

УДК 621.165

В.И. ГНЕСИН, д-р техн. наук, Л.В. КОЛОДЯЖНАЯ, канд. техн. наук

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
г. Харьков, e-mail: gnesin@ipmach.kharkov.ua*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ПОТОКА ВЯЗКОГО ГАЗА ЧЕРЕЗ ВИБРИРУЮЩИЙ ЛОПАТОЧНЫЙ ВЕНЕЦ ТУРБОМАШИНЫ

Розглянута пряма задача про тривимірну нестационарну течію в'язкого газу через ізольований вінець коливаючих лопаток. Представлено чисельний метод розв'язання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса з використанням явної кінцево-об'ємної різницевої схеми Годунова, рухомої гібридної Н-О сітки та модифікованої алгебраїчної моделі турбулентності Болдвіна-Ломакса. Проведено порівняння чисельних результатів з експериментальними даними для 11-ї стандартної конфігурації.

There is considered the direct problem about a three-dimensional non-stationary flow of viscous gas through an isolated turbine blade row of vibrating blades. The numerical method of the solution for Reynolds-averaged Navier-Stokes equations with modified Baldwin and Lomax's algebraic turbulence model by using the explicit finite-volume Godunov's type difference scheme and moving hybrid H-O grid is presented. There were performed the comparison the numerical calculation results with the measure data for 11th International Standard Configuration.

Создание газотурбинных двигателей повышенной удельной мощности и соответственно с высокими аэродинамическими нагрузками неумолимо приводит к проблеме аэроупругого поведения лопаток и прогнозирования аэроупругой неустойчивости, такой как флаттер или резонансные колебания.

В последнее время развиты новые подходы для исследования самовозбуждающихся колебаний (флаттера), основанные на последовательном интегрировании во времени уравнений движения жидкости и колебаний лопаток с обменом информацией (граничными условиями) на каждой итерации [1-3]. Однако в этих работах использовалась модель идеального газа (уравнения Эйлера), которая позволяла получить удовлетворительные результаты лишь в случае расчетных безотрывных режимов течения газа.

Необходимость моделирования более сложных нерасчетных режимов течений в ступенях турбомашин с учетом аэроупругих колебаний лопаток требует разработки численных методов интегрирования уравнений течения вязкого газа с использованием современных моделей турбулентности.

Цель настоящего исследования - представить численный метод дискретизации осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса с использованием 2-го порядка точности явной конечно-объемной разностной схемы Годунова, подвижной гибридной Н-О структурной сетки и алгебраической модели турбулентности Болдвина-Ломакса.

Полная система нестационарных уравнений Навье-Стокса может быть представлена в дивергентной форме в декартовой системе координат, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω , в виде [4, 5]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} + H = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial z}, \quad (1)$$

где U – символический вектор консервативных переменных,
 E, F, G и R, S, Q – символические векторы невязких и вязких потоков
 соответственно,

H – источниковый член в неинерциальной системе координат

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_1 \\ \rho v_2 \\ \rho v_3 \\ h \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} \rho v_1 \\ p + \rho v_1^2 \\ \rho v_1 v_2 \\ \rho v_1 v_3 \\ (h+p)v_1 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} \rho v_2 \\ \rho v_2 v_1 \\ p + \rho v_2^2 \\ \rho v_2 v_3 \\ (h+p)v_2 \end{pmatrix}; \quad G = \begin{pmatrix} \rho v_3 \\ \rho v_3 v_1 \\ \rho v_3 v_2 \\ p + \rho v_3^2 \\ (h+p)v_3 \end{pmatrix};$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \beta_x \end{pmatrix}; \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \beta_y \end{pmatrix}; \quad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \beta_z \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho a_e^1 - 2\rho\omega v_2 \\ \rho a_e^2 + 2\rho\omega v_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

здесь a_e^1, a_e^2 – проекции переносного ускорения; $h = \rho \left(\frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 - r^2 \omega^2}{2} \right)$ –
 полная энергия единицы объема в относительной системе координат;

$$\beta_x = v_1 \tau_{xx} + v_2 \tau_{xy} + v_3 \tau_{xz} + \lambda \frac{\partial T}{\partial x};$$

$$\beta_y = v_1 \tau_{yx} + v_2 \tau_{yy} + v_3 \tau_{yz} + \lambda \frac{\partial T}{\partial y};$$

$$\beta_z = v_1 \tau_{zx} + v_2 \tau_{zy} + v_3 \tau_{zz} + \lambda \frac{\partial T}{\partial z}.$$

p – давление; ρ – плотность; v_1, v_2, v_3 – компоненты вектора скорости;
 τ_{ij} ($i, j = x, y, z$) – компоненты тензора вязких напряжений

$$\tau_{ij} = \begin{cases} \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) & \text{при } i \neq j \\ 2\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} \vec{v} & \text{при } i = j \end{cases};$$

μ – коэффициент динамической вязкости, зависящий от абсолютной температуры (формула Сатерлэнда); λ – коэффициент теплопроводности, пропорциональный коэффициенту динамической вязкости.

Система уравнений (1) действительна для ламинарного течения вязкого газа. Для описания турбулентных течений применяются так называемые осредненные (по Рейнольдсу) уравнения Навье-Стокса, которые требуют дополнительных «замыкающих» соотношений (моделей турбулентности) для описания турбулентных (рейнольдсовых) напряжений. Следуя гипотезе Буссинэска о линейной зависимости турбулентных напряжений от скоростей деформаций, система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса идентична по форме системе уравнений (1), где коэффициенты вязкости μ и теплопроводности λ представляются суммами соответствующих коэффициентов молекулярной и турбулентной (вихревой) вязкости, т.е.

$$\mu = \mu_L + \mu_T,$$

$$\lambda = \lambda_L + \lambda_T = c_p \left(\frac{\mu_L}{Pr_L} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right),$$

где c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, Pr – число Прандтля.

Расчетная область включает все лопатки рабочего колеса в силу неперпериодичности потока в окружном направлении на шаге венца из-за колебаний лопаток. Разностная сетка разбивается на сегменты, каждый из которых включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу лопаточного венца. В свою очередь, каждый из сегментов дискретизируется гибридной Н-О сеткой (рис. 1), причем Н-сетка остается неподвижной, а О-сетка деформируется с учетом перемещения лопатки.

При больших числах Рейнольдса допускается, что поток газа вдали от твердого тела ведет себя аналогично потоку идеального газа. Поэтому при расчете течений через лопаточный венец граничные условия на входной и выходной границах расчетной области основаны на одномерной теории характеристик нестационарного потока и аналогичны граничным условиям для идеального газа [3]. На «твердых» стенках расчетной области задаются:

– условие «прилипания» $\vec{v} = \vec{v}_w$, где \vec{v}_w – скорость перемещения стенки в рассматриваемой системе координат;

– тепловой поток q_w ; в частности, для адиабатической стенки $q_w = 0$;

– соотношение для давления, полученное проектированием на нормаль к стенке уравнения сохранения импульса

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \text{grad}_n \tau.$$

Для расчета «вязких» потоков в уравнениях сохранения (1) применяется алгебраическая модель турбулентности [6], основанная на оригинальной двухслойной модели, развитой Себеси и Смиттом [7] и модифицированной Болдвинном и Ломаксом [8].

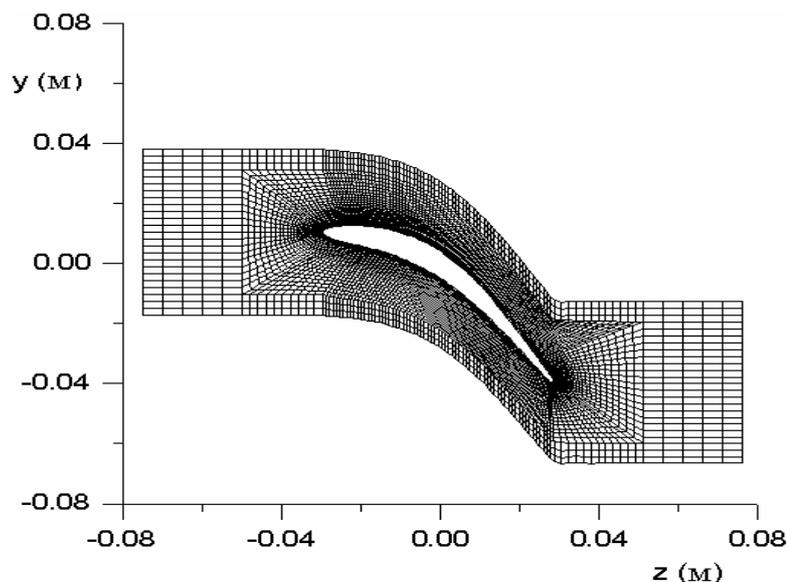


Рис. 1. Разностная сетка

Рассматривается турбулентный пограничный слой, формируемый из двух областей (рис. 2), внутренней и внешней, с различными выражениями для коэффициента вихревой турбулентной вязкости. Для внутренней области применяется полуэмпирическая формула для турбулентной вязкости с использованием модели Прандтля

$$\mu_T^{(i)} = \rho l^2 |\vec{\omega}|,$$

где $\vec{\omega} = \nabla \cdot \vec{v}$ – вектор вихря, выражаемый через производные от компонент скорости

$$\vec{\omega} = \left\{ \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial z} \right); \left(\frac{\partial v_1}{\partial z} - \frac{\partial v_3}{\partial x} \right); \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) \right\};$$

длина пути смешения l для пристенных течений с использованием демпфирующей функции ван Дрифта представляется в виде

$$l = ky \left(1 - e^{-\frac{y^+}{A}} \right),$$

где $k = 0.41$ – постоянная Кармана; $A = 26$ – демпфирующая константа; параметр y^+ определяется в виде

$$y^+ = \frac{y}{\mu_w} \sqrt{\rho_w \tau_w},$$

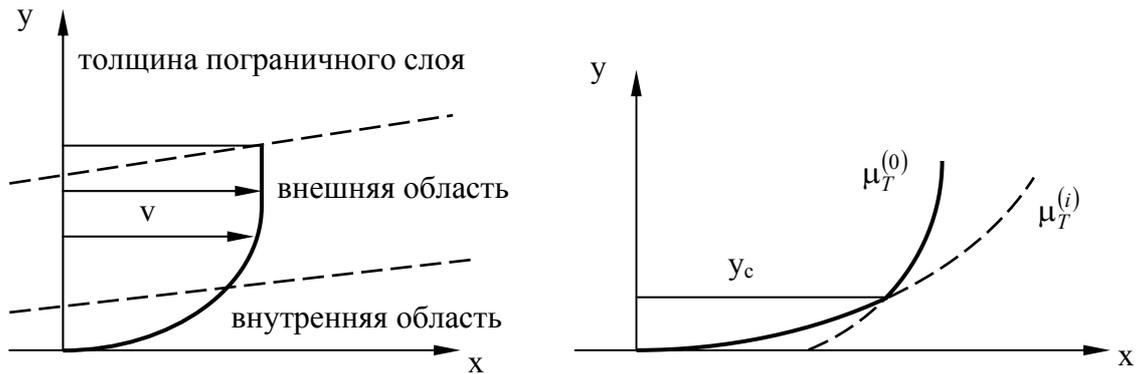


Рис. 2. Двухслойная вязкая модель

здесь параметры с индексом «w» относятся к стенке; y – соответствует расстоянию по нормали к стенке.

Во внешней области коэффициент турбулентной вязкости определяется модифицированной формулой Клаузера

$$\mu_T^{(0)} = \alpha \beta \rho F_k F_w,$$

где $\beta = 1.6$; $\alpha = K_{CL} \frac{1.55}{1 + \varphi}$; $K_{CL} = 0.0168$ – константа Клаузера;

$$\varphi = 0.55 \left(1 - \frac{1}{e^{0.243\sqrt{\sigma} - 0.298\sigma}} \right);$$

$\sigma = \frac{Re_0}{425} - 1$; Re_0 – число Рейнольдса, вычисленное по толщине потери импульса

$$\theta = \int_0^{\infty} \frac{\rho v}{\rho_e v_e} \left(1 - \frac{v}{v_e} \right) dy,$$

ρ_e, v_e – плотность и скорость на внешней границе пограничного слоя; F_k – фактор перемежаемости Клебана

$$F_k = \frac{1}{1 + 5.5 \left(C_k \frac{y}{y_{\max}} \right)^6},$$

$C_k = 0.3$ – константа Клебана; y_{\max} – значение « y », при котором вихревая функция

$$\Gamma(y) = y \left(1 - \frac{1}{e^{\frac{y^+}{A}}} \right) |\bar{\omega}|$$

достигает максимального значения; F_w – волновая функция

$$F_w = \min \left(y_{\max} \cdot \Gamma_{\max}; C_w y_{\max} \cdot \frac{v_D^2}{\Gamma_{\max}} \right).$$

Здесь $C_w = 0.25$ – волновая константа; $v_D = v_{\max} - v_{\min}$ (в поперечном сечении пограничного слоя).

Переключение с внутренней области на внешнюю происходит на расстоянии y_c от стенки при котором значение $\mu_T^{(i)}$ становится равным $\mu_T^{(o)}$ (рис. 2). Таким образом

$$\begin{aligned} \mu_T &= \mu_T^{(i)} & \text{если } \mu_T^{(i)} < \mu_T^{(o)}, \\ \mu_T &= \mu_T^{(o)} & \text{если } \mu_T^{(i)} > \mu_T^{(o)}. \end{aligned}$$

Для подтверждения достоверности предложенного метода выполнено сравнение численных результатов с экспериментальными данными, полученными для 11-ой стандартной конфигурации [9]. Для сопоставления выбраны 2 режима: дозвуковой (безотрывный) и нерасчетный трансзвуковой, с углом атаки $\sim 18^\circ$, при котором на стороне разрежения образуется отрывная зона.

Расчеты выполнены с использованием гибридной Н-О сетки (рис. 1), причем О-сетка (42*213*7) деформируется в соответствии с движением лопатки. На рис. 3 показано распределение изэнтропического числа Маха M_{is} по обводу профиля в среднем сечении лопатки для дозвукового стационарного течения $M_{2is} = 0.69$. Цифры «1» соответствуют численным результатам предложенного метода, цифры «2» – экспериментальным данным, цифры «3» – численным результатам, полученным с использованием нестационарного квазитрехмерного кода VOLFAP для интегрирования уравнений Навье-Стокса и представленным в [9]. Расчеты показывают хорошее согласование прогнозируемых результатов с экспериментальными данными.

Рисунок 4 также демонстрирует удовлетворительное соответствие численных и экспериментальных результатов для стационарного трансзвукового нерасчетного режима ($M_{2is} = 0.99$), который характеризуется отрывом потока на стороне разрежения на расстоянии $\sim 30\%$ от входной кромки и скачком уплотнения вблизи выходной кромки.

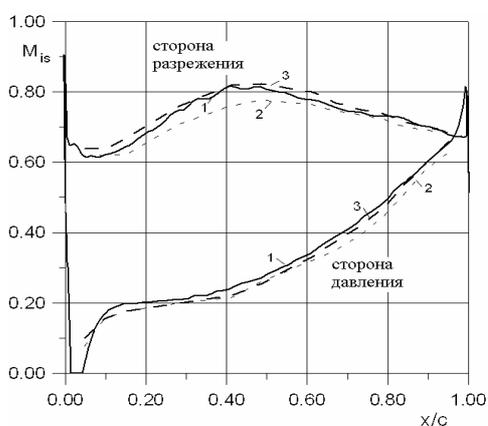


Рис. 3. Распределение скорости по обводу профиля, дозвуковой режим

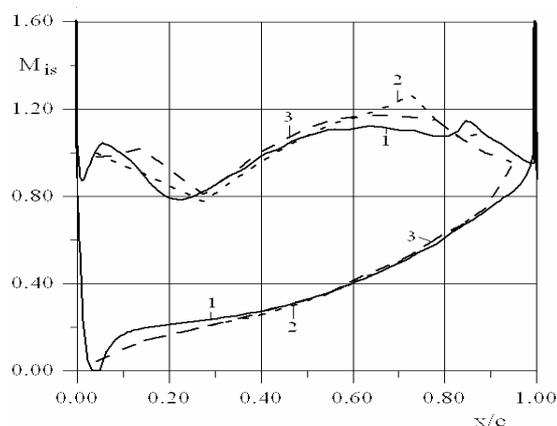


Рис. 4. Распределение скорости по обводу профиля, трансзвуковой режим

Ниже представлены некоторые результаты численного исследования нестационарных аэродинамических характеристик 11-ой стандартной конфигурации при заданном гармоническом законе колебаний всех лопаток при различных межлопаточных углах сдвига по фазе соседних лопаток

$$\begin{aligned}hz(t) &= hz_0 \sin[2\pi \nu t + (j-1)\delta], \\hy(t) &= hy_0 \sin[2\pi \nu t + (j-1)\delta],\end{aligned}$$

где hy_0, hz_0 – амплитуды изгибных колебаний в проекциях на координатные оси (рис. 1); ν – частота колебаний; δ – межлопаточный угол сдвига по фазе (МЛФУ).

Представленные результаты получены с использованием рядов Фурье для обработки нестационарных характеристик потока

$$C(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} \cos n2\pi \nu t + C_{2n} \sin n2\pi \nu t),$$

где $C(t)$ – исследуемая физическая величина; C_0, C_{1n}, C_{2n} – коэффициенты Фурье.

Только первые гармоники нестационарного давления сравнивались с экспериментальными данными, так как влияние более высоких гармоник практически ничтожно мало.

На рис. 5а,б показано сопоставление распределений амплитуды и фазы нестационарного давления вдоль хорды для дозвукового режима обтекания при относительной амплитуде колебаний $h/c = 0.0054$ и МЛФУ = 180° (h – амплитуда колебаний, c – длина хорды). Коэффициенты нестационарного давления по амплитуде и фазе определялись по формулам

$$C_p(z) = \frac{p(z)}{(p_0 - p_1)h}, \quad p(z) = \sqrt{C_{1n}^2(z) + C_{2n}^2(z)}, \quad \varphi(z) = \arctg \frac{C_{2n}(z)}{C_{1n}(z)},$$

где $p(z)$ – амплитуда нестационарного давления вдоль профиля; $\varphi(z)$ – фаза нестационарного давления; p_0 и p_1 – полное и статическое давление на входе в решетку. На рисунке сплошные линии соответствуют численным результатам, пунктирные – экспериментальным данным. Как видно из графиков, удовлетворительное соответствие результатов имеет место вдоль стороны давления и некоторое расхождение результатов на стороне разрежения на расстоянии 20-40% хорды от входной кромки. Сторона давления характеризуется положительным аэродемпфированием вдоль всей поверхности, в то время как на стороне разрежения мы наблюдаем положительный сдвиг нестационарного давления относительно движения лопатки, что соответствует подводу энергии от потока к осциллирующей лопатке (самовозбуждение).

Нестационарные аэроупругие характеристики 11-ой стандартной конфигурации для нерасчетного трансзвукового режима ($M_{2is} = 0.99$; $h/c = 0.0035$; МЛФУ = 180°) показаны на рис. 6. Мы наблюдаем удовлетворительное согласование результатов в распределении нестационарного давления по амплитуде (рис. 6,а) и фазе (рис. 6,б).

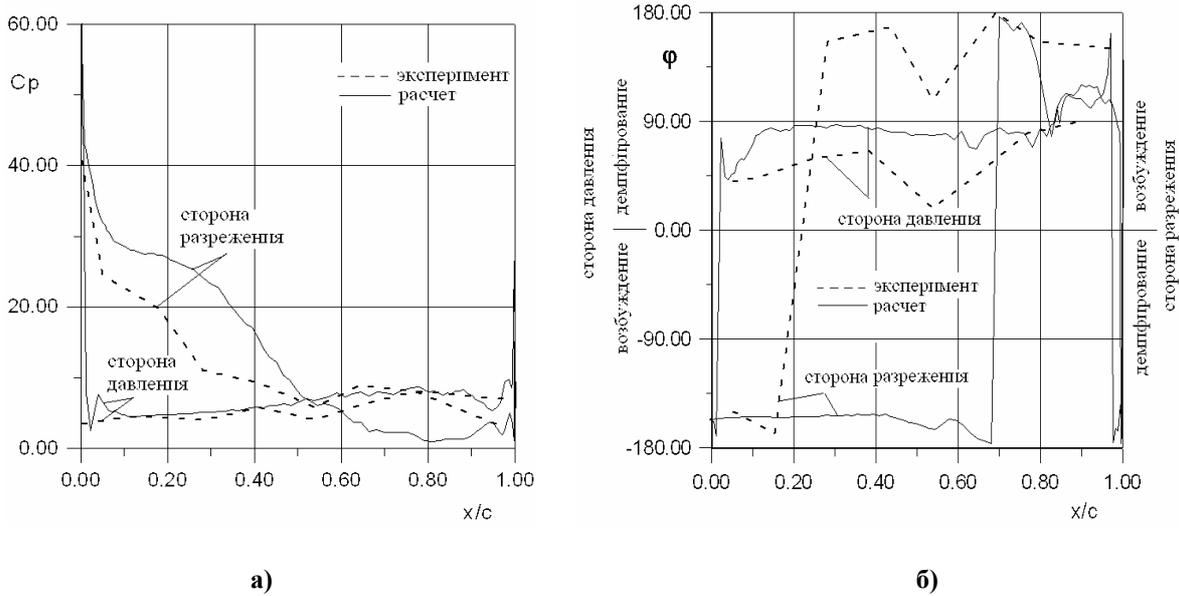


Рис. 5. Распределение нестационарного давления, 1-я гармоника, дозвуковой режим

Численный метод прогнозирует возмущение давления в отрывной зоне и в месте падения скачка уплотнения вблизи выходной кромки.

Распределение коэффициента аэродемпфирования по длине лопатки для дозвукового и трансзвукового режимов представлено на рис. 7. Мы видим, что для трансзвукового режима положительное аэродемпфирование (устойчивость) выше, чем для дозвукового режима. Кружки и квадратики на рисунке соответствуют результатам, полученным невязким кодом и кодом VOLFAP [9].

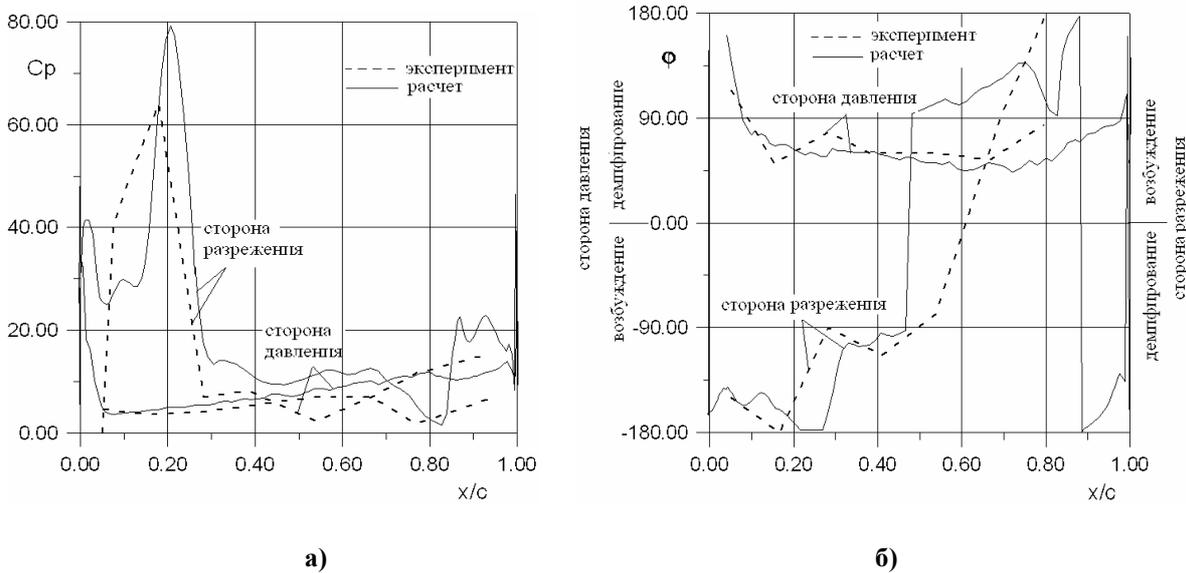


Рис. 6. Распределение нестационарного давления, 1-я гармоника, трансзвуковой режим

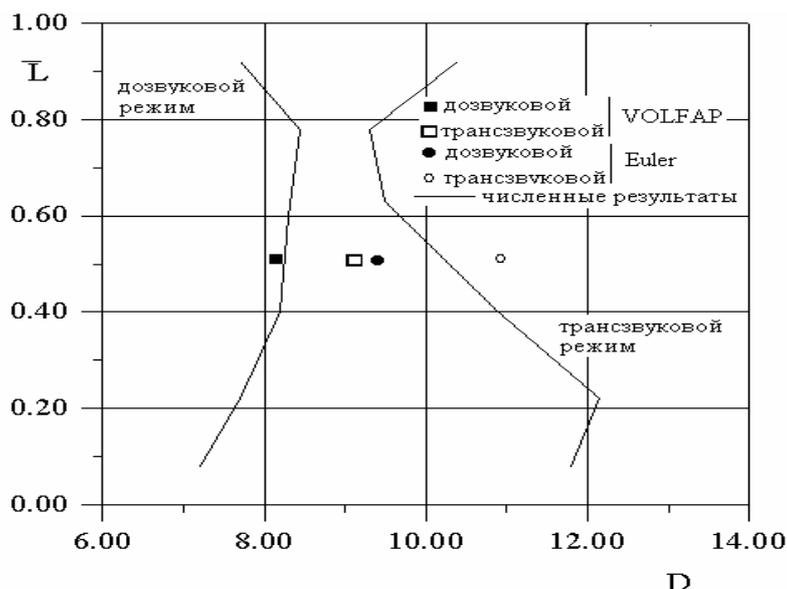


Рис. 7. Распределение коэффициента аэродемпфирования по длине лопадки

Литература

1. Bolcs A., Fransson T.H. Aeroelasticity in Turbomachines: Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results // Communication du LTAT-EPFL, Switzerland. – 1986. – No13. – 174 p.
2. He L. Integration of 2D Fluid – Structure Coupled Systems for Calculation of Turbomachinery Aerodynamic, Aeroelastic Instabilities // J. of Comp. Fluid Dynamics. – 1994. – 3. – p. 217-231.
3. Gnesin V.I., Kolodyazhnaya L.V. Numerical Modelling of Aeroelastic Behaviour for Oscillating Turbine Blade Row in 3D Transonic Ideal Flow // Problems in Mach. Eng. – 1999. – 1. – No 2. – p. 65–76.
4. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. В 2-х т. – М.: Мир, 1991.
5. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. – М.: Мир, 1990.
6. Yershov S.V., Rusanov A.V. Modification of algebraic turbulence model used in code Flower. – Modelowanie turbulencji w zastosowaniach technicznych // Zeszyty Naukowe IMP PAN 486/1448/97. – Gdansk. – 1997. – pp.95-102.
7. Cebeci T., Smith A.M. Analysis of Turbulent Boundary Layers. – New York: Academic Press, 1974.
8. Baldwin B., Lomax H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow // AIAA Paper 78-0257. – 1978.
9. Fransson T.H., Jöcker M., Bolcs A., Ott P. Viscous and Inviscid Linear / Nonlinear Calculations Versus Quasi-Three-Dimensional Experimental Data for a New Aeroelastic Turbine Standard Configuration // ASME Journal of Turbomachinery. – 1999. – 121. – №10. – pp. 717-725.