получения выходного сигнала $X(z)$ замкнутой импульсной системы, представленной на рис. 4.4, смоделировать систему (рис. 4.5) и запустить процесс, используя метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.001.

Внимание: для получения графика дискретной ЕПФ на вход звена $G4(z)$ – Z-изображения выходного сигнала – необходимо подать возмущение в виде функции Кронекера $\delta(nT)$. Для этой цели используется блок variable с функцией \$firstPass.

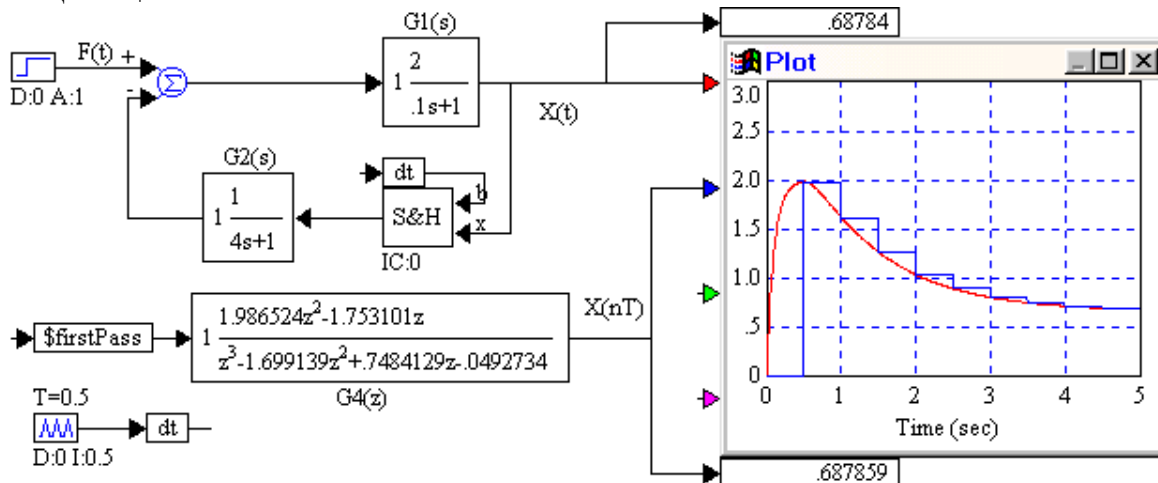


Рисунок 4.5

Интересно отметить, что дискретные ЕПФ систем, представленных на схемах рис.4.1 и рис.4.4 совпадают, хотя непрерывные ЕПФ имеют заметные отличия.

4.3. Определение дискретной ПФ для замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала рассогласования и в цепи обратной связи (рис.4.6)

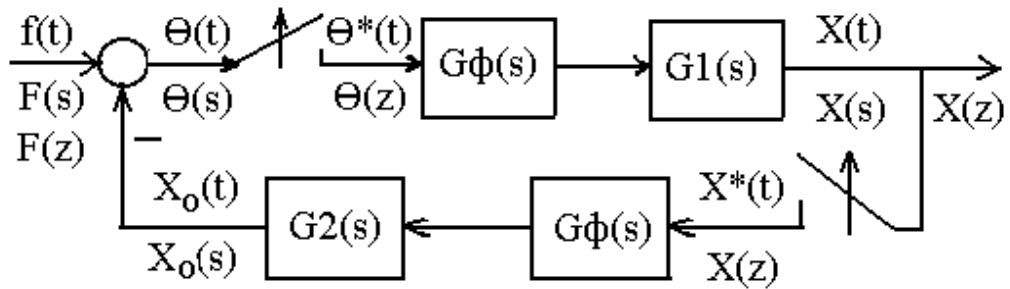


Рисунок 4.6

Здесь $G1(s)$ – ПФ звеньев прямой ветви, $G2(s)$ – ПФ звеньев цепи обратной связи, $G\phi(s)$ – ПФ формирующего элемента (фиксатора).

Дискретная ПФ замкнутой системы, представленной на рис. 4.6, определяется выражением:

$$G_{\text{зам}}(z) = \frac{X(z)}{F(z)} = \frac{G11(z)}{1 + G11(z) \cdot G21(z)}, \quad (4.3)$$

где $G11(z) = z \{G\phi(s) \cdot G1(s)\}$, $G21(z) = z \{G\phi(s) \cdot G2(s)\}$.

В качестве примера рассмотрим замкнутую систему, у которой ПФ

звеньев имеют вид: $G1(s) = \frac{2}{0.1s+1}$, $G2(s) = \frac{1}{4s+1}$, $G\phi(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s}$.

Для нахождения дискретной ПФ этой системы необходимо:

1. Ввести в Program CC $G1(s)$, $G2(s)$ и вычислить $G11(z) = z \{G\phi(s) \cdot G1(s)\}$ при $T=0.5c$:
`CC>format short` `CC>g11=convert(g1,8,0.5), g11`

$$g11(z) = \frac{1.9865241}{z - 6.737947e - 03} \quad \text{– эти действия уже были выполнены в п.4.1.}$$

2. Вычислить $G21(z) = z \{G\phi(s) \cdot G2(s)\}$ при $T = 0.5 c$.:

$$\text{CC>}g21=\text{convert}(g2,8,0.5), g21 \quad g21(z) = \frac{0.1175031}{z - 0.8824969}.$$

3. Построить и вывести на экран дискретную передаточную функцию замкнутой импульсной системы:

$$\text{CC>}g5=g11/(1+g11*g21), g5 \quad g5(z) = \frac{1.986524 \cdot (z - 0.8824969)}{z^2 - 0.8892348z + 0.239369}.$$

4. Построить ЕПФ замкнутой системы (рис.4.7): `CC>time(g5,'tmax',5)`.

На графике с помощью курсора найти первые 5 ординат и установившееся значение функции $g5(nT)$

Time	0	0.5	1	1.5	2	2.5	5
g5(nT)	0	1.987	2	1.536	1.121	0.8624	0.6612

Перейти в пакет VisSim и для проверки правильности получения дискретной ПФ для замкнутой импульсной системы, представленной на рис.4.6, смоделировать систему (рис. 4.8) и запустить процесс, используя метод интегрирования Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом интегрирования 0.001.

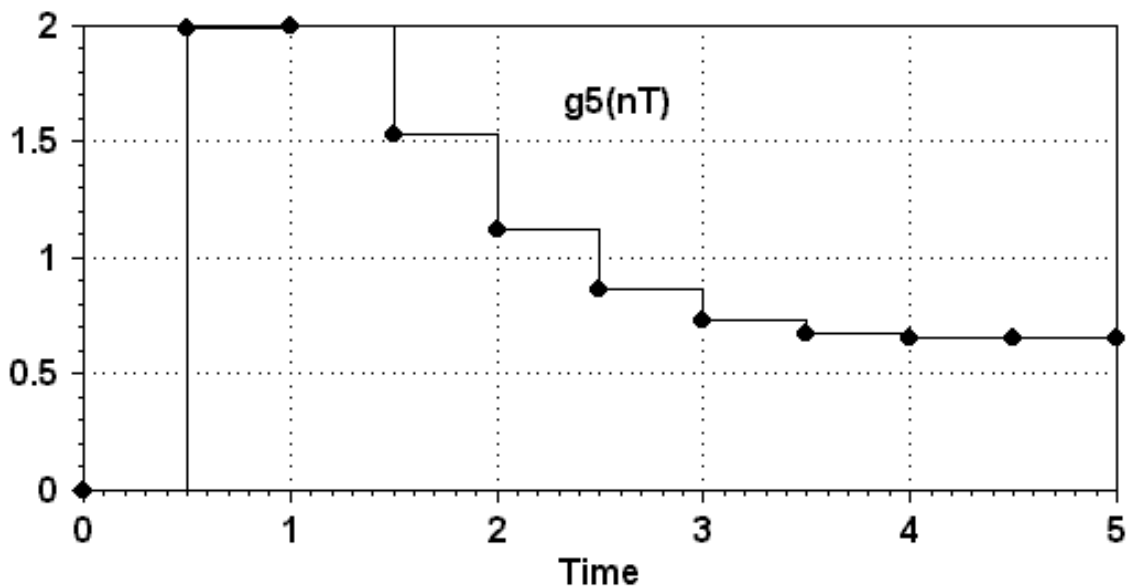


Рисунок 4.7

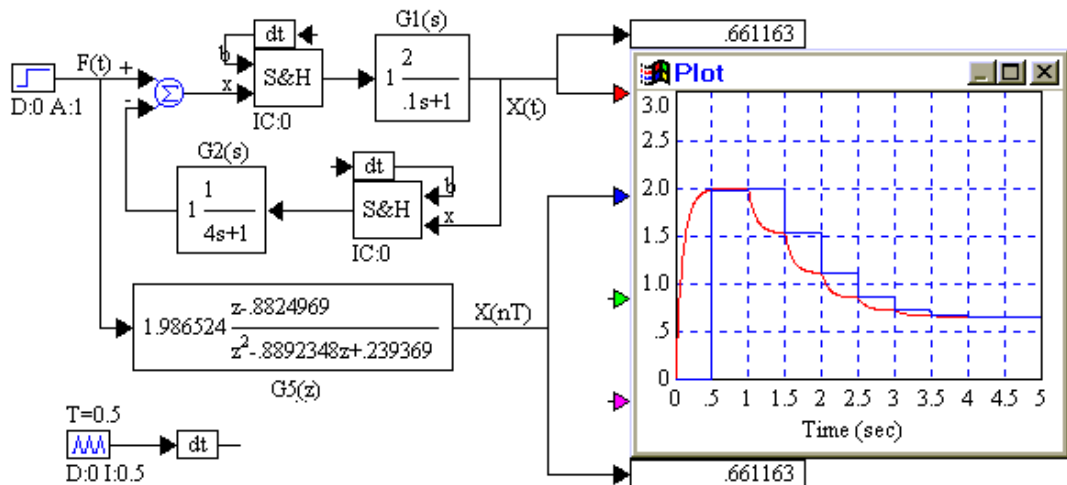


Рисунок 4.8

Индивидуальное задание по лабораторной работе 4

1. Определить дискретную ПФ для замкнутой импульсной системы, изображенной на рис.4.1, где $G1(s)$ – ПФ звеньев прямой ветви, $G\phi(s)$ – ПФ фиксатора, $G2(s)$ – ПФ звеньев цепи обратной связи:

$$G1(s) = \frac{k_1}{T_1s + 1}, \quad G2(s) = \frac{k_2}{T_2s + 1}, \quad G\phi(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}.$$

Построить ЕПФ замкнутой системы средствами Program CC и VisSim (схема моделирования рис.4.3) и убедиться в том, что выходной сигнал для непрерывной и для дискретной систем совпадают в моменты времени $t=nT$. Период квантования и другие исходные данные взять из таблицы 4.1

2. Определить связь между Z-изображениями выходного сигнала $X(z)$ и входного сигнала $F(z)$ для замкнутой импульсной системы, изображенной на

рис.4.4, где $G1(s)$ – ПФ звеньев прямой ветви, $G\phi(s)$ – ПФ фиксатора, $G2(s)$ – ПФ звеньев цепи обратной связи:

$$G1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}, \quad G\phi(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}, \quad G2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1}, \quad F(s) = \frac{1}{s}.$$

Для проверки правильности получения изображения выходного сигнала $X(z)$ использовать средства Program CC и схему моделирования рис.4.5.

3. Определить дискретную ПФ для замкнутой импульсной системы, изображенной на рис.4.6, где ПФ для звеньев цепи имеют вид:

$$G1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}, \quad G2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1}, \quad G\phi(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}.$$

Определить дискретную передаточную функцию импульсной системы, построить ЕПФ средствами Program CC и VisSim (рис.4.8).

4. В отчете указать цель лабораторной работы, представить схемы моделирования, результаты выполнения задания и сделать выводы.

Таблица 4.1

№ варианта	Коэффициенты				
	k_1	T_1	k_2	T_2	<i>Период T, c</i>
1	1.1	0.1	0.5	1	0.1
2	1.2	0.2	0.6	0.9	0.2
3	1.3	0.3	0.7	0.8	0.3
4	1.4	0.4	0.8	0.7	0.4
5	1.5	0.5	0.9	0.6	0.5
6	1.6	0.6	1	0.5	0.6
7	1.7	0.7	0.1	0.4	0.7
8	1.8	0.8	0.2	0.3	0.2
9	1.9	0.9	0.3	0.2	0.9
10	2	1	0.4	0.1	0.2
11	0.1	0.9	1.9	0.2	0.1
12	0.2	0.8	1.8	0.3	0.2
13	0.3	0.7	1.7	0.4	0.3
14	0.4	0.6	1.6	0.5	0.4
15	0.5	0.5	1.5	0.6	0.3
16	0.6	0.4	1.4	0.7	0.2
17	0.7	0.3	1.3	0.8	0.1
18	0.8	0.2	1.2	0.9	0.2
19	0.9	0.1	1.1	0.1	0.3
20	0.75	1.1	2	0.4	0.4

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

Целью лабораторной работы является освоение методики исследования устойчивости и построения переходных процессов в импульсных системах [2–8]. При выполнении работы используются пакеты прикладных программ Program CC и VisSim.

5.1. Исследование динамических характеристик простейшей импульсной следящей системы

Структурная схема простейшей импульсной следящей системы представлена на рис.5.1.

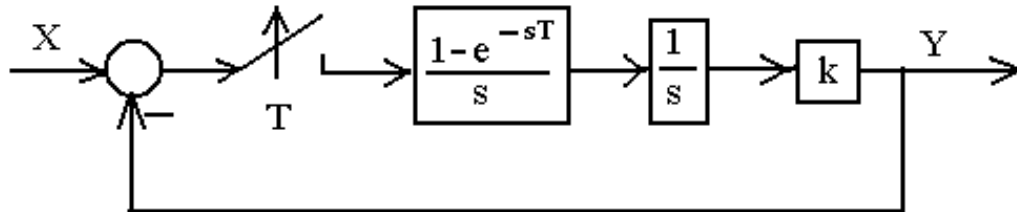


Рисунок 5.1

Для исследования динамических характеристик импульсной системы необходимо выполнить следующее:

1. Построить аналитически (в общем виде) дискретную передаточную функцию разомкнутой системы, состоящей из последовательного соединения фиксатора, интегрирующего и безинерционного звеньев, используя специальное Z-преобразование и таблицу соответствий:

$$G1(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{k}{s} \right\} = (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{k}{s^2} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{kT}{(z - 1)^2} = \frac{kT}{z - 1}$$

2. Получить дискретную передаточную функцию замкнутой системы

$$G3(z) = G1(z) / (1 + G1(z)) = \frac{kT}{z - 1 + kT}$$

3. Перейти в w-плоскость, используя билинейное преобразование

$$z = \frac{1 + 0.5T \cdot w}{1 - 0.5T \cdot w}, \text{ и получить } G31(w) = \frac{kT(1 - 0.5T \cdot w)}{kT + 0.5T \cdot w(2 - kT)}$$

4. Записать характеристический полином замкнутой системы

$$w \cdot (2 - kT) \cdot 0.5T + kT = 0$$

и применить критерий Гурвица для анализа устойчивости, согласно которому для устойчивости системы все коэффициенты характеристического полинома должны быть положительными. Определить предельный по устойчивости коэффициент усиления k: $2 - kT > 0$ или $kT < 2$.

5. Войти в Program CC и проделать все вычисления, положив: а) $k=1.75$; б) $k=4$. Ввести ПФ непрерывной разомкнутой системы без учета фиксатора:

$$\text{а) } G1(s) = k/s = 1.75/s; \quad \text{CC} > g1 = 1.75/s$$

$$\text{б) } G2(s) = k/s = 4/s; \quad \text{CC} > g2 = 4/s$$

6. Построить дискретные передаточные функции разомкнутой системы с учетом фиксатора при времени квантования $T = 1$ с.:

a) `CC>g11=convert(g1,8,1), g11` $g_{11}(z) = 1.75/(z-1)$

b) `CC>g21=convert(g2,8,1), g21` $g_{21}(z) = 4/(z-1)$

7. Построить дискретные передаточные функции замкнутой системы с

помощью Program CC: a) `CC>g31=g11/(1+g11), g31` $g_{31}(z) = \frac{1.75}{z + 0.75}$

b) `CC>g32=g21/(1+g21), g32` $g_{32} = \frac{4}{z + 3}$

8. Построить ЕПФ замкнутой системы: `CC>time(g31,'tmax',10).`

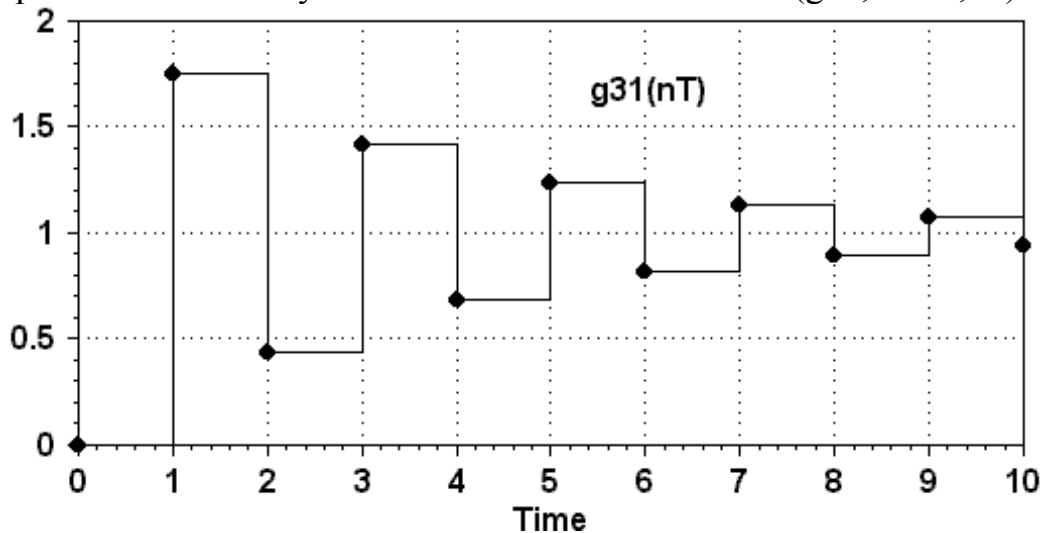


Рисунок 5.2

9. Аналитически найти переходную функцию и сравнить ее с экспериментальной. Для этого составить Z-преобразование переходной

функции: $Y(z) = G_{31}(z)Z\{l(nT)\} = G_{31}(z) \cdot F(z) = \frac{1.75}{z + 0.75} \cdot \frac{z}{z - 1}$ при учете, что

$Z\{l(nT)\} = z/(z-1)$, и использовать формулу Хэвисайда разложения на простейшие дроби для определения решетчатой функции $Y(nT)$. Для этого необходимо:

а) Построить $G_{31} \cdot F(z)$: `CC>g31f=g31*z/(z-1)`, где $g_{31}f$ – имя переменной;

`CC>g31f` `CC>g31f(z) = \frac{1.75z}{(z + 0.75)(z - 1)}`

б) Использовать программу `rfe` для разложения $g_{31}f$ на простые дроби

`CC>pfe(g31f)` $g_{31}f(z) = \frac{z}{z - 1} - \frac{z}{z + 0.75}$

в) По таблице соответствий найти оригинал функции $g_{31}f(z)$

$g_{31}f(nT) = 1(nT) - 1 \cdot (-0.75)^n$;

г) Проверить полученный результат программой `izt`, используемой для определения оригинала функции `CC>izt(g31)` $g_{31}(n) = 1 - (-0.75)^n$ for $n \geq 0$

10. Перейти в w-плоскость и исследовать устойчивость импульсной системы. Для этого сначала необходимо выполнить билинейное преобразование

дискретной передаточной функции разомкнутой системы $G11(z)=1.75/(z-1)$ при $k=1.75$ (из области устойчивости) в непрерывную ПФ $G12(w)$ с помощью программы `wplane`, в которой указывается функция `g11`, а период $T=1$ с. устанавливается автоматически:

$$\text{CC}>\text{g12}=\text{wplane}(\text{g11}), \text{g12} \quad \text{g12}(w) = \frac{-0.875(w-2)}{w}$$

Затем используется программа `nyquist`, которая позволяет построить псевдо-АФХ, т.е. годограф вектора $G12(jw)$ при изменении псевдочастоты w от 0 до ∞ :

`CC>nyquist.`

Появится окно `function nyquist`, в котором ввести `g12` в опцию `g`: (Tf or freq response) и нажать `Ok` или `Enter`. Изменения параметров осей x и y и т.д. можно сделать, щелкнув на графике ПКМ и выбрав опцию `Change`, – в результате график принимает вид, как на рис. 5.3.

Для определения устойчивости системы необходимо мысленно дополнить псевдо-АФХ одной четвертью окружности бесконечно большого радиуса, начинающуюся при $w \rightarrow 0$ на вещественной оси и при движении по часовой стрелке заканчивающуюся на ветви псевдо-АФХ (на рис.5.3 эта окружность обозначена пунктиром). При этом для устойчивой в замкнутом состоянии системы псевдо-АФХ, дополненная окружностью бесконечно большого радиуса, не должна охватывать точку $(-1, j0)$.

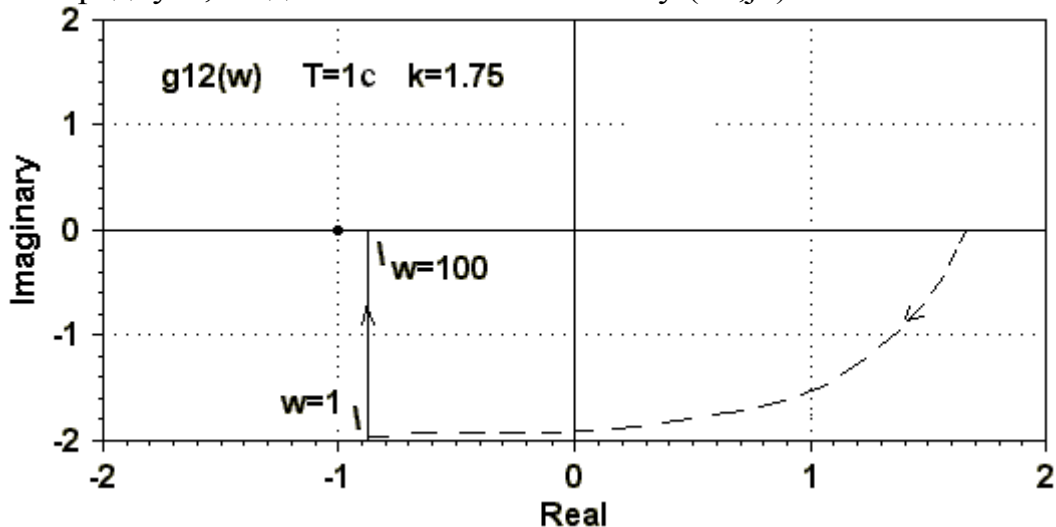


Рисунок 5.3

Аналогично строится псевдо-АФХ для дискретной передаточной функции разомкнутой системы $G21(z)=4/(z-1)$ при $k=4$ и $T=1$ с. (вне области устойчивости). Для этого сначала необходимо выполнить билинейное преобразование $G21(z)$ в непрерывную ПФ $G22(w)$ с помощью программы `wplane`:

`CC>g22=wplane(g21), g22`

$$\text{g22}(w) = \frac{-2(w-2)}{w},$$

а затем программой `nyquist` построить псевдо-АФХ (рис.5.4): `CC>nyquist.`

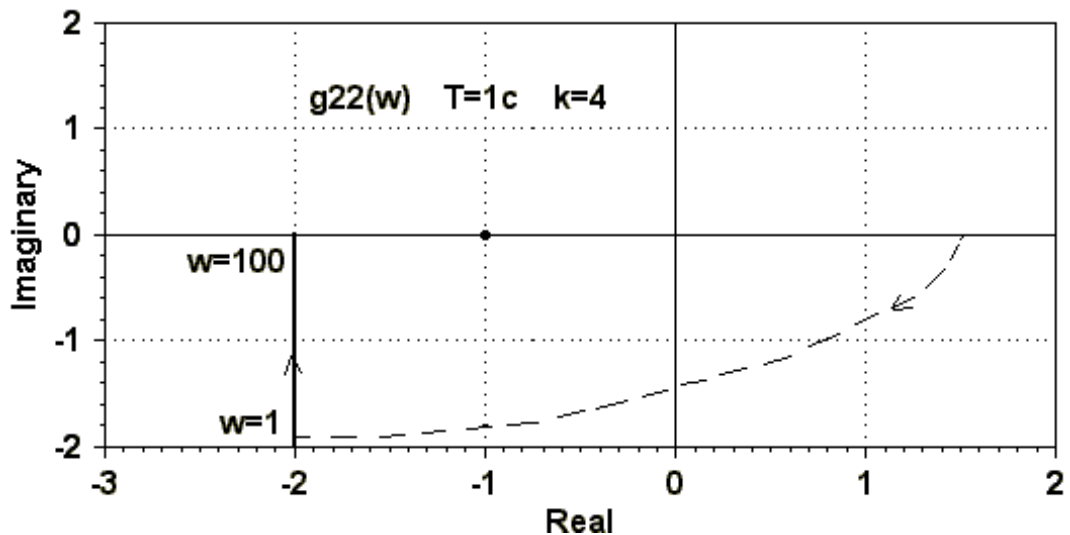


Рисунок 5.4

Сравнительный анализ графиков свидетельствует о том, что замкнутая импульсная система при коэффициенте усиления $k = 1.75$ является устойчивой, а при $k = 4$ – неустойчивой.

11. Исследовать устойчивость импульсной системы методом ЛЧХ. Для этого для ПФ $G12(w)$ применяется программа bode: `СС>bode`. Появится окно function bode, в котором ввести $g12$ в опцию g : (Tf or freq response) и нажать Ok или Enter – в результате появится график. Для изменения его щелкнуть на графике ПКМ, выбрать опцию Change и в открывшемся окне Plot options выбрать опцию bode и установить флажок Asymptotes – в результате график принимает вид, как на рис. 5.5.

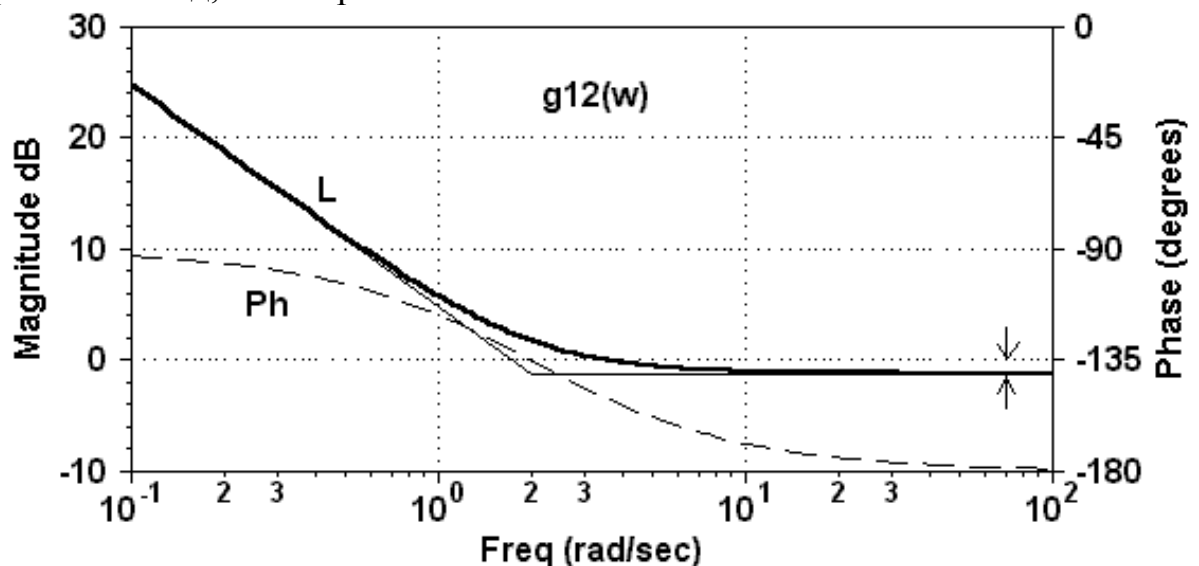


Рисунок 5.5

На рис.5.5 представлены ЛАЧХ (L) и ЛФЧХ (Ph) для $G12(w)$, причем размерность амплитуд установлена в децибелах. Очевидно, что $L(\omega_\pi) < 0$, где ω_π – частота, при которой фаза (Ph) равна -180° , следовательно, замкнутая система устойчива.

Аналогично исследуем функцию $G22(w)$ на устойчивость методом ЛЧХ: $CS>bode$. После внесения изменений график принимает вид, как на рис. 5.6.

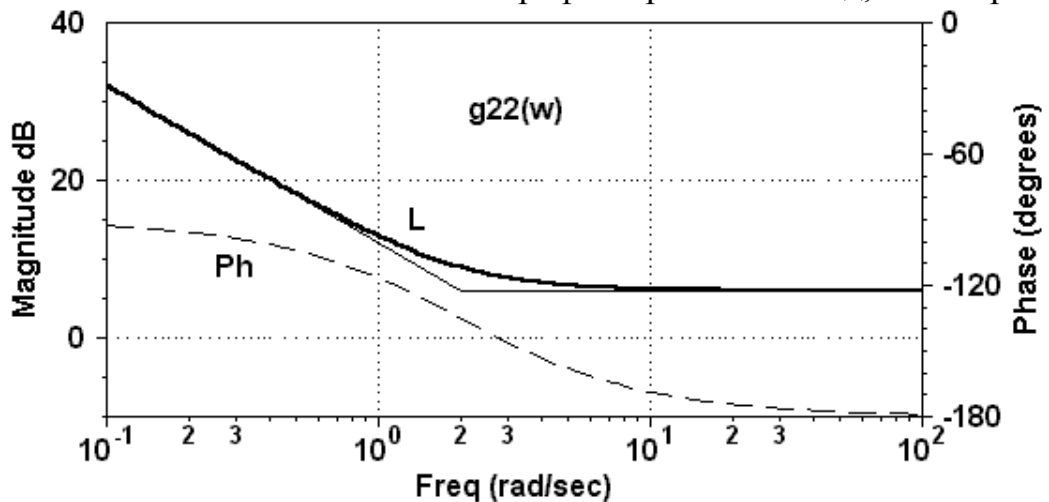


Рисунок 5.6

Из рис.5.6 очевидно, что $L(\omega_\pi) > 0$, следовательно, замкнутая система неустойчива.

12. Перейти в пакет VisSim и составить схему системы (рис.5.7).

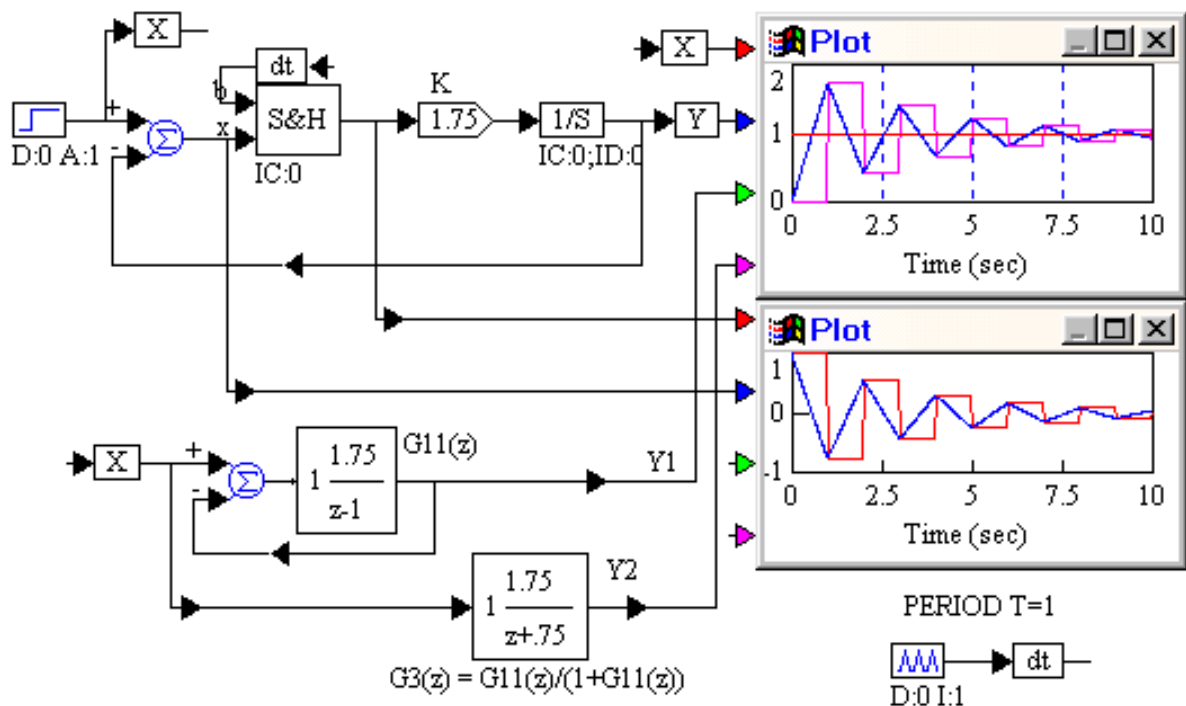


Рисунок 5.7

В схеме используются новые блоки: gain (Blocks, Arithmetic) и integrator (Blocks, Integration). Для моделирования применить метод Рунге–Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.001.

13. Экспериментально определить предельный по устойчивости коэффициент усиления k . Для этого дать коэффициенту усиления несколько

значений в пределах $1 \leq k \leq 4$, для каждого значения получить переходную функцию и сравнить их между собой.

В окне Plot на рис.5.7 приведен график экспериментальной единичной переходной функции (ЕПФ) для области устойчивости (коэффициент усиления $k = 1.75$). Для сравнения представлены аналогичные графики, построенные с учетом ПФ разомкнутой системы $G11(z) - Y1$ и ПФ замкнутой системы $G31(z) - Y2$. Очевидно, что графики $Y1$ и $Y2$ совпадают, кроме того, $Y(t)$ и $Y1(nT)$ совпадают в точках квантования $t = nT$.

Изменив в блоке К коэффициент усиления ($k = 4$), аналогичным образом получить переходную функцию вне области устойчивости.

5.2. Исследование устойчивости импульсной системы автоматического сопровождения цели по дальности импульсной радиолокационной станции

Структурная схема импульсной следящей системы представлена на рис.5.8 [4].

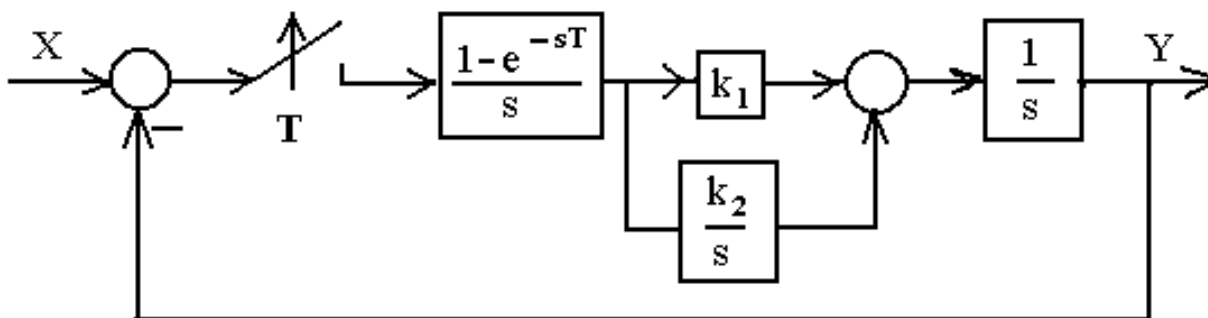


Рисунок 5.8

Для исследования устойчивости системы необходимо выполнить следующее:

1. Построить передаточную функцию $G(s)$ разомкнутой импульсной системы, подвергнуть ее специальному Z-преобразованию и, используя таблицу соответствий из лабораторной работы 1, получить $G4(z)$

$$G4(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \left(\frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s^2} \right) \right\} = (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{k_1}{s^2} + \frac{k_2}{s^3} \right\} = \frac{k_1 T}{z - 1} + \frac{k_2 T^2 (z + 1)}{2(z - 1)^2} =$$

$$= \frac{2k_1 T (z - 1) + k_2 T^2 (z + 1)}{2z^2 - 4z + 2} = \frac{(k_2 T^2 + 2k_1 T)z + (k_2 T^2 - 2k_1 T)}{2z^2 - 4z + 2} = \frac{k_3 z + k_4}{2z^2 - 4z + 2},$$

где $k_3 = 2k_1 T + k_2 T^2$; $k_4 = -2k_1 T + k_2 T^2$.

2. Найти передаточную функцию замкнутой импульсной системы $G3(z)$:

$$G3(z) = \frac{G4(z)}{1 + G4(z)} = \frac{k_3 z + k_4}{(2z^2 - 4z + 2)(1 + \frac{k_3 z + k_4}{2z^2 - 4z + 2})} = \frac{k_3 z + k_4}{2z^2 + (k_3 - 4)z + k_4 + 2} =$$

$$= \frac{k_3 z + k_4}{2z^2 + (k_2 T^2 + 2k_1 T - 4)z + 2 + k_2 T^2 - 2k_1 T} = \frac{k_3 z + k_4}{2z^2 + k_5 z + k_6},$$

где $k_5 = 2k_1 T + k_2 T^2 - 4$; $k_6 = -2k_1 T + k_2 T^2 + 2$.

3. Перейти в w-плоскость, используя билинейное преобразование

$$z = \frac{1 + 0.5T \cdot w}{1 - 0.5T \cdot w} \text{ и получить}$$

$$G31(w) = \frac{(1 - T^2 w^2 / 4) \cdot k_3 + (1 - Tw/2) \cdot k_4}{2 \cdot (1 + Tw/2)^2 + (1 - T^2 w^2 / 4) \cdot k_5 + (1 - Tw/2)^2 \cdot k_6}.$$

4. Приравняв характеристический полином замкнутой системы (знаменатель

$G31(w)$) нулю, после подстановки значений коэффициентов $k_3 \div k_6$, получим

$$(2 - k_1 T) \cdot w^2 + (2k_1 - k_2 T)w + 2k_2 = 0,$$

откуда по критерию Гурвица определим область устойчивости по двум параметрам k_1 и k_2 :

$$k_1 T < 2; 2k_1 T > k_2 T^2 > 0.$$

Область устойчивости на рис.5.9 заштрихована.

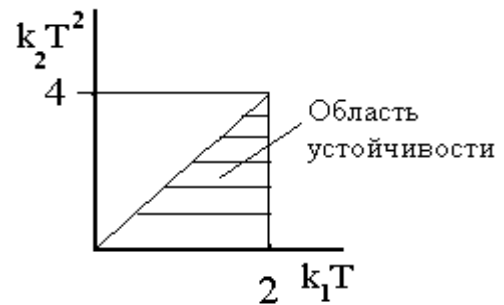


Рисунок 5.9

5. Для исследования устойчивости системы с помощью билинейного преобразования для значений коэффициентов: $k_1 = 1.5$, $k_2 = 2.5$ (из области устойчивости) и периоде $T = 1$ с. необходимо выполнить следующее:

а) построить ПФ $G40$ непрерывной части разомкнутой системы, преобразовать ее программой `convert` и затем программой `single` представить ПФ $G41(z)$ в виде дробно-рациональной функции:

$$\text{CC}>\text{g40}=(1.5+2.5/s)/s \quad \text{CC}>\text{g41}=\text{convert}(\text{g40},8,1)$$

$$\text{CC}>\text{single}(\text{g41}) \quad \text{g41}(z) = \frac{2.75z - 0.25}{z^2 - 2z + 1}$$

б) перейти в w-плоскость и с помощью программы `nyquist` построить псевдо-АФХ (рис.5.10): $\text{CC}>\text{g42}=\text{wplane}(\text{g41}), \text{g42}$

$$\text{g42}(w) = \frac{-0.75(w+1.667)(w-2)}{w^2} \quad \text{CC}>\text{nyquist}(\text{g42}).$$

После изменения параметров осей x и y (как на рис. 5.10) необходимо мысленно дополнить псевдо-АФХ одной четвертью окружности бесконечно большого радиуса, начинающуюся при $w \rightarrow 0$ на вещественной оси и при движении по часовой стрелке заканчивающуюся на ветви псевдо-АФХ (на рис.5.10 эта окружность обозначена пунктиром).

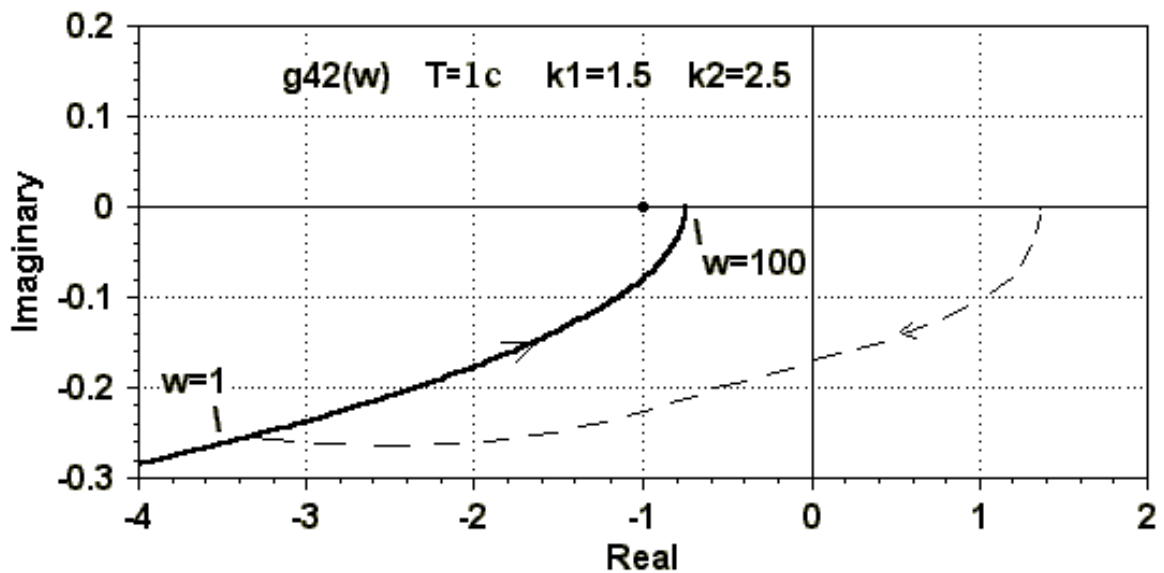


Рисунок 5.10

Аналогично построить псевдо-АФХ (рис.5.11) для значений коэффициентов $k_1 = 1$, $k_2 = 2.5$ (вне области устойчивости):

CC>g5=(1+2.5/s)/s CC>g51=convert(g5,8,1) CC>g52=wplane(g51)
 CC>g52 $g52(w) = \frac{-0.5(w+2.5)(w-2)}{w^2}$ CC>nyquist(g52).

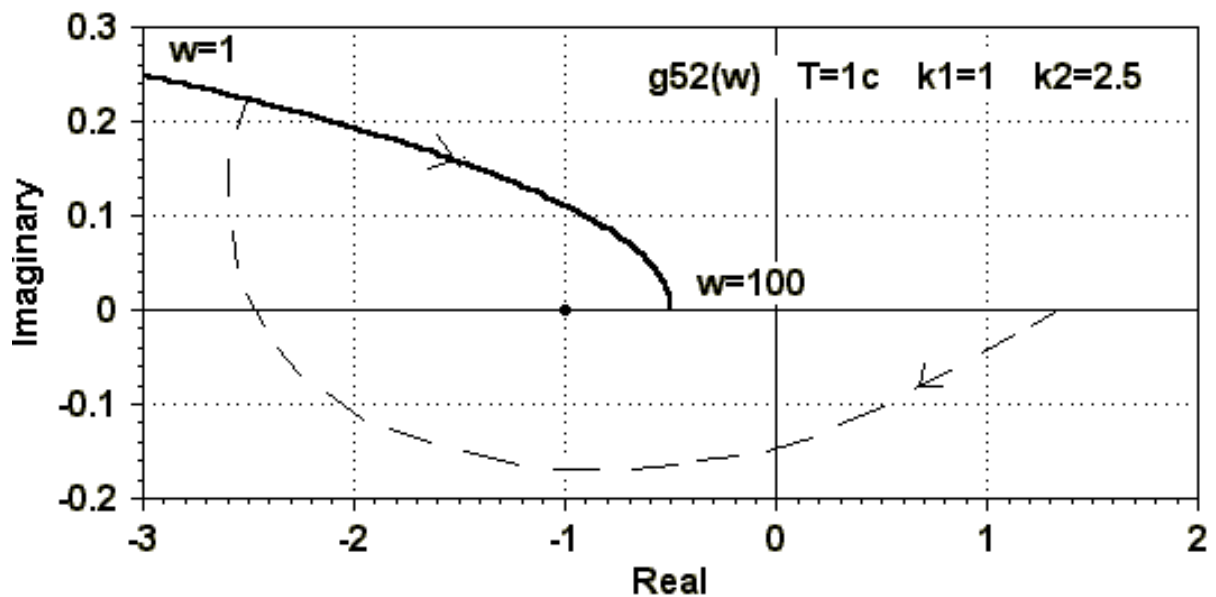


Рисунок 5.11

Сравнительный анализ графиков свидетельствует о том, что замкнутая импульсная система при коэффициентах $k_1 = 1.5$, $k_2 = 2.5$ является устойчивой (рис.5.10), а при $k_1 = 1$, $k_2 = 2.5$ – неустойчивой (рис.5.11).

6. Вычислить ПФ замкнутой системы для параметров $k_1 = 1.5$, $k_2 = 2.5$ (из области устойчивости): CC>g3=g41/(1+g41) CC>single(g3)

$$g3(z) = \frac{2.75z - 0.25}{z^2 + 0.75z + 0.75}$$

7. Перейти в пакет VisSim и составить схему системы (рис.5.12).

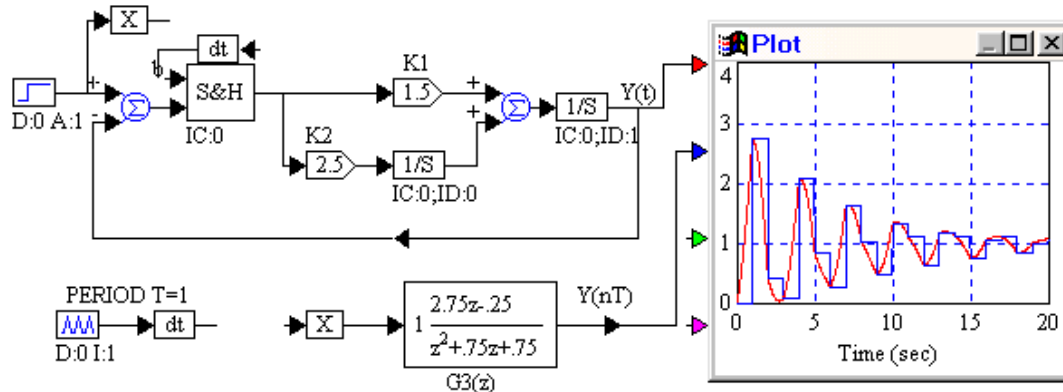


Рисунок 5.12

Экспериментально проверить область устойчивости для параметров k_1 и k_2 . Для этого дать параметрам k_1 и k_2 два варианта значений (из области устойчивости и вне ее), подать единичный ступенчатый сигнал, получить переходные функции и сравнить их между собой. На рис.5.12–5.13 приведена схема системы с параметрами $k_1 = 1.5$, $k_2 = 2.5$ и показаны графики единичной (рис.5.12) и импульсной (рис.5.13) переходной функции $Y(t)$ для области устойчивости при входном ступенчатом и импульсном сигнале. Для сравнения представлены графики ЕПФ и ИПФ – $Y(nT)$, построенные по ПФ $G3(z)$ замкнутой системы. Очевидно, что графики $Y(t)$ и $Y(nT)$ совпадают в моменты квантования $t = nT$.

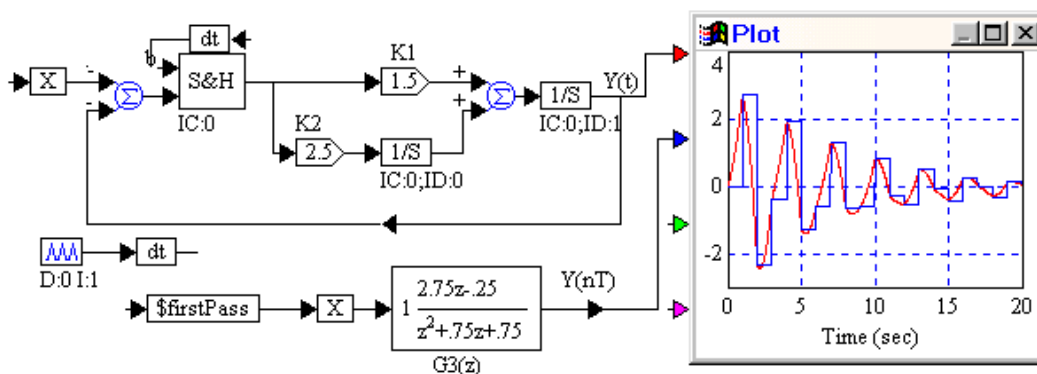


Рисунок 5.13

Изменив в соответствующих блоках параметры k_1 и k_2 , аналогичным образом получить ЕПФ и ИПФ вне области устойчивости.

8. Исследовать устойчивость импульсной системы методом ЛЧХ. Для этого для ПФ $G42(w)$ применяется программа `bode`: `СС>bode(g42)`, результат работы которой представлен на рис. 5.14. Из рисунка следует, что везде фаза $Ph(\omega) > -180^\circ$, следовательно, замкнутая система устойчива.

Аналогично исследуем функцию $G52(w)$ на устойчивость методом ЛЧХ: `СС>bode(g52)`. Результат работы программы представлен на рис.5.15.

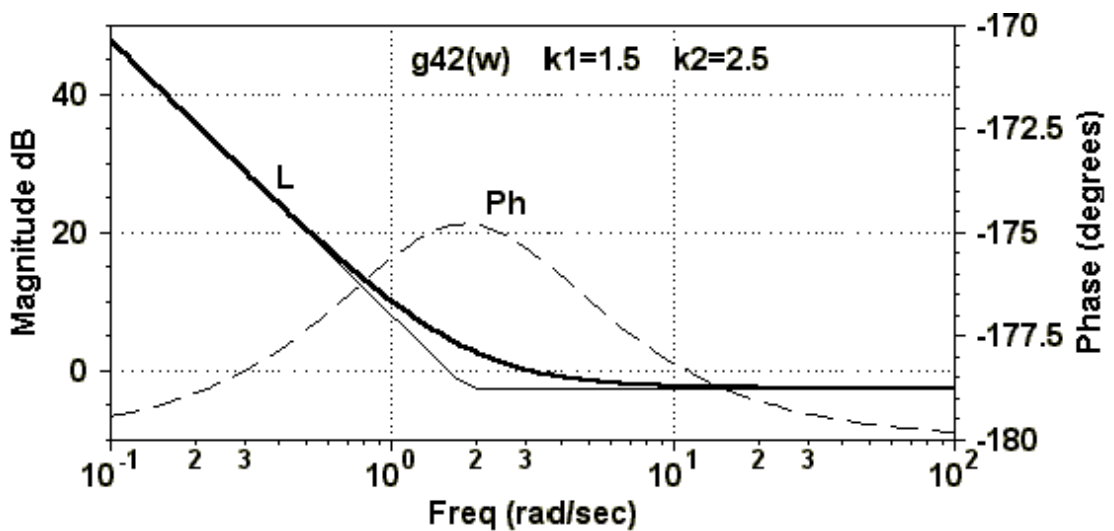


Рисунок 5.14

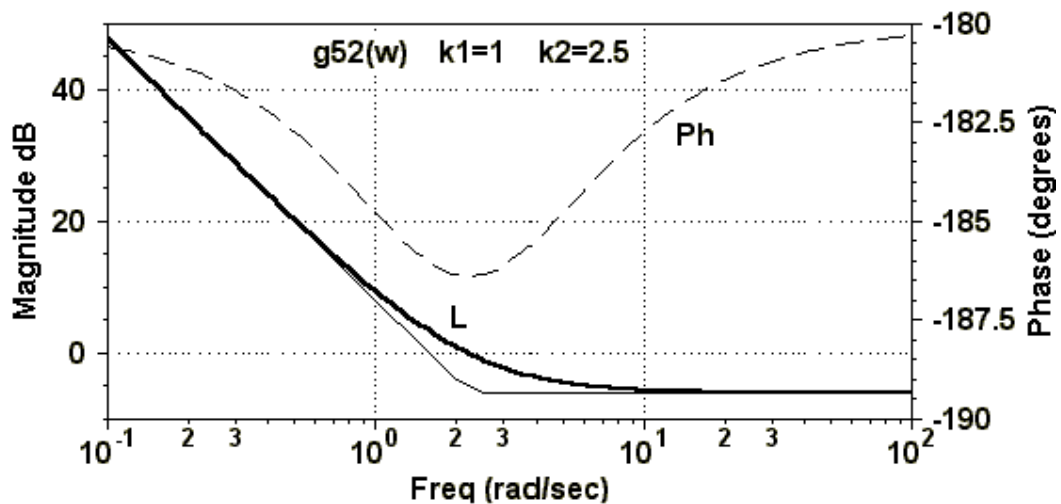


Рисунок 5.15

Из рис.5.15 следует, что везде фаза $Ph < -180^0$, следовательно, замкнутая система неустойчива.

Индивидуальное задание по лабораторной работе 5

1. Для схемы моделирования, изображенной на рис.5.7, найти переходную функцию экспериментально и аналитически и сравнить их между собой. Исследовать устойчивость системы с помощью построения псевдо-АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ. Все исходные данные взять из таблицы 5.1 для варианта, заданного преподавателем.

2. Для схемы моделирования, изображенной на рис.5.12–5.13, найти единичную и импульсную переходную функцию и сравнить их с ЕПФ и ИПФ, полученными программой time пакета Program CS. Исследовать устойчивость системы с помощью построения псевдо-АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ.

3. В отчете указать цель лабораторной работы, представить результаты выполнения индивидуального задания и сделать выводы.

Таблица 5.1

№ варианта	Период квантования T, c	Коэффициенты		
		k	k_1	k_2
1	0.5	3.6	1.55	2.75
2	1	1.4	0.85	1.25
3	0.5	1.05	0.95	0.5
4	0.2	0.25	0.6	0.24
5	0.5	0.2	0.4	0.1
6	0.3	5.0	5.4	1.1
7	0.6	2.35	2.88	1.1
8	0.4	3.5	4.1	2.9
9	0.6	2.8	2.5	1.6
10	0.3	5.5	6	3.5
11	0.5	0.5	0.35	0.14
12	0.2	0.3	0.5	0.15
13	0.5	1.15	1.15	0.8
14	0.1	1.8	0.75	1.05
15	0.5	2.9	3.15	3.0
16	0.5	0.9	1.2	1.1
17	0.2	0.35	0.68	0.25
18	0.5	0.7	0.45	0.2
19	0.3	6.0	4.9	2.7
20	0.4	4.0	3.78	2.2

Контрольные вопросы по лабораторным работам 4 и 5

1. Как определить передаточную функцию замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала рассогласования?
2. Как определить передаточную функцию замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала цепи обратной связи?
3. Как определить передаточную функцию замкнутой импульсной системы с прерыванием сигнала рассогласования и цепи обратной связи?
4. Для чего используется билинейное преобразование при оценке устойчивости линейной импульсной системы?
5. Проанализировать устойчивость простейшей импульсной системы с помощью критерия Гурвица.
6. Проанализировать устойчивость простейшей импульсной системы с помощью критерия Найквиста.
7. Как построить псевдо-АФХ импульсной системы с помощью Program CC?
8. Как исследовать устойчивость импульсной системы методом ЛЧХ с помощью Program CC?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6 ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМАХ

Целью лабораторной работы является исследование качества переходных процессов в импульсных системах и параметрическая оптимизация системы. При выполнении работы используются пакеты прикладных программ СС и VisSim.

6.1. Исследование качества переходных процессов системы автоматического сопровождения цели по дальности

Структурная схема импульсной следящей системы представлена на рис.6.1 [4].

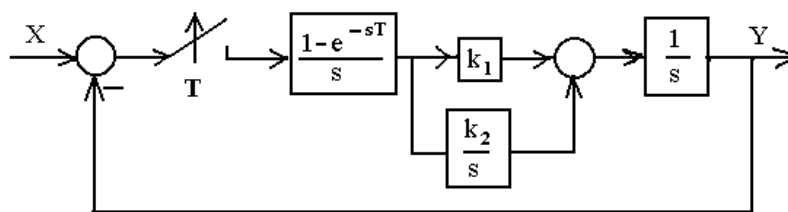


Рисунок 6.1

Для оценки качества процесса управления используются показатели, определяющие точность функционирования системы в установившемся и неустойчивом режиме [2,6–8].

В установившемся режиме используют стандартные внешние воздействия, которые позволяют определить установившиеся ошибки системы: а) статическую ошибку, вызванную действием на систему ступенчатого сигнала; б) скоростную ошибку, вызванную действием на систему сигнала, изменяющегося с постоянной скоростью; в) ошибку по ускорению, вызванную действием на систему сигнала, изменяющегося с постоянным ускорением.

Анализ перечисленных ошибок позволяет установить порядок астатизма системы по отношению к задающему воздействию.

Для оценки функционирования системы в неустойчивом режиме используют внешнее воздействие типа единичной ступенчатой функции и к показателям качества переходного процесса относят: характер и длительность переходного процесса и перерегулирование.

Для исследования качества переходных процессов необходимо выполнить следующее:

1. Составить схему системы автоматического сопровождения цели по дальности, соответствующую структурной схеме рис. 6.1, с параметрами $T = 1\text{с}$, $k_1 = 0.5$, $k_2 = 0.2$ (из области устойчивости).

На рис.6.2–6.4 приведена схема системы и показаны графики переходных процессов $Y(t)$ при подаче на вход сигнала $X(t)$ в виде:

1) единичного ступенчатого (рис.6.2); 2) линейного, который изменяется с

постоянной скоростью $\dot{x}=1$ и создается блоком ramp (рис.6.3);
 3) параболического, который изменяется с постоянным ускорением $\ddot{x}=1$ и создается блоком parabola (рис.6.4). Блоки ramp и parabola находятся в меню Blocks, SignalProducer. Для моделирования использовать метод Рунге–Кутты 4–го порядка с шагом интегрирования 0.001 (RK4,0.001).

Для сравнения представлены графики переходных процессов $Y(nT)$, построенные по дискретной ПФ $G3(z)$ замкнутой системы. Очевидно, что графики $Y(t)$ и $Y(nT)$ совпадают в моменты квантования $t = nT$.

В нижнем окне Plot и блоке display на рис.6.2–6.4 представлены графики ошибок $e = X - Y$ для различных входных сигналов.

2. Вычислить аналитически статическую ошибку и сравнить ее с экспериментальной (рис.6.2). Численное значение установившейся ошибки вычисляются на основе теоремы о конечном значении:

$$e_{уст} = \lim_{n \rightarrow \infty} e[nT] = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} (1 - G3(z)) X(z),$$

где $X(z) = Z\{1(nT)\} = z/(z-1)$. Убедиться, что статическая ошибка равна нулю.

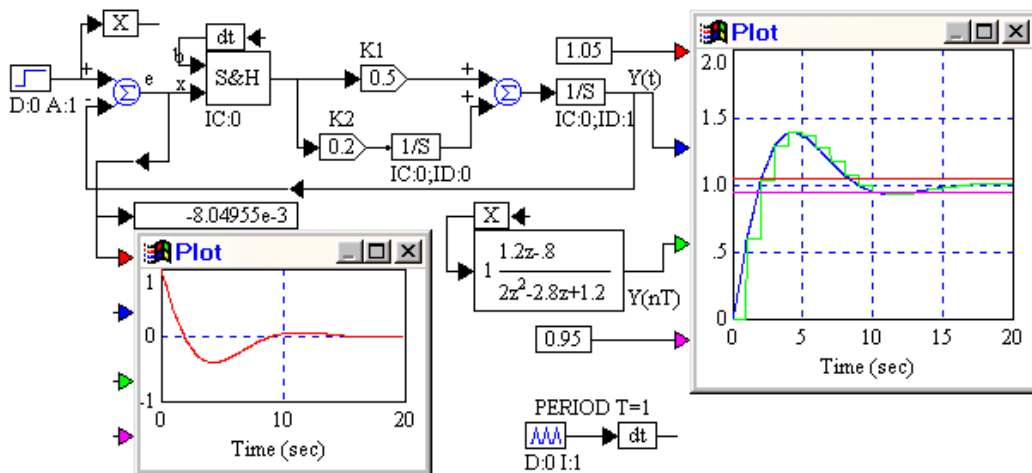


Рисунок 6.2

3. Используя передаточную функцию $G3(z)$ замкнутой импульсной системы при значении параметров $k_1 = 0.5$ и $k_2 = 0.2$, аналитически найти переходную функцию и сравнить ее с экспериментальной. Для этого составить Z-преобразование переходной функции по формуле: $H(z) = G3(z)Z\{1(nT)\}$ и, учитывая, что $Z\{1(nT)\} = z/(z-1)$, представить $H(z)$ в виде:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}},$$

а затем вычислить оригинал $h(nT)$ для $n = 0, 1, 2, 3$ по формулам (6.1) [2,3,6–8]:

$$h(0) = \frac{b_0}{a_0}; \quad h_i = h[iT] = \frac{1}{a_0} \left[b_i - \sum_{k=0}^{i-1} a_{i-k} h_k \right], \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1)$$

Полученные расчетные значения сравнить с экспериментальными на рис.6.2. Для этого увеличить на весь экран график изменения выходной величины $Y(t)$, использовать кнопку Read Coordinates в Plot Properties и записать значения величины $Y(t)$ при $t = 1, 2, 3$ с.

4. Для параметров $k_1 = 0.5$ и $k_2 = 0.2$ аналогично найти экспериментальным и аналитическим способом переходной процесс при действии на вход линейно изменяющегося сигнала $X(t) = t$, учитывая, что $Z\{nT\} = X(z) = Tz / (z - 1)^2$, где $T = 1$. В блоке ramp в окне Properties установить параметр slope, равный 1, при этом $\dot{x}(t) = 1$.

Вычислить скоростную ошибку и сравнить ее с экспериментальной (рис.6.3). Убедиться, что скоростная ошибка равна нулю.

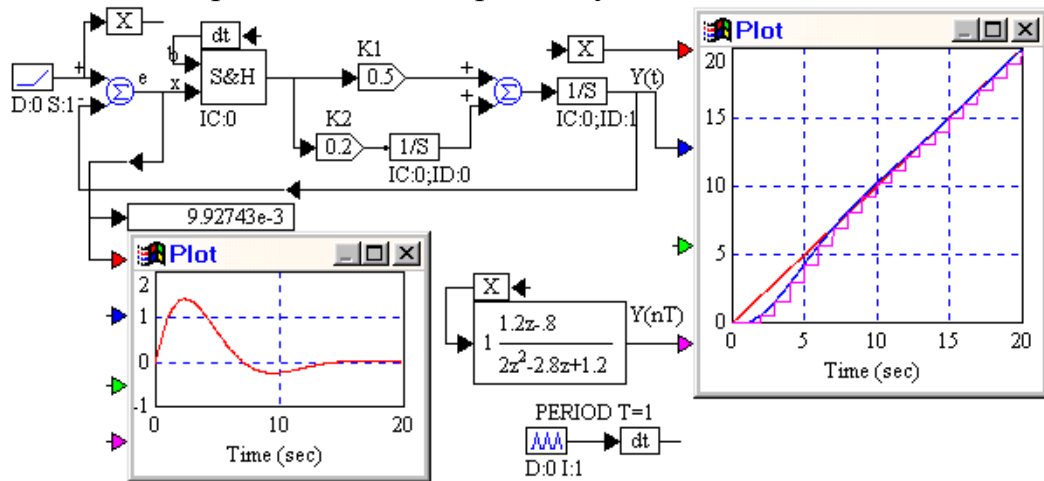


Рисунок 6.3

5. Аналогично экспериментально и аналитически построить переходной процесс при действии на вход сигнала, изменяющегося по параболе $X(t) = 0.5t^2$, учитывая, что $Z\left\{\frac{(nT)^2}{2}\right\} = \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$, где $T = 1$. В блоке parabola в окне Properties установить параметр slope Rate, равный 0.5, при этом $\ddot{x}(t) = 1$. Вычислить ошибку по ускорению и сравнить ее с экспериментально найденной (рис.6.4).

6. На основании анализа всех перечисленных ошибок (статической, скоростной и по ускорению) дать определение порядка астатизма по полезному сигналу для данной системы.

7. Определить характер переходного процесса (апериодический или колебательный). Найти время переходного процесса T_{Π} – интервал времени

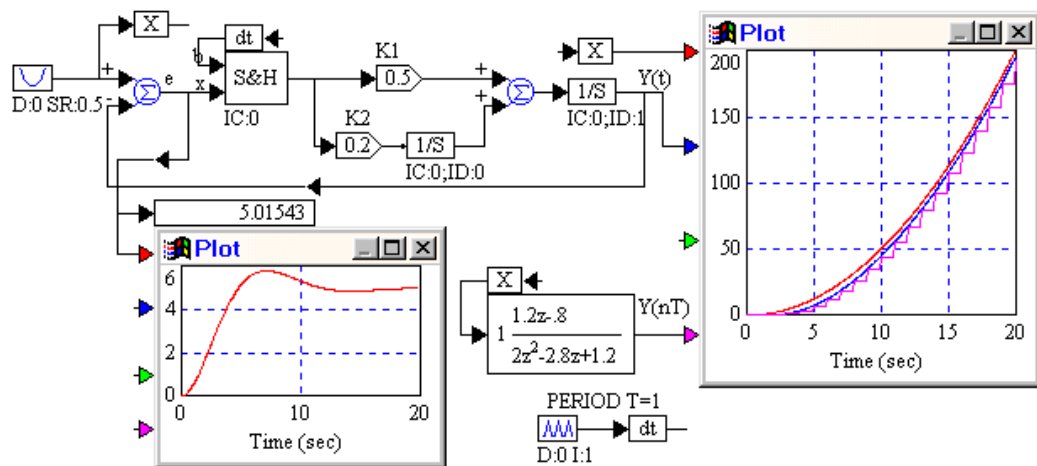


Рисунок 6.4

от момента приложения на вход системы единичного ступенчатого воздействия до момента времени, после которого $|Y(t) - Y_{уст}| \leq \Delta$, где $\Delta=0.05$. В схеме на рис.6.2 использованы два блока const (Blocks, SignalProducer), в которых установлены значения 1.05 и 0.95, ограничивающие зону отклонения $\Delta=0.05$ переменной $Y(t)$ от установившегося значения $Y_{уст}$, равного 1. По результатам моделирования

найти Y_{max} и перерегулирование $\sigma = \frac{Y_{max} - Y_{уст}}{Y_{уст}} \cdot 100\%$.

6.2. Интегральная квадратичная оценка качества и параметрическая оптимизация системы

1. На рис. 6.5 приведена схема вычисления интегральной квадратичной оценки качества системы автоматического сопровождения цели по дальности, которая позволяет при постоянных значениях одного коэффициента, например k_2 , варьировать другой параметр k_1 и находить оптимальное значение k_1 , обеспечивающее минимум интегральной квадратичной оценки

$$I = \int_0^{\infty} (X - Y)^2 dt = \int_0^{\infty} e^2 dt, \quad \text{где } e = X - Y \text{ – ошибка.}$$

В схеме используются следующие новые блоки: * (multiply) – умножения, row – для получения квадрата ошибки (Blocks, Arithmetic); slider (Blocks, SignalProducer) – для удобного ввода с помощью мыши значений параметра k_1 в заданных границах. Последние устанавливаются в окне slider Properties: верхняя (Upper Bound) и нижняя (Lower Bound) граница. Шаг изменения переменной равен 1/100 разности верхней и нижней границы.

Используя схему рис. 6.5, построить графики зависимости интегральной оценки качества I от параметра k_1 при различных постоянных значениях параметра k_2 : 0.2, 0.5, 1. Для одного значения k_2 задавать 5 – 6

значений k_1 и для каждого фиксировать величину I . По полученным данным построить 3 графика зависимости I от k_1 и найти оптимальное значение k_1 , обеспечивающее минимум интегральной квадратичной оценки качества.

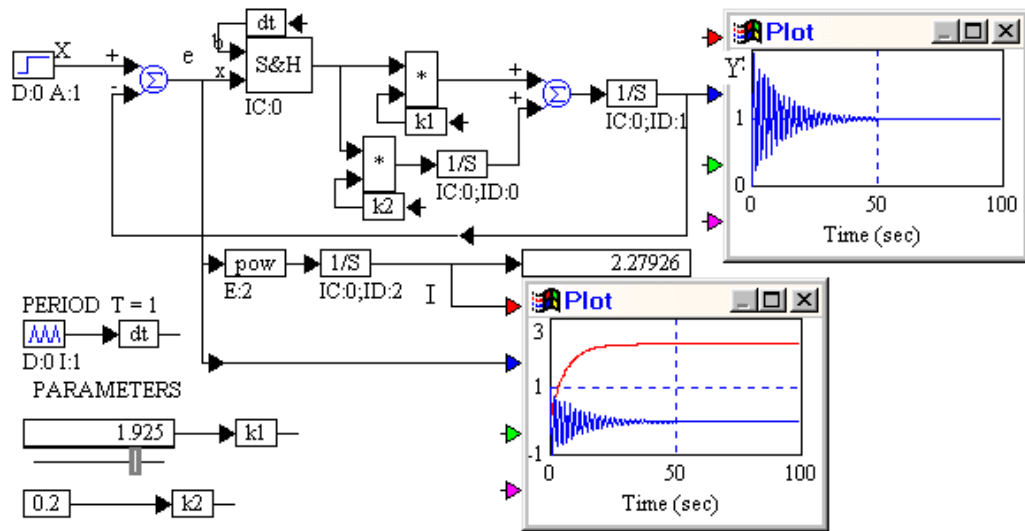


Рисунок 6.5

2. На рис.6.6 приведена схема параметрической оптимизации системы автоматического сопровождения цели по дальности, которая позволяет при заданных значениях одного коэффициента, например k_2 , подобрать значение другого параметра k_1 , обеспечивающего минимум интегральной квадратичной оценки.

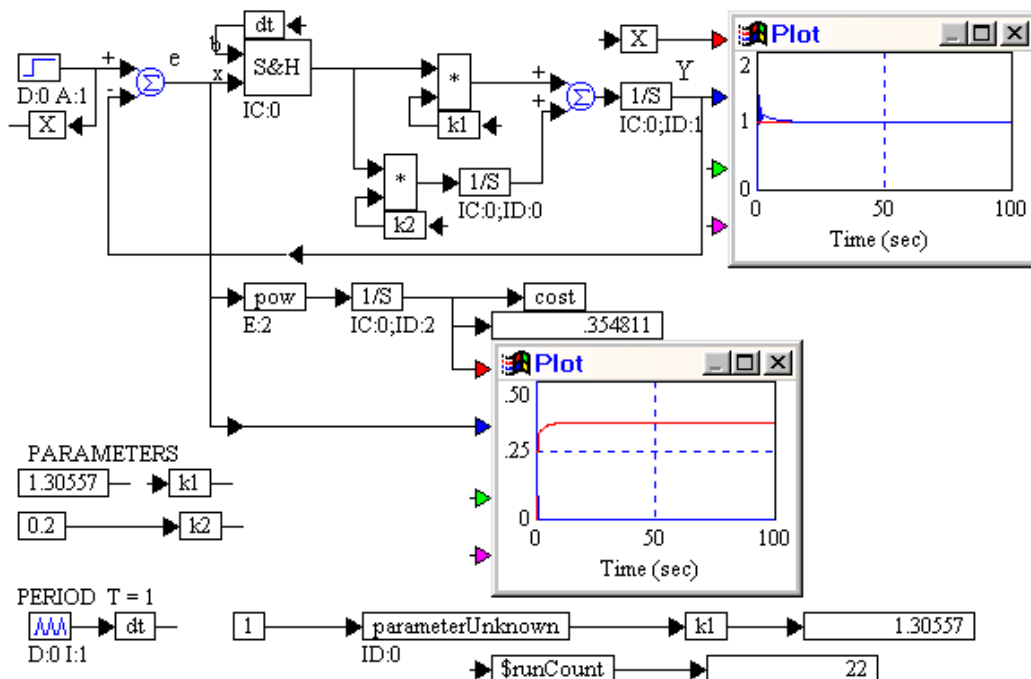


Рисунок 6.6

В схеме используются следующие новые блоки: cost (цена), показывающий, какой функционал минимизируется, parameterUnknown, указывающий изменяемый в процессе оптимизации параметр (Blocks, Optimization); const, в котором задается начальное значение искомого параметра (Blocks, SignalProducer), а также системная переменная \$runCount из списка variable, показывающая число итераций (Blocks, Annotation).

Сначала производится настройка: Simulate, Optimization Properties, Optimization Setup, где устанавливается метод оптимизации Powell и величина ошибки Error Tolerance, равная 0.1, и устанавливается флажок Perform Optimization, а затем командой Go (F5) или зеленой кнопкой в инструментальной линейке запускается процесс моделирования и оптимизации, результаты которого изображаются в блоках plot и display

Составив схему рис.6.6, задать три значения параметра k_2 : 0.2, 0.5, 1 и для каждого k_2 найти оптимальную величину параметра k_1 , обеспечивающего минимум интегральной квадратичной оценки, и сравнить ее с результатами экспериментов в схеме рис.6.5.

После экспериментального определения оптимального значения параметра k_1 , обеспечивающего минимум интегральной квадратичной оценки качества **I**, отключить процесс оптимизации, для чего: отсоединить блоки parameterUnknown и cost, параметру k_1 задать найденное оптимальное значение (по аналогии с заданием значения k_2), в окне Optimization Setup убрать флажок Perform Optimization и запустить процесс моделирования (использовать метод Рунне-Кутта с шагом 0.01). Полученные результаты сравнить с рис.6.5.

Индивидуальное задание по лабораторной работе 6

1. Для схем моделирования, изображенных на рис.6.2–6.4 исследовать качество переходного процесса для установившегося режима, вычислив аналитически и проверив экспериментально ошибки: статическую, скоростную и по ускорению. Определить порядок астатизма системы по полезному сигналу. Все исходные данные взять из таблицы 6.1 для варианта, заданного преподавателем.

2. Для схемы моделирования, изображенной на рис.6.2 исследовать качество переходного процесса для неустановившегося режима, найти время переходного процесса и перерегулирование.

3. Для схемы моделирования, изображенной на рис.6.5, для трех заданных значений k_2 найти оптимальное значение k_1 , обеспечивающее минимум интегральной квадратичной оценки качества **I**. Построить три графика зависимости **I** от k_1 при заданных k_2 .

4. Используя схему параметрической оптимизации (рис.6.6), экспериментально найти для каждого k_2 оптимальную величину параметра k_1 , обеспечивающего минимум интегральной квадратичной оценки, и сравнить ее с результатами экспериментов в схеме рис.6.2.

5. В отчете указать цель лабораторной работы, представить результаты выполнения индивидуального задания и сделать выводы.

Таблица 6.1

№ варианта	Период квантования T, с	Коэффициенты		Коэффициент		
		k ₁	k ₂	k ₂		
1	0.5	1.55	2.75	1.2	2.3	3.6
2	0.1	0.85	1.25	0.3	0.9	1.15
3	1	0.95	0.5	0.2	0.7	1.05
4	0.2	0.6	0.24	0.1	0.2	0.4
5	0.25	0.4	0.1	0.15	0.2	0.25
6	0.3	5.4	1.1	2.5	6	8
7	0.6	2.88	1.1	2	2.5	3.6
8	0.4	4.1	2.9	1.7	3.4	4.8
9	0.6	2.5	1.6	0.9	2.1	3
10	0.3	6	3.5	2	4	5.5
11	0.25	0.35	0.14	0.05	0.1	0.2
12	0.2	0.5	0.15	0.1	0.25	0.35
13	1	1.15	0.8	0.35	0.6	1.2
14	0.1	0.75	1.05	0.45	0.96	1.3
15	0.5	3.15	3.0	1.1	2.8	4.5
16	0.4	1.2	1.1	0.55	0.8	1.3
17	0.2	0.68	0.25	0.1	0.3	0.5
18	0.25	0.45	0.2	0.08	0.15	0.25
19	0.3	4.9	2.7	1.4	3.3	6.7
20	0.4	3.78	2.2	1.3	2.7	3.6

Контрольные вопросы

1. Качество процесса управления в импульсных системах в установившемся режиме. Как определить аналитически статическую ошибку?
2. Как определить аналитически скоростную ошибку и ошибку по ускорению?
3. Как в пакете VisSim экспериментально найти статическую, скоростную ошибку и ошибку по ускорению?
4. Как составить Z-преобразование переходной функции $H(z)$ и вычислить оригинал $h(nT)$ для $n = 0, 1, 2, 3$?
5. Как определить качество процесса управления в импульсных системах в неустановившемся режиме?
6. Как в пакете VisSim осуществляется параметрическая оптимизация системы?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7 РЕШЕНИЕ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СРЕДСТВАМИ ПАКЕТОВ СС И VISSIM

Динамика линейных импульсных систем описывается разностными уравнениями, которые с помощью введения новых переменных могут быть приведены к различным формам [2,5–8]. Целью лабораторной работы является ознакомление с решением разностных уравнений при использовании Z-преобразования с помощью пакета Program СС и сравнение полученных результатов с исследованием динамики этих систем средствами пакета VisSim при представлении линейных импульсных систем разностными уравнениями в виде канонических форм управляемости и наблюдаемости.

7.1. Исследование систем с помощью пакета Program СС

Пример 1. Найти решение разностного уравнения 2-го порядка с упреждающим аргументом

$$Y(nT+2T)+a_1Y(nT+T)+a_0Y(nT) = U(nT), \quad (7.1)$$

где $a_1 = -0.98$, $a_0 = 0.8$, $U(nT) = 1(nT)$, $T = 0.2$ с. Заданы начальные условия:
1) $Y(0) = 3$, $Y(T) = -5$, 2) $Y(0) = Y(T) = 0$.

Подвергнем разностное уравнение (7.1) Z-преобразованию. На основании теоремы сдвига в сторону упреждения с учетом начальных условий:

$$\begin{aligned} Z\{a_0Y(nT)\} &= a_0Y(z) \\ Z\{a_1Y(nT+T)\} &= a_1z [Y(z)-Y(0)] = a_1zY(z)-a_1\cdot Y(0)z \\ Z\{Y(nT+2T)\} &= z^2 [Y(z)-Y(0) - z^{-1}Y(T)] = z^2Y(z)-z^2Y(0)-zY(T) \\ Z\{U(nT)\} &= U(z) \end{aligned}$$

Подставляя в исходное уравнение, имеем

$$z^2Y(z)-z^2Y(0)-zY(T)+a_1zY(z)-a_1\cdot Y(0)z+a_0Y(z) = U(z)$$

Группируя и вынося $Y(z)$, получаем

$$(z^2 + a_1z + a_0)Y(z) = U(z) + z^2Y(0)+(a_1\cdot Y(0)+Y(T))z$$

Разрешаем относительно $Y(z)$

$$Y(z) = \frac{U(z)}{z^2 + a_1z + a_0} + \frac{z^2Y(0) + (a_1Y(0) + Y(T))z}{z^2 + a_1z + a_0} \quad (7.2)$$

Пусть $U(nT) = 1(nT)$, тогда $U(z) = \frac{z}{z-1}$ и

$$Y(z) = \frac{z}{(z-1)(z^2 + a_1z + a_0)} + \frac{z^2Y(0) + (a_1Y(0) + Y(T))z}{z^2 + a_1z + a_0}.$$

После подстановки значений коэффициентов и начальных условий

$$Y(z) = \frac{z}{(z-1)(z^2 - 0.98z + 0.8)} + \frac{3z^2 - 7.94z}{z^2 - 0.98z + 0.8} = \frac{3z^3 - 10.94z^2 + 8.94z}{z^3 - 1.98z^2 + 1.78z - 0.8} \quad (7.3)$$

Этот же результат (7.3) можно получить при помощи пакета Program СС:

$$\begin{aligned} 1. \text{ Введем } G1(z) \text{ и } G2(z): \quad & \text{CC}>g1=1/(z^2-0.98*z+0.8) \\ & \text{CC}>g2=(3*z^2-7.94*z)/(z^2-0.98*z+0.8) \end{aligned} \quad (7.4)$$

2. Получим $G12(z)$: $CC>g12=g1*z/(z-1)+g2$ $CC>g12$

$$g12(z) = \frac{z(3z^2 - 10.94z + 8.94)}{(z-1)(z^2 - 0.98z + 0.8)}$$

Программа single представляет ПФ в виде дробно-рациональной функции с одним полиномом числителя и одним полиномом знаменателя:

$$CC>single(g12) \quad g12(z) = \frac{3z^3 - 10.94z^2 + 8.94z}{z^3 - 1.98z^2 + 1.78z - 0.8} \quad (7.5)$$

Представление изображения выходного сигнала $G12(z)$ с помощью программы single в виде дробно-рациональной функции понадобится в дальнейшем при моделировании в пакете VisSim.

Используя программу IZT, определим оригинал функции $G12(z)$, т.е. искомое решение $Y(nT)$ $CC>izt(g12)$

$$g12(n) = 1.22 - 9.644 * \sin(0.991n - 0.1857) * (0.8944)^n \text{ for } n \geq 0$$

Для получения искомого решения $Y(nT)$ в графическом виде необходимо умножить ПФ $g12(z)$ на $(z-1)/z$, чтобы в стандартной программе time устранить задаваемое единичное воздействие для дискретного объекта с изображением $z/(z-1)$, и задать период квантования $T = 0.2$ с.:

$$CC>g12.delta=0.2 \quad CC>time(g12*(z-1)/z, 'tmax', 4)$$

Результат выполнения программы time представлен на рис. 7.1.

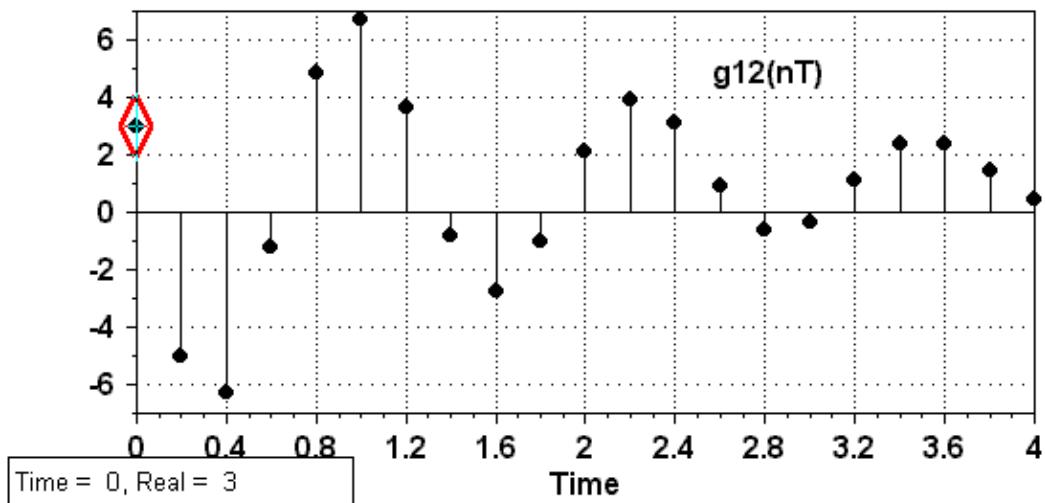


Рисунок 7.1

При помощи курсора определим несколько начальных ординат $Y(nT)$:

Time	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2
$Y(nT)$	3	-5	-6.3	-1.174	4.889	6.731	3.685

Очевидно, что начальные условия такие же, как были заданы: $Y(0) = 3$, $Y(T) = -5$.

В случае нулевых начальных условий $Y(0) = Y(T) = 0$ решение разностного уравнения (7.3) упрощается и принимает вид:

$$Y(z) = G1(z) \cdot U(z),$$

где дискретная ПФ импульсной системы определяется выражением

$$G1(z) = \frac{1}{z^2 + a_1 z + a_0}.$$

Подставляя $U(z) = z/(z-1)$, получаем выражение для $Y(z)$

$$Y(z) = G11(z) = \frac{z}{(z-1)(z^2 + a_1 z + a_0)}.$$

Пример 2. Преобразовать уравнение (7.1) с упреждающим аргументом в разностное уравнение с запаздывающим аргументом.

Указанный переход несложно выполнить с помощью подстановки $n' = n + 2$, откуда $n = n' - 2$.

$$Y[(n'-2)T+2T] + a_1 Y[(n'-2)T+T] + a_0 Y[(n'-2)T] = U[(n'-2)T], \text{ или}$$

$$Y(n'T) + a_1 Y(n'T-T) + a_0 Y(n'T-2T) = U(n'T-2T).$$

Убирая в обозначении n штрих и разрешая относительно искомой функции $Y(nT)$, имеем

$$Y(nT) = U(nT-2T) - a_1 Y(nT-T) - a_0 Y(nT-2T) \quad (7.6)$$

Уравнение (7.6) можно получить иначе, воспользовавшись символической записью для оператора сдвига в сторону упреждения

$$Y(nT+kT) = z^k Y(nT).$$

Для $k = 2$ перепишем уравнение (7.1) в символическом виде

$$z^2 Y(nT) + a_1 z Y(nT) + a_0 Y(nT) = U(nT)$$

Умножая последнее уравнение на z^{-2} , получаем

$$Y(nT) + a_1 z^{-1} Y(nT) + a_0 z^{-2} Y(nT) = z^{-2} U(nT) \quad (7.7)$$

Принимая символическую запись для оператора сдвига в сторону запаздывания $Y(nT-kT) = z^{-k} Y(nT)$ и разрешая (7.7) относительно искомой функции, запишем разностное уравнение в форме с запаздывающим аргументом:

$$Y(nT) = U(nT-2T) - a_1 Y(nT-T) - a_0 Y(nT-2T).$$

Как видно, полученное уравнение полностью совпадает с уравнением (7.6). Рассмотренный способ иногда приводит к желаемому результату более быстрым путем.

Пример 3. Найти решение разностного уравнения 2-го порядка с упреждающим аргументом со сложной правой частью

$$a_2 Y(nT+2T) + a_1 Y(nT+T) + a_0 Y(nT) = b_2 U(nT+2T) + b_1 U(nT+T) + b_0 U(nT) \quad (7.8)$$

при следующих значениях параметров и начальных условий

$$a_2 = 2, \quad a_1 = -3, \quad a_0 = 1.8, \quad b_2 = 3.6, \quad b_1 = 4, \quad b_0 = 2, \quad Y(0) = 10, \quad Y(T) = -5, \\ T = 0.2c, \quad U(nT) = 1(nT).$$

Подвергнем разностное уравнение (7.8) Z-преобразованию. На основании теоремы сдвига в сторону упреждения с учетом начальных условий имеем:

$$Z\{a_0 Y(nT)\} = a_0 Y(z)$$

$$Z\{a_1 Y(nT+T)\} = a_1 z Y(z) - a_1 z Y(0)$$

$$Z\{a_2 Y(nT+2T)\} = a_2 z^2 Y(z) - a_2 z^2 Y(0) - a_2 z Y(T)$$

$$Z\{b_0 U(nT)\} = b_0 U(z)$$

$$Z\{b_1 U(nT+T)\} = b_1 z U(z) - b_1 z U(0)$$

$$Z\{b_2 U(nT+2T)\} = b_2 z^2 U(z) - b_2 z^2 U(0) - b_2 z U(T)$$

Подставляя в исходное уравнение, получим

$$(a_2 z^2 + a_1 z + a_0)Y(z) - a_2 z^2 Y(0) - a_2 z Y(T) - a_1 z Y(0) = \\ = (b_2 z^2 + b_1 z + b_0)U(z) - b_2 z^2 U(0) - b_2 z U(T) - b_1 z U(0)$$

Разрешим относительно $Y(z)$:

$$Y(z) = \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{a_2 z^2 + a_1 z + a_0} U(z) + \\ + \frac{z^2 [a_2 Y(0) - b_2 U(0)] + [a_2 Y(T) + a_1 Y(0) - b_2 U(T) - b_1 U(0)]z}{a_2 z^2 + a_1 z + a_0}$$

После подстановки в последнее уравнение $U(z) = z/(z-1)$, а также значений коэффициентов и начальных условий имеем

$$Y(z) = \frac{3.6z^2 + 4z + 2}{2z^2 - 3z + 1.8} \cdot \frac{z}{z-1} + \frac{16.4z^2 - 47.6z}{2z^2 - 3z + 1.8} = \frac{20z^3 - 60z^2 + 49.6z}{2z^3 - 5z^2 + 4.8z - 1.8}$$

Этот же результат можно получить при помощи пакета Program CC:

1. Введем $G3(z)$ и $G4(z)$:

$$CC>g3=(3.6*z^2+4*z+2)/(2*z^2-3*z+1.8)$$

$$CC>g4=(16.4*z^2-47.6*z)/(2*z^2-3*z+1.8) \quad (7.9)$$

2. Получим $G34(z)$:

$$CC>g34=g3*z/(z-1)+g4$$

$$CC>g34 \quad g34(z) = \frac{z(20z^2 - 60z + 49.6)}{(z-1)(2z^2 - 3z + 1.8)}$$

$$CC>single(g34) \quad g34(z) = \frac{20z^3 - 60z^2 + 49.6z}{2z^3 - 5z^2 + 4.8z - 1.8} \quad (7.10)$$

Используя программу izt, определим оригинал функции $G34(z)$, т.е. искомое решение $Y(nT)$:

$$CC>izt(g34)$$

$$g34(n) = 12 - 26.76 * \sin(0.6591n + 0.07482) * (0.9487)^n \text{ for } n \geq 0$$

Для получения искомого решения $Y(nT)$ в графическом виде необходимо умножить ПФ $g34(z)$ на $(z-1)/z$ и задать период квантования $T = 0.2$ с.:

$$CC>g34.delta=0.2 \quad CC>time(g34*(z-1)/z, 'tmax', 10)$$

Результат выполнения программы time представлен на рис. 7.2.

При помощи курсора определим несколько начальных ординат $Y(nT)$:

Time	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$Y(nT)$	10	-5	-11.7	-8.25	2.955	16.66

Очевидно, что начальные условия такие же, как были заданы: $Y(0) = 10$, $Y(T) = -5$.

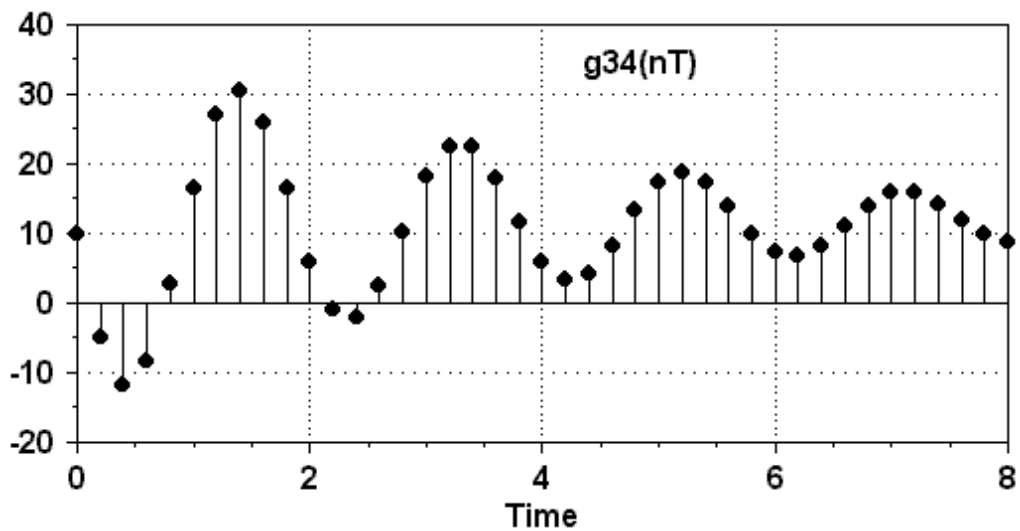


Рисунок 7.2

7.2. Исследование систем с помощью пакета VisSim

Рассмотрим методику исследования систем, описанных выше в примерах 1–3, средствами пакета VisSim.

Пример 1

а) Получение решения на блоках Transfer Function

На рис.7.3 представлена схема решения разностного уравнения (7.1)

$$Y(nT+2T)+a_1Y(nT+T)+a_0Y(nT) = U(nT)$$

с использованием блоков Transfer Function.

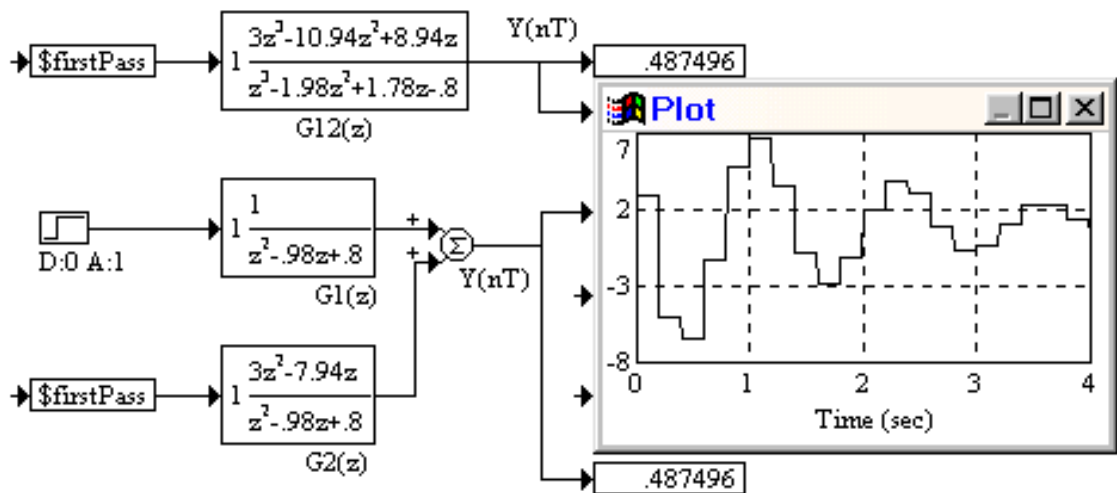


Рисунок 7.3

На верхний вход блока Plot подается искомое решение $Y(nT)$ как выходная величина блока $G12(z)$ (7.5), на вход которого подается единичный импульс $\delta(nT)$ с помощью блока Variable с функцией \$firstPass. На второй вход блока Plot подается $Y(nT)$ как выходная величина сумматора, в котором складываются выходные сигналы блока $G1(z)$, на вход которого подается ступенчатый сигнал $U(nT) = 1(nT)$, и блока $G2(z)$ (7.4), на вход

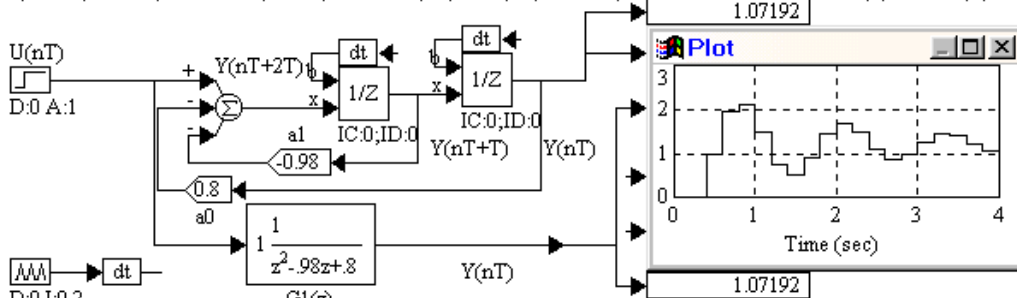
которого подается единичный импульс $\delta(nT)$.
Очевидно, что значения $Y(nT)$ идентичны.

б) Получение решения на блоках unitDelay

На рис.7.4 представлена схема решения разностного уравнения (7.1)

$$Y(nT+2T)+a_1Y(nT+T)+a_0Y(nT) = U(nT).$$

a) $Y(nT+2T) - 0.98Y(nT+T) + 0.8Y(nT) = U(nT)$, $U(nT)=1(nT)$, $T=0.2$, $Y(0)=0$, $Y(T)=0$



b) $Y(nT+2T) - 0.98Y(nT+T) + 0.8Y(nT) = U(nT)$, $U(nT)=1(nT)$, $T=0.2$, $Y(0)=3$, $Y(T)=-5$

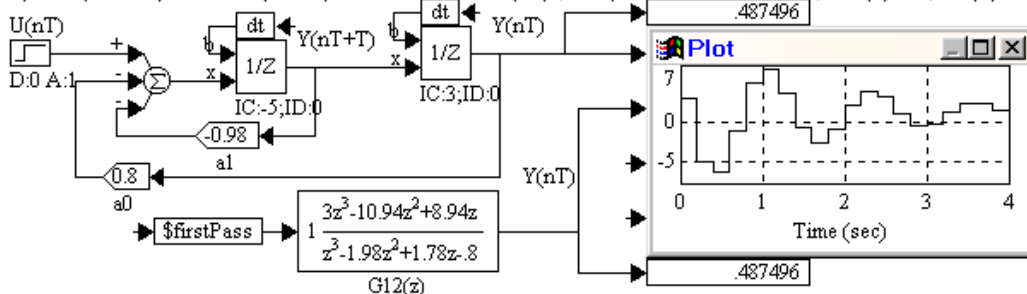


Рисунок 7.4

Решение представлено графически в блоках Plot для двух случаев: а) при нулевых и б) при ненулевых начальных условиях. Для сравнения в случае а) введен блок Transfer Function с дискретной ПФ $G1(z)$ (7.4), на вход которой подается ступенчатый сигнал $U(nT) = 1(nT)$, а в случае б) в блоке Transfer Function записывается выражение для $G12(z)$ (7.5). Для получения искомого решения $Y(nT)$ на вход этого блока подается единичный импульс $\delta(nT)$ с помощью блока Variable с функцией \$firstPass.

Схема решения разностного уравнения (7.1) построена с помощью блоков единичного запаздывания unitDelay (Blocks, Time Delay), которые осуществляют запаздывание входного дискретного сигнала на один период квантования T . Управляющие импульсы поступают на верхний вход блока unitDelay от генератора импульсов PulseTrain (Blocks, Signal Producer). Период квантования $T = 0,2c$ необходимо установить в окне свойств блока PulseTrain (для этого необходимо щелкнуть ПКМ по пиктограмме блока) в поле Time Between Pulses.

Для составления схемы решения разностного уравнения (7.1), записанного в форме с упреждающим аргументом, необходимо последнее разрешить относительно максимального сдвига искомой функции $Y(nT+2T)$:

$$Y(nT+2T) = U(nT) + 0.98Y(nT+T) - 0.8Y(nT) \quad (7.11)$$

Затем составляется цепочка из последовательно включенных блоков unitDelay, число которых равно порядку разностного уравнения (в нашем случае два блока). На вход первого блока запаздывания подается $Y(nT+2T)$, на выходе его будет $Y(nT+T)$, на выходе последнего блока вырабатывается искомая функция $Y(nT)$.

Для завершения построения схемы необходимо сформировать переменную $Y(nT+2T)$ в соответствии с уравнением (7.11). Указанная переменная получается на выходе сумматора, на входы которого подаются переменные по каналам обратных связей в соответствии с правой частью уравнения (7.11) – рис.7.4,а.

В случае ненулевых начальных условий (рис.7.4,б) в блоках unitDelay задаются начальные условия: в первом блоке, на выходе которого получается $Y(nT+T)$, задается начальное условие $Y(T) = -5$, во втором – соответственно $Y(0) = 3$. Для установки требуемых начальных условий необходимо щелкнуть ПКМ по пиктограмме unitDelay и в открывшемся окне свойств (Properties) записать начальные условия (Initial Condition).

На верхний вход блока Plot подается выходная величина $Y(nT)$ схемы моделирования, на нижний – выходная величина $Y(nT)$ блока с ПФ $G1(z)$. Поскольку оба графика полностью совпадают, то при их наложении сохраняется цвет переменной, которая подается на более низкий вход Plot.

При сравнении результатов моделирования на рис.7.4,б и рис.7.3 видна их идентичность, что свидетельствует о правильности найденного различными способами решения.

Замечание. При моделировании только дискретных систем (в составе которых отсутствуют непрерывные элементы) нет необходимости выбирать какой-либо метод интегрирования, поэтому устанавливают его по умолчанию. Шаг вычислений (Step Size) целесообразно принимать равным периоду квантования T , а блок Plot следует переводить в дискретный режим, для чего в окне свойств устанавливается тип линий – дискретный (Line Type – discrete). Просматривая решение по шагам (клавиша F10 или кнопка Single Step в строке инструментов), убеждаемся в идентичности различных методов решения разностного уравнения.

Пример 2. Сравнение решения уравнения (7.1) с упреждающим аргументом и уравнения (7.6) с запаздывающим аргументом.

На рис 7.5,а представлена схема моделирования разностного уравнения (7.1) с упреждающим аргументом

$$Y(nT+2T) + a_1 Y(nT+T) + a_0 Y(nT) = U(nT),$$

а на рис 7.5,б – схема моделирования разностного уравнения (7.6) с запаздывающим аргументом

$$Y(nT) = U(nT-2T) - a_1 Y(nT-T) - a_0 Y(nT-2T)$$

и, для сравнения, блок Transfer Function с $G12(z)$ (7.5), на вход которого подается единичный импульс $\delta(nT)$ с помощью функции \$firstPass.

Схема моделирования уравнения (7.6) строится с помощью блоков единичного запаздывания unitDelay (рис.7.5,b). Искомое решение $Y(nT)$ получается на выходе сумматора, на входы которого подаются слагаемые в соответствии с правой частью уравнения (7.6). Такой прием решения называется методом непосредственного программирования.

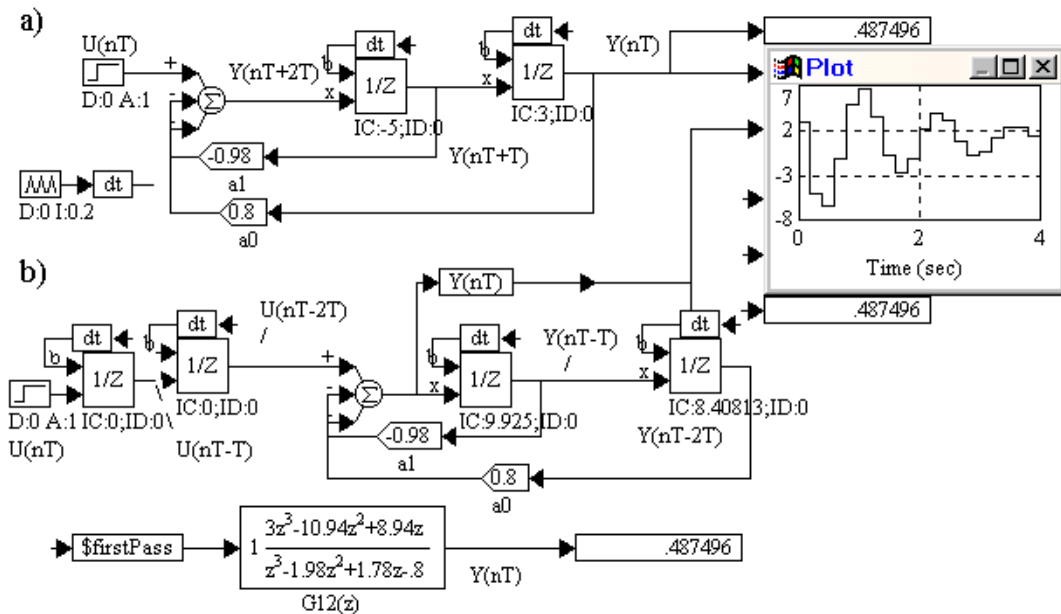


Рисунок 7.5

При нулевых начальных условиях операция преобразования уравнения (7.1) в уравнение с запаздывающим аргументом (7.6) не изменяет решения разностного уравнения и, следовательно, уравнения (7.1) и (7.6) имеют идентичные решения.

При ненулевых начальных условиях в схеме с запаздывающим аргументом необходимо найти эквивалентные начальные условия. Для этого используется уравнение (7.6)

$$Y(nT) = U(nT-2T) - a_1 Y(nT-T) - a_0 Y(nT-2T),$$

откуда получаем соотношения для нахождения начальных условий $Y(-T)$ и $Y(-2T)$, которые необходимо до начала решения установить на блоках unitDelay.

Полагая в (7.6) $n = 0$ и $n = 1$, имеем:

$$Y(0) = U(-2T) - a_1 Y(-T) - a_0 Y(-2T)$$

$$Y(T) = U(-T) - a_1 Y(0) - a_0 Y(-T).$$

Подставив значения коэффициентов уравнения и начальных условий:

$$a_1 = -0.98, a_0 = 0.8, Y(0) = 3, Y(T) = -5,$$

а также учитывая, что $U(-T) = 0, U(-2T) = 0$, получаем

$$3 = 0.98 * Y(-T) - 0.8 * Y(-2T)$$

$$-5 = 0.98 * 3 - 0.8 * Y(-T),$$

откуда находим:

$$Y(-T) = (2.94 + 5) / 0.8 = 9.925, Y(-2T) = (0.98 * 9.925 - 3) / 0.8 = 8.408125.$$

Из графиков в блоках Plot следует, что решения $Y(nT)$, полученные разными способами, совпадают, что подтверждает правильность их нахождения.

Замечание. Схема рис.7.5,b содержит большее количество блоков, чем схема 7.5,a, к тому же требуется дополнительно вычислять эквивалентные начальные условия для $Y(-T)$ и $Y(-2T)$. Однако, как будет показано далее, метод непосредственного программирования, примененный к уравнению (7.6), имеет смысл для более сложных уравнений.

Пример 3

а) Получение решения на блоках Transfer Function

На рис.7.6 представлена схема решения разностного уравнения 2-го порядка с упреждающим аргументом со сложной правой частью (7.8) $a_2Y(nT+2T)+a_1Y(nT+T)+a_0Y(nT) = b_2U(nT+2T)+b_1U(nT+T)+b_0U(nT)$ с использованием блоков Transfer Function.

На верхний вход блока Plot подается искомое решение $Y_1(nT)$ как выходная величина блока $G_{34}(z)$ (7.10), на вход которого подается единичный импульс $\delta(nT)$ с помощью блока Variable с функцией \$firstPass. На нижний вход блока Plot подается $Y(nT)$ как выходная величина сумматора, в котором складываются выходные сигналы блока $G_3(z)$, на вход которого подается ступенчатый сигнал $U(nT) = 1(nT)$, и блока $G_4(z)$ (7.9), на вход которого подается единичный импульс $\delta(nT)$. Очевидно, что значения $Y_1(nT)$ и $Y(nT)$ идентичны.

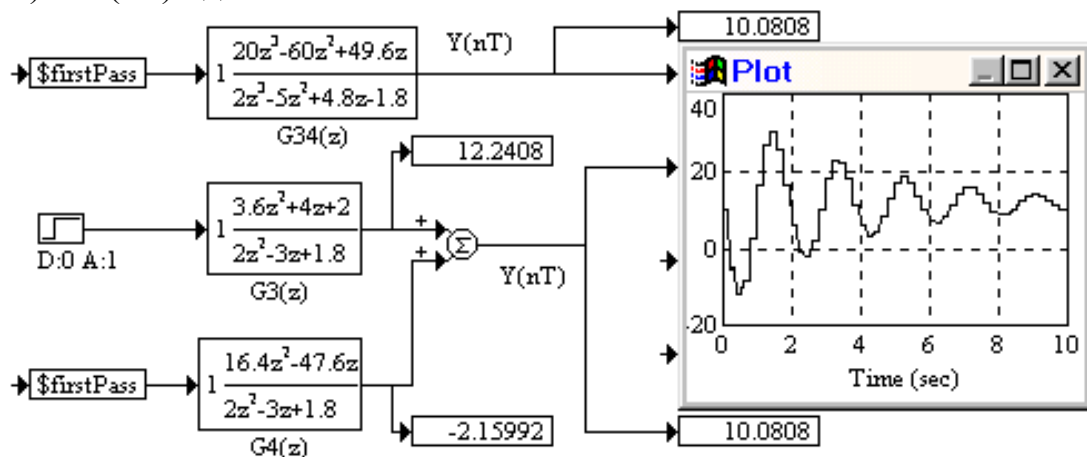


Рисунок 7.6

б) Метод непосредственного программирования

Преобразуем разностное уравнение 2-го порядка с упреждающим аргументом со сложной правой частью (7.8)

$$a_2Y(nT+2T)+a_1Y(nT+T)+a_0Y(nT) = b_2U(nT+2T)+b_1U(nT+T)+b_0U(nT)$$

в разностное уравнение с запаздывающим аргументом. Для этого запишем его в символическом виде, применяя оператор сдвига в сторону упреждения:

$$z^k Y(nT) = Y(nT + kT):$$

$$a_2 z^2 Y(nT) + a_1 z Y(nT) + a_0 Y(nT) = b_2 z^2 U(nT) + b_1 z U(nT) + b_0 U(nT)$$

Умножим на z^{-2} :

$$a_2 Y(nT) + a_1 z^{-1} Y(nT) + a_0 z^{-2} Y(nT) = b_2 U(nT) + b_1 z^{-1} U(nT) + b_0 z^{-2} U(nT)$$

Разрешим относительно $Y(nT)$:

$$Y(nT) = (b_2 U(nT) + b_1 z^{-1} U(nT) + b_0 z^{-2} U(nT) - a_1 z^{-1} Y(nT) - a_0 z^{-2} Y(nT)) / a_2 \quad (7.12)$$

На рис. 7.7 представлена схема моделирования разностного уравнения (7.12) с запаздывающим аргументом методом непосредственного программирования.

На верхний вход блока Plot подается искомое решение $Y(nT)$, а на нижний вход блока Plot подается для сравнения выходная величина $Y1(nT)$ блока G34(z). Очевидно, что значения $Y1(nT)$ и $Y(nT)$, а также результаты моделирования на схемах рис.7.5 и рис.7.7 идентичны.

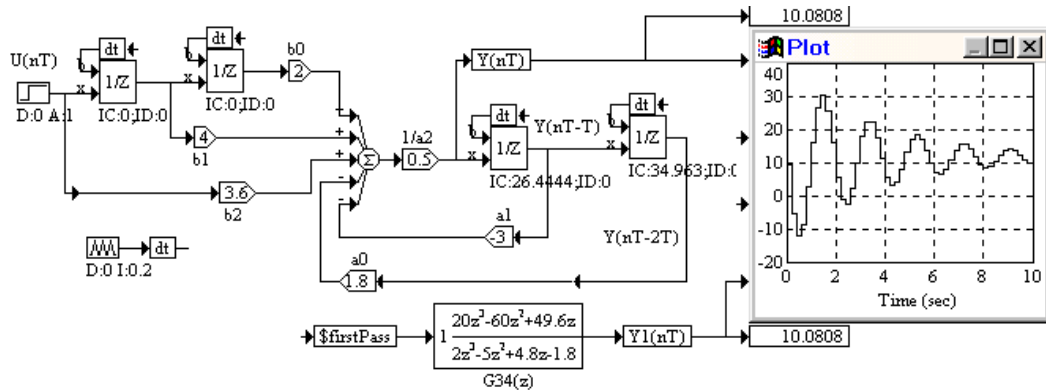


Рисунок 7.7

При ненулевых начальных условиях в схеме с запаздывающим аргументом необходимо найти эквивалентные начальные условия. Для этого используется уравнение (7.12), которое в символической записи при использовании оператора сдвига в сторону запаздывания $z^{-2}Y(nT) = Y(nT - 2T)$ принимает вид:

$$Y(nT) = (b_2 U(nT) + b_1 U(nT - T) + b_0 U(nT - 2T) - a_1 Y(nT - T) - a_0 Y(nT - 2T)) / a_2 \quad (7.13)$$

Полагая в (7.13) $n = 0$ и $n = 1$, имеем:

$$Y(0) = (b_2 U(0) + b_1 U(-T) + b_0 U(-2T) - a_1 Y(-T) - a_0 Y(-2T)) / a_2 \quad (n = 0)$$

$$Y(T) = (b_2 U(T) + b_1 U(0) + b_0 U(-T) - a_1 Y(0) - a_0 Y(-T)) / a_2, \quad (n = 1)$$

откуда получаем соотношения для нахождения начальных условий $Y(-T)$ и $Y(-2T)$, которые необходимо до начала решения установить на блоках unitDelay. Подставив значения коэффициентов уравнения и начальных условий, а также учитывая, что $U(-T) = U(-2T) = 0$, получаем:

$$Y(-T) = [-a_2 Y(T) + b_2 U(T) + b_1 U(0) - a_1 Y(0)] / a_0 =$$

$$= [-2 \cdot (-5) + 3.6 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 10] / 1.8 = 26.4444$$

$$Y(-2T) = [-a_2 Y(0) + b_2 U(0) - a_1 Y(-T)] / a_0 =$$

$$= [-2 \cdot 10 + 3.6 \cdot 1 + 3 \cdot 26.4444] / 1.8 = 34.962962.$$

в) Представление разностного уравнения 2-го порядка
 $a_2 Y(nT+2T) + a_1 Y(nT+T) + a_0 Y(nT) = b_2 U(nT+2T) + b_1 U(nT+T) + b_0 U(nT)$ (7.14)
в канонических формах управляемости и наблюдаемости

Для представления разностного уравнения в **канонической форме управляемости** уравнение (7.14) запишем в символической форме

$$a_2 z^2 Y(nT) + a_1 z Y(nT) + a_0 Y(nT) = b_2 z^2 U(nT) + b_1 z U(nT) + b_0 U(nT) \quad (7.15)$$

и введем уравнение для вспомогательной переменной $X(nT)$:

$$a_2 z^2 X(nT) + a_1 z X(nT) + a_0 X(nT) = U(nT) \quad (7.16)$$

Тогда уравнение для искомой переменной будет иметь вид:

$$Y(nT) = b_2 z^2 X(nT) + b_1 z X(nT) + b_0 X(nT) \quad (7.17)$$

Вводя обозначения $X1(nT) = X(nT)$, $X2(nT) = zX1(nT)$, $zX2(nT) = z^2X1(nT)$, приведем уравнения (7.16) и (7.17) к виду:

$$a_2 z X2(nT) + a_1 X2(nT) + a_0 X1(nT) = U(nT)$$

$$Y(nT) = b_2 z X2(nT) + b_1 X2(nT) + b_0 X1(nT) \quad (7.18)$$

По уравнениям (7.18) составлена схема моделирования разностного уравнения в канонической форме управляемости (рис.7.8,а). Вычисление начальных условий, устанавливаемых в блоках unitDelay, приводится ниже.

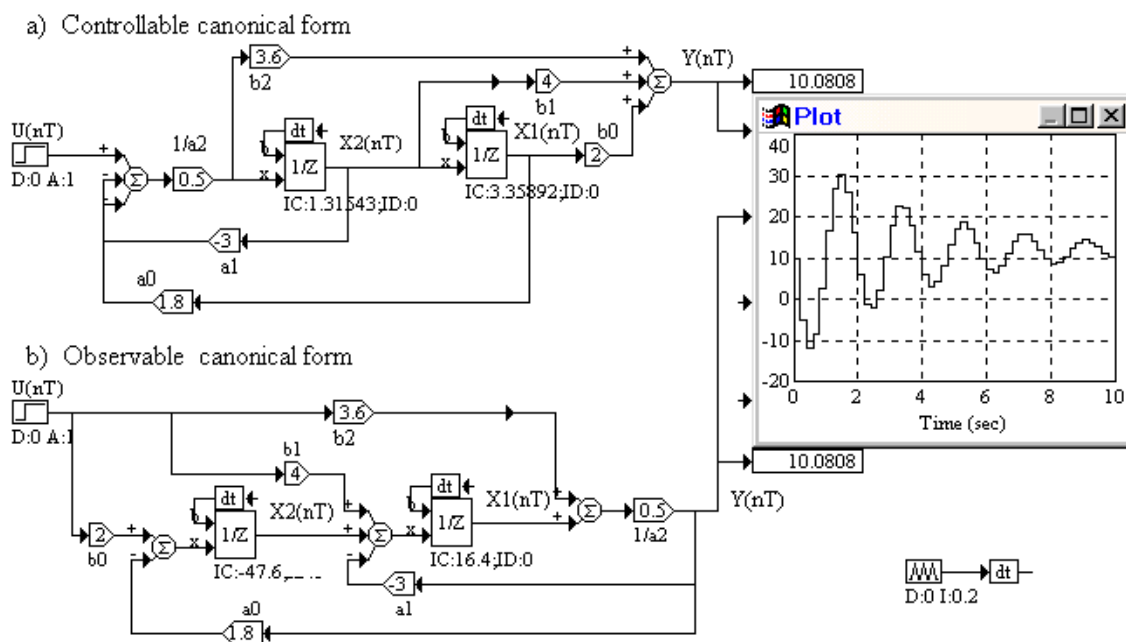


Рисунок 7.8

Для представления разностного уравнения в **канонической форме наблюдаемости** уравнение (7.15) в символической форме

$$a_2 z^2 Y(nT) + a_1 z Y(nT) + a_0 Y(nT) = b_2 z^2 U(nT) + b_1 z U(nT) + b_0 U(nT)$$

приводится к виду:

$$z^2 [a_2 Y(nT) - b_2 U(nT)] = z [b_1 U(nT) - a_1 Y(nT)] + [b_0 U(nT) - a_0 Y(nT)] \quad (7.19)$$

Умножая уравнение (7.19) на z^{-1} и вводя обозначение

$$X2(nT) = z^{-1}(b_0 U(nT) - a_0 Y(nT)) \quad \text{или} \quad z X2(nT) = b_0 U(nT) - a_0 Y(nT),$$

приводим (7.19) к виду: $z [a_2 Y(nT) - b_2 U(nT)] = b_1 U(nT) - a_1 Y(nT) + X2(nT)$

Полученное уравнение еще раз умножаем на z^{-1} и вводим обозначение

$$X1(nT) = z^{-1} [b_1 U(nT) - a_1 Y(nT) + X2(nT)]$$

$$\text{или} \quad z X1(nT) = b_1 U(nT) - a_1 Y(nT) + X2(nT)$$

и получаем: $a_2 Y(nT) - b_2 U(nT) = X1(nT)$.

Таким образом, уравнение (7.19) преобразуется к трем зависимостям:

$$Y(nT) = [X1(nT) + b_2 U(nT)] / a_2 \quad (7.20)$$

$$z X1(nT) = b_1 U(nT) - a_1 Y(nT) + X2(nT) \quad (7.21)$$

$$z X2(nT) = b_0 U(nT) - a_0 Y(nT) \quad (7.22)$$

в соответствии с которыми и строится схема моделирования разностного уравнения в **канонической форме наблюдаемости** (рис. 7.8,б).

Из сравнения результатов моделирования на рис.7.8 очевидно, что выходные величины $Y(nT)$ в схемах а) и б) одинаковы, а задаваемые в отдельных блоках начальные условия – разные для канонических форм управляемости и наблюдаемости при одних и тех же заданных начальных условиях $Y(0)$ и $Y(T)$. Следует отметить, что расчет начальных условий блоков для канонической формы управляемости более сложный, чем для канонической формы наблюдаемости. Ниже приводится расчет эквивалентных начальных условий для схем а) и б).

Вычисление начальных условий для канонической формы управляемости

Для вычислений используем уравнения (7.18)

$$a_2 z X2(nT) + a_1 X2(nT) + a_0 X1(nT) = U(nT)$$

$$Y(nT) = b_2 z X2(nT) + b_1 X2(nT) + b_0 X1(nT), \quad (7.23)$$

подставляя в уравнение для $Y(nT)$ найденное из первого уравнения $z X2(nT)$:

$$z X2(nT) = [U(nT) - a_1 X2(nT) - a_0 X1(nT)] / a_2. \quad (7.24)$$

Тогда получим:

$$Y(nT) = b_2 [U(nT) - a_1 X2(nT) - a_0 X1(nT)] / a_2 + b_1 X2(nT) + b_0 X1(nT) =$$

$$= \frac{b_2}{a_2} U(nT) + \left(b_0 - \frac{a_0 b_2}{a_2} \right) X1(nT) + \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} \right) X2(nT) \quad (7.25)$$

Полагая $n = 0$ и $n = 1$ из (7.25) найдем:

$$Y(0) - \frac{b_2}{a_2} U(0) = \left(b_0 - \frac{a_0 b_2}{a_2} \right) X1(0) + \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} \right) X2(0) \quad (7.26)$$

$$Y(T) - \frac{b_2}{a_2} U(T) = \left(b_0 - \frac{a_0 b_2}{a_2} \right) X1(T) + \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} \right) X2(T) \quad (7.27)$$

Так как $X2(nT) = zX1(nT)$ или $X2(nT) = X1(nT+T)$, то $X2(0) = X1(T)$. Кроме того из (7.24) следует, что $X2(T) = zX2(0) = [U(0) - a_1 X2(0) - a_0 X1(0)] / a_2$.

Подставим все это в (7.27):

$$Y(T) - \frac{b_2}{a_2} U(T) = \left(b_0 - \frac{a_0 b_2}{a_2} \right) X2(0) + \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} \right) \cdot [U(0) - a_1 X2(0) - a_0 X1(0)] / a_2$$

Собирая коэффициенты при $X1(0)$ и $X2(0)$, имеем:

$$Y(T) - \frac{b_2}{a_2} U(T) - \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} \right) \frac{1}{a_2} U(0) = - \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} \right) \frac{a_0}{a_2} X1(0) + \left[b_0 - \frac{a_0 b_2}{a_2} - \left(b_1 - \frac{a_1 b_2}{a_2} \right) \frac{a_1}{a_2} \right] X2(0) \quad (7.28)$$

Подставляя численные значения в уравнения (7.26) и (7.28), найдем неизвестные начальные условия $X1(0)$ и $X2(0)$:

$$10 - \frac{3.6}{2} \cdot 1 = \left(2 - \frac{1.8 \cdot 3.6}{2} \right) X1(0) + \left(4 + \frac{3 \cdot 3.6}{2} \right) X2(0),$$

$$-5 - \frac{3.6}{2} \cdot 1 - \left(4 + \frac{3 \cdot 3.6}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = - \left(4 + \frac{3 \cdot 3.6}{2} \right) \cdot \frac{1.8}{2} X1(0) + \left[2 - \frac{1.8 \cdot 3.6}{2} + \left(4 + \frac{3 \cdot 3.6}{2} \right) \cdot \frac{3}{2} \right] X2(0),$$

$$\text{или} \quad \begin{aligned} 8.2 &= -1.24 X1(0) + 9.4 X2(0) \\ -11.5 &= -8.46 X1(0) + 12.86 X2(0) \end{aligned} \quad (7.29)$$

Решая (7.29) по формулам Крамера, получаем эквивалентные начальные условия для канонической формы управляемости CCF (рис.7.8,а):

$$X1(0) = 213.552/63.5776 = 3.3589188$$

$$X2(0) = 83.632/63.5776 = 1.3154318.$$

Как видно, вычисление начальных условий для канонической формы управляемости достаточно громоздкие, поэтому эту форму целесообразно использовать при нулевых начальных условиях.

Вычисление начальных условий для канонической формы наблюдаемости

Для вычислений используем уравнения (7.20) – (7.22) следующим образом: из (7.20), (7.21) при $n = 0$ и (7.22) при $n = 1$ получаем:

$$X1(0) = a_2 Y(0) - b_2 U(0)$$

$$X2(0) = a_1 Y(0) - b_1 U(0) + a_2 Y(T) - b_2 U(T) \quad (7.30)$$

Уравнения (7.30) значительно проще, чем уравнения (7.26) и (7.28) для канонической формы управляемости, и позволяют легко вычислить начальные условия для канонической формы наблюдаемости:

$$X1(0) = 2 \cdot 10 - 3.6 \cdot 1 = 16.4$$

$$X2(0) = -3 \cdot 10 - 4 \cdot 1 + 2 \cdot (-5) - 3.6 \cdot 1 = -47.6.$$

Из сравнения результатов моделирования разностного уравнения 2-го порядка (7.8) различными способами (рис.7.6–7.8) следует, что решения $Y(nT)$ совпадают, что подтверждает правильность их нахождения.

Индивидуальное задание по лабораторной работе 7

Для схем моделирования разностного уравнения 2-го порядка, представленных на рис.7.7–7.8 в соответствии с уравнением (7.8) $a_2 Y(nT+2T) + a_1 Y(nT+T) + a_0 Y(nT) = b_2 U(nT+2T) + b_1 U(nT+T) + b_0 U(nT)$, где $a_2 = 2$, $a_1 = -3$, $a_0 = 1.8$, $b_2 = 3.6$, $b_1 = 4$, $b_0 = 2$, $U(nT) = 1(nT)$ найти эквивалентные начальные условия при измененных коэффициентах, периоде квантования T и начальных условиях. Все исходные данные взять из таблицы 7.1 для варианта, заданного преподавателем.

Таблица 7.1

№ варианта	Изменить коэффициенты		Период квантования T , с.	Начальные условия	
				$Y(0)$	$Y(T)$
1	$a_0 = 1.6$	$a_1 = -2.3$	0.5	6	-3
2	$a_0 = 1.7$	$a_1 = -2.5$	0.5	2	-3
3	$a_0 = 1.4$	$a_1 = -2$	1	8	-2
4	$a_0 = 1.75$	$b_1 = 2$	1	5	-2
5	$a_0 = 1.78$	$b_0 = 1.7$	0.1	5	-5
6	$a_1 = -2$	$a_2 = 2.5$	0.5	10	-2
7	$a_1 = -2.5$	$b_2 = 5.6$	0.2	7	-3
8	$a_1 = -1.5$	$b_0 = 2.5$	0.8	2	-4
9	$a_1 = -2.4$	$b_1 = 3$	0.4	5	-2
10	$a_2 = 2.5$	$b_1 = 2$	0.3	6	-3
11	$a_1 = -3.3$	$b_2 = 3$	0.6	8	-2
12	$a_2 = 2.5$	$b_2 = 4$	0.2	-1	3
13	$a_0 = 1.95$	$b_2 = 1.9$	0.1	-2	5
14	$a_1 = -1.1$	$b_1 = 1.8$	0.3	-3	7
15	$a_0 = 1.85$	$b_0 = 2.7$	0.4	-4	10
16	$a_2 = 4$	$b_0 = 0.8$	0.6	-5	6
17	$a_0 = 1.9$	$b_1 = 1.5$	0.8	-6	2
18	$a_1 = -2.7$	$b_0 = 1.7$	0.7	-7	4
19	$a_2 = 3$	$b_1 = 2.6$	0.9	-8	1
20	$a_0 = 1.75$	$b_2 = 1.6$	0.4	-10	3

Привести в отчете по лабораторной работе все расчетные данные, схемы моделирования, графики, указать цель лабораторной работы и сделать выводы по результатам ее выполнения.

Контрольные вопросы по лабораторной работе 7

1. Как с помощью Z-преобразования решать разностные уравнения?
2. Как преобразовать уравнение с упреждающим аргументом в разностное уравнение с запаздывающим аргументом?
3. Описать получение решения разностного уравнения на блоках Transfer Function.
4. Как составить схему моделирования разностного уравнения с помощью блоков единичного запаздывания unitDelay?
5. Как составить схему моделирования разностного уравнения с запаздывающим аргументом методом непосредственного программирования?
6. Как представить импульсную систему в канонической форме управляемости с помощью метода вспомогательной переменной?
7. Как определить начальные условия блоков UnitDelay в канонической форме управляемости?
8. Как представить импульсную систему в канонической форме наблюдаемости?
9. Как определить начальные условия блоков UnitDelay в канонической форме наблюдаемости?

Список литературы

1. А.В. Галенко, Э.Г. Чайка. Элементы автоматизированного проектирования динамических САУ. Часть 2. Вычислительные программы исследования линейных моделей. МО СССР. 1991, 230 с.
2. Л.Е. Брыков, А.Е. Егоров. Дискретные системы управления. Выпуск 1. – Харьков: ХВКИУ, 1967, 104 с.
3. В.Е. Анфилов, Л.Е. Брыков. Основы теории автоматического управления (лекции). – Харьков: ХВКИУ, 1974, 274 с.
4. Г.Ф. Зайцев. Анализ линейных импульсных систем автоматического регулирования и управления. – К.: Техника, 1967, 164 с.
5. Р. Изерман. Цифровые системы управления. – М.: Мир, 1984, 542 с.
6. Ч. Филлипс, Р. Харбор. Системы управления с обратной связью. – М.: Лаборатория Базовых знаний, 2001, 615 с.
7. Р. Дорф, Р. Бишоп. Современные системы управления. Пер. с англ. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002, 832 с.
8. Є.Є. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнецов. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами: Підручник у 3-х томах. Т. 1. Теорія автоматичного керування / За заг. ред. Александрова Є.Є. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2002. – 490 с.
9. Н.В. Клиначев. Моделирование систем в программе VisSim. Справочная система. 2001. – <http://www.vissim.nm.ru>.

Навчальне видання

Э.Г. Чайка, Л.В. Шипулина

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
ПО КУРСАМ: «ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ДИНАМІКИ» ТА
«МЕТОДИ СИНТЕЗУ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ»**

Навчально-методичний посібник