

В. Л. Кирпичевъ.

# СОБРАНИЕ СОЧИНЕНИЙ

Томъ первый.

---

Издание Совѣта Петроградскаго Политехническаго  
Института.

---

Цѣна 7 руб.

---



*B Kupmure*

## ПРЕДИСЛОВІЕ.

Желая увѣковѣчить память В. Л. Кирпичева, такъ много сдѣлавшаго для Петроградскаго Политехническаго Института Императора Петра Великаго Совѣтъ Института постановилъ въ засѣданіи 30 сентября 1914 года „издать труды В. Л. Кирпичева, при чемъ это изданіе возложить на особую комиссію въ составѣ представителей всѣхъ отдѣленій Института, а именно: отъ металлургическаго отдѣленія — проф. А. А. Байкова, В. Е. Грумъ Гржимайло и Ф. Ю. Левинсонъ-Лессинга; отъ механическаго отдѣленія — проф. А. А. Радцига и Н. Н. Саввина; отъ инженерно-строительнаго отдѣленія — проф. С. И. Белзецкаго и С. И. Дружинина; отъ кораблестроительнаго отдѣленія — проф. А. А. Адамова и С. И. Белзецкаго; отъ экономическаго отдѣленія — проф. А. Г. Гусакова и М. И. Фридмана; отъ электро-механическаго отдѣленія — проф. Б. А. Бахметева, А. Ф. Иоффе и М. А. Шателена“. Ближайшее руководство изданіемъ эта комиссію поручила профессорамъ А. А. Радцигу и А. Ф. Иоффе.

Согласно выработанному комиссіей плану въ настоящее собраніе должны были быть включены всѣ труды В. Л. Кирпичева, за исключеніемъ большихъ курсовъ (Сопротивленіе Матеріаловъ, Графическая Статика, Бесѣды по механикѣ) недавно изданныхъ и имѣвшихъ въ продажѣ или намѣченныхъ къ новому отдѣльному изданію частными издательствами. Труды эти рѣшено было распредѣлить на два тома, при чемъ въ первый томъ, нынѣ выходящій, включены всѣ научныя и техническія статьи; во второмъ томѣ предполагается помѣстить труды В. Л. Кирпичева общаго характера: обзоры состоянія промышленности въ Америкѣ и Россіи, статьи по охранѣ труда, по техническому образованію, некрологи и рѣчи. Въ этомъ же 2-мъ томѣ предполагается помѣстить нѣкоторыя изъ статей, посвященныхъ памяти В. Л. Кирпичева. Въ виду желанія имѣть дѣйстви-

тельно полное собраніе этихъ сочиненій и отсутствія готово-го ихъ списка а также и разбросанности ихъ по разнымъ изданіямъ, иногда трудно доставаемымъ, окончательная подготовка матеріаловъ потребовала много времени и самое печатаніе было начато уже въ 1915 году <sup>1)</sup>, при чемъ вслѣдствіе обстоятельствъ переживаемаго времени приходилось испытывать большія затрудненія и замедленія, которыя удалось отчасти преодолѣть только благодаря крайне внимательному и сочувственному отношенію къ настоящему изданію типографіи Шредера въ которой и удалось напечатать всѣ статьи настоящаго перваго тома. Типографія Шредера къ сожалѣнію, прекратила свою дѣятельность весной 1916 г., что вызвало новое замедленіе въ окончаніи перваго тома, такъ какъ предисловіе и краткую біографію В. Л. Кирпичева пришлось печатать уже въ другой типографіи.

Въ чтеніи корректуръ и другихъ трудахъ по изданію принимали участіе кромѣ членовъ редакціонной комиссіи также близкіе къ покойному В. Л. Кирпичеву профессора С. П. Тимошенко и К. Э. Рерихъ. Редакторы изданія позволяютъ себѣ выразить благодарность, какъ этимъ лицамъ такъ и всѣмъ другимъ, содѣйствовавшимъ настоящему изданію совѣтами, указаніями и сообщеніемъ матеріаловъ для біографіи.

Всѣ статьи, которыя должны составить вышеуказанный второй томъ сочиненій В. Л. Кирпичева въ настоящее время собраны и появленіе его въ свѣтъ намѣчено по наступленіи нѣсколько болѣе благопріятныхъ обстоятельствъ для изданія книгъ.

<sup>1)</sup> До этого времени удалось также напечатать въ журналѣ: „Вѣстникъ Общества Технологовъ“ нѣкоторыя статьи, которыя не успѣли быть напечатаны при жизни Виктора Львовича.

## В. Л. Кирпичевъ.

(Биографическій очеркъ).

Дѣятельность В. Л. Кирпичева захватываетъ періодъ времени свыше сорока лѣтъ. Онъ былъ преподавателемъ, профессоромъ, организаторомъ и директоромъ въ нѣсколькихъ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, имъ написанъ рядъ научныхъ работъ и курсовъ, онъ являлся, наконецъ, выдающимся дѣятелемъ въ области технического образованія, знаткомъ и истолкователемъ вопросовъ экономики промышленности и охраны труда. Разнообразіе этой дѣятельности, ея продолжительность и сосредоточеніе въ различныхъ мѣстахъ — Петроградѣ, Харьковѣ и Киевѣ — дѣлаютъ крайне затруднительнымъ составленіе биографическаго очерка В. Л. Кирпичева, такъ какъ нѣтъ лицъ, близко и одинаково знакомыхъ со всѣми періодами жизни его, мало также имѣется воспоминаній, писемъ и другихъ матеріаловъ, могущихъ послужить основаніемъ для его биографіи. Поэтому мы ограничиваемся въ настоящемъ томѣ небольшимъ биографическимъ очеркомъ, впоследствии же рассчитываемъ собрать и напечатать нѣкоторыя изъ статей и рѣчей, посвященныхъ его памяти и полнѣе обрисовывающихъ его свѣтлую и высокоодаренную натуру (одну изъ рѣчей, сказанныхъ на похоронахъ В. Л. Кирпичева, именно рѣчь Д. С. Зернова, мы помѣщаемъ теперь же вслѣдъ за биографіей). Въ жизнеописаніи В. Л. Кирпичева, какъ и всякаго выдающагося чловека, слѣдуетъ прежде всего остановиться на тѣхъ факторахъ окружающей среды, которые оставили на немъ глубокій слѣдъ въ періодъ формированія ума и характера и которыхъ вліяніе можно прослѣдить и въ дальнѣйшей его дѣятельности.

Такими факторами были у Виктора Львовича семья его и учебныя заведенія, въ которыхъ онъ получилъ обра-

зование, а затѣмъ—личность старшаго брата его, Л. Л. Кирпичева <sup>1)</sup>).

Извѣстность рода Кирпичевыхъ начинается съ дѣда В. Л. Кирпичева,—Матвѣя Кирилловича Кирпичева (1781—1868 г.) который былъ весьма незаурядной личностью и не имѣя ни состоянія, ни образованія (окончилъ городское училище въ Полоцкѣ) ни связей (не дворянскаго происхожденія—„изъ солдатскихъ дѣтей“) создалъ себѣ довольно видное положеніе: онъ прошелъ послѣдовательно отъ простаго рядового черезъ должности унтеръ-офицера и писаря до званія аудитора, а затѣмъ получилъ за военныя отличія въ походахъ противъ французовъ нѣсколько гражданскихъ чиновъ, былъ произведенъ въ офицеры, состоялъ адъютантомъ при извѣстномъ героѣ 1812 г. Коновницынѣ; совершилъ съ нимъ походы 1813 и 1814 годовъ, участвовалъ между прочимъ въ битвахъ при Люценѣ (за что получилъ орденъ Владиміра 4-й степени съ бантомъ, дававшій тогда потомственное дворянство) и при Лейпцигѣ (гдѣ получилъ пользовавшійся извѣстностью прусскій орденъ „roug le merite“, которымъ всегда очень гордился) и вышелъ въ отставку въ чинѣ подполковника. Сынъ его—отецъ В. Л. Кирпичева—Левъ Матвѣевичъ Кирпичевъ (1808—1862 г.) живетъ и работаетъ уже совершенно въ другой средѣ и въ другихъ условіяхъ: онъ получилъ воспитаніе въ Главномъ Инженерномъ Училищѣ которое окончилъ въ 1826 году однимъ изъ первыхъ по успѣшности (записанъ на почетную доску) и назначенъ

<sup>1)</sup> Матеріалы относительно ранняго періода жизни В. Л. Кирпичева сообщены были мнѣ членами его семьи и ближайшими родственниками: М. К. Кирпичевой, Н. Л. Кирпичевымъ, Ю. Л. Кракау (передавшей мнѣ значительное количество писемъ Виктора Львовича и его братьевъ и другія бумаги) и М. С. Кирпичевой, охотно предоставившей въ мое распоряженіе обширныя и крайне интересныя воспоминанія покойнаго мужа своего, К. Л. Кирпичева.

О годахъ пребыванія Виктора Львовича въ корпусѣ, Михайловскомъ Артиллерійскомъ Училищѣ и Академіи интересныя свѣдѣнія любезно сообщили мнѣ товарищи его и старшихъ братьевъ Кирпичевыхъ, генералы Н. Кайгородовъ (недавно скончавшійся) и М. Г. Лисуновъ.

Нѣкоторыя письменныя и устныя указанія о позднѣйшихъ періодахъ дѣятельности В. Л. Кирпичева были сдѣланы съ большою предупредительностью и отзывчивостью генераломъ Н. П. Петровымъ, Н. К. Автошинымъ, покойнымъ нынѣ И. И. Боргманомъ, проф. М. А. Тихомандрицимъ, проф. Г. Ф. Денпомъ, проф. С. И. Булгаковымъ.

Кромѣ того мною использованы статьи и замѣтки, посвященныя памяти В. Л. Кирпичева, списокъ которыхъ приложенъ въ концѣ біографіи.

былъ преподавателемъ математики въ томъ же Инженерномъ Училищѣ (1827 г.), затѣмъ занималъ послѣдовательно должность помощника инспектора въ Инженерномъ Училищѣ, въ Пажескомъ Корпусѣ и Павловскомъ Кадетскомъ Корпусѣ.

Исполняя обязанности преподавателя въ военныхъ учебныхъ заведеніяхъ Левъ Матвѣичъ находился въ сношеніяхъ съ знаменитымъ математикомъ М. В. Остроградскимъ <sup>1)</sup>, который хорошо отзывался о способностяхъ и знаніяхъ Льва Матвѣевича; еще ближе Левъ Матвѣевичъ находился къ В. Я. Буняковскому, съ которымъ вмѣстѣ издалъ даже нѣсколько переводовъ математическихъ руководствъ и даже книгъ беллетристическаго содержанія (романы Бальзака; какъ извѣстно <sup>2)</sup> Буняковскій занимался и самостоятельно литературой). Въ честь Буняковского онъ и назвалъ своего сына Викторомъ.

Левъ Матвѣевичъ съ большимъ уваженіемъ относился къ этимъ знаменитымъ русскимъ математикамъ (портреты ихъ и теперь еще хранятся въ деревнѣ Бардинѣ, позднеѣшемъ мѣстѣ жительства Кирпичевыхъ) и передалъ это чувство дѣтямъ: Викторъ Львовичъ всегда чрезвычайно высоко ставилъ заслуги Остроградскаго по поднятію уровня математическаго образованія въ Россіи <sup>3)</sup>; лекціи Остроградскаго („Алгебраическій Анализъ“) и книги Буняковского („Лексиконъ чистой и прикладной математики“ и „Основанія Математической Теоріи Вѣроятностей“) принадлежали къ числу любимыхъ книгъ Виктора Львовича <sup>4)</sup>.

Къ сожалѣнію педагогическая дѣятельность Льва Матвѣевича должны была рано прекратиться вслѣдствіе его болѣзни: зрѣніе его сначала сильно ослабилось, а затѣмъ онъ почти вовсе ослѣпъ и принужденъ былъ выйти въ отставку, (1848 г.)

<sup>1)</sup> Онъ преподавалъ тогда математику во всѣхъ военныхъ учебныхъ заведеніяхъ Петербурга и имѣлъ въ нихъ большое вліяніе (см. книгу: „М. В. Остроградскій. Празднованіе Столѣтія со дня его рожденія“, Полтава 1902 г.).

<sup>2)</sup> В. Я. Бу н я к о в с к і й Некрологическій Очеркъ К. А. Андреева. Памѣтїя Харьк. Матем. Общ. 1890 г. стр. 14, отд. отт.

<sup>3)</sup> Ср. отзывъ Виктора Львовича о значеніи М. В. Остроградскаго въ статьѣ „Иванъ Алексѣевичъ Вышнеградскій“ Вѣсти. Общ. Технол. 1895 г. и тамъ же высокая оцѣнка „Лекцій по алгебраическому Анализу“ М. В. Остроградскаго.

<sup>4)</sup> На „Лексиконъ“ Викторъ Львовичъ ссылается, напримѣръ, въ „Графической статикѣ“ (2-е изд. стр. 5-я) „Основы теоріи вѣроятностей“ онъ самъ передалъ мнѣ, когда мнѣ нужны были таблицы значеній интеграла вѣроятностей.

и поселился въ деревнѣ Бардино Псковской губ., купленной его отцомъ.

Въ этой деревнѣ росли Викторъ Львовичъ и его братья до поступления въ Полоцкій корпусъ. (Викторъ Львовичъ родился въ С.-Петербургѣ въ 1845 г. еще до переѣзда въ Бардино).

Семья Льва Матвѣевича была чрезвычайно многочисленна, но многіе дѣти умерли въ раннемъ дѣтствѣ; въ живыхъ осталось семь братьевъ и одна сестра. Всѣ братья окончили корпусъ, военное училище и Военную Академію (пять изъ нихъ, въ томъ числѣ и Викторъ Львовичъ — Артиллерійскую и два — Инженерную).

Изъ нихъ четыре достигли званія профессора (Левъ, Константинъ, Викторъ, и Нилъ) и приобрѣли большую извѣстность въ своей специальности; пятый братъ Михаилъ подавалъ блестящія надежды, какъ талантливый химикъ, Онъ много работалъ съ Д. Н. Менделѣевымъ и былъ уже назначенъ репетиторомъ и преподавателемъ Артиллерійской Академіи, но, заболѣвъ чахоткой и скончался въ 1873 году 27 лѣтъ отъ роду <sup>1)</sup>; жизнь остальныхъ двухъ братьевъ, Матвѣя и Ивана, тоже по всѣмъ отзывамъ весьма способныхъ, сложилась менѣе удачно вслѣдствіе случайныхъ неблагоприятныхъ обстоятельствъ.

Всѣхъ братьевъ готовила къ корпусу ихъ мать Елена Константиновна, урожденная Брунъ; только по математикѣ съ ними занимался отецъ. Подготовка ихъ была очень хороша и экзамены въ корпусъ всѣ они выдерживали съ блестящимъ успѣхомъ.

Кромѣ этихъ знаній, въ семьѣ Кирпичевыхъ всегда была чрезвычайно развита любовь къ литературѣ: Левъ Матвѣевичъ имѣлъ прекрасную бібліотеку, которой пользовались дѣти. Несмотря на стѣсненное матеріальное положеніе семьи, Левъ Матвѣевичъ ни за что не хотѣлъ продать этой бібліотеки. „Она принесла въ развитіи всѣхъ насъ огромные проценты“ замѣчаетъ въ своихъ воспоминаніяхъ Константинъ Львовичъ.

Викторъ Львовичъ до конца жизни сохранилъ приобретенные въ дѣтствѣ любовь и вкусъ къ литературѣ, слѣдилъ за всякимъ новымъ явленіемъ въ ней и лучшимъ отдыхомъ

<sup>1)</sup> См. сообщеніе о немъ, слѣланное Д. Н. Менделѣевымъ въ засѣданіи Химическаго Общества 6 марта 1873 г. О немъ же и о другихъ братьяхъ сообщаются біографическія данныя въ 12-мъ т. „Восточной энциклопедіи“, статья „Кирпичевы“ (братья).

отъ научныхъ занятій считалъ чтеніе своихъ любимыхъ классиковъ, которыхъ прекрасно зналъ и часто цитировалъ.

Жизнь въ Полоцкомъ корпусѣ шла, повидимому, такъ, какъ она вообще складывалась въ закрытыхъ учебныхъ заведеніяхъ того времени, т.-е. учащіеся составляли тѣсный кругъ „товарищества“, ревниво отстаивавшаго свои права передъ „начальствомъ“. Внутри же „товарищества“ замѣчалось обыкновенное руководство „старшихъ“, дразненіе и обижаніе „новичковъ“ и т. д.

При чрезвычайно впечатлительномъ и мягкомъ характерѣ Виктора Львовича эти суровые обычаи производили на него тяжелое впечатлѣніе, хотя жизнь его самага и его старшихъ братьевъ была гораздо легче, чѣмъ другихъ кадетъ, такъ какъ ихъ отпускали каждый день къ родителямъ, переѣзжавшимъ въ нѣкоторые годы на зиму изъ деревни въ Полоцкъ, чтобы быть ближе къ дѣтямъ.

Что касается сообщаемыхъ знаній, то судя по воспоминаніямъ К. Л. Кирпичева, (который учился въ одномъ классѣ съ Викторомъ Львовичемъ, хотя былъ на годъ старше) уровень ихъ былъ довольно высокій: многимъ изъ своихъ учителей онъ даетъ очень сочувственную характеристику. Впрочемъ Викторъ Львовичъ уже въ корпусѣ сталъ заниматься самостоятельно чтеніемъ научныхъ сочиненій и статей и изучалъ языки: генераль Н. Н. Кайгородовъ, кончившій курсъ вмѣстѣ съ его старшимъ братомъ, Львомъ, рассказывалъ напримѣръ, что Викторъ Львовичъ еще въ корпусѣ читалъ по-англійски. Викторъ Львовичъ и Константинъ Львовичъ благодаря своимъ хорошимъ знаніямъ часто давали своимъ товарищамъ объясненія по задаваемымъ урокамъ и тѣмъ вскорѣ заслужили ихъ уваженіе.

По окончаніи корпуса въ 1862 г. Викторъ Львовичъ отправился вмѣстѣ съ братомъ Константиномъ Львовичемъ въ Петербургъ и поступилъ въ Михайловское Артиллерійское Училище, (Константинъ Львовичъ поступилъ въ Инженерное Училище). Артиллерійское училище имѣло въ этотъ періодъ одноступенчатый курсъ. О ходѣ занятій Виктора Львовича въ Артиллерійскомъ Училищѣ имѣется мало свѣдѣній. Математику онъ изучалъ тамъ подъ руководствомъ извѣстнаго Н. Будаева, который самъ былъ ученикомъ М. В. Остроградскаго и отличался оригинальною постановкою преподаванія математики и большою требовательностью къ учащимся.

Въ этотъ періодъ Викторъ Львовичъ особенно сближается съ старшимъ братомъ своимъ Львомъ Львовичемъ, который къ тому времени уже окончилъ курсъ Академіи

(21 года—въ 1861 году) и состоялъ репетиторомъ при Артиллерійскомъ Училищѣ.

Вліяніе Льва Львовича на Виктора Львовича видно во многихъ отношеніяхъ; самъ Викторъ Львовичъ часто говорилъ, что Левъ Львовичъ замѣнилъ младшимъ братьямъ отца (скончавшагося въ 1862 году) и поставилъ ихъ на ноги.

Левъ Львовичъ былъ въ высшей степени интересною и даровитою личностью; его педагогическая и военно-техническая дѣятельность создали ему чрезвычайную популярность среди артиллеристовъ и когда онъ умеръ (50 лѣтъ въ 1890 г.), переутомленный своими чрезмѣрными трудами, то похороны его отличались той же задушевностью и торжественностью, какъ въ послѣдствіи похороны самаго Виктора Львовича<sup>1)</sup>.

Труды его весьма разнообразны и многіе изъ нихъ носятъ чисто военный характеръ, но во всѣхъ нихъ видны тѣ же свойства, которыя характеризовали затѣмъ работы Виктора Львовича: чрезвычайная ясность изложенія (особенно проявленная въ его извѣстныхъ „Началахъ механики“, составленныхъ для лицъ, незнакомыхъ съ высшею математикой, выдержавшихъ нѣсколько изданій и не утратившихъ до сихъ поръ своего значенія), разносторонность и широта образованія, постоянныя историческія сопоставленія и обобщающіе взгляды дѣлаютъ общинтересными даже его спеціально-военныя статьи.

Въ одной изъ своихъ статей („Законы подобія“)<sup>2)</sup> Л. Л. Кирпичевъ затрагиваетъ даже тотъ же самый вопросъ, который занимался въ послѣдствіи Викторъ Львовичъ<sup>3)</sup>.

Вліяніе Льва Львовича сказалось въ выборѣ Викторомъ Львовичемъ мѣста службы по окончаніи Артиллерійскаго Училища (въ 1863 г.): онъ принялъ именно скромное по виду назначеніе въ Кронштадтскую крѣпостную артиллерию: оно представляло большія удобства для научныхъ занятій (въ слѣдствіе близости къ Петербургу и слѣдовательно, къ самому Льву Львовичу, а также — благодаря сравнительно большому количеству свободнаго времени и хорошей библіотекѣ Морского Собранія) и являлась особенно

<sup>1)</sup> См. Потодкій. Генералъ-маіоръ Левъ Львовичъ Кирпичевъ С.-Петербургъ, 1891 г.

<sup>2)</sup> Артиллерійскій журналъ.

<sup>3)</sup> Въ статьяхъ: „О подобіи при упругихъ явленіяхъ“. Журналъ Русскаго Химическаго Общества, т. VI, 1874 г. Въ своемъ курсѣ сопротивленія матеріаловъ Викторъ Львовичъ отводитъ этому вопросу цѣлую главу (ч. II, гл. XV).

подходящимъ мѣстомъ для отбыванія двухъ-лѣтняго, стажа, необходимаго Виктору Львовичу для поступленія въ Академію.

Укрѣпленія Кронштадта въ то время приводились въ боевую готовность въ виду ожидавшагося столкновенія съ Англіей и Франціей изъ за польскаго вопроса (послѣ извѣстныхъ нотъ князя Горчакова въ 1863 г.) и молодому офицеру было много и служебной работы <sup>1)</sup>, но самыя условія этой дѣятельности съ частными періодами перерывовъ сношеній между Кронштадтомъ и С.-Петербургомъ и между отдѣльными фортами создавали невольные свободные промежутки въ служебныхъ трудахъ; все свое свободное время Викторъ Львовичъ, по словамъ жившаго съ нимъ на одной квартирѣ генерала М. Г. Лиссунова, посвящалъ научнымъ занятіямъ и чтенію.

Въ одномъ изъ сохранившихся писемъ Викторъ Львовичъ пишетъ: „когда у насъ замерзало море, то мнѣ пришлось просидѣть на одномъ фортѣ девять дней безъ чаю и сахару и безъ всякой провизіи кромѣ солдатскихъ щей. Къ счастью у меня было довольно книгъ и я провелъ эти девять дней довольно легко“ <sup>2)</sup>.

„Алексѣева“ <sup>3)</sup> я читалъ въ то время какъ сидѣлъ на фортѣ“ пишетъ онъ въ другомъ мѣстѣ.

Занятія Виктора Львовича за это время прежде всего направлены на расширеніе его математическихъ знаній: письма его къ брату Константину (служившему въ то время по окончаніи Инженернаго Училища саперомъ въ Кіевѣ) постоянно заключаютъ указанія на изученіе извѣстнаго курса анализа Штурма и рѣшеніе задачъ изъ задачника Frenet. Оба эти сочиненія изучены Викторомъ Львовичемъ съ необыкновенной тщательностью; К. Л. Кирпичевъ, тоже занятый въ то время рѣшеніемъ задачъ изъ Frenet пишетъ въ своихъ воспоминаніяхъ, что рѣшалъ подрядъ всѣ задачи вмѣстѣ съ извѣстнымъ впоследствии профессоромъ Х. С. Головиннымъ. „Если нѣкоторыя задачи не выходили, говоритъ онъ далѣе, то я обращался письменно за разрѣшеніемъ сомнѣнія къ брату Виктору. Онъ въ письмѣ сооб-

<sup>1)</sup> „Викторъ въ Кронштадтѣ служилъ очень хорошо, какъ свидѣтельствуя всѣ начальники“ пишетъ Л. Л. Кирпичевъ Константину Львовичу (письмо отъ 21 сентября 1863 г.).

<sup>2)</sup> Письмо къ К. Л. Кирпичеву отъ 24 ноября 1864 года.

<sup>3)</sup> Дѣло идетъ вѣроятно о книгѣ И. Н. Алексѣева „Начала Интегральнаго исчисленія“ Москва, 1861—62 гг.

щаль мнѣ замѣченныя ошибки и иногда указывалъ ходъ рѣшенія“.

Викторъ Львовичъ даетъ въ своихъ письмахъ указанія о занятіяхъ математикою также своему младшему брату Михаилу, въ то время поступившему въ Артиллерійское Училище.

Левъ Львовичъ тоже даетъ совѣты братьямъ о ходѣ научныхъ занятій; такъ, онъ рекомендуетъ, на примѣръ, читать извѣстный трудъ Poincaré: „Théorie nouvelle de la rotation des corps“ (который затѣмъ и приобретаетъ Викторомъ Львовичемъ).

Рядъ отдѣльныхъ указаній изъ писемъ Виктора Львовича свидѣтельствуетъ, что онъ вполне владѣлъ къ этому времени (когда ему было, слѣдовательно еще только 19—20 лѣтъ) высшимъ анализомъ въ размѣрахъ курса Штурма, т. е. во всякомъ случаѣ достаточныхъ для изученія прикладныхъ наукъ.

Изъ писемъ этого времени Виктора Львовича видно также, что его интересуютъ и вопросы, не имѣющіе ничего общаго съ его специальностью. Такъ, на примѣръ, онъ даетъ своему брату Константину Львовичу совѣтъ знакомиться съ геологіей по сочиненію Б. Котта. „Геологическія картины“ (вмѣсто купленнаго братомъ слишкомъ большаго сочиненія Уингерна) и прибавляетъ: „въ прошломъ году въ это время мною овладѣло такое же увлеченіе естественными науками; изъ годового опыта я вывелъ то заключеніе, что никакое чтеніе популярныя книгъ не можетъ доставить такого прочнаго источника наслажденій, какъ занятія специальныя“. И дѣйствительно знакомство В. Л. съ естественными науками совершенно не носило характера дилетантизма: онъ хорошо зналъ описательную астрономію, а систематикой растеній, настолько владѣлъ, что безъ всякихъ справокъ по опредѣлителю сообщалъ русское и латинское названіе всякаго встрѣтившагося растенія, вызывая этимъ удивленіе даже специалистовъ ботаниковъ. Съ физиологіей и анатоміей человѣка онъ былъ также хорошо знакомъ.

Другой любимой областью знаній В. Л. Киричева была исторія, въ особенности исторія среднихъ вѣковъ, съ которою онъ ознакомился по подлиннымъ французскимъ хроникамъ.

Онъ былъ большимъ знатокомъ средневѣковой архитектуры и чрезвычайно любилъ ее. Эта любовь ярко сказалась въ 1910 г., когда, возвращаясь изъ Парижа (куда мы

заѣхали вмѣстѣ съ Бркссельской выставки для осмотра музея по охранѣ труда и новыхъ лабораторій въ Conservatoire des Arts et des Metiers), мы заѣхали въ Реймсъ. Будучи связаны необходимостью срочнаго возвращенія въ Россію, мы могли остановиться тамъ только на само: короткое время, которое по желанію Виктора Львовича полностью посвятили осмотру Реймскаго собора, хотя время нашего посѣщенія совпало съ недѣлей авіаціи и массы приѣхавшихъ съ нами парижанъ и иностранцевъ устремлялись на аэродромъ.

Съ поступленіемъ въ 1865 году въ Михайловскую Артиллерійскую Академію начинается новая эра въ жизни В. Л. Кирпичева: тамъ находитъ онъ выдающихся учителей и интересы его направляются на новыя разнообразныя и обширныя области знанія. Артиллерія переживала тогда (въ концѣ 50-хъ и началѣ 60-хъ годовъ) крайне интересную и плодотворную эпоху: введеніе наръзныхъ орудій<sup>1)</sup> и стремленіе къ большей дальнобойности вызвали быстрое развитіе теоріи артиллерійскаго дѣла; въ концѣ 50-хъ годовъ появляются, напримѣръ, труды Didion по примѣненію теоріи вѣроятностей къ баллистикѣ<sup>2)</sup>, а также его опыты надъ сопротивленіемъ воздуха движенію снарядовъ<sup>3)</sup>, блестяще развиты въ Россіи генераломъ Маіевскимъ<sup>4)</sup>.

Въ 1858 и 1859 годахъ появились извѣстныя теоретическія изслѣдованія профессора Михайловской Артиллерійской Академіи, А. В. Гадолина надъ прочностью орудій (не стяннутыхъ и стяннутыхъ кольцами)<sup>5)</sup>.

Наконецъ, недавно созданная термодинамика находитъ себѣ примѣненіе къ вопросамъ внутренней баллистики въ работахъ Saint-Robert<sup>6)</sup> и другихъ.

<sup>1)</sup> Примѣненныхъ въ большинствѣ европейскихъ армій, послѣ того, какъ опытъ войны 1859 года (въ которой у французовъ были наръзные орудія, а у австрійцевъ—гладкоствольныя) показалъ преимущество первыхъ.

<sup>2)</sup> Mémoire sur la probabilité du tir—1857 г. и Calcul des probabilités appliqué au tir des projectiles—1858 г.

<sup>3)</sup> Извѣстные опыты Didion и другихъ французскихъ артиллеристовъ, сдѣланные въ Мецѣ еще въ 1839—1840 годахъ и повторенные въ 1856—1858 годахъ.

<sup>4)</sup> Опыты генерала Маіевскаго надъ сопротивленіемъ воздуха движенію снарядовъ были произведены въ 1868—1869 годахъ въ С.-Петербургѣ.

<sup>5)</sup> А. В. Гадолинъ. Сопротивленіе стѣнъ орудій давленію пороховыхъ газовъ при выстрѣлѣ (Артиллерійскій журналъ 1853 г. № 3). Теорія орудій, скрѣпленныхъ обручами (Артилл. журн. 1861 г. № 12).

<sup>6)</sup> Первое изданіе термодинамики Saint-Robert (Principes de

Не меньшее значение имѣеть для артиллеріи рациональный выборъ матеріала, изъ котораго дѣлается орудіе и въ этомъ отношеніи 60-ые годы ознаменованы появленіемъ стали (Крупновскія пушки въ прусской артиллеріи), естественно вызвавшимъ большое вниманіе къ металлургическимъ вопросамъ.

Наконецъ, вопросъ о самомъ изготовленіи артиллерійскихъ орудій и ихъ принадлежностей играетъ тоже самую существенную роль въ достоинствѣ орудій. Поэтому станки и усовершенствованные приемы механической обработки не могутъ быть игнорируемы образованнымъ артиллеристомъ. Такимъ образомъ обширная область механической технологіи является тоже необходимой составной частью въ числѣ наукъ, преподаваемыхъ въ артиллерійскихъ учебныхъ заведеніяхъ.

Можно думать на основаніи всего сказаннаго, что 3-хъ лѣтнее пребываніе Виктора Львовича въ артиллерійской Академіи укрѣпило врожденную его разносторонность и въ частности—привило ему интересъ къ вопросамъ металлургіи и механической технологіи, сохраненный имъ до конца жизни.

Вышеназванные профессора Академіи, Маіевскіи и Гадолинъ всегда вспоминались съ любовью и уваженіемъ Викторомъ Львовичемъ<sup>1)</sup>. Гадолинъ затронулъ въ одной изъ своихъ работъ еще одинъ изъ интересующихъ Виктора Львовича вопросовъ, а именно объ основахъ кристаллографіи; извѣстный мемуаръ Гадолина: „Выводъ всѣхъ кристаллическихъ системъ и ихъ подраздѣленій изъ одного принципа“<sup>2)</sup> принадлежалъ къ числу любимыхъ научныхъ сочиненій Виктора Львовича, онъ вспоминаетъ объ этой работѣ даже въ послѣдней своей статьѣ-рѣчи, посвященной памяти П. В. Котурницкаго<sup>3)</sup>.

Но еще большее значеніе для всей позднѣйшей дѣятельности Виктора Львовича имѣла встрѣча въ Артиллерійской Академіи съ И. А. Вышнеградскимъ. Относительно

(Thermodynamique), положившее начало разсмотрѣнію движенія снарядовъ внутри орудія съ термодинамической точки зрѣнія вышло въ 1865 году.

<sup>1)</sup> Извѣстный трудъ Маіевского: *Traité de ballistique extérieure*, присланный ему авторомъ до конца жизни хранился въ библиотекѣ Виктора Львовича.

<sup>2)</sup> Записки русскаго минералогическаго общества 1869 г. По нѣмецки онъ изданъ въ извѣстномъ собраніи: *Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften* № 75.

<sup>3)</sup> „Вѣстникъ Общества Технологовъ“ 1915 г.

значенія И. А. Вышнеградскаго въ развитіи Виктора Львовича можно вполнѣ повторить слова Виктора Львовича, сказанныя имъ относительно учителей самого Вышнеградскаго: „въ научной сферѣ, подобно другимъ областямъ духовной дѣятельности человѣка, существуетъ преемственная передача духовныхъ даровъ отъ учителя къ ученику, нѣчто вродѣ посвященія на умственную дѣятельность. Это можно прослѣдить исторически и указать для многихъ знаменитыхъ въ наукѣ людей тѣхъ ученыхъ, которые передали имъ священный огонь научнаго изслѣдованія и направили ихъ дѣятельность на разработку той или другой науки. Такая разработка часто потомъ ведется вполнѣ самостоятельно и оригинально, но первый импульсъ почти всегда вызывается личными сношеніями съ учеными, занимающимся тою наукою, которую выбираетъ себѣ начинающій дѣятель“<sup>1)</sup>.

И. А. Вышнеградскій читалъ въ Академіи такіе курсы: Аналитическую механику (въ духѣ французскихъ авторовъ: Делоне, Фрейсине, Штурма), Спротивленіе Матеріаловъ и Теорію Упругости (при чемъ въ изложеніи своемъ сообщалъ такіе трудные и новые тогда отдѣлы, какъ задачу-Сень-Венана въ постановкѣ Клебша<sup>2)</sup>).

Наконецъ, особенный успѣхъ имѣлъ еще курсъ подъемныхъ машинъ, поставленный И. А. Вышнеградскимъ очень широко, какъ введеніе къ изученію машиностроенія вообще. Этотъ послѣдній курсъ знакомилъ слушателей съ идеями учителя Вышнеградскаго, знаменитаго Редтенбахера, котораго можно считать творцомъ машиностроенія, какъ науки: преобладавшее до него направленіе Понселе разсматриваетъ законы дѣйствія существующей машины, тогда какъ Редтенбахеръ и его школа искали раціональныхъ основаній для созданія новыхъ машинъ.

Викторъ Львовичъ вспоминаетъ также о крайне интересномъ курсѣ проектированія машинъ-орудій, читавшемся И. А. Вышнеградскимъ и сопровождавшемся столь же интереснымъ проектированіемъ. Вообще все проектированіе у И. А. Вышнеградскаго велось чрезвычайно поучительно и создавало изъ его учениковъ отличныхъ конструкторовъ.

Можно думать, что у И. А. Вышнеградскаго же Вик-

<sup>1)</sup> В. Л. Кирпичевъ. „Иванъ Алексѣевичъ Вышнеградскій, какъ профессоръ и ученый“ Вѣстн. Общ. Технол. 1895 г. На это же значеніе преемственности и школы онъ указываетъ въ некрологѣ Г. Цейнера (Вѣстн. Общ. Технол. 1907 г.).

<sup>2)</sup> Свѣдѣнія, замѣтованныя изъ той же статьи Кирпичева.

торъ Львовичъ получилъ толчокъ къ занятію термодинамикой и теоріей паровыхъ машинъ, которыя принадлежали къ любимымъ предметамъ И. А. Вышнеградскаго (хотя читались имъ, кажется только въ Технологическомъ Институтѣ, а не въ артиллерійской академіи). Викторъ Львовичъ самъ всегда живо интересовался этими предметами и даже читалъ одно время курсъ приложенія термодинамики въ Харьковскомъ Технологическомъ Институтѣ<sup>1)</sup>, въ которомъ обнаруживаетъ замѣчательное пониманіе и знаніе работъ школы Гирна по теоріи паровой машины.

Во время своей заводской практики (обязательной для офицеровъ въ Академіи) Викторъ Львовичъ ознакомился съ Петербургскими заводами, между прочимъ съ знаменитой гидравлической установкой и канатной передачей Охтенскаго порохового завода. О ней онъ часто вспоминалъ впоследствии; она развила въ немъ интересъ къ гидравликѣ.

Вліяніе Вышнеградскаго на Виктора Львовича не ограничивается періодомъ пребыванія послѣдняго въ Артиллерійской Академіи: въ своей позднѣйшей дѣятельности Викторъ Львовичъ поддерживаетъ научное общеніе съ Вышнеградскимъ и является членомъ небольшого кружка специалистовъ созданнаго Вышнеградскимъ въ 70-хъ годахъ для обмѣна между собою мыслей по вопросамъ прикладной механики. Кружокъ этотъ по числу участвовавшихъ въ немъ членовъ назывался „Пентагональнымъ Обществомъ“, кромѣ Вышнеградскаго и Виктора Львовича, къ чему принадлежали А. П. Бородинъ и Н. П. Петровъ.

Въ 1868 г., 23 лѣтъ отъ роду Викторъ Львовичъ окончилъ курсъ артиллерійской академіи. Къ этому времени онъ получилъ, какъ видно изъ всего вышесказаннаго, блестящую и крайне разностороннюю подготовку, далеко не исчерпывающуюся проведенными указаніями, такъ какъ знанія свои Викторъ Львовичъ расширялъ все время самостоятельнымъ чтеніемъ и въ тетрадяхъ его, относящихся къ тому времени, находимъ конспекты самыхъ разнообразныхъ сочиненій напримѣръ, по желѣзнодорожному дѣлу (*Couche Voie matériel roulant etc, Redtenbacher Gezetze des Lokomotivbanes*) судостроенію и т. д. Однако онъ не удовлетворяется этими знаніями, а при первой возможности, уже имѣя нѣсколько лѣтъ педагогической дѣятельности, (1872—1873 г.г.) отправляется за границу въ Гейдельбергъ, гдѣ слушаетъ лекціи и занимается главнымъ образомъ у Г. Кирхгофа<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Имѣется студенческое литографированное изданіе этого курса.

<sup>2)</sup> Кромѣ слушанія лекцій Викторъ Львовичъ осматриваетъ въ

По сообщенію покойнаго проф. И. И. Боргмана, бывшаго вмѣстѣ съ Викторомъ Львовичемъ въ Гейдельбергѣ въ 1873 году, онъ слушалъ у Кирхгофа курсъ экспериментальной и теоретической физики (при чемъ изъ послѣдней Кирхгофъ читалъ въ этомъ семестрѣ отдѣлъ движенія жидкостей); кромѣ того Викторъ Львовичъ занимался у Кирхгофа въ лабораторіи.

Необыкновенное богатство идей и ясность мысли Кирхгофа положили послѣднюю черту на научную подготовку Виктора Львовича. Зимой 1873 г. онъ слушаетъ еще въ С. П. Б. Университетѣ курсъ „Теоріи Вѣроятностей“ у знаменитаго П. Л. Чебышева.

Послѣ окончанія академіи Викторъ Львовичъ сейчас же назначается въ ней „репетиторомъ“ (младшая должность учебнаго характера въ военныхъ учебныхъ заведеніяхъ вродѣ „руководителя практическими занятіями“), а черезъ годъ назначается тамъ же „преподавателемъ“ и читаетъ тамъ въ 1-й разъ свой курсъ сопротивленія матеріаловъ<sup>1)</sup>.

Одновременно съ этимъ (1869 годъ) онъ назначается правителемъ дѣлъ одной изъ комиссій Артиллерійскаго Комитета (въ которомъ видное положеніе занималъ его братъ Левъ Львовичъ).

Казалось, что Виктора Львовича ожидаетъ блестящая военно-ученая карьера, но эта ограниченная область дѣятельности съ малымъ числомъ слушателей, съ опредѣленными и тѣсными программами не вполне удовлетворяли его и онъ вскорѣ рѣшается оставить службу; въ 1870 г. по конкурсу онъ получаетъ скромное мѣсто преподавателя прикладной механики на химическомъ отдѣленіи въ С. П. Б. Технологическомъ Институтѣ (съ нимъ конкурировалъ тогда П. А. Афанасьевъ, бывший впоследствии профессоромъ механической технологіи въ Технологическомъ Институтѣ)

Дѣятельность Виктора Львовича въ С. П. Б. Технологическомъ Институтѣ продолжалась 15 лѣтъ. Вскорѣ послѣ назначенія онъ получаетъ занятія и на механическомъ отдѣленіи, сначала въ качествѣ помощника И. А. Вышнеградскаго, а затѣмъ—и самостоятельна. Все время Викторъ Львовичъ продолжаетъ самъ заниматься и пополнять свои свѣдѣнія

---

эти поѣздки нѣмецкіе, швейцарскіе и бельгійскіе заводы гидротехническихъ устройства и проч.

<sup>1)</sup> Въ предисловіи къ печатному изданію „Сопротивленіе Матеріаловъ“ (I т. 1893 г.) говорится, что этотъ курсъ читался въ Михайловской Артиллерійской Академіи.

Въ 1876 году В. Л. Кирпичевъ женится на Матильдѣ Карловнѣ Циглеръ и направляется вмѣстѣ съ женою за границу. Больше всего времени онъ проводитъ во время этой поѣздки въ Лондонѣ, гдѣ въ это время въ Кенсингтонскомъ музеѣ была открыта выставка научныхъ аппаратовъ.

Какъ видно изъ его письма къ брату Константину Львовичу, наибольшее впечатлѣніе произвели на него машины для вычисленій В. Томсона. Одна изъ нихъ должна была служить для механическаго численнаго интегрированія дифференціальныхъ уравненій 2-го порядка, другая—для разложенія функций въ тригонометрическіе ряды Фурье.

На этой же выставкѣ Виктору Львовичу представилась возможность познакомиться съ измѣрительными аппаратами Витворта и его методами обработки машинныхъ и орудійныхъ частей, сыгравшими какъ извѣстно, такую видную роль въ выработкѣ приѣмовъ массоваго механическаго производства вообще.

Въ 1873 году Викторъ Львовичъ принимаетъ участіе въ разработкѣ методовъ наблюденія при извѣстныхъ опытахъ Менделѣева надъ упругостью газовъ.

По просьбѣ Д. И. Менделѣева онъ рѣшаетъ для тѣхъ же опытовъ въ 1872 году вопросъ о наименѣе выгоднѣйшей длинѣ коромысла вѣсовъ. Эта небольшая, но очень изящная работа Виктора Львовича была напечатана въ 1874 году <sup>1)</sup>.

Въ 1876 году Викторъ Львовичъ былъ избранъ Учебнымъ Комитетомъ Технологическаго Института на должность профессора. Какъ главный курсъ, ему поручается сопротивление матеріаловъ; кромѣ того онъ читаетъ детали машинъ и подъемныя машины (къ этому времени оставленныя И. А. Вышнеградскимъ) и руководить проектами механическаго характера.

Курсъ сопротивленія матеріаловъ составлялъ въ это время главную работу Виктора Львовича. Онъ издается сначала въ литографированномъ видѣ и въ теченіе многихъ лѣтъ подвергается обработкѣ и усовершенствованію (печатное изданіе 1-го тома вышла лишь въ 1898 г., а 2-го—въ 1901 г.). Эти литографированныя изданія и блестящее устное изложеніе его курса создали Виктору Львовичу чрезвычайную извѣстность среди русскихъ инженеровъ.

<sup>1)</sup> Журналъ Русскаго Физико-Химическаго Общества т. VI-ой 1874 г.

Оцѣнка этого курса не входитъ въ задачу настоящаго біографическаго очерка, но нельзя не отмѣтить, что курсъ этотъ отличается замѣчательно удачнымъ и гармоничнымъ соединеніемъ элементовъ теоретическихъ, находящихъ обоснованіе въ теоріи упругости, и свѣдѣній о чисто экспериментальномъ изученіи свойствъ матеріаловъ; работы новѣйшихъ металлурговъ о связи физико-химическихъ свойствъ матеріаловъ съ прочностью и выносливостью ихъ нашли себѣ въ этомъ курсѣ тоже должное отраженіе. Наконецъ, хотя всюду имѣются въ виду приложенія къ техническимъ вопросамъ, но курсъ этотъ не носитъ узко-практическаго и рецептурнаго характера многихъ элементарныхъ руководствъ.

Послѣ своего появленія въ печатномъ видѣ, какъ было сказано, въ 1898 году, книга эта немедленно разошлась и со всѣхъ сторонъ къ Виктору Львовичу обращались съ просьбой переиздать ее.

До конца жизни онъ не оставлялъ намѣренія выпустить переработанное изданіе своего курса.

Къ сожалѣнію трудъ этотъ Виктору Львовичу не удалось закончить, главнымъ образомъ вслѣдствіе крайней требовательности его къ своему изложенію: необъятное количество экспериментальныхъ и теоретическихъ изслѣдованій свойствъ матеріаловъ, накопленное за послѣднее время съ трудомъ поддавалось изложенію въ томъ стройномъ и законченномъ видѣ, который привыкъ давать Викторъ Львовичъ своимъ произведеніямъ <sup>1)</sup>.

Въ этотъ періодъ службы въ С.-Петербургскомъ Технологическомъ Институтѣ Викторъ Львовичъ напечаталъ рядъ статей въ начавшихъ издаваться Извѣстіяхъ этого Института:

„О наивыгоднѣйшихъ размѣрахъ кормысла вѣсовъ“ (1878 г.). „О поршневыхъ пружинахъ“ (1878 г.). „Приложеніе теоремы лорда Рейлея къ вопросамъ строительной механики“ (1883 и 1884 года).

Викторъ Львовичъ принимаетъ въ это время дѣятельное участіе въ занятіяхъ Императорскаго Русскаго Техническаго Общества, въ которомъ съ 1881 до 1887 г.г.) состоитъ членомъ Совѣта <sup>2)</sup>. Въ 1884 г. онъ избирается пожизненнымъ

<sup>1)</sup> Въ настоящее время курсъ этотъ издается подъ редакціей С. П. Тимошенко.

<sup>2)</sup> Въ это же время въ Запискахъ Техническаго Общества печатаются статьи Виктора Львовича: „Отчетъ о новостяхъ по сопротивленію матеріаловъ“ (1879 г.).

членомъ, а впоследствии въ 1907 году—почетнымъ членомъ этого общества.

Въ 1882 году Викторъ Львовичъ назначается членомъ экспертной комиссіи Московской Всероссийской промышленно-художественной выставки. Участіе въ этой комиссіи дало Виктору Львовичу много чрезвычайно цѣнныхъ свѣдѣній о русской промышленности и позволило ему сдѣлать весьма поучительное сравненіе русскаго машиностроенія съ европейскимъ (съ которымъ онъ ознакомился во время своихъ заграничныхъ поѣздокъ 70-хъ годовъ).

Эта характеристика русскаго машиностроенія того времени (сдѣланная въ статьѣ „Машиностроеніе въ Россіи“, напечатанной въ Московскомъ журналѣ „Вѣстникъ Промышленности“ за 1883 г.) является важнымъ источникомъ для всякаго будущаго историка русскаго машиностроенія.

Въ 80-хъ же годахъ Викторъ Львовичъ обращаетъ вниманіе еще на одну важную сторону современной промышленности—охрану жизни и здоровья рабочихъ и дѣлаетъ по этому вопросу содержательный и краснорѣчивый докладъ на съѣздѣ техникувъ въ Москвѣ (въ 1882 году). Одинъ изъ позднѣйшихъ писателей по этому вопросу (А. Прессъ „Защита жизни и здоровья рабочихъ“ СПб. 1891 г. стр. 8) такъ характеризуетъ этотъ докладъ: „докладъ этотъ имѣлъ лишь цѣлью возбудить означенный вопросъ среди русскихъ техникувъ и отличается тѣмъ блескомъ и обиліемъ интересныхъ фактовъ, которыми характеризуются всѣ произведенія, выходящія изъ подъ пера этого почтеннаго профессора“.

Въ 1884 году Викторъ Львовичъ получаетъ приглашеніе читать лекціи по прикладной механикѣ въ Институтѣ Гражданскихъ Инженеровъ и въ томъ же году назначается членомъ Ученаго Комитета Министерства Народнаго Просвѣщенія (по отдѣлу техническаго и профессиональнаго образованія). Въ должности этой онъ долженъ былъ давать отзывы объ учебникахъ, предназначенныхъ для техническихъ училищъ. Нѣкоторыя изъ этихъ рецензій были напечатаны (въ „Журналѣ Министерства Народнаго Просвѣщенія“ за 1884 годъ) и сохранили свой интересъ, несмотря на малое значеніе разбираемыхъ сочиненій вслѣдствіе правильной формулировки Виктора Львовича принциповъ, которые должны быть положены въ основу при созданіи такихъ учебниковъ. И въ настоящее время, напримѣръ, часто не соблюдается правильное указаніе Виктора Львовича о необходимости яснаго изложенія

основъ науки, и не загроможденіи учебниковъ мелкими практическими деталями, часто имѣющими только временное значеніе). Работая въ томъ же комитетѣ Викторъ Львовичъ принимаетъ участіе въ составленіи общаго плана техническаго и профессиональнаго образованія въ Россіи— работа, начатая по иниціативѣ Вышнеградскаго, которой послѣдній придавалъ большое значеніе.

Съ 1881 года Викторъ Львовичъ избирается ежегодно секретаремъ Учебнаго Комитета С.П. Технологическаго Института.

Извѣстность и авторитетъ Виктора Львовича въ техническихъ кругахъ къ срединѣ 80-хъ годовъ были весьма велики; такъ напримѣръ, инспекторъ Михайловской Артиллерійской Академіи, обращаясь къ Виктору Львовичу въ 1888 г. съ просьбою прислать портретъ для помѣщенія въ Академіи прибавляетъ къ тексту циркулярнаго письма слѣдующія слова: „такъ какъ Вы принадлежите къ числу преподавателей, которыми Академія особенно въ правѣ гордиться, то покорнѣйше прошу не отказать прислать на мое имя Вашу фотографическую карточку“<sup>1)</sup>.

Въ этомъ же 1888 г. онъ избирается почетнымъ членомъ Политехническаго Общества при Императорскомъ Московскомъ техническомъ училищѣ.

Въ виду этой извѣстности Виктора Львовича и его большого педагогическаго опыта, ему предлагается въ 1885 г. постъ директора въ открываемомъ Харьковскомъ Технологическомъ Институтѣ. Эпоха назначенія Виктора Львовича директоромъ характеризуется стремленіемъ къ крайней регламентаціи и строгости режима въ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ. Выборъ предметовъ, число учебныхъ часовъ, частности программъ, способы контроля надъ занятіями (еженедѣльные „репетиціи“, срочность сдачи чертежей и т. п.)—все это было предусмотрено уставомъ и распоряженіями центральныхъ органовъ учебнаго вѣдомства; непосредственное завѣдываніе студентами было отнято отъ директора и передано въ руки назначеннаго Министерствомъ почти независимаго отъ директора инспектора студентовъ.

Наконецъ, между институтомъ и министерствомъ находился еще попечитель учебнаго округа, тоже снабженный большою властью по отношенію къ учебному заведенію.

<sup>1)</sup> Въ 1895 году по случаю 75-лѣтняго юбилея Михайловской Артиллерійской Академіи Викторъ Львовичъ былъ избранъ почетнымъ членомъ конференціи ея.

Даже въ вопросахъ назначенія профессоръ и преподавателей свобода учебныхъ заведеній была до крайности стѣснена.

Однимъ изъ существенныхъ недостатковъ указанной поставки дѣла являлась еще та ея особенность, что она вытекала главнымъ образомъ не изъ педагогическихъ соображеній, обуславливающихъ, конечно, требовательность и порядокъ въ занятіяхъ, а имѣла цѣлью окончательно подавить „политику“ въ учебныхъ заведеніяхъ.

Но политическія увлеченія молодежи обуславливались факторами, лежавшими внѣ школы, и потому не устранялись указанными мѣрами и въ результатѣ получалось только крайнее отчужденіе студенчества отъ профессуры; студенческіе беспорядки принимали при этихъ обстоятельствахъ характеръ эксцессовъ, иногда чрезвычайно рѣзкихъ (исторія въ СПБ. Технологическомъ Институтѣ въ 1886 г., „Брызгаловская“ исторія въ Москвѣ и др.).

Въ этихъ трудныхъ для организующагося учебнаго заведенія условіяхъ Викторъ Львовичъ счумѣлъ, во 1-хъ организовать вполнѣ удовлетворительно учебное дѣло, пригласивъ въ число профессоръ рядъ способныхъ и выдающихся лицъ профессоръ специальныхъ предметовъ: Х. С. Головина, Д. С. Зернова, К. А. Зворыкина, Е. Л. Зубашова, В. Лидова, Гемельяна, А. Предтеченскаго, А. В. Гречанинова, В. Латышева и др.; теоретическіе же предметы читали такіе выдающіеся учены, какъ А. М. Япуновъ, В. А. Стекловъ, К. А. Андреевъ, М. А. Тихомандрицкій, Н. Н. Бекетовъ, (короткое время) и Пильчиковъ, Пономаревъ.

Самъ Викторъ Львовичъ читалъ свой основной курсъ—Спротивленіе Матеріаловъ и Графическую Статику, но замѣщалъ иногда временно свободныя кафедры и читалъ другіе предметы, напримѣръ Теоретическую механику, приложение Термодинамики, какъ я уже говорилъ выше.

Лекціи его въ Харьковскомъ Институтѣ такъ характеризуются однимъ изъ его слушателей:

„Большая физическая аудиторія переполнена. Первокурсники набиваются въ проходы между скамьями, на подоконникахъ и напираютъ въ дверяхъ, которыя невозможно затворить.

У каѳедры появляется сутуловатая фигура профессора мягкія пряди волосъ отброшены назадъ; лицо его серьезно и строго. — „Настоящій профессоръ“... — шепчетъ совѣмъ юный студентъ, застывшій въ благоговѣніи.

— „Милостивые государи!“—начинаетъ Викторъ Льво-

вичъ, и мы, „милостивые государи“, которыхъ еще недавн-школьное начальство только презирало и ненавидѣло, чувствуемъ, что профессоръ говоритъ намъ: — Юные друзья мои“...

Въ аудиторіи — напряженная тишина. Передъ нами въ лекціи Виктора Львовича открывается святая святыхъ науки. Слѣдя за нимъ, мы проникаемъ въ тайны мірозданія и постигаемъ безконечность; для насъ, трепетавшихъ передъ непостижимой сложностью науки, теперь очевидно, что все въ наукѣ — ясно и просто, а если еще и есть уголки, въ которые не проникала человѣческая мысль, то мы откроемъ ихъ вмѣстѣ съ Викторомъ Львовичемъ.

Лекція закончена, и громъ аплодисментовъ долго не смолкаетъ. Вся аудиторія охвачена энтузіазмомъ къ наукѣ. Мы чувствуемъ, что перспективы, нарисованныя нашимъ профессоромъ, открываютъ намъ громадной сложности научную дисциплину, въ которой поставлено много вопросовъ; но, вмѣстѣ съ тѣмъ, въ изложеніи его мы видимъ, что ясное пониманіе этой дисциплины доступно самому неподготовленному студенту.

Викторъ Львовичъ былъ громаднаго таланта лекторъ, который умѣлъ возбудить смѣлость въ умѣ слушателя, указывая на простоту сложныхъ явленій, и въ то же время вызвать внимательность ума, отмѣчая сложность простыхъ научныхъ явленій<sup>1)</sup>.

Въ отношеніи къ студентамъ Викторъ Львовичъ по мѣрѣ возможности стремился умѣрить крайности режима того времени и хотя и не могъ предупредить беспорядковъ, возникавшихъ, какъ результатъ общихъ условій, но всячески ограничивалъ примѣненіе репрессій, не опасаясь этимъ навлечь на себя неудовольствіе своего начальства<sup>2)</sup>.

Этимъ отношеніемъ Виктору Львовичу удалось предупредить остроту столкновеній и спасти Институтъ отъ большихъ жертвъ.

1-ый выпускъ инженеровъ Харьковскаго Технологическаго Института въ количествѣ 33 человекъ былъ сдѣланъ въ 1890 году черезъ 5 лѣтъ послѣ его открытія.

Высокій уровень преподаванія, — присутствіе въ составѣ

<sup>1)</sup> П. А. Козьминъ. Памяти учителя. Русскій Мельникъ 1913 г.

<sup>2)</sup> Сохранилось нѣкоторыя письма къ Виктору Львовичу тогдашняго попечителя Харьковскаго Учебнаго Округа, Воронцова-Вельяминова съ предупрежденіями о неудовольствіи „Ивана Давыдовича“ (Делянова) за слишкомъ мягкія мѣры и сдерживаніе дѣятельности инспекціи въ определенныхъ рамкахъ.

Института многих выдающихся лицъ и руководство Виктора Львовича быстро создаютъ новому учебному заведенію прочную репутацію и воспитанники его начинаютъ играть выдающуюся роль въ технической жизни Юга Россіи.

Несмотря на многочисленныя служебныя обязанности Викторъ Львовичъ не оставляетъ въ это время своихъ научныхъ занятій. Въ 1886 и 1887 годахъ онъ составляетъ по порученію академіи наукъ разборъ извѣстныхъ трудовъ Н. П. Петрова по тренію (представленныхъ на соисканіе Макаръевской преміи и получившихъ ее въ 1884 г. согласно отзыву Виктора Львовича <sup>1)</sup>).

Онъ принимаетъ дѣятельное участіе въ Харьковскомъ Отдѣленіи Императорскаго Техническаго Общества и дѣлаетъ тамъ рядъ докладовъ, изъ которыхъ особенное значеніе имѣютъ докладъ о кристаллизаціи желѣза отъ сотрясеній въ мостахъ и машинахъ (1892 г.) и о новыхъ изслѣдованіяхъ относительно прочности желѣза, стали и мѣди (1894 г.) <sup>2)</sup>.

Въ 1898 г. Харьковское отдѣленіе избираетъ его своимъ почетнымъ членомъ.

Викторъ Львовичъ живо интересовался также засѣданіями Харьковскаго Математическаго Общества. (въ тѣ годы чрезвычайно блестящаго состава), былъ однимъ изъ самыхъ ревностныхъ посѣтителевъ его и состоялъ въ немъ Товарищемъ Предсѣдателя <sup>3)</sup>.

Интереснымъ эпизодомъ въ жизни Виктора Львовича за Харьковскій періодъ является командированіе его въ 1893 году въ Америку на Чикагскую выставку Министерствомъ Финансовъ въ качествѣ члена экспертной комиссіи.

Обязанность члена экспертной комиссіи Викторъ Львовичъ несъ съ обыкновенной своей энергіей и добросовѣстностью. Среди своихъ американскихъ коллегъ по комиссіи машиностроенія онъ быстро приобретаетъ популярность и уваженіе; онъ избранъ былъ секретаремъ комиссіи и когда

<sup>1)</sup> Рецензія эта напечатана была въ Извѣстіяхъ Императорской С.-Петербургской Академіи наукъ за 1892 годъ.

<sup>2)</sup> Кристаллизація желѣза отъ сотрясеній въ мостахъ и машинахъ Горнозаводскій листокъ 1892 годъ.

Новыя изслѣдованія относительно прочности желѣза, стали и мѣди Записки Харьковскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества 1894 г.

<sup>3)</sup> Письменное сообщеніе мѣ проф. М. Тихомандрицкаго.

принужденъ былъ сложить эту должность влѣдствіе отъѣзда въ Россію то получилъ привѣтственный адресъ съ чрезвычайно лестными отзывами о своей дѣятельности отъ американскихъ своихъ коллегъ.

Свои впечатлѣнія объ американской промышленности Викторъ Львовичъ изложилъ въ книгѣ „Отчетъ о командировкѣ въ Сѣверную Америку“, изданный въ 1895 году, но еще раньше сдѣлалъ о своей поѣздкѣ блестящія сообщенія въ Харьковскомъ Отдѣленіи Императорскаго Техническаго Общества и въ Технологическомъ Институтѣ.

Одинъ изъ его слушателей на докладѣ въ Институтѣ такъ описываетъ свое впечатлѣніе отъ этого доклада<sup>1)</sup>.

Двадцать лѣтъ назадъ Викторъ Львовичъ читалъ лекцію объ Америкѣ, только что возвратившись со всемірной выставки въ Чикаго. Передъ нами открывалась страна совершенно другой планеты, страна народа-гиганта съ его бѣшеною энергіей и не знающей границъ смѣлостью и держаніемъ. Только большой талантъ могъ развернуть такую картину въ лекціи, касавшейся почти исключительно техники.

Широко образованный умъ В. Л. Киршичева быстро понималъ и почувствовалъ масштабъ и сущность жизни новой страны. Эта лекція во многихъ его слушателяхъ воскресила наивную дѣтскую мечту—уѣхать въ Америку, навѣянную повѣстями о краснокожихъ; но теперь зазвучала мечта о томъ, чтобы поѣхать научиться у американцевъ работать, вдохновиться ихъ энергіей и, возвратившись на родину, отдать ей свои силы и трудъ.

Книга Виктора Львовича объ Америкѣ представляетъ трудъ чрезвычайно интересный по цѣлому ряду сдѣланныхъ наблюденій и высказанныхъ тамъ мыслей о связи особенностей американскаго машиностроенія съ общими экономическими условіями страны. Интересъ къ этимъ вопросамъ экономики промышленности Викторъ Львовичъ сохранилъ и позже. Онъ нашелъ себѣ выраженіе въ лекціяхъ, читанныхъ въ 1910 г. для студентовъ экономическаго отдѣленія С.-Петербургскаго Политехническаго Института; въ докладѣ о Брюссельской выставкѣ, прочитанномъ въ 1910 г. въ заведеніи научно-техническаго кружка при СПб. Политехническомъ Институтѣ (къ сожалѣнію—не напечатанномъ и не сохранившемся) и въ чрезвычайно интересномъ предисловіи къ сборнику „Охрана жизни и здоровья рабочихъ“ издан-

<sup>1)</sup> П. А. Козьминъ. Памяти учителя Русскій Мельникъ 1913 г.

ному Министерствомъ Торговли и Промышленности въ 1913 году. Свое знакомство съ условіями и современнымъ состояніемъ русскаго машиностроенія Викторъ Львовичъ пополнилъ во время участія въ качествѣ эксперта на Нижегородской выставкѣ 1896 года. О своихъ впечатлѣніяхъ онъ тоже дѣлаетъ докладъ въ Харьковскомъ отдѣленіи Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

Къ 1897 же году относится исполненіе чрезвычайно труднаго по обстановкѣ, въ которой приходилось дѣйствовать, порученія, возложеннаго на Виктора Львовича Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія: производство всесторонней ревизіи Рижскаго Политехническаго Института съ цѣлью выясненія вопроса о дарованіи служебныхъ правъ его преподавателямъ и профессорамъ и профессиональныхъ правъ окончившимъ въ немъ курсъ инженерамъ.

Крайне объективный и благожелательный докладъ Виктора Львовича въ связи съ присущимъ ему авторитетомъ былъ однимъ изъ рѣшающихъ моментовъ въ благопріятномъ разрѣшеніи для Рижскаго Политехникума этихъ вопросовъ. Виктору Львовичу удалось такимъ образомъ содѣйствовать правильной оцѣнкѣ и создать надлежащія условія для развитія Рижскаго Политехническаго Института, представляющаго замѣчательный примѣръ плодотворности здоровой общественной инициативы.

Въ 90-ые годы вмѣстѣ съ повышеніемъ техническаго уровня русской промышленности начинаетъ повышаться интересъ къ правильной постановкѣ техническаго образованія: зимою 1889/90 состоялся 1-й съѣздъ по техническому образованію, зимою 95/96—второй съѣздъ, въ которомъ принялъ участіе и Викторъ Львовичъ, прочитавъ тамъ докладъ: „экспериментальная механика и механическія лабораторіи высшихъ техническихъ учебныхъ заведеній“<sup>1)</sup> въ которомъ Викторъ Львовичъ одинъ изъ первыхъ въ Россіи указываетъ на необходимость развитія у будущихъ инженеровъ любви и навыка къ экспериментальному изслѣдованію техническихъ вопросовъ. Съ обычной своей чуткостью Викторъ Львовичъ подмѣтилъ теченіе, которое въ Германіи получило общее признаніе только во 2-й половинѣ 90-хъ годовъ, а въ другихъ странахъ еще позже.

<sup>1)</sup> Докладъ этотъ напечатанъ въ трудахъ 2-го съѣзда вышедшихъ только въ 1898 г.; раньше, въ 1890 г. въ актовомъ рѣчи на первомъ выпускѣ Х. Т. И. В. Л. затронулъ многіе другіе вопросы высшаго техническаго образованія: значеніе теоретическихъ наукъ, лекціонную систему и др.

Осенью 1897 года вопросъ о развитіи высшаго техническаго образованія въ Россіи получилъ особенно быстрое движеніе: всюду стали высказываться авторитетныя мнѣнія о необходимости какъ основанія новыхъ высшихъ специальныхъ школъ и расширенія старыхъ, такъ и реорганизациі сроя ихъ въ смыслъ улучшенія и введенія большой свободы преподаванія и принциповъ автономіи въ управленіи ими.

Викторъ Львовичъ является однимъ изъ главныхъ защитниковъ новыхъ начинаній въ правительственной комиссіи, въ Императорскомъ Техническомъ Обществѣ—всюду онъ поддерживаетъ прогрессивное теченіе и своимъ авторитетомъ заставляеть умолкнуть голоса чрезмѣрно боязливыхъ людей, находившихъ, что для Россіи и существующія школы выпускають слишкомъ много инженеровъ и что не слѣдуетъ ничего мѣнять въ строѣ старыхъ школъ. Министерство Финансовъ, по инициативѣ С. Ю. Витте и В. И. Ковалевскаго ассигнуеть большія средства на расширеніе Технологическихъ Институтовъ и Императорскаго Московскаго Техническаго Училища и рѣшается открыть два Политехникума, въ Кіевѣ и Варшавѣ, новаго типа: съ 4 отдѣленіями въ каждомъ.

Быстро установленны были общія основанія устройства новыхъ Политехникумовъ: энергія С. Ю. Витте и В. И. Ковалевскаго, поддержанная авторитетными указаніями Виктора Львовича вызываемаго изъ Харькова еще въ качествѣ директора Х. Т. И. на засѣданіи комиссіи по составленію уставовъ новыхъ Политехникумовъ, превозмогали всѣ препятствія.

Однако, несмотря на дѣятельное участіе Виктора Львовича во всѣхъ работахъ по основанію новыхъ учебныхъ заведеній, мало кто могъ думать, чтобы онъ сталъ во главѣ одного изъ этихъ высшихъ учебныхъ заведеній; никакіе мотивы житейскаго разчета не могли бы побудить директора вполне устроеннаго учебнаго заведенія, получившаго всѣ доступныя ему служебныя отличія и почти выслужившаго пенсію, промѣнять этотъ спокойный постъ на требующее напряженія всѣхъ силъ положеніе организатора новаго учебнаго заведенія, не представляющее никакихъ матеріальныхъ преимуществъ передъ прежнимъ <sup>1)</sup>. И однако Вик-

<sup>1)</sup> Въ этомъ смыслѣ именно говорилъ съ Викторомъ Львовичемъ тогдашній Министръ Народнаго Просвѣщенія Н. Д. Деляновъ, осенью 1897 года незадолго до своей смерти видѣвшійся съ Викторомъ Львовичемъ.

торъ Львовичъ согласился принять на себя всю тяжесть этого новаго положенія, чтобы имѣть возможность провести свои идеи о рациональной организаціи высшей технической школы. Видавшіе его въ это время поражались его бодростью и необыкновенно радостнымъ настроеніемъ: онъ какъ будто начиналъ новую жизнь.

Тѣмъ же настроеніемъ проникнута его привѣтственная рѣчь, произнесенная на торжествѣ открытія Кіевскаго Политехническаго Института 31 Августа 1898 г.: *Vivat crescat floreat!*

И дѣйствительно первые шаги Кіевскаго Политехническаго Института были необыкновенно удачны. Въ одномъ изъ послѣднихъ произведеній (рѣчь по поводу 15-лѣтія того же Кіевскаго Политехническаго Института) Викторъ Львовичъ такими словами характеризуетъ этотъ первый періодъ жизни Института: „въ жизни учрежденій такъ же, какъ въ жизни отдѣльныхъ людей, случаются цѣлыя полосы счастья, періоды удачи, когда все удается, когда всѣ трудности удаляются, какъ-бы сами собою. Иногда цѣлый день какъ бы летишь на крыльяхъ счастья и вслѣдствіе многочисленныхъ удачъ, слѣдующихъ одна за другою, является увѣренность въ счастье и особый подъемъ духа“.

Такою счастливую полосу Институтъ получилъ при своемъ основаніи и она надолго освѣщала его шаги <sup>1)</sup>.

Быстро наладилась учебная жизнь Института, строились зданія и шло оборудованіе его учебно-вспомогательныхъ учрежденій. Явились дѣятельные и выдающіеся сотрудники; <sup>2)</sup> самъ Викторъ Львовичъ читалъ на первомъ курсѣ теоретическую механику и этимъ курсомъ сразу же покорилъ сердца только что принятыхъ студентовъ. Сочувственно относилось къ Институту Министерство Финансовъ, быстро устранявшее по ходатайствамъ Виктора Львовича матеріальныя затрудненія Института.

Но скоро настали и первыя испытанія, вызванныя не внутренними причинами, связанными съ самимъ К. П. И., а

<sup>1)</sup> Девизомъ этой рѣчи онъ избираетъ такую надпись, дѣлавшуюся на старыхъ солнечныхъ часахъ:

„Hoc est numerus nisi serenas“

т. е. Я считаю только свѣтлые часы; поэтому въ ней особенно ярко передано это свѣтлое настроеніе перваго періода К. П. И.

<sup>2)</sup> Въ числѣ профессоровъ были такіе выдающіеся теоретики какъ В. П. Ермаковъ, Б. Я. Букрѣвъ, А. П. Котельниковъ, М. И. Коноваловъ, С. Н. Реформатскій, Г. Г. Де-Метцъ, Е. Ф. Вотчалъ, Ю. Н. Вагнеръ; изъ числа молодыхъ преподавателей специальныхъ предметовъ многіе приобрѣли затѣмъ почетную извѣстность въ наукѣ.

совокупностью сложных общественных условий, не позволяющих беспрепятственно развиваться и процветать отдельному учреждению при ненормальностях в жизни всего общественного организма. Уже в первый год существования Института, весной 1899 г., разразились крупные студенческие беспорядки, охватившие всю Россию, получившие начало на известных событиях послѣ акта С.-Петербургскаго Университета, отозвавшихся в томъ числѣ и на К. П. И.

Изъ этого перваго испытанія Институту удалось выйти безъ большихъ жертвъ, но студенческія волненія повторились въ еще большихъ размѣрахъ въ 1900/1901 г.г. когда изъ за совершенно ничтожнаго повода (т. наз. „Эйхельмановская“ исторія) начались крупные беспорядки въ Кіевскомъ Университетѣ, повлекшіе за собою отлачу въ солдаты большаго числа студентовъ этого университета, послѣ чего беспорядки распространились опять на всю Россию и достигли высшаго предѣла въ демонстраціи возлѣ Казанскаго Собора. Волненія эти отразились прежде всего на ближайшемъ учебномъ заведеніи—Кіевскомъ Политехническомъ Институтѣ.

Послѣ трагической кончины Боголѣпова положеніе создалось столь острое и напряженное, что можно было ожидать крупной катастрофы для высшихъ учебныхъ заведеній вообще и Кіевскаго Политехническаго Института въ частности. Но судьба еще разъ оказалась милостивою къ нему: на мѣсто Боголѣпова былъ назначенъ Ванновскій, провозгласившій эру „сердечнаго попеченія“; этотъ благожелательный призывъ настолько ослабилъ создавшееся напряженіе, что явилось возможность даже закончить учебный годъ сравнительно благополучно, только продолживъ занятія весенняго семестра 1901 года до конца іюня.

Во всѣхъ этихъ тяжелыхъ событіяхъ Викторъ Львовичъ игралъ выдающуюся роль: такъ на совѣщаніи у генераль-губернатора (М. И. Драгомирова) онъ выступилъ съ крайне рѣзкимъ протестомъ противъ проектированнаго примѣненія правилъ объ отдахѣ въ солдаты; но къ сожалѣнію, несмотря на энергичную поддержку его мнѣнія самимъ М. И. Драгомировымъ, взяло верхъ противоположное мнѣніе.

Въ это тяжелое время Викторъ Львовичъ дѣйствовалъ постоянно въ самомъ тѣсномъ единеніи съ совѣтомъ Института, тогда тоже чрезвычайно дружнымъ и это единеніе внушало известное уваженіе, какъ студенчеству такъ и

высшему начальству и сдерживало первое отъ рѣзкихъ выступленій, второе—отъ репрессій.

Такъ начался 1901/2 учебный годъ; наиболѣе успѣшныя студенты начали уже по старой терминологіи занятія 4-го курса, черезъ годъ предвидѣлся первый выпускъ, три отдѣленія (механическое, химическое, сельско-хоз.) были совершенно удовлетворительно организованы, инженерное отдѣленіе являлось болѣе отсталымъ, но и тамъ Виктору Львовичу удалось привлечь нѣсколько извѣстныхъ и способныхъ сотрудниковъ.

Всеякій, кто работалъ въ новомъ учебномъ заведеніи, знаетъ съ какимъ страстнымъ нетерпѣніемъ ожидается первый выпускъ: этотъ моментъ является заключеніемъ всѣхъ трудовъ по созданію учебнаго заведенія, выясняется правильность принциповъ, положенныхъ въ основу организациі его, достаточность подготовки кончающихъ и т. п.

Но прежде достиженія этого счастливаго момента Институту и Виктору Львовичу пришлось пережить еще одно испытаніе, оказавшееся на этотъ разъ самымъ тяжелымъ для обоихъ и разлучившее ихъ навсегда.

Начало осени 1901 года прошло довольно спокойно; Совѣтъ, подъ предсѣдательствомъ Виктора Львовича вырабатывалъ отвѣты на вопросы, касающіеся организациі высшихъ учебныхъ заведеній. Можно было надѣяться на измѣненіе въ ближайшемъ будущемъ уставовъ высшихъ учебныхъ заведеній въ духѣ началъ автономіи, и меньшаго стѣсненія молодежи, но вмѣсто этого произошло тоже часто случающееся явленіе: робкія начинанія въ этомъ духѣ: правила о студенческихъ кружкахъ, проведенныя Министромъ Народнаго Просвѣщенія, Ванновскимъ, и распространенныя на учебныя заведенія всѣхъ вѣдомствъ вызвали всеобщее неудовольствіе и послужили только поводомъ къ началу новыхъ студенческихъ волненій, которыя повлекли, наконецъ, за собою весной 1902 года закрытіе Кіевского Политехническаго Института до осени съ увольненіемъ всѣхъ студентовъ перваго курса.

Эта крупная неудача тяжело отразилась на здоровьѣ Виктора Львовича и укрѣпила у него желаніе отказаться отъ должности директора Кіевского Политехническаго Института. Много разъ и до этого ему приходилось ставить вопросъ о своей отставкѣ какъ необходимое послѣдствіе въ случаѣ измѣненія политики благожелательнаго и мягкаго отношенія къ студентамъ со стороны Министра Финансовъ. Въ этомъ отношеніи интересны выдержки изъ письма Вик-

тора Львовича къ С. Ю. Витте, приведенныя въ статьѣ проф. П. М. Ганицкаго. (Извѣстія Кіевскаго Политехническаго Института Императора Александра II 1913 г. кн. IV стр. 384): „письмо даетъ мнѣ смѣлость высказать волнующія меня мысли по поводу современнаго движенія учащейся молодежи и ожидаемаго въ скоромъ времени кризиса въ ходѣ учебнаго дѣла. Это ненормальное положеніе вполне устранимо, если будетъ примѣняться тотъ мягкій образъ дѣйствій, который примѣнялся при прежнихъ волненіяхъ въ заведеніяхъ министерства финансовъ. Но повтореніе уличныхъ избіеній, подобныхъ бывшимъ въ 1899 и 1901 годахъ, можетъ испортить дѣло на долгое время. При одной мысли о возможности этого мое сердце обливается кровью, и я лишаюсь способности дѣйствовать. Я готовъ пожертвовать Институту свое здоровье и даже свою жизнь, но убѣдительно прошу... не лишать меня права постоянно ходатайствовать о снисхожденіи и дозволить мнѣ дѣлать все возможное, чтобы остановить могущія случиться въ Кіевѣ крайности. Я отношусь къ студентамъ какъ къ роднымъ дѣтямъ, и гибель каждаго изъ нихъ для меня одинаково тяжела. Мнѣ осталось недолго жить, и тѣмъ важнѣе для меня въ послѣдніе годы дѣйствовать согласно съ убѣжденіями всей моей жизни“.

Первоначально, впрочемъ, вопросъ о дальнѣйшемъ пребываніи Виктора Львовича въ должности директора получилъ благопріятное рѣшеніе и Викторъ Львовичъ поѣхалъ по предложенію С. Ю. Витте въ заграничный отпускъ для лѣченія. Но къ осени положеніе самого С. Ю. Витте пошатнулось и Викторъ Львовичъ былъ освобожденъ отъ должности директора <sup>1)</sup>).

Разставаніе съ любимымъ учебнымъ заведеніемъ, на созданіе котораго Викторъ Львовичъ положилъ столько силъ и который по собственному выраженію его „присосъ къ его сердцу“, конечно тяжело далось Виктору Львовичу. Но оглядываясь теперь на эту перемѣну, приходится считать уходъ изъ Кіева благопріятнымъ событіемъ въ его жизни, такъ какъ въ ближайшемъ будущемъ условія дѣятельности Кіевскаго Политехническаго Института измѣнились къ худшему съ уходомъ изъ должности генералъ-губернатора М. И. Драгомирова, а затѣмъ и съ оставленіемъ своего поста С. Ю. Витте вслѣдствіе возрастающаго вліянія В. К. Плеве (товарищъ Министра Финансовъ В. И.

<sup>1)</sup> Ср. цитированную статью проф. П. М. Ганицкаго стр. 384.

Жовалевскій, относившійся къ Кіевскому Политехническому Институту тоже весьма благожелательно и много для него сдѣлавшій—оставилъ свои постъ еще раньше, осенью же 1903 года). Наступившія вскорѣ послѣ этого крупныя политическія событія 1905 и 1906 годовъ вызвали новыя и еще болѣе крупныя потрясенія въ жизни высшихъ учебныхъ заведеній, которыя врядъ-ли бы могъ перенести Викторъ Львовичъ при его горячей любви къ Институту и студентамъ и при разстроенномъ здоровьѣ.

Между тѣмъ освобожденіе отъ административныхъ обязанностей и переходъ въ Петербургъ далъ Виктору Львовичу еще одинъ періодъ интересной и плодотворной дѣятельности.

Прежде чѣмъ перейти къ этому послѣднему періоду его жизни слѣдуетъ еще указать на удивительно плодотворную научную и литературную дѣятельность Воктора Львовича за періодъ пребыванія въ Кіевѣ (при самыхъ неблагоприятныхъ, какъ было указано, для того условіяхъ): онъ издалъ за это время два большихъ курса: 2-й томъ Сопротивленія матеріаловъ въ 1901 году (1-й томъ появился въ печати передъ самымъ переходомъ въ Кіевъ въ 1898 году) и графическую статику—въ 1902 году. Лѣтомъ 1903 года, находясь въ отпуску за границей, онъ пишетъ оригинальную и крайне изящно изложенную работу: „Лишнія неизвѣстныя въ строительной механикѣ“, въ 1889 г. пишетъ „Замѣтку о рѣшетчатыхъ фермахъ“<sup>1)</sup>, въ 1901 г.—статью „формулы сложнаго сопротивленія“<sup>2)</sup> и тогда же составляетъ блестящую рѣчь: „значеніе фантазіи для инженеровъ“ (которая должна была быть произнесена на актѣ при первомъ выпускѣ инженеровъ И. П. И., но самый актъ не состоялся вследствие вышеописанныхъ событій и рѣчь была напечатана<sup>3)</sup>, въ 1903 г. печатаетъ 2 статьи: „замѣтка по вопросу о вліяніи температуры на упругія напряженія въ твердомъ тѣлѣ“ и „доказательство теоремы Мориса Леви“<sup>4)</sup>.

Первымъ порученіемъ, возложеннымъ Министромъ Финансовъ на В. Л. въ новой должности было участіе въ качествѣ представителя Министерства въ извѣстной комисіи по преобразованію высшихъ учебныхъ заведеній, открывшей

<sup>1)</sup> „Инженеръ“ (Кіевскій) 1899 г.

<sup>2)</sup> „Техническій Сборникъ“ и „Вѣстникъ Промышленности 1901 г.

<sup>3)</sup> „Извѣстія Кіевского Политехническаго Института Императора Александра II“, 1903 г.

<sup>4)</sup> „Извѣстія Кіевского Политехническаго Института Императора Александра II“, 1903 г.

свою работу осенью 1902 г. (комиссія Зенгера, чаще называемая впрочемъ „Лукьяновскою комиссіей“, по имени товарища Министра Народнаго Просвѣщенія, бывшаго ея председателемъ).

Викторъ Львовичъ избирается председателемъ отдѣла специальныхъ учебныхъ заведеній и вмѣстѣ съ другими товарищами отстаиваетъ начала автономнаго устройства учебныхъ заведеній, такъ настойчиво защищавшіяся имъ на практикѣ въ Кіевѣ. Труды этой комиссіи сохраняютъ и по настоящее время свое значеніе и должны бы быть принимаемы во вниманіе при выработкѣ новыхъ уставовъ высшихъ учебныхъ заведеній.

Къ весеннему полугодію 1903 г. Викторъ Львовичъ еще разъ возвращается въ Кіевъ, чтобы закончить чтеніе своихъ курсовъ. Здѣсь онъ присутствуетъ при состоявшемся въ январѣ 1903 г. (черезъ 4½ года послѣ открытія) первомъ выпускѣ инженеровъ К. П. И. и получаетъ достойное удовлетвореніе за понесенные труды и всю тяжелую борьбу, которую ему пришлось вынести, въ видѣ авторитетнаго отзыва Д. И. Менделѣева, чрезвычайно хвалебно отозвавшагося о всей постановкѣ учебнаго дѣла въ Кіевскомъ Политехническомъ Институтѣ.

Лѣтомъ 1903 г. Викторъ Львовичъ окончательно покидаетъ Кіевъ и назначается председателемъ строительной комиссіи С.-Петербургскаго Политехническаго Института, а затѣмъ—въ декабрѣ 1903 года—избирается преподавателемъ прикладной и строительной механики на техническихъ отдѣленіяхъ этого Института.

Курсъ этотъ, оригинальный по программѣ, создается Викторомъ Львовичемъ съ обыкновеннымъ его мастерствомъ; являясь какъ бы переходомъ отъ курсовъ чисто теоретическихъ къ прикладнымъ, курсъ этотъ пріобрѣтаетъ первостепенную важность въ программѣ техническихъ отдѣленій Института, а необыкновенно ясное и талантливое изложеніе—сдѣлало его до самой кончины Виктора Львовича любимымъ курсомъ у студентовъ техническихъ отдѣленій Института, такъ что большая физическая аудиторія часто не могла вмѣстить всѣхъ, желавшихъ его слушать.

Къ сожалѣнію не имѣется изданія или даже рукописи этого курса. Есть только литографированный конспектъ, изданный безъ участія Виктора Львовича и литографированныя же изданія Студенческой Кассы Взаимопомощи П. П. И. двухъ главъ изъ этого курса, составленныя В. Л. Кирпичевымъ („построеніе путей, описываемыхъ точками

плоскаго механизма" и „построеніе картины скоростей и картины ускореній для плоских механизмов“), которыя перепечатаются въ настоящемъ I томѣ „Собранія Сочиненій“ подъ редакціей К. Э. Рериха.

По курсу этому Викторомъ Львовичемъ были организованы въ высшей степени полныя и интересныя упражненія, къ веденію которыхъ были приглашены многія выдающіеся по способностямъ молодые преподаватели. Самъ Викторъ Львовичъ придавалъ чрезвычайно большое значеніе этимъ упражненіямъ какъ средству развитія самодѣятельности въ учащихся и не смотря на крайнюю утомительность и даже вредъ для его здоровья до самой кончины своей вель занятія въ одной изъ группъ, чтобы отнюдь не потерять связи съ учащимися и съ другими руководителями по своему предмету.

Одновременно съ чтеніемъ курса и упражненіями онъ организуетъ понемногу на небольшія сравнительно отпускаемые средства лабораторію по прикладной механикѣ, гдѣ особенно богато представленъ былъ отдѣлъ машинъ по изслѣдованію тренія и смазочныхъ матеріаловъ. Отдѣлъ этотъ является въ настоящее время вѣроятно наилучше оборудованнымъ учрежденіемъ этого рода въ Россіи (отдѣлъ этотъ содержитъ, между прочимъ, цѣнные и важные приборы для изслѣдованія тренія, пожертвованные генераломъ Н. П. Петровымъ, на которыхъ онъ произвелъ свои знаменитыя изслѣдованія).

Въ жизни Институтской преподавательской коллегіи Викторъ Львовичъ имѣлъ до самой своей смерти совершенно исключительное вліяніе: не занимая никакой официальной должности <sup>1)</sup>, онъ являлся благодаря своему авторитету центромъ, къ которому обращались за совѣтомъ по всякому сложному и организаціонному вопросу учебной жизни. Онъ предѣлательствуетъ въ разныхъ комиссіяхъ, вырабатывающихъ правила прохожденія курса, программы и прочія детали учебной жизни; онъ участвуетъ въ составленіи программъ экзаменовъ на званіе адъюнкта и даетъ отзывы о всѣхъ диссертаціяхъ по прикладной и строительной механикѣ (весьма многочисленныхъ въ этомъ періодѣ жизни Института); такъ онъ давалъ заключеніе о диссертаціяхъ

<sup>1)</sup> Со введеніемъ въ 1905 году выборнаго начала ему не разъ предлагали поставить кандидатуру на болѣе руководящія мѣста, но онъ всегда отъ этого отказывался.

### XXXIII

И. Г. Бубнова, Г. П. Передерія, Н. А. Рышнина, Б. А. Бахметьева и др.

Шло ли дѣло о выставкѣ графическихъ работъ и оцѣнкѣ ея результатовъ, или о выработкѣ правилъ о заграничныхъ командировкахъ лицъ оставленныхъ для приготовления къ профессорскому званію—опытъ Виктора Львовича и его глубокое пониманіе потребности учебнаго дѣла давали цѣпныя указанія <sup>1)</sup>.

Было бы крайне затруднительно отмѣтить всѣ подробности этой многолѣтней дѣятельности Виктора Львовича въ Петроградскомъ Политехническомъ Институтѣ. Нельзя не упомянуть, однако, отдѣльно о крупной организаціонной работѣ его въ качествѣ председателя коммисіи по выработкѣ плана преподаванія на открываемомъ въ 1907 году механическомъ отдѣленіи Института. Опытъ и знанія его имѣли для этого отдѣленія чрезвычайно благотворныя послѣдствія и весною 1913 года, присутствуя на одной изъ первыхъ крупныхъ защитъ дипломныхъ проектовъ студентовъ этого отдѣленія, Викторъ Львовичъ могъ съ удовлетвореніемъ слышать (уже третій разъ въ своей жизни) вполне сочувственный отзывъ генерала Н. П. Петрова <sup>2)</sup> о дипломныхъ проектахъ и знаніяхъ проявленныхъ студентами на защитѣ.

Викторъ Львовичъ находился въ дѣятельномъ научномъ общеніи съ другими профессорами и преподавателями Института. Результатомъ этого общенія явился рядъ специальныхъ сообщеній сдѣланныхъ въ кружкѣ преподавателей, затрагивающихъ отдѣльныя темы или цѣлыя циклы вопросовъ. Самъ Викторъ Львовичъ прочелъ въ этомъ кружкѣ циклъ сообщеній, посвященныхъ Механикѣ Системы, которыя должны были послужить введеніемъ къ предложенному членами кружка ряду рефератовъ, посвященныхъ Динамикѣ Машинъ <sup>3)</sup>.

Свои бесѣды Викторъ Львовичъ обработалъ и издалъ въ 1907 году, отдѣльной книгой, сохранивъ для нея названіе „Бесѣды о механикѣ“. Книга эта встрѣтила чрезвычайно сочувственный пріемъ со стороны научной критики и дѣйствительно является во многихъ отношеніяхъ образцомъ

<sup>1)</sup> Эта сторона дѣятельности Виктора Львовича въ Петроградскомъ Политехническомъ Институтѣ была освѣщена въ рѣчи проф. В. В. Скобельцына въ засѣданіи 16 Ноября 1913 года Императорскаго Русскаго Техническаго Общества, посвященномъ памяти В. Л. Киршичева.

<sup>2)</sup> Присутствовавшего по просьбѣ Министра Торговли и Промышленности на этой защитѣ.

<sup>3)</sup> См. В. Киршичевъ „Бесѣды о Механикѣ“. Предисловіе.

яснаго и простаго изложенія трудныхъ научныхъ вопросовъ, вполнѣ ориентирующаго читателя въ важной научной дисциплинѣ.

До самой своей кончины Викторъ Львовичъ председательствовалъ въ этомъ кружкѣ преподавателей и принималъ въ дѣлахъ его самое дѣятельное участіе.

Въ 1910 году какъ было сказано уже выше экономическое отдѣленіе Института пригласило В. Л. Киршичева прочесть для студентовъ этого отдѣленія рядъ лекцій, посвященныхъ прикладной механикѣ и фабрично-заводскому дѣлу.

Этотъ курсъ былъ прочитанъ Викторомъ Львовичемъ тоже съ большимъ успѣхомъ при переполненной аудиторіи.

Извѣстность и популярность Виктора Львовича въ Института, среди всѣхъ русскихъ инженеровъ достигаетъ своего апогея: въ бурные 1905—6 годы онъ избирается председателемъ союза инженеровъ (что повлекло за собою даже судебное преслѣдованіе, отъ котораго Викторъ Львовичъ былъ освобожденъ только послѣ 17 октября 1905 г.), почетнымъ членомъ Кіевскаго Политехническаго Института Императора Александра II онъ былъ избранъ въ 1903 году, а С.-Петербургскаго Технологическаго Института Императора Николая I въ 1907 г.; (почетный дипломъ на званіе инженеръ-технолога былъ ему поднесенъ еще въ 1901 году). Эти же Институты обращаются къ нему за отзывами о трудахъ конкурентовъ на кафедры сопротивленія матеріаловъ и строительной механики. Напечатанные въ 1906 г. отзывы В. Л. по конкурсу Технологическаго Института являются образцомъ чрезвычайно компетентнаго и безпристрастнаго сужденія. Столь же интересенъ его отзывъ о работахъ С. П. Тимошенко, сдѣланный по порученію Института Путей Сообщенія Императора Александра I въ 1911 году. Онъ избирается почетнымъ членомъ перваго съѣзда русскихъ дѣятелей по металлургіи, машиностроенію и горному дѣлу въ Екатеринославѣ (въ 1810 г.), председателемъ втораго съѣзда, бывшаго весной 1913 г. въ Петроградѣ и т. д.

Научно-литературная дѣятельность В. Л. въ эти годы особенно интенсивна: такъ кромѣ уже выше названныхъ „Бесѣдъ о механикѣ“, имъ напечатаны 2-е изданіе графической статистики (въ 1908 г.) и статьи: „Замѣтки о примѣненіи стереографической проекціи къ расчету купольныхъ фермъ“ („Вѣстникъ Технологовъ“ 1908 г.) и „Новый способъ графическаго расчета купольныхъ и другихъ пространствен-

ныхъ фермъ, данный профессоромъ Майоръ“. („Извѣстія С.-Петербургскаго Политехническаго Института Императора Петра Великаго“ 1911 г. т. XV).

Въ 1913 году онъ печатаетъ большую статью объ оптическомъ методѣ изученія деформаций и упомянутое уже предисловіе къ книгѣ „охрана жизни и здоровья рабочихъ“, заканчиваетъ подготовку 3-го изданія „графической статики“ (вышедшаго уже послѣ смерти В. Л. Кирпичева въ 1914 году), пишетъ рѣчь по поводу 15-лѣтія Кіевскаго Политехническаго Института Императора Александра II (напечатана въ выше цитированныхъ сборникахъ матеріаловъ по исторіи этого Института, изданныхъ подъ редакціей проф. И. М. Ганицкаго) и статью, посвященную памяти профессора П. В. Котурницкаго (товарища Виктора Львовича по преподаванію въ С.-Петербургскомъ Технологическомъ Институтѣ), скончавшагося лѣтомъ 1913 г. (напечатана въ „Вѣстникѣ Технологовъ“ 1914 г. № 1).

За нѣсколько дней до смерти имъ закончена большая статья „Объ усталости металловъ“ (напечатанная послѣ смерти его подъ редакціей Н. Н. Давиденкова и А. М. Драгомирова въ „Вѣстникѣ Технологовъ“ за 1915 г. №№ 2, 3, 4).

Совершенно неожиданно для всѣхъ близкихъ къ нему людей, его учениковъ и почитателей эта интенсивная дѣятельность обѣщавшая еще такъ много въ будущемъ прекратилась: послѣ 2 дней тяжелой болѣзни 7-го Октября 1913 г. Виктора Львовича не стало.

Эта неожиданная кончина произвела чрезвычайное впечатлѣніе какъ въ Петроградскомъ Политехническомъ Институтѣ, такъ и вообще въ широкихъ техническихъ и научныхъ кругахъ столицы: похороны его, съ участіемъ многихъ тысячъ студентовъ и представителей науки и промышленности явились грандіознымъ посмертнымъ чествованіемъ покойнаго (о впечатлѣніи, произведенномъ этой утратой въ широкихъ кругахъ, даетъ понятіе рѣчь Д. С. Зернова, приводимая ниже).

Семья его и Петроградскій Политехническій Институтъ были засыпаны выраженіями сочувствія со стороны учебныхъ заведеній, обществъ и частныхъ лицъ.

Во многихъ учебныхъ заведеніяхъ были устроены спеціальныя засѣданія съ сообщеніями о дѣятельности В. Л. Кирпичева (въ Петроградскомъ Политехническомъ Институтѣ, въ Михайловской Артиллерійской Академіи, гдѣ обширный докладъ о дѣятельности и личности В. Л. Кирпичева сдѣланъ проф. Некрасовымъ). Въ газетахъ и журна-

лахъ былъ помѣщенъ рядъ статей и замѣтокъ, посвященныхъ покойному <sup>1)</sup>).

Совѣтомъ Петроградскаго Политехническаго Института, въ которомъ потеря В. Л. Кирпичева особенно живо чувствовалась, былъ принятъ рядъ мѣръ для увѣковѣченія его памяти: въ залѣ Совѣта помѣщенъ портретъ В. Л. Кирпичева, сдѣлано постановленіе о напечатаніи его біографіи и научныхъ трудовъ.

Память о В. Л. Кирпичевѣ, какъ объ одномъ изъ крупнейшихъ дѣятелей въ области русской науки, техники и технического образованія не умретъ никогда.

**А. Радцигъ.**

---

<sup>1)</sup> Списокъ ихъ помѣщенъ ниже.



**Списокъ статей, посвященныхъ памяти В. Л. Кирпичева.**

- А. Астровъ.** Памяти профессора В. А. Кирпичева „Русскія Вѣдомости“, 1913 г. № 232.
- И. И. Боборыковъ.** В. Л. Кирпичевъ. „Журналъ Общества Сибирскихъ Инженеровъ“, 1913 г. № 10.
- А. Н. Быковъ.** Памяти В. Л. Кирпичева, „Русская Мысль“ 1913 г. № 11
- И. М. Ганицкій.** а) Сборникъ матеріаловъ къ исторіи возникновенія Кіевск. Политехн. Института Императора Александра II. „Извѣстія Кіевск. Политехническаго Института Императора Александра II“. Отдѣлъ инженерно-механической, 1913 г., кн. 4. б) Иллюстрированный сборникъ къ исторіи возникновенія Кіевского Политехническаго Института Императора Александра II. Изданіе, посвященное памяти В. Л. Кирпичева Кіевскимъ Политехническимъ Обществомъ Инженеровъ и Агрономовъ. Кіевъ, 1914 г.
- П. А. Козьминъ.** Памяти учителя „Русскій Мельникъ“, 1913 г. № 11.
- А. А. Радцигъ.** а) Памяти В. Л. Кирпичева „Рѣчь“, 1913 г. № 279.  
б) Памяти В. Л. Кирпичева „Вѣстникъ Технологовъ“, 1913 г. № 21.
- В. Г. Шапошниковъ.** Памяти В. Л. Кирпичева „Кіевская Мысль“, № 279.

## Рѣчь Д. С. Зернова.

Отъ лица нѣсколькихъ инженерныхъ организацій, — С.-Петербургскаго Общества Технологовъ, кружка Технологовъ Московскаго района, южно-русскаго Общества Технологовъ — я выражаю чувства глубокаго искренняго горя, которыя мы испытываемъ при видѣ этой открытой могилы.

Эти организаціи считали незабвеннаго Виктора Львовича своимъ, въ нихъ очень многіе знали его лично какъ своего бывшаго профессора, директора. Но Викторъ Львовичъ былъ дорогъ всему русскому инженерному міру, котораго онъ былъ украшеніемъ и гордостью. Викторъ Львовичъ былъ одной изъ тѣхъ исключительныхъ личностей, которыя изрѣдка посылаются судьбой, — чтобы воодушевлять окружающихъ къ творческой работѣ, освѣщать имъ пути ихъ дѣятельности, чтобы дѣлать для нихъ самую жизнь болѣе цѣнной, болѣе привлекательной.

Превосходный ученый, блестящій ораторъ, морально-возвышенный общественный и академическій дѣятель, обаятельный — своимъ умомъ, простотой, лаской — Викторъ Львовичъ вполнѣ заслуженно пользовался въ широкихъ техническихъ кругахъ — совершенно исключительной популярностью. Рядомъ съ его именемъ нельзя поставить никакого другого. Русскій инженерный міръ видѣлъ въ немъ своего вождя. Создавались ли научныя учрежденія для разработки техническихъ вопросовъ, устраивались ли съѣзды дѣятелей по различнымъ отраслямъ техники, зарождались ли объединения инженеровъ съ широкими общественными задачами, взоры всѣхъ обращались къ Виктору Львовичу какъ къ естественному, всѣми признанному руководителю.

Въ него вѣрили всѣ. Гдѣ былъ онъ, тамъ стремленія возвышенныя, дѣло правое. И Викторъ Львовичъ съ готовностью шелъ туда, куда звали его люди, которыхъ онъ лю-

былъ, такъ какъ онъ самъ былъ проникнутъ стремленіями къ свѣту и правдѣ.

Онъ не замыкался въ кругу лишь интересовъ научныхъ и академическихъ. Его дѣятельность была разнообразна и на всѣхъ его дѣлахъ лежала печать совершенства.

Неутомимый въ работѣ, съ сильной ясной мыслью, стойкій въ своихъ убѣжденіяхъ, съ чистой отзывчивой душой—Викторъ Львовичъ былъ среди насъ живымъ воплощеніемъ нашего идеала.

Мы все будемъ помнить обаяніе его личности до конца нашихъ дней. И послѣ насъ—имя его перейдетъ въ позднѣйшія поколѣнія инженеровъ.

Не только сочиненія его будутъ ими читаться какъ классическія, образцовыя—Викторъ Львовичъ будетъ жить вѣчно въ благодарной памяти какъ воплощеніе идеала, какъ человѣкъ, который въ удивительной гармоніи считалъ въ себѣ силу научной творческой мысли, высокій моральный авторитетъ и безупречную гражданскую доблесть.

*Д. Зерновъ.*

# ОГЛАВЛЕНИЕ.

	Стр.
Предисловіе . . . . .	I—II
В. Л. Кирпичевъ (біографическій очеркъ) . . . . .	III—XXXIX

## О Т Д Ъ Л Ъ I.

### Статьи.

I. О подобіи при упругихъ явленіяхъ . . . . .	1
II. О невыгоднѣйшихъ размѣрахъ коромысла вѣсовъ . . . . .	5
III. О поршневыхъ пружинахъ . . . . .	9
IV. Отчетъ о новостяхъ по вопросу сопротивленія матеріаловъ . . . . .	18
V. О новостяхъ по сопротивленію матеріаловъ . . . . .	38
VI. Приложение теоремы лорда Рейлея къ вопросамъ строительной механики . . . . .	68
VII. Кристаллизація желѣза отъ содрасеній въ мостахъ и машинахъ . . . . .	93
VIII. Новыя изслѣдованія относительно прочности желѣза, стали и мѣди . . . . .	124
IX. Забѣтка о рѣшетчатыхъ фермахъ . . . . .	156
X. Формулы сложнаго сопротивленія . . . . .	163
XI. Забѣтка по вопросу о вліяніи температуры на упругія напряженія въ твердомъ тѣлѣ . . . . .	171
XII. Доказательство теоремы Мориса Леви . . . . .	176
XIII. Забѣтка о примѣненіи стереографической проекціи къ расчету купольныхъ фермъ . . . . .	181
XIV. Новый способъ расчета купольныхъ и другихъ пространственныхъ фермъ, данный профессоромъ Майеръ . . . . .	191
XV. Оптическое изученіе деформаций . . . . .	205
XVI. Способъ проф. Н. Е. Жуковскаго опредѣлять равновѣсіе силъ въ плоскихъ механизмахъ . . . . .	269
XVII. Къ вопросу объ усталости металловъ . . . . .	274

## О Т Д Ъ Л Ъ II.

### Отдѣльно изданные труды и руководства.

I. Лишнія неизвѣстныя въ строительной мѣханикѣ . . . . .	321
II. Неразрѣзныя балки . . . . .	507
III. Построеніе путей (троекторій), описываемыхъ точками плоскаго механизма . . . . .	562
IV. Построеніе картины скоростей и картины ускореній для плоскихъ механизмовъ . . . . .	581
V. Чертежные приемы, примѣняемые при вычерчиваніи зубьевъ . . . . .	609

## I. О подобіи при упругихъ явленіяхъ <sup>1)</sup>.

Для очень многихъ вопросовъ механики и математической физики найдены дифференціальныя уравненія, но большая часть ихъ не могла быть проинтегрирована въ общемъ видѣ; только для очень немногихъ частныхъ случаевъ найдены окончательныя интегральныя рѣшенія. Но и дифференціальныя уравненія даютъ возможность найти нѣкоторыя свойства явленія, ими представляемаго; напр., изъ нихъ можно вывести условія подобія, т. е. отношеніе между явленіями, происходящими въ двухъ геометрически подобныхъ тѣлахъ; для этого нѣтъ надобности имѣть интегралы уравненій.

Такимъ образомъ, изъ общихъ дифференціальныхъ уравненій движенія системы (т. е. изъ уравненій, представляющихъ Даламберово начало) получается извѣстная теорема Ньютона о подобіи движеній <sup>2)</sup>; изъ уравненій движенія упругихъ тѣлъ Коши вывелъ законы звуковыхъ явленій въ подобныхъ тѣлахъ; Гельмгольцъ получилъ условія подобія въ гидродинамикѣ; Филипсъ вывелъ законы колебаній мостовъ при передвиженіи по нимъ груза. Ту же самую методу можно примѣнить и къ уравненіямъ равновѣсія упругихъ тѣлъ; при этомъ получается слѣд. результатъ.

Обыкновенно говорятъ, что геометрически подобныя тѣла не одинаково прочны; это дѣйствительно справедливо, если принимать во вниманіе собственный вѣсъ тѣла. Но очень часто можно пренебречь вліяніемъ собственнаго вѣса тѣла на измѣненіе его формы; тогда оказывается, что два тѣла, сдѣланныя изъ одного и того же матеріала, которыя были подобны до приложенія къ нимъ внѣшнихъ силъ, остаются подобными и послѣ дѣйствія ихъ, если силы распределены подобнымъ образомъ по поверхностямъ обоихъ тѣлъ, а величины соответствующихъ силъ на единицу поверхности одинаковы въ обоихъ тѣлахъ. При этомъ всѣ внутреннія силы перваго тѣла будутъ равны соответствующимъ силамъ втораго, т. е. оба тѣла будутъ одинаково прочны.

<sup>1)</sup> Журналъ Русскаго Физико-Химич. О-ва, т. VI (1874 г.).

<sup>2)</sup> Такимъ путемъ доказалъ эту теорему Бертра н ѣ. — См. Journal de l'École Polytechnique. — 32 cahier. — стр. 189, статья Бертра н а: Sur la similitude en Mécanique.

Для доказательства назовемъ въ первомъ тѣлѣ, координаты произвольной точки, черезъ  $x, y, z$ , а перемѣщенія ея при измѣненіи формы черезъ  $u, v, w$ ; дифференціальныя уравненія равновѣсія упругихъ силъ будутъ:

А. Для всѣхъ точекъ тѣла:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{d\theta}{dx} \\ 0 &= \frac{d^2v}{dx^2} + \frac{d^2v}{dy^2} + \frac{d^2v}{dz^2} + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{d\theta}{dy} \\ 0 &= \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d^2w}{dy^2} + \frac{d^2w}{dz^2} + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{d\theta}{dz} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{I}$$

гдѣ  $\theta = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}$

В. Для точекъ, лежащихъ на поверхности:

$$T \cdot \cos n = \frac{E}{2(1+\mu)} \cdot \left\{ 2 \left( \frac{du}{dx} + \frac{\mu}{1-2\mu} \theta \right) \cos p + \left( \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \right) \cos q + \right. \\ \left. + \left( \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} \right) \cos r \right\} \dots \dots \dots \text{II}$$

и еще два подобныхъ же уравненія для осей  $y$  и  $z$ . Здѣсь  $T$  есть величина внѣшней силы, приложенной къ поверхности, приходящаяся на единицу площади;  $p, q$ , суть углы нормали къ поверхности, съ осями координатъ. Для 2-го тѣла будемъ обозначать соответствующія величины тѣми же буквами, но со значками; получатся уравненія:

А: Для всѣхъ точекъ тѣла:

$$0 = \frac{d^2u'}{dx'^2} + \frac{d^2u'}{dy'^2} + \frac{d^2u'}{dz'^2} + \frac{1}{1-2\mu'} \cdot \frac{d\theta'}{dx'} \dots \dots \dots \text{III}$$

и еще два такихъ же для осей  $y$  и  $z$ .

В. Для точекъ на поверхности:

$$T' \cdot \cos p' = \frac{E'}{2(1+\mu')} \cdot \left\{ 2 \left( \frac{du'}{dx'} + \frac{\mu'}{1-2\mu'} \cdot \theta' \right) \cdot \cos p' + \left( \frac{du'}{dy'} + \frac{dv'}{dx'} \right) \cos q' + \right. \\ \left. + \left( \frac{du'}{dz'} + \frac{dw'}{dx'} \right) \cdot \cos r' \right\} \dots \dots \dots \text{IV}$$

и еще два такихъ же для осей  $y$  и  $z$ .

Второе тѣло подобно первому, слѣд., координаты  $x', y', z'$  связаны съ координатами  $x, y, z$  соответствующей точки перваго тѣла, условіями:

$$x' = kx; y' = ky; z' = kz,$$

гдѣ черезъ  $k$ —означено отношеніе линейныхъ размѣровъ тѣлъ, углы  $p' q' r'$  въ соответствующихъ точкахъ 2-го тѣла равны угламъ  $p,$

$q, r$ , по той же причинѣ. Оба тѣла сдѣланы изъ одного матеріала, слѣд.  $E' = E$ ;  $\mu' = \mu$ . Наконецъ внѣшнія силы въ обоихъ тѣлахъ одинаковы, если ихъ считать на единицу площади, т. е.  $T' = T$ . Тогда, если  $u, v, w$  суть перемѣщенія точки 1-го тѣла, т. е. удовлетворяютъ уравн. I и II, то соотвѣтствующая точка 2-го тѣла получитъ перемѣщенія:

$$u' = ku; v' = kv; w' = kw.$$

Въ самомъ дѣлѣ при этомъ получится:

$$\frac{du'}{dx'} = \frac{du}{dx}, \frac{dv'}{dy'} = \frac{dv}{dy} \text{ и т. д., т. е. } \theta' = \theta;$$

дальше:

$$\frac{d^2u'}{dx'^2} = \frac{d}{dx'} \frac{du'}{dx'} = \frac{d}{dx} \frac{du}{dx} = \frac{1}{k} \frac{d^2u}{dx^2}$$

$$\frac{d^2v'}{dy'^2} = \frac{1}{k} \frac{d^2v}{dy^2}, \frac{d^2w'}{dx'^2} = \frac{1}{k} \frac{d^2w}{dx^2} \text{ и т. д.}$$

Подставляя всѣ эти выраженія въ уравн. III и IV видимъ, что они обращаются въ I и II, т. е. удовлетворяются взятыми рѣшеніями:

$$u' = ku; v' = kv; w' = kw.$$

Эти рѣшенія и показываютъ, что тѣла остаются подобными и послѣ измѣненія формы.

Величины внутреннихъ силъ при измѣненіяхъ формы суть:

А. Нормальныхъ:

$$t_{11} = \frac{E}{1+\mu} \left\{ \frac{du}{dx} + \frac{\mu}{1-\mu} \theta \right\}$$

$$t_{22} = \frac{E}{1+\mu} \left\{ \frac{dv}{dy} + \frac{\mu}{1-\mu} \theta \right\}$$

$$t_{33} = \frac{E}{1+\mu} \left\{ \frac{dw}{dz} + \frac{\mu}{1-\mu} \theta \right\}$$

В. Касательныхъ:

$$t_{21} = \frac{E}{2(1+\mu)} \left\{ \frac{dv}{dx} + \frac{dw}{dy} \right\}$$

$$t_{31} = \frac{E}{2(1+\mu)} \left\{ \frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz} \right\}$$

$$t_{32} = \frac{E}{2(1+\mu)} \left\{ \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \right\}$$

Но такъ какъ по доказанному

$$\theta' = \theta; \frac{du'}{dx'} = \frac{du}{dx}, \frac{dv'}{dy'} = \frac{dv}{dy} \text{ и т. д.}$$

то очевидно, что всѣ соответствующія внутреннія силы одинаковы въ обоихъ тѣлахъ.

Теорема эта имѣетъ весьма важное значеніе въ строительной механикѣ. Достаточно указать на то, что на основаніи ея можно изъ чертежа маленькой машины получить чертежъ большой простымъ увеличеніемъ всѣхъ размѣровъ въ одномъ и томъ же отношеніи. Или даже можно оставить тотъ же самый чертежъ, но только измѣнить приложенный къ нему масштабъ. Теорема эта можетъ быть доказана совершенно элементарнымъ образомъ, не прибѣгая къ общимъ уравненіямъ упругости. При этомъ легко замѣтить, что она будетъ вѣрна не только для изотропныхъ тѣлъ, но также для анизотропныхъ и неоднородныхъ, если въ двухъ подобныхъ тѣлахъ анизотропія или неоднородность также подобны.

*Слѣдствіе.* Извѣстно, что работа внутреннихъ силъ при упругихъ измѣненіяхъ формы, по теоремѣ Клапейрона, равна:

$$\int \int \int \left[ EF^2 - \frac{G}{\mu} \right] . dx . dy . dz$$

гдѣ  $F$  и  $G$  суть нѣкоторыя функціи внутреннихъ силъ. Но для подобныхъ тѣлъ, при нашихъ условіяхъ, внутреннія силы одинаковы, слѣд. работы ихъ будутъ относиться какъ:

$$\int \int \int dx . dy . dz \text{ относится къ } \int \int \int dx' . dy' . dz',$$

т. е. работы внутреннихъ силъ пропорціональны объемамъ подобныхъ тѣлъ.

## II. О наивыгоднѣйшихъ размѣрахъ коромысла вѣсовъ<sup>1)</sup>.

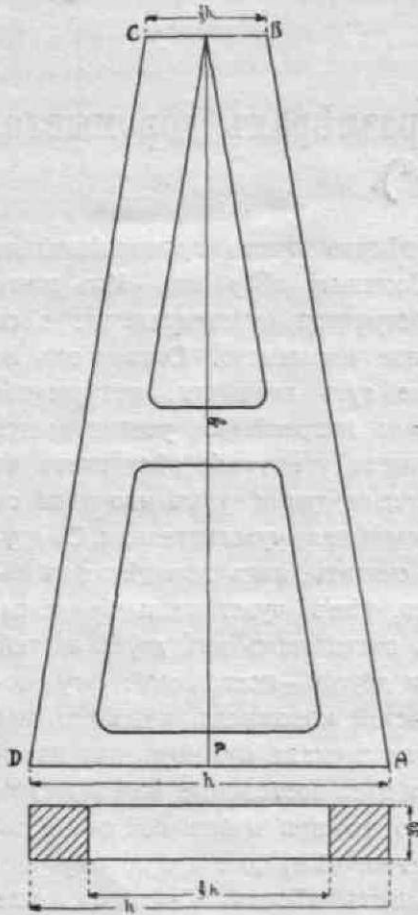
Извѣстно, что чувствительность вѣсовъ прямо пропорціональна длинѣ коромысла и обратно пропорціональна вѣсу его.—Изъ этого часто выводятъ то заключеніе, что устраивая чувствительные вѣсы нужно брать какъ можно болѣе длинное коромысло. Однако это не вѣрно; вѣсъ коромысла и длина его не суть величины, независящія одна отъ другой; съ увеличеніемъ длины непремѣнно увеличивается и вѣсъ его; при большой длинѣ коромысла увеличеніе вѣса идетъ въ болѣе быстрой пропорціи, чѣмъ увеличеніе длины, такъ что вѣсы съ очень длиннымъ коромысломъ будутъ весьма мало чувствительны. Съ другой стороны, также было бы невѣрно считать, какъ это дѣлаютъ нѣкоторые, что чѣмъ короче коромысло, тѣмъ чувствительнѣе вѣсы. Вѣсъ коромысла можно разсматривать состоящимъ изъ двухъ частей: одной измѣняющейся съ длиною его, и другой—постоянной; эту послѣднюю составляютъ вѣса призмъ, частей коромысла нужныхъ для закрѣпленія этихъ призмъ, стрѣлки или зеркала, нужныхъ для измѣренія угла отклоненія коромысла; всѣ эти вѣса постоянные и не зависятъ отъ длины коромысла. Они причиняютъ то, что при небольшой длинѣ коромысла вѣсъ его мѣняется менѣе быстро, чѣмъ длина; а потому увеличеніе длины повышаетъ чувствительность вѣсовъ. Очевидно, есть нѣкоторая средняя длина, при которой получается наибольшая чувствительность, это такая длина, которая дѣлаетъ наименьшимъ отношеніе вѣса коромысла къ его длинѣ.

Разыщемъ ее для случая, когда требуется устроить вѣсы, поднимающіе по 6 килограммовъ съ каждой стороны коромысла (это вѣсъ груза вмѣстѣ съ чашкой вѣсовъ). Положимъ, дѣлаемъ коромысло изъ алюминіевой бронзы, и допускаемъ въ матеріалѣ натяже-

<sup>1)</sup> Выводъ этотъ былъ сдѣланъ мною въ 1872 году, вслѣдствіе просьбы Д. И. Менделѣева, который въ это время устраивалъ точные вѣсы для взвѣшиванія грузовъ, доходящихъ до 5 килограммовъ. Какъ общіе результаты, такъ и численныя величины этого вывода сходятся съ результатами, полученными Д. И. Менделѣевымъ, который изслѣдовалъ вопросъ другимъ путемъ, о чемъ говорится въ книгѣ «Объ упругости газовъ», часть I, стр. 30.

<sup>2)</sup> Извѣстія Технологическаго Института, т. II (1878 г.).

ние въ 100 килограммовъ на квадратный сантиметръ. Такое натяже-  
 ние очень мало сравнительно съ сопротивленіемъ алюминиевой бронзы  
 разрыву, но мы принимаемъ такой большой запасъ прочности для  
 уменьшения прогиба коромысла, который вреденъ въ вѣсахъ. Фигуру  
 коромыслу придадимъ такую, какъ на прилагаемомъ чертежѣ (фиг. 1);



Фиг. 1.

Отсюда найдемъ

$$h = \sqrt{\frac{6}{7} \cdot l}$$

Вѣсъ половины коромысла найдется, если къ постоянному вѣсу  
 0,03 килогр. прибавить вѣсъ балки *ABCD*; пренебрегая вѣсомъ стол-  
 биковъ *a, b*, и принимая плотность бронзы равной 8, получимъ для  
 этого вѣса выраженіе:

$$0,03 + 0,008 l \frac{1}{3} h \cdot 0,6 = 0,03 + 0,0016 lh$$

ширину его примемъ постоянною  
 и равною 0,6 сантиметра. Пусть  
 постоянная часть вѣса коромысла,  
 независящая отъ его длины, бу-  
 деть 0,06 килограмма, т. е. по 0,03  
 на каждую половину коромысла.  
 Пренебрегая изгибающимъ дѣйстви-  
 емъ собственнаго вѣса коромысла,  
 который не великъ, получимъ для  
 опредѣленія размѣровъ средняго сѣ-  
 ченія коромысла такое условіе проч-  
 ности:

$$Pl = T \frac{0,6 \left\{ h^2 - \left( \frac{2}{3} \right)^3 h^2 \right\}}{6}$$

гдѣ *P* — изгибающій грузъ равный  
 6 килограммамъ; *l* — половина длины  
 коромысла; *T* — допускаемое натяже-  
 ние, равное 100 килограммамъ, и

$$\frac{0,6 \left\{ h^2 - \left( \frac{2}{3} \right)^3 h^2 \right\}}{6}$$

моментъ сопротивленія изгибу для  
 поперечнаго сѣченія коромысла въ  
 серединѣ.

Отношение  $\frac{Q}{l}$  будетъ

$$= \frac{0,03 + 0,0016 l}{l}$$

или вставляя сюда  $h = \sqrt{\frac{6}{7}} l$ , получимъ,

$$\frac{Q}{l} = \frac{0,03 + 0,0015 l^{\frac{3}{2}}}{l}$$

Минимум этого выражения получится при  $l$ , удовлетворяющемъ уравненію

$$0,0015 \frac{3}{2} l^{\frac{1}{2}} - 0,03 - 0,0015 l^{\frac{3}{2}} = 0$$

откуда  $l = 11,7$  сантиметра.

Итакъ, наибольшая чувствительность получится при длинѣ коромысла  $2l =$  около 24 сантиметровъ.

Такая длина неудобна, потому что получается слишкомъ мало мѣста для помѣщенія груза, и при устройствѣ вѣсовъ придется взять длину коромысла большую наивыгоднѣйшей. Но чувствительность вѣсовъ мало измѣнится при этомъ, вслѣдствіе извѣстнаго свойства переменныхъ величинъ измѣняться очень медленно около своихъ максимум и минимум. Взавши  $2l$  даже равнымъ 40 сантиметрамъ получимъ  $\frac{Q}{l}$  мало отличающееся отъ наименьшей величины, какъ это видно изъ слѣдующей таблицы.

Величины.	Величины.
$2l$	$\frac{Q}{l}$
18	0,00780
20	0,00774
22	0,00770
24	0,00770
26	0,00772
28	0,00776
40	0,00819

При длинѣ  $2l = 40$  вполне возможно устроить вѣсы на 6 килограммовъ; при этомъ полный вѣсъ коромысла выходитъ около 0,36 килограмма.

Подобные же результаты получаются и при другихъ формахъ коромысла. Напр., для коромысла (фиг. 2) получаемъ изъ условий прочности:

$$h = \sqrt[3]{l \cdot \frac{106}{35}}$$



Фиг. 2.

а вѣсъ половины коромысла будетъ

$$Q = 0,03 + 0,00092 l_1$$

Условіе мінімуму выраженія  $\frac{Q}{l}$  получится въ такомъ видѣ:

$$\frac{5}{3} 0,00092 l_1 - 0,03 - 0,00092 l_1 = 0$$

откуда  $l = 10,3$  сантиметра, что очень близко къ предыдущему. И въ этомъ случаѣ придется взять  $l = 20$  сант.; но это мало измѣнитъ отношеніе  $\frac{Q}{l}$ ; дѣйствительно

$$\text{при } l = 10 \dots \dots \frac{Q}{l} = 0,00727$$

$$\text{при } l = 20 \dots \dots \frac{Q}{l} = 0,00820$$

Вѣсъ коромысла въ последнемъ случаѣ будетъ 332 грамма.

### III. О поршневыхъ пружинахъ <sup>1)</sup>).

Металлическихъ поршневыхъ набивокъ придумано очень много и весьма разнообразнаго устройства, но не всѣ онѣ оказались удовлетворительными и нѣкоторыя вовсе вышли изъ употребленія. Такъ на примѣръ, вовсе не употребляютъ набивки, состоящая изъ толстыхъ сегментовъ, не имѣющихъ пружинности, вслѣдствіе своей толщины, и нажимаемыхъ особыми приспособленіями; теперь всегда набивочное кольцо тонкое и прижимается къ стѣнкамъ парового цилиндра вслѣдствіе своей пружинности; иногда этимъ все и ограничивается, иногда же прижатію пружины къ стѣнкамъ цилиндра помогаютъ особыми приспособленіями: помѣщаютъ внутри набивочной пружины другую, или надавливаютъ на внутреннюю окружность набивочной пружины цѣлой системой короткихъ пружинъ, или замѣняютъ эти пружины давленіемъ пара и прочее. Все-таки еще встрѣчается значительное разнообразіе въ устройствѣ пружинъ, и продолжаютъ придумывать новыя конструкции. Вслѣдствіе этого вѣроятно не лишни будутъ предлагаемая здѣсь соображенія.

Поршневая пружина должна прикасаться къ стѣнкамъ цилиндра во всѣхъ точкахъ своей окружности, не то будетъ протекъ пара; кромѣ того вездѣ въ мѣстахъ прикосновенія должно быть одинаковое давленіе на единицу площади, а не то цилиндръ и пружина будутъ истираться неравномѣрно. Посмотримъ, какъ можно удовлетворить этимъ условіямъ.

Если пружина въ естественномъ своемъ состояніи представляетъ правильный кругъ и поперечныя сѣченія ея всѣ одинаковы, то, по вставленіи ея въ цилиндръ, она не будетъ прижиматься съ одинаковымъ усиліемъ всѣми своими точками къ цилиндру. На самомъ дѣлѣ, измѣненіе кривизны пружины въ произвольной точкѣ ея опредѣляется уравненіемъ:

$$EI \left\{ \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right\} = M,$$

гдѣ  $E$  — коэффициентъ упругости,  $I$  — моментъ инерціи поперечнаго сѣченія пружины,  $\rho_0$  — первоначальный радіусъ кривизны ея оси въ

<sup>1)</sup> Извѣстія Технологическаго Института, т. II (1878 г.), стр. 103—114.

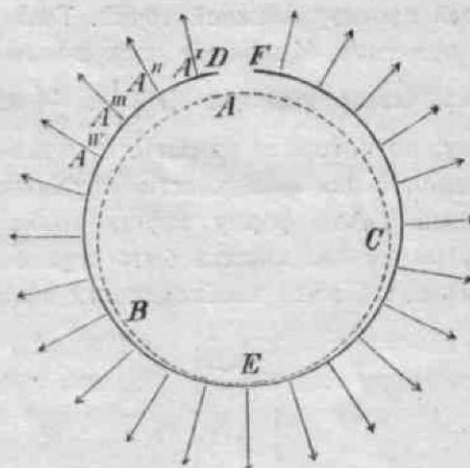
нѣкоторой точкѣ,  $\rho$  — измѣнившійся вслѣдствіе изгиба радіусъ кривизны въ той же точкѣ, и  $M$  — моментъ изгибающихъ силъ для взятой точки. Но въ предположенной нами пружинѣ  $I$  и  $\rho_0$  суть величины одинаковыя для всѣхъ ея точекъ, а если пружина прикасается всѣми своими точками къ цилиндру, то и  $\rho$  — одинаковая для всѣхъ точекъ пружины величина, слѣд.  $M$  долженъ быть постояннымъ. Между тѣмъ, при одинаковомъ давленіи по всей окружности пружины, величина  $M$  не можетъ быть постоянной величиной для всѣхъ точекъ пружины, а постепенно увеличивается, и притомъ весьма замѣтно, по мѣрѣ перехода отъ точки, гдѣ пружина разрѣзана, къ точкѣ, лежащей на противоположномъ концѣ того же діаметра круга. Слѣдовательно, здѣсь невозможно одинаковое прижиманіе всѣхъ точекъ пружины къ цилиндру. И дѣйствительно, на практикѣ замѣчено, что такія пружины истираютъ цилиндръ весьма неравномѣрно; больше всего онъ истирается у мѣста разрѣза пружины и у прямо противоположной точки ея. Поправить этотъ недостатокъ можно различными способами.

Во-первыхъ, можно, сохраняя постоянное поперечное сѣченіе пружины, ограничить ея наружную поверхность не кругомъ, а кривой нѣсколько отличающейся отъ него, и фигуру ея подобрать такъ, чтобы, при изгибѣ нѣкоторой силой равномѣрно распредѣленной по поверхности, она обращалась въ кругъ, діаметръ котораго равенъ діаметру парового цилиндра. Вопросъ этотъ разрѣшенъ Резалемъ <sup>1)</sup>, какъ для случая одиночной пружины, такъ и для пружины, внутрь которой вставлена другая распирающая ее пружина,—и формулы его даютъ возможность опредѣлить требуемую кривую линію. При практическомъ выполненіи этой идеи встрѣчается важное неудобство, именно затруднительность обработки наружной поверхности такъ, чтобы она получила требуемую форму. Поэтому, вѣроятно, этотъ способъ никогда не будетъ употребляться въ прямомъ его видѣ, т. е. не будутъ готовить пружины, вычерчивая надлежащую кривую по точкамъ, и потомъ опиливая пружину по этой кривой; но существуютъ практическіе приемы, которыми приблизительно достигается та же цѣль. Такъ, если пружина чугунная, то сначала обтачиваютъ ее на токарномъ станкѣ, т. е. придаютъ ей правильную круглую форму и затѣмъ, разрѣзавши пружину, вставляютъ ее въ паровой цилиндръ; при этомъ между пружиною и цилиндромъ будутъ просвѣты и неплотное прикосновеніе; ихъ уничтожаютъ проковывая пружину уда-

<sup>1)</sup> См. его статью «Profil rationnel des segments d'un piston de machine à vapeur» въ Annales des Mines 1874 года, а также въ его Traité de Mécanique générale, томъ IV. Сколько мнѣ извѣстно, это есть единственное теоретическое изслѣдованіе вопроса о формѣ поршневыхъ пружинъ. Резаль считаетъ, что давленіе пружины на цилиндръ должно быть около одного килограмма на квадратный сантиметръ.

рами молота по ея внутренней поверхности; конечно этимъ способомъ можно приблизительно достигнуть равномернаго прижиманія пружины къ цилиндру. Но при этомъ пружина должна быть отлита изъ мягкаго чугуна, и вѣроятно, она будетъ сильно истираться, такъ какъ паровые цилиндры отливаются изъ очень твердаго чугуна. При Рамсботтомовыхъ пружинахъ,

т. е. стальныхъ пружинахъ изогнутыхъ изъ квадратной проволоки, употребителенъ такой пріемъ: сначала сгибаютъ пружину въ кругъ  $ABC$  (фиг. 1); затѣмъ кладутъ ее на горизонтальную плоскость и распрямляютъ грузами, веревки отъ которыхъ, перейдя черезъ блоки, привязаны къ пружинѣ въ точкахъ  $A'A''A'''$ ; при этомъ пружина получаетъ остающееся распрямленіе и принимаетъ форму  $DEF$ ; замѣчено, что пружины, изготовленныя та-



Фиг. 1.

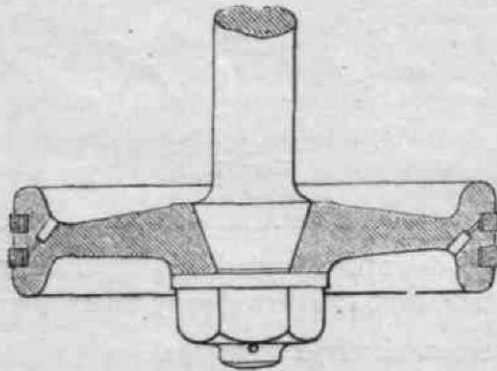
кимъ образомъ, истираютъ цилиндръ гораздо равномернѣе, чѣмъ при обыкновенномъ способѣ изготовленія этихъ пружинъ, т. е. когда пружина въ естественномъ своемъ видѣ имѣетъ форму правильнаго круга съ діаметромъ на  $\frac{1}{10}$  большимъ діаметра цилиндра.

Сюда же относится способъ обточки поршневыхъ пружинъ, предложенный Дюбье <sup>1)</sup>; сущность его состоитъ въ томъ, что при обточкѣ, какъ внутренней, такъ и наружной поверхностей пружины, на ея наружную поверхность въ нѣсколькихъ точкахъ производятся, помощью спиральныхъ пружинъ, опредѣленныя давленія, направленныя по радіусамъ; величины этихъ давленій могутъ быть измѣняемы по произволу и берутся такія, чтобы сумма ихъ равнялась полной величинѣ того давленія, которое желаютъ произвести между пружиною и цилиндромъ. Очевидно, что если точки приложенія давленій, производимыхъ спиральными пружинами, довольно близки между собою, такъ что изгибъ производимый ими очень мало отличается отъ изгиба равномерно распределеннымъ давленіемъ, то стоитъ только обточить пружину по кругу, діаметръ котораго въ точности равенъ діаметру цилиндра, и такая пружина, будучи вставлена въ цилиндръ, будетъ прижиматься къ нему почти одинаково всѣми своими точками, и величина давленія здѣсь будетъ та, которая назначена. Но этотъ способъ изготовленія пружинъ сложенъ; даже для небольшихъ поршней

<sup>1)</sup> Engineering 1876 года, томъ 21, стр. 107.

требуется значительное число надавливающих спиральных пружинок,—и при всем томъ теоретическія условія выполняются только приблизительно.

Можно достигнуть равномернаго прижиманія пружины къ цилиндру еще такимъ способомъ: пружина дѣлается не постояннаго поперечнаго сѣченія, а постепенно утолщается отъ мѣста разрѣза къ своей противоположной точкѣ. Такія пружины иногда употребляются въ практикѣ. Измѣненіе поперечнаго сѣченія должно быть рассчитано такъ, чтобы величина  $EI \left\{ \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right\}$  измѣнялась бы по тому самому закону, по которому измѣняется моментъ давленія равномерно распределеннаго по поверхности пружины; при этомъ снаружи пружина должна имѣть форму круга, чтобы ее удобно было обрабатывать, внутри же она можетъ быть ограничена произвольной кривою, такъ какъ здѣсь нѣтъ необходимости въ обработкѣ.



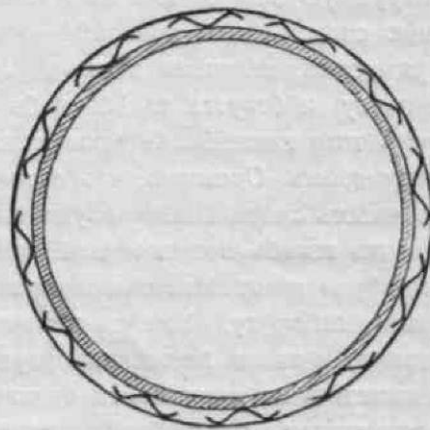
Фиг. 2.

Очень часто употребляются пружины, на внутреннюю поверхность которыхъ производится равномерно распределенное давленіе — паромъ (фиг. 2) или приблизительно равномерно распределенное давленіе — системой небольшихъ пружинокъ (фиг. 3). Пусть  $p$  будетъ давленіе, приходящееся при этомъ на внутренней поверхности, а  $P$  — давленіе на наружной ея поверхности, оба

на единицу площади; если толщина пружины не велика въ отношеніи къ ея діаметру, (а это такъ и будетъ въ большихъ поршняхъ, къ которымъ, главнымъ образомъ, и относится разсматриваемая конструкция пружинъ), то можно считать, что изгибъ ея будетъ такой же самый, какъ будто бы внутренняго давленія не было, а наружное давленіе было бы  $P-p$ . Измѣненіе кривизны пружины опредѣлится уравненіемъ

$$EI \left\{ \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right\} = M$$

гдѣ величина  $M$  должна быть вычислена для равномерно распредѣ-

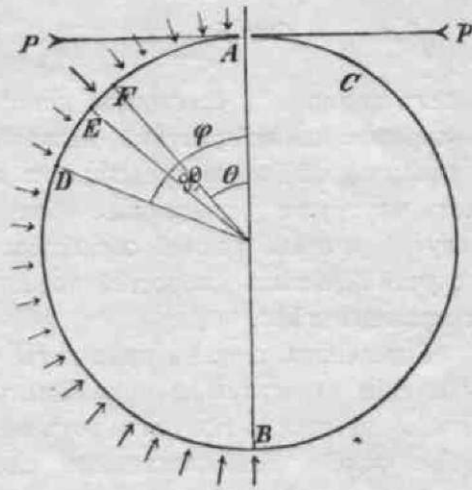


Фиг. 3.

ленного давления  $P-p$ . Отсюда мы видимъ, что если поперечное сѣченіе пружины постоянное, и первоначальная форма ея правильный кругъ, то она останется кругомъ и послѣ изгиба только въ томъ случаѣ, если  $P-p=0$ , т. е. если изгиба вовсе не будетъ. Итакъ, подобныя пружины нужно обтачивать по діаметру совершенно равному діаметру цилиндра, и давления внутри ихъ нужно назначать такія, чтобы ихъ сумма равнялась полному давленію, которое желаемъ получить между цилиндромъ и пружиной; впрочемъ, имѣя въ виду истираніе, лучше сдѣлать діаметръ пружины немного больше діаметра цилиндра.

Замѣтимъ, что можно весьма простымъ приспособленіемъ замѣнить тѣ способы распиранія пружины, которые представлены на фиг. 2 и 3. Для этого докажемъ слѣдующую теорему: измѣненіе формы круговой пружины  $ABC$  (фиг. 4), происходящее отъ дѣйствія равномерно распределеннаго по ея поверхности давленія  $p$  на единицу окружности пружины, совершенно такое же, какъ отъ силъ  $P, P$  приложенныхъ къ двумъ концамъ пружины и перпендикулярныхъ къ діаметру  $AB$ , если

$$P = pR$$



Фиг. 4.

гдѣ  $R$  радіусъ пружины; при этомъ мы разсматриваемъ только измѣненіе формы производимое моментами силъ и пренебрегаемъ измѣненіемъ длины оси пружины.

Для доказательства найдемъ сумму моментовъ равномерно распределеннаго давленія  $p$  для произвольной точки  $D$ ; элементарное давленіе, дѣйствующее на дугѣ  $EF$ , даетъ моментъ

$$pR\theta\sin(\varphi-\theta),$$

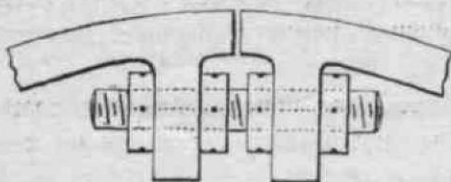
а сумма всѣхъ моментовъ будетъ

$$\int_0^\varphi p \cdot R\theta\sin(\varphi-\theta) = pR(1-\cos\varphi).$$

Но сосредоточенная сила  $P = pR$ , будучи приложена на концѣ пружины, даетъ такой же моментъ для точки  $D$ , слѣдов. равномерно

распределенное давление  $p$  и сосредоточенная сила  $P = pR$  производят одинаковый изгибъ.

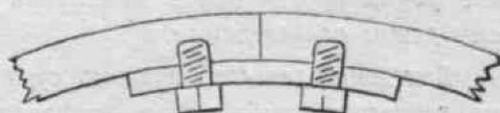
На этомъ основаніи въ поршневой пружинѣ давление пара на внутреннюю поверхность ея или распирающія изнутри маленькія пружины могутъ быть замѣнены двумя распирающими силами  $P, P$ ; это практически легче всего можетъ быть выполнено введеніемъ винта, какъ на фиг. 5. При этомъ получается пружина гораздо бо-



Фиг. 5.

льше простая, чѣмъ представленная на фиг. 3, а между тѣмъ этимъ приспособленіемъ совершенно точно достигается то, что при конструкціи фиг. 3 достигается только приблизительно. Мнѣ не случалось встрѣчать подобной пружины, но она заслуживаетъ вниманія и ее стоитъ попробовать для большихъ поршней. Не испробовавши на практикѣ, нельзя ручаться, что она годится прямо въ такомъ видѣ, какъ представлена на фиг. 5; здѣсь винтъ представляетъ неупругое распирающее тѣло, и легко можетъ случиться, что въ случаѣ не очень точной обработки внутренности цилиндра, а также въ случаѣ большихъ скоростей поршня, придется ввести здѣсь упругое распирающее тѣло.

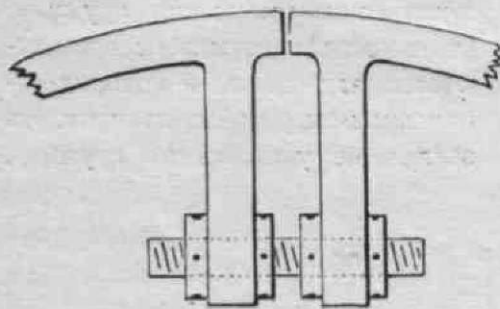
Выведенная теорема приводитъ еще къ одному практическому заключенію относительно поршневыхъ пружинъ; она даетъ возможность очень просто получить тотъ же результатъ, который получаетъ Дюбье своимъ вышеописаннымъ способомъ для обточки пружинъ; нужно только при обточкѣ связать концы пружины хомутомъ, или такъ, какъ это показано на фиг. 6, и этимъ совершенно замѣняются всѣ приспособленія Дюбье; такой пріемъ годится для какихъ угодно большихъ пружинъ, и предполагаемая цѣль достигается этимъ способомъ точнѣе, чѣмъ способомъ Дюбье. Если при томъ стягивать концы пружины съ опредѣленнымъ усиленіемъ, то можно получить между пружиной и цилиндромъ такое давление, какое будетъ назначено. Само собою разумѣется, что этотъ способъ обточки пружинъ, также какъ и способъ Дюбье, можетъ быть съ большимъ успѣхомъ употребленъ и въ случаѣ металлической набивки, состоящей изъ двухъ концентрическихъ пружинъ, причемъ внутренняя должна производить на наружную равномерное по всей окружности распирающее дѣйствіе.



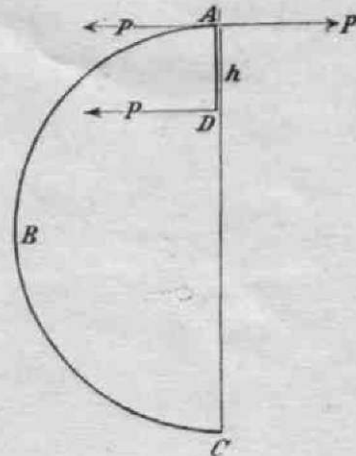
Фиг. 6.

Предыдущія пружины не будутъ равномерно прижиматься къ стѣнкамъ цилиндра, если діаметръ цилиндра измѣнится; поэтому, если

цилиндръ придется расточить, то нужно будетъ перемѣнить и пружину. Но можно устроить пружину, которая не представляетъ подобнаго неудобства; она изображена на фиг. 7 и отличается отъ пружины фиг. 5 только тѣмъ, что выступъ для распирающаго винта сдѣланъ длиннѣе и приблизился къ центру. Положимъ, что на наружную поверхность пружины дѣйствуетъ распределенное давленіе  $p$  на единицу длины пружины, и произведемъ при помощи винта распирающее давленіе  $P = pR$  (фиг. 8); чтобы разобрать изгибъ пружины при этомъ, приложимъ въ точкѣ  $A$  двѣ равныя и прямо противоположныя силы  $P = pR$ . Тогда сила  $P$ , идущая отъ точки



Фиг. 7.



Фиг. 8.

$A$  влѣво, уничтожить изгибъ производимый равномерно распределеннымъ давленіемъ  $p$ , и пружина будетъ изгибаться только парой силъ, моментъ которой есть  $Ph$ ; а извѣстно, что круглая пружина при изгибѣ парой остается кругомъ (притомъ не только для небольшихъ изгибовъ, но даже и для весьма значительныхъ). Итакъ, каково бы ни было равномерно распределенное давленіе  $p$ , всегда можно посредствомъ распирающаго винта достигнуть того, что пружина останется кругомъ; если первоначальный радіусъ пружины есть  $R$ , а измѣненный есть  $R'$ , то послѣдняя величина опредѣлится изъ уравненія

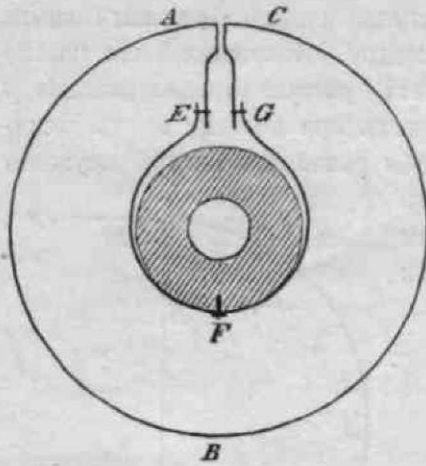
$$\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} = \frac{pRh}{EI}$$

Обратно, если заданъ новый радіусъ  $R'$ , то изъ этого уравненія получимъ величину  $p$ , того равномерно распределеннаго давленія, которое при этомъ должно возбудить на наружной поверхности пружины, посредствомъ приложенія распирающаго усилія винта равнаго  $pR$ . Итакъ, при всякихъ  $R$  и  $R'$  возможно равномерное прижиманіе пружины къ цилиндру.

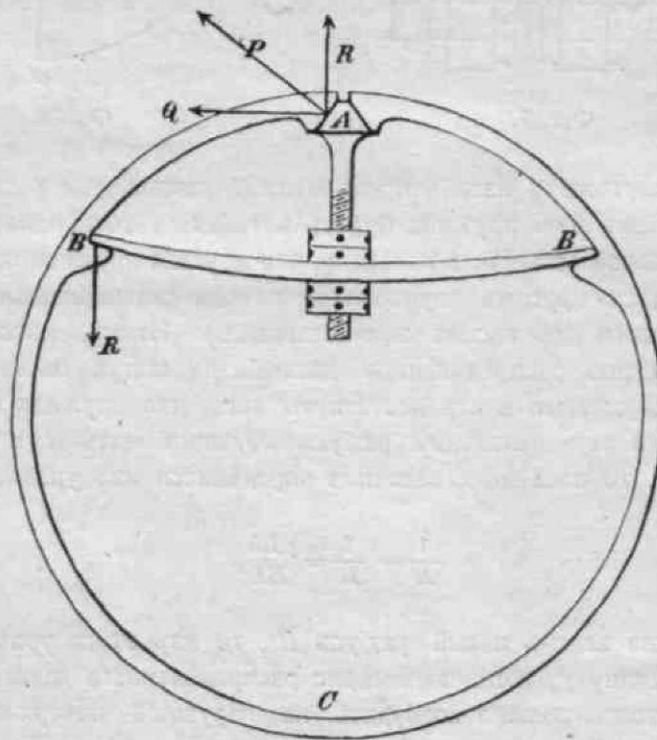
Кажется на практикѣ никогда не употреблялась подобная пружина, а между тѣмъ слѣдуетъ ожидать, что она будетъ дѣйствовать

вполнѣ удовлетворительно; цилиндръ будетъ вытираться вполнѣ равномерно, и давленіе между пружиной и цилиндромъ будетъ дѣлаться

все меньше и меньше по мѣрѣ растирания. Не трудно видоизмѣнить это устройство такъ, чтобы вмѣсто неупругаго распирающаго винта ввести упругое распирающее тѣло; одно изъ возможныхъ устройствъ представлено на фиг. 9, гдѣ *EFG* есть вспомогательная пружина замѣняющая распирающій винтъ. Въ сущности все приводится къ устройству двухъ концентрическихъ пружинъ, окружности которыхъ не прикасаются между собою, и которыя соединены между собою концами. Въ заключеніе укажемъ на пружину,



Фиг. 9.



Фиг. 10.

которая давно уже извѣстна и владѣетъ отчасти тѣми же свойствами, что и предыдущая; она представлена на фиг. 10. Разлагая давленіе

клина  $P$  на двѣ слагающія  $Q$  и  $R$ , получимъ, что слагающая  $Q$  уничтожитъ изгибъ, производимый равномерно распределеннымъ по поверхности пружины давлениемъ, а слагающая  $R$ , вмѣстѣ съ давлениемъ  $R$ , передающимся отъ перекладины на выступъ пружины  $B$ , образуютъ пару силъ, подъ дѣйствіемъ которой вся часть пружины  $BC$  непремѣнно останется кругомъ. Но часть  $AB$  при изгибѣ не будетъ кругомъ, и въ этомъ отношеніи рассматриваемая пружина уступаетъ предыдущей. Чтобы клинъ производилъ *упругое* распираніе, дѣлаютъ перекладину  $BB$  не толстую, а пружинную.

## IV. Отчетъ о новостяхъ по вопросу сопротивленія матеріаловъ <sup>1)</sup>.

Въ отчетѣ по вышеозначенному предмету изложеніе будетъ раздѣлено на три слѣдующихъ отдѣла: 1) усовершенствованіе методовъ наблюденія, 2) общіе законы сопротивленія, 3) изученіе свойствъ употребляемыхъ въ практикѣ матеріаловъ.

### I. Усовершенствованіе методовъ наблюденія.

Приборы съ вращающимися зеркалами.— При изученіи вопросовъ электричества и магнетизма, уже давно примѣнены мѣрительные приборы съ поворачивающимися зеркалами, въ которыхъ уголъ поворота зеркала измѣряется по движенію отраженнаго въ зеркалѣ изображенія шкалы (Гауссъ и Поггендорфъ). Шкала ставится на значительномъ разстояніи отъ зеркала и движеніе ея наблюдается въ зрительную трубу; такимъ образомъ достигается большая точность наблюденія и становится возможно измѣрять очень небольшія величины. Подобные приборы нынѣ примѣнены и къ изученію упругихъ явленій, гдѣ тоже часто приходится измѣрять очень небольшія величины. Такъ, напримѣръ, Кольраушъ устроилъ зеркальный приборъ для изученія вопросовъ объ упругомъ послѣдѣствіи <sup>2)</sup>; Штрейнциъ примѣнилъ зеркала при изученіи маленькихъ удлиненій, которыя получаютъ въ металлахъ, вслѣдствіе прохожденія по нимъ гальваническаго тока <sup>3)</sup>; Кирхгофъ <sup>4)</sup>, Евереттъ, Окатовъ <sup>5)</sup> примѣнили тотъ же пріемъ при изученіи поперечнаго сжатія растягиваемыхъ тѣлъ. Въ послѣднее время Баушингеръ устроилъ подобный же приборъ при рычажномъ прессѣ, для растяженія, сжатія, изгиба и прочихъ опытовъ надъ строительными матеріалами. Приборъ этотъ замѣняетъ катетометры, которые до сихъ поръ употреблялись въ подобныхъ случаяхъ, и надо ожидать, что, при тщательномъ выполненіи этого при-

<sup>1)</sup> Записки И. Р. Т. О. 1879 г.

<sup>2)</sup> Poggendorff's Annalen, Band 128.

<sup>3)</sup> Pogg. Annalen, Band 150.

<sup>4)</sup> Pogg. Annalen, Band 108.

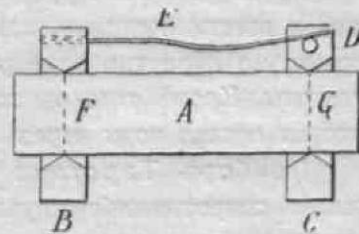
<sup>5)</sup> Окатовъ. Теорія равновѣсія и движенія упругой проволоки.

бора, точность наблюдений имъ превзойдетъ даже точность, даваемую катетометрами.

Сущность прибора (фиг. 1) состоитъ въ слѣдующемъ <sup>1)</sup>: на растягиваемомъ или сжимаемомъ брусѣ *A* зажимаются винтами, около концовъ бруска, двое тисковъ *B* и *C*, острия которыхъ входятъ въ небольшія углубленія на бокахъ бруска. На тискахъ *C* имѣется вертикальный вращающійся валикъ *D*, а на тискахъ *B* укрѣплена пружинка *E*, которая прижимается къ поверхности валика; въ мѣстѣ прикосновенія къ валику, она имѣетъ деревянную накладку, натертую канифолью, для увеличенія тренія пружинки о валикъ. При растяженіи или сжатіи бруска, тиски *B* удаляются или приближаются къ *C* и при этомъ пружинка *E* поворачиваетъ валикъ *D* въ ту или другую сторону. На продолженіи этого валика и сидитъ зеркало, углы поворота котораго указываютъ на величины удлиненій и сжатій. Эти углы измѣряются обыкновеннымъ образомъ: т. е.

передъ зеркаломъ, на разстояніи 160 сант. отъ него, устанавливается горизонтальная шкала и тутъ же, но немного ниже шкалы, ставится горизонтальная зрительная труба, которую наводятъ на зеркало и наблюдаютъ отраженное изображение шкалы. При поворачиваніи зеркала это изображение движется въ полъ зрѣнія трубы, при чемъ волоски, натянутые въ трубѣ, позволяютъ измѣрять величину этого движенія. Точность прибора тѣмъ больше, чѣмъ меньше радіусъ валика *D* и чѣмъ далѣе отстоитъ шкала отъ зеркала. У Баушингера отношеніе этихъ величинъ =  $\frac{1}{500}$ . Затѣмъ точность зависитъ отъ дѣленій шкалы; она раздѣлена на двойные миллиметры, но, смотря въ трубу, можно каждое дѣленіе на глазъ дѣлить еще на 10 частей, т. е. опредѣлять  $\frac{1}{6}$  миллиметра. Эта величина соотвѣтствуетъ удлиненію или сжатію бруска въ  $\frac{1}{5000}$  миллиметра, что представляетъ предѣлъ точности прибора. Но въ дѣйствительности, какъ это видно изъ чиселъ Баушингера, получаютъ нѣсколько большія ошибки, главную причину коихъ, вѣроятно, составляетъ мертвый ходъ валика *D*. Во всякомъ случаѣ точность этого прибора очень велика.

Приборы съ капиллярной трубкой. Другой методъ для измѣренія малыхъ удлиненій, примѣненный недавно Розеттомъ <sup>2)</sup>, состоитъ въ слѣдующемъ: дѣлается небольшой цилиндрической резервуаръ, сообщающійся съ длинной капиллярной трубкой; резервуаръ наполняется



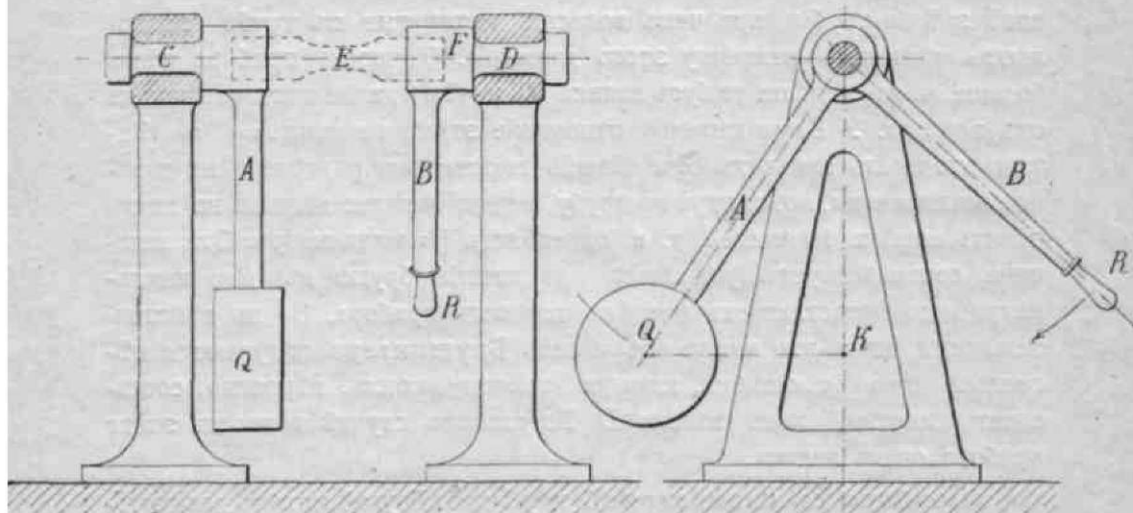
Фиг. 1.

<sup>1)</sup> Подробности см. въ книгѣ: Bauschinger, Mittheilungen aus dem mechanisch-technischem Laboratorium der K. polytechnischen Schule in München, V Heft. Приложенный чертежъ представляетъ только схему прибора.

<sup>2)</sup> Revue d'Artillerie 1874, Tome V, стр. 253.

водой и съ одной стороны снабженъ поршнемъ. Этотъ резервуаръ служитъ мѣрительнымъ приборомъ; онъ имѣетъ почти такую же длину, какъ испытываемый брусокъ и ставится параллельно ему; одинъ конецъ бруска скрѣпляется съ резервуаромъ, другой же имѣетъ выступъ, соединенный съ поршнемъ. При удлинении или сжатии бруска, этотъ конецъ передвигаетъ поршень, причемъ уровень воды въ капиллярной трубкѣ повышается и понижается. Если площадь поршня значительно больше сѣченія капиллярной трубки, то, при незначительномъ передвиженіи поршня, уровень замѣтно измѣняется, причемъ измѣреніе удлинений можетъ быть произведено съ большой точностью. Но приборъ этотъ имѣетъ слѣдующее неудобство: имѣя тонкую капиллярную трубку, онъ представляетъ изъ себя очень чувствительный термометръ; слѣдовательно, уровень воды въ трубкѣ будетъ безпрестанно измѣняться отъ постоянно происходящихъ переменъ температуры. Конечно, можно опредѣлить измѣненіе уровня, происходящее собственно отъ этой причины и ввести поправку, какъ это всегда дѣлается съ подобными приборами, но вѣроятно приборъ съ зеркалами дастъ болѣе вѣрные результаты. Кромѣ того въ последнемъ приборѣ можетъ произойти нѣкоторая потеря воды черезъ поршень.

Приборъ Тэрстона <sup>1)</sup>. Приборъ этотъ назначенъ для изслѣдованія сопротивленія крученію; особенность его въ томъ, что онъ автоматически чертитъ діаграмму, представляющую зависимость между

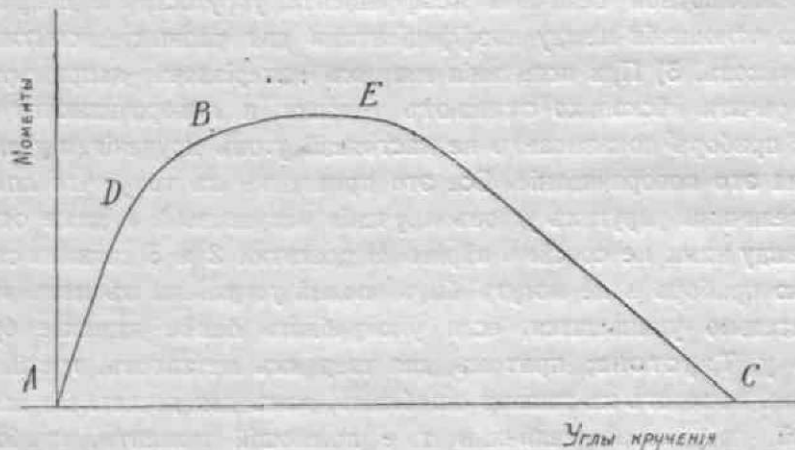


Фиг. 2.

углами крученія и моментами крутящей силы. Приборъ (фиг. 2) состоитъ изъ двухъ рычаговъ *A* и *B*, которые вращаются независимо одинъ отъ другого на валикахъ *C* и *D*, имѣющихъ общую геометри-

<sup>1)</sup> Dingler's Polytechnisches Journal, Band 216 и 217.

ческую ось  $CD$ . На концѣ одного рычага находится грузъ  $Q$ , а на концѣ другого рукоятка  $R$ . Скручиваемый брусокъ  $E$  заклиняется своими концами въ этихъ рычагахъ; рычаги  $A$  и  $B$  вертикальны. Когда за рукоятку  $R$  вѣртятъ рычагъ  $B$  въ сторону стрѣлки, то и рычагъ  $A$  поднимается по направленію другой стрѣлки; очевидно, брусокъ будетъ измѣряться моментомъ  $Q$  относительно оси  $CD$ . Продолжая двигать рукоятку, будемъ увеличивать моментъ крученія, и наконецъ брусокъ лопнетъ; при этомъ иногда придется сдѣлать рычагомъ  $B$  больше одного оборота, но рычагъ  $A$  никогда не поднимается больше чѣмъ на  $90^\circ$ , причемъ получается наибольшій моментъ крученія. Уголъ крученія здѣсь будетъ всегда равенъ углу между рычагами  $A$  и  $B$ ; поэтому, если къ  $A$  будетъ придѣланъ карандашъ, а на ступицѣ  $F$  рычага  $B$  будетъ укрѣплена полоска бумаги, то карандашъ начертитъ на ней линію, длина которой пропорціональна углу крученія. Но въ



Фиг. 3.

приборѣ Тэрстона этотъ карандашъ, оставаясь соединеннымъ съ  $A$ , можетъ двигаться параллельно линіи  $CD$  въ особомъ вырѣзѣ, сдѣланномъ въ рычагѣ  $A$ . Перемѣщенія его параллельно  $CD$  пропорціональны величинамъ крутящихъ моментовъ, т. е. пропорціональны длинамъ  $QK$ . Это перемѣщеніе карандаша достигается помощью особой неподвижной направляющей, придѣланной къ устою прибора; она заставляеть его перемѣщаться вдоль по желобку. Очевидно, что при этомъ карандашъ начертитъ на поверхности барабана нѣкоторую кривую. Если развернуть эту поверхность, то ординаты кривой, идущія параллельно  $CD$ , будутъ моменты крученія, а абсциссы, идущія по окружности, будутъ углы крученія. Кривая получается такой формы, какъ  $AB$  (фиг. 3); точка  $D$  — отвѣчаетъ предѣлу упругости, а у  $E$  брусокъ начинаетъ съ поверхности разрушаться и выдерживаемый имъ моментъ уменьшается и при полномъ разрушеніи обращается въ нуль. Безъ сомнѣнія, этотъ приборъ въ высшей степени замѣчателенъ по простотѣ и

быстротѣ производства опыта. Въ очень короткое время, меньше одной минуты, получается діаграмма, отвѣчающая на всѣ вопросы сопротивленія. Но нужно обратить вниманіе на слѣдующіе недостатки его: 1) скручиваемые бруски очень коротки и потому нельзя ждать хоть какой-нибудь точности въ опредѣленіи упругихъ угловъ крученія. Сравнивая числа, полученныя Тэрстономъ для разныхъ сортовъ дерева, находимъ, что для одного сорта получается, при томъ же моментѣ, уголъ крученія въ 15 разъ большій, чѣмъ для другого (сравни числа для *Abies nigra* и *Robinia pseudoacacia*), т. е. коэффициентъ упругости одного дерева въ 15 разъ меньше, чѣмъ другого, что очень мало вѣроятно 2) Скручиваемые бруски состоятъ изъ двухъ толстыхъ головокъ и тонкой средней части. Приборъ показываетъ не уголъ крученія средней части, какъ бы слѣдовало, а полный уголъ крученія бруска съ головками, что дѣлаетъ совершенно невозможнымъ опредѣленіе абсолютной величины коэффиціента упругости, а получаются только отношенія между коэффиціентами для разныхъ испытанныхъ образчиковъ. 3) При испытаніи мягкихъ матеріаловъ, напримѣръ, дерева, рычаги нѣсколько сжимаютъ головки и поворачиваются около нихъ; приборъ показываетъ не настоящій уголъ крученія, а увеличенный на это поворачиваніе. Все это приводитъ къ тому, что получаемыя величины упругихъ угловъ крученія неправильны и даже отношенія между ними не совсѣмъ вѣрны. Недостатки 2 и 3 связаны съ сущностью прибора и не могутъ быть вполне устранены въ немъ, но они значительно уменьшатся, если употреблять болѣе длинные бруски, чѣмъ у Тэрстона; притомъ, для твердыхъ металловъ, третій недостатокъ не ведетъ къ такимъ ошибкамъ, какъ для дерева. Во всякомъ случаѣ, предѣльныя величины, т. е. ломающій моментъ, наибольшій уголъ закручиванія и полная площадь діаграммы (т. е. живое сопротивленіе) получаютъ съ достаточной точностью, а онѣ главнымъ образомъ и важны при практическихъ испытаніяхъ. Для этихъ данныхъ, вслѣдствіе указаннаго второго недостатка, тоже нельзя вывести абсолютныхъ величинъ, но для практики достаточны сравнительныя величины; нужно только всѣ образчики готовить совершенно одинаковыхъ размѣровъ. При этихъ ограниченіяхъ, приборъ Тэрстона будетъ очень хорошъ для заводской пробы разныхъ матеріаловъ. Однако ему не нужно придавать вполне универсальнаго значенія, какъ это дѣлаетъ Тэрстонъ; приборъ этотъ указываетъ только сравнительное достоинство матеріаловъ, относительно сопротивленія крученію; отношеніе же ихъ сопротивленій растяженію, сжатію и изгибу можетъ быть нѣсколько другое и самые матеріалы по достоинству расположатся иначе, чѣмъ это указываютъ опыты крученіемъ.

## II. Исслѣдованіе общихъ законовъ упругости и сопротивленія.

Равенство коэффициентовъ упругости при растяженіи и сжатіи.—Извѣстно, что равенство этихъ двухъ коэффициентовъ всегда допускается въ теоріи изгиба и вообще въ теоріи упругости и всѣ результаты этихъ теорій должны были бы измѣниться, если бы этого равенства не существовало. Оно такъ естественно, что его всегда допускали даже гораздо раньше, чѣмъ это было подтверждено прямымъ опытомъ. Опытная повѣрка была очень затруднительна, потому что очень трудно было опредѣлять коэффициентъ упругости при сжатіи. Первое, заслуживающее нѣкотораго довѣрія, опредѣленіе его принадлежитъ, какъ извѣстно, Годкинсону <sup>1)</sup>. Числа его показываютъ, что коэффициентъ упругости при сжатіи близокъ къ коэффициенту при растяженіи, но все-таки они не рѣшаютъ вопросъ окончательно. Это побудило Вертгейма заняться настоящимъ вопросомъ; онъ изслѣдовалъ нѣсколько прозрачныхъ стеколъ, употребляя при этомъ особый, имъ придуманный, оптический методъ. Достоинство послѣдняго состоитъ въ томъ, что одинъ и тотъ же брусокъ подвергается растяженію и сжатію, а не два различныхъ, какъ это приходится дѣлать при испытаніи металловъ. Вертгеймъ получилъ очень близкое согласіе между двумя коэффициентами упругости, но такъ какъ при его методѣ они опредѣляются не непосредственно, но о величинѣ ихъ судятъ лишь по извѣстнымъ оптическимъ явленіямъ, то сомнѣніе все таки не вполне уничтожается <sup>2)</sup>.

Зеркальный приборъ Баушингера устранилъ всѣ затрудненія, прежде встрѣчавшіяся при опредѣленіи коэффициента упругости для сжатія. Вслѣдствіе точности этого прибора, нѣтъ надобности брать длинные бруски; напримѣръ Баушингеръ бралъ иногда бруски длиной 20 сант., при сторонѣ квадрата поперечнаго сѣченія — около 10 сант. При такой незначительной длинѣ вовсе не нужно помѣщать сжимаемый брусокъ въ футляръ, для предотвращенія изгиба, какъ это дѣлалъ Годкинсонъ, — чѣмъ и уничтожаются всѣ ошибки, происшедшія отъ употребленія футляра. — Баушингеръ испыталъ много сортовъ стали и разные камни и всегда находилъ, что оба коэффициента

<sup>1)</sup> Уже давно извѣстный физикъ Пикте опредѣлилъ коэффициентъ упругости при сжатіи для желѣза, но число его не заслуживаетъ довѣрія.

<sup>2)</sup> См. *Annales de Chimie et de Physique* 1854 г., 3-me Serie, v. 40.—На основаніи своего метода, Вертгеймъ устроилъ особый оптический динамометръ, который служитъ для измѣренія величины давленія между прикасающимися тѣлами. Динамометръ этотъ весьма замѣчателенъ и можетъ быть очень полезенъ при изслѣдованіяхъ, гдѣ опредѣляется подобное давленіе.— При помощи его Вертгеймъ опредѣлилъ силу, съ которой завинчивается гайка и проч.

очень близки между собою, вслѣдствіе чего можно считать равенство ихъ вполне установленнымъ опытнымъ закономъ.

Значеніе остающихся растяженій для прочности. Давно уже опровергнуто то мнѣніе, что съ полученіемъ остающихся удлиненій прочность бруска испорчена. Напротивъ, даже большія остающіяся удлиненія только укрѣпляютъ брусокъ; послѣ полученія ихъ, онъ выдерживаетъ до предѣла упругости болѣе значительныя силы, чѣмъ прежде, и если брусокъ растягивать нѣсколько разъ сряду, получая каждый разъ остающіяся удлиненія, то предѣлъ упругости его все повышается. Можно даже сказать, что приблизительно предѣлъ упругости для всякаго слѣдующаго растягиванія есть самый большой грузъ, употребленный при предыдущемъ растягиваніи. Эти результаты были получены еще Герстмеромъ и впоследствии подтверждены Треска<sup>1)</sup>. На этомъ основано искусственное поднятіе предѣла упругости, посредствомъ предварительнаго сильнаго растяженія или изгиба; оно должно быть произведено грузомъ, большимъ того, который будетъ впоследствии дѣйствовать на тѣло. Напримѣръ, если хотять получить шнурокъ, который бы не тянулся, то подвѣшиваютъ къ нему на сутки большой грузъ; чтобы уничтожить неудобное растяженіе приводныхъ ремней, во время хода шкивовъ, сильно растягиваютъ эти ремни передъ надѣваніемъ на шкивы; тогда можно допускать въ ремнѣ натяженіе 50—40 килогр. на квад. сантиметръ, вмѣсто обыкновенно допускаемыхъ 20 килогр.<sup>2)</sup>; проволочные передаточные канаты сильно вытягиваютъ передъ надѣваніемъ на шкивы, чтобы уничтожить отвисаніе ихъ во время службы<sup>3)</sup>. Давно уже пробовали увеличивать прочность цилиндровъ, подверженныхъ большому давленію внутри, тѣмъ же способомъ, т. е. сильнымъ давленіемъ растягивали внутренніе слои металла въ цилиндрѣ и тѣмъ повышали ихъ предѣлъ упругости. Всѣ эти результаты, несмотря на легкость опытной повѣрки ихъ, не были достаточно извѣстны. Очень недавно Розеттъ<sup>4)</sup> и Ухаціусъ<sup>5)</sup>, занимаясь вопросомъ объ улучшеніи металла для пушекъ, вновь получили ихъ, не зная предыдущихъ работъ. Но теперь вмѣсто единичныхъ фактовъ сдѣланы очень обширныя примѣненія того же начала. Ухаціусъ и Лавровъ<sup>6)</sup> примѣнили его къ бронзовымъ пушкамъ. Послѣ высверливанія канала пушки, сквозь него протягиваютъ стальной конусъ большаго діаметра, чѣмъ діаметръ канала пушки, такъ что конусъ растягиваетъ внутренніе

<sup>1)</sup> См. Dinger's Polytechnisches Journal. Band CCIII, стр. 352.

<sup>2)</sup> Poncelet, Introduction à la Mécanique, 3-e édition, стр. 355.

<sup>3)</sup> Radinger, Die Motoren, стр. 241.

<sup>4)</sup> См. Revue d'Artillerie 1874 и 1875 г., Tome V, VI, VIII.

<sup>5)</sup> Revue d'Artillerie, Tome V, 1874 г.

<sup>6)</sup> См. статьи Ухаціуса въ Revue d'Artillerie, Tome V и VI, и статью Лаврова въ Запискахъ Русскаго Техническаго Общества 1875 г., вып. 5.

слои металла; — это протягиваніе повторяется нѣсколько разъ, съ постепеннымъ увеличеніемъ діаметра конуса. — При этомъ получаются внутренніе слои съ повышеннымъ предѣломъ упругости; но зато они дѣлаются менѣе пластичными, чѣмъ первоначальный матеріалъ, т. е. удлиненіе ихъ при разрывѣ меньше. Поэтому, такое растяженіе не должно превосходить извѣстнаго предѣла. Это повышение предѣла упругости и уменьшеніе пластичности хорошо видно изъ чиселъ, полученныхъ Ухаціусомъ; онъ вырѣзалъ небольшіе брусочки около внутренности канала, гдѣ металлъ былъ растянутъ, и такіе же около наружныхъ слоевъ пушки, которые почти не растягиваются отъ протягиванія конусовъ. Первые, при разрывѣ, дали удлиненіе около 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, а вторые около 50<sup>0</sup>/<sub>0</sub>; — первые дали предѣлъ упругости около 1.500, а вторые — около 700 <sup>1</sup>). Однако нужно замѣтить, что явленія, происходящія при этомъ во внутреннихъ слояхъ, не вполне тождественны съ тѣмъ, что происходитъ въ брускѣ при его растяженіи. Всегда внутренніе слои цилиндра сильно расширяются отъ прохода конуса, а наружные почти вовсе не измѣняются; т. е. металлъ въ стѣнахъ цилиндра подвергается сжатію по направленію радіуса и конечно сильнѣе всего сжимаются внутренніе слои. Это сжатіе есть одна изъ причинъ увеличенія сопротивленія разрыву; на примѣръ у Ухаціуса бруски, взятые изъ наружныхъ слоевъ, имѣли сопротивленіе около 3.000 килотр., а изъ внутреннихъ — слишкомъ 4.000. — При этомъ оказывается слѣдующій замѣчательный фактъ, на который уже давно обратилъ вниманіе С. Венанъ: при прохожденіи конуса внутренніе слои иногда получаютъ удлиненіе, значительно большее, чѣмъ то, которое соотвѣтствуетъ разрыву при растяженіи брусковъ, и все-таки эти слои не разрываются. Такъ С. Венанъ приводитъ фактъ, что внутренніе слои чугунаго цилиндра растянулись на <sup>1</sup>/<sub>18</sub> своей величины, т. е. получили удлиненіе въ 33 раза большее, чѣмъ удлиненіе чугуна, получаемое при разрывѣ брусковъ, и все-таки разрыва не было. Подобные же результаты получилъ теперь Розеттъ: разрывая бруски, онъ нашелъ удлиненія при разрывѣ: для бронзы — 0,26, для стали — 0,08—0,093, для чугуна — 0,0039. Протягивая же конусъ черезъ каналы цилиндровъ, до разрыва, онъ получилъ удлиненія: для бронзы — 0,411, для стали — 0,148, для чугуна — 0,06, т. е. значительно большія, чѣмъ для брусковъ.

Этотъ результатъ очень замѣчателенъ и связанъ, какъ это указалъ еще С. Венанъ, съ однимъ изъ основныхъ вопросовъ сопротивленія матеріаловъ, именно съ вопросомъ о величинѣ безопасныхъ натяженій и удлиненій. Эти величины выводятся изъ опытовъ надъ растягиваемыми брусками и допускаютъ, что, при всякомъ измѣненіи формы, наибольшее удлиненіе не должно превосходить того предѣла,

<sup>1</sup>) Revue d'Artillerie 1875 г., Tome VI, стр. 3.

который оказывается безопаснымъ для растянутыхъ брусковъ. Но предыдущіе опыты показываютъ, что въ извѣстныхъ случаяхъ этотъ предѣлъ можетъ быть замѣтно перейденъ безъ всякаго вреда для прочности. Слѣдовательно, можно допускать внутри цилиндровъ большія давленія, чѣмъ это указывается опытами надъ растяженіемъ. Такой же результатъ давно уже полученъ и для явленій изгиба. Вообще изъ этого слѣдуетъ, что сведеніе всякаго случая измѣненія формы на нѣкоторое удлиненіе или сжатіе есть фикція, которая не вполне соотвѣтствуетъ дѣйствительности; происходяшія при этомъ удлиненія и сжатія не вполне тождественны съ тѣми, которыя получаютъ при простомъ растяженіи брусковъ, и значеніе тѣхъ и другихъ для прочности — не одинаково.

Упругій послѣдъ. Вопросъ, которымъ въ послѣднее время много занимаются, есть вопросъ объ упругомъ послѣдѣ. Когда прекращается дѣйствіе силы (растягивающей, сжимающей, скручивающей и проч.), то испытываемое тѣло не мгновенно возвращается къ своей первоначальной формѣ, а приближается къ ней въ теченіе нѣкотораго времени, иногда весьма значительнаго; на примѣръ Кольраушъ однажды наблюдалъ такое явленіе въ теченіи полугода. Это движеніе частицы, происходящее безъ дѣйствія силы, называется упругимъ послѣдомъ или упругимъ послѣдѣйствіемъ (*elastische Nachwirkung*). Его очень легко замѣтить въ шелкѣ и въ каучукѣ; если каучуковый шарикъ соединить съ тонкой трубкой и наполнить водою, то отъ самаго незначительнаго давленія во внутрь шарика получается замѣтный на глазъ послѣдъ; при давленіи около 40 миллиметровъ ртути, послѣдъ уже весьма значителенъ. При изслѣдованіи послѣда въ металлахъ, Кольраушъ употреблялъ очень тонкую серебряную нитку, которую скручивалъ, и измѣрялъ уголъ крученія по движенію зеркала, подвѣшеннаго къ этой ниткѣ <sup>2)</sup>. Этими опытами онъ показалъ существованіе послѣда въ металлахъ и вывелъ нѣкоторые законы этого явленія. Купферъ показалъ существованіе послѣда при изгибѣ тонкихъ металлическихъ полосъ <sup>3)</sup>. Изъ всѣхъ этихъ опытовъ нужно было заключить, что послѣдъ получается при всякихъ измѣненіяхъ формъ твердыхъ тѣлъ и даже при растяженіи и сжатіи.

Хотя описанные опыты производились только надъ очень тонкими полосками и нитками, но, нѣтъ сомнѣнія, тѣ же явленія получатся и въ тѣлахъ крупныхъ поперечныхъ размѣровъ. Опытное подтвержденіе этого получилось при опытахъ Баушингера съ его зеркальнымъ приборомъ <sup>4)</sup>, который, какъ мы уже видѣли, даетъ

<sup>1)</sup> Saint Venant, Résumé des leçons sur l'application de la Mécanique, tome I, стр. 118.

<sup>2)</sup> Poggendorff's Annalen, Band. 128

<sup>3)</sup> Kupffer, Recherches sur l'élasticité.

<sup>4)</sup> Bauschinger, Mittheilung., Heft V, стр. 11.

возможность замѣчать самыя незначительныя измѣненія формы; сжимая толстые бруски, вытесанные изъ камня, онъ постоянно замѣчалъ упругій послѣдъ, иногда продолжавшійся болѣе сутокъ. Такимъ образомъ это явленіе постоянно сопровождаетъ всѣ измѣненія формы твердыхъ тѣлъ.

Явленіе это замѣчательно во многихъ отношеніяхъ; оно, во-первыхъ, совершенно разрушаетъ то понятіе, что твердое тѣло есть нѣчто неизмѣнное, частицы котораго стоятъ въ определенныхъ положеніяхъ и не мѣняютъ ихъ. Мы видимъ, что безъ всякой силы, т. е. послѣ прекращенія ея дѣйствія, форма тѣла продолжаетъ мѣняться, иногда въ теченіе полугода, т. е. все это время частицы находятся въ движеніи. Вслѣдствіе этого вовсе нельзя считать парадоксальнымъ то явленіе, которое замѣтилъ еще Саваръ, а именно, что твердое тѣло мѣняетъ свои упругія свойства, пролежавши спокойно нѣсколько времени, и вовсе не подвергаясь дѣйствию силъ. Это явленіе проливаетъ также нѣкоторый свѣтъ на тотъ общеизвѣстный фактъ, что свойства желѣза и стали мѣняются отъ продолжительныхъ сотрясеній<sup>1)</sup>; какъ только отрѣшимся мы отъ понятія о неподвижности частицъ твердаго тѣла, сейчасъ же становится понятнымъ, что отъ сотрясеній можетъ измѣниться строеніе тѣла. Кромѣ того, упругій послѣдъ замѣтенъ по связи, которую онъ указываетъ между движеніемъ и другими явленіями природы; существуютъ электрической послѣдъ и магнитный послѣдъ; предварительные опыты Кольрауша показали, что законы магнитнаго послѣда одинаковы съ законами упругаго. Еще интереснѣе связь между теплотой и упругимъ послѣдомъ. Кольраушъ нашелъ, что упругій послѣдъ очень сильно мѣняетъ свою величину, при небольшихъ измѣненіяхъ температуры. Нѣтъ другого явленія, на которое повышение температуры оказывало бы такое сильное вліяніе, какъ на упругій послѣдъ. Коэффициентъ упругости, коэффициентъ теплопроводности, сопротивленіе разрыву и проч., — всѣ измѣняются при измѣненіи температуры, но очень немного; между тѣмъ послѣдъ, при повышеніи температуры съ 3 до 30 градусовъ Ц., увеличивается въ три раза. На этомъ основаніи думаютъ, что существуетъ тѣсная связь между послѣдомъ и тѣмъ движеніемъ, которое мы называемъ теплотою.

---

<sup>1)</sup> Думаютъ, что чугуны не въ такой степени мѣняютъ свои свойства отъ сотрясеній. Это обстоятельство, а также то, что чугуны труднѣе ржавѣть, чѣмъ желѣзо, побудило въ послѣднее время нѣкоторыхъ строителей опять вернуться къ чугуну при постройкѣ мостовъ, для небольшихъ пролетовъ. Такъ сдѣлано на каналѣ между рѣками Энъ и Марной, выстроенномъ въ 1869 году. См. Gerardin, Théorie des moteurs hydrauliques, стр. 125.

### III. Изучение механических свойств употребительных материаловъ.

Сталь <sup>1)</sup>. Опыты Баушингера надъ Бессемеровскою сталью Терницкаго завода. Эти опыты превосходятъ по полнотѣ своей все до сихъ поръ сдѣланное. Для нихъ было сдѣлано 12 одинаковыхъ закладокъ въ конверторы и, прибавленіемъ разныхъ количествъ зеркальнаго чугуна, получено 12 разныхъ сортовъ стали, отличающихся содержаніемъ углерода. Опыты состояли въ опредѣленіи количества углерода и въ механическомъ испытаніи. При этомъ не ограничились изученіемъ сопротивленія разрыву, какъ это обыкновенно дѣлается, но изслѣдовали вполне сопротивленіе сжатію, крученію и изгибу,—причемъ для всѣхъ сортовъ были опредѣлены коэффициенты и предѣлы упругости и абсолютныя сопротивленія за исключеніемъ абсолютнаго сопротивленія крученію; наконецъ, были опредѣлены абсолютныя сопротивленія сръзанію. Такое полное изученіе свойствъ матеріала встрѣчается въ первый разъ; до сихъ поръ хотя имѣлись данныя относительно перечисленныхъ сопротивленій, но всѣ онѣ не были получены изъ наблюденій надъ однимъ и тѣмъ же матеріаломъ; наблюденія же Баушингера даютъ прямо сравнительныя величины разныхъ сопротивленій для одного и того же матеріала. Повтореніе подобныхъ опытовъ значительно подвинетъ впередъ рациональное изученіе свойствъ матеріаловъ. Мы укажемъ здѣсь на нѣкоторыя заключенія, получающіяся изъ этихъ опытовъ; замѣтимъ только, что для другихъ матеріаловъ и даже для другихъ сортовъ стали могутъ получиться нѣсколько иные результаты.

Сравненіе сопротивленій разрыву и раздробленію. Впервые, предѣлы упругости, при растяженіи и сжатіи, получаются равныя между собою; абсолютныя же сопротивленія сжатію гораздо больше (около 2-хъ разъ), чѣмъ сопротивленія растяженію. Длина брусковъ изъ мягкихъ сортовъ стали, при сжатіи, уменьшается вдвое, безъ разрушенія; нѣкоторые сорта стали выдерживаютъ сжатіе до 18.000 килогр. на квадр. сант. <sup>2)</sup> (7.200 пудовъ на квадр. дюймъ). При этомъ сталь не раздробляется на куски, какъ чугунъ, а только получаетъ трещины.

<sup>1)</sup> Новѣйшіе опыты надъ сопротивленіемъ стали находятся въ слѣд. книгахъ: Bauschinger, Mittheilungen и т. д., II und III Heft. Kirkaldy, Experimental Inquiry into the properties of Fagersta Steel. Officieller Bericht über die Wiener Welt-Ausstellung, XXX Heft. (Здѣсь находятся результаты опытовъ Баушингера и Киркальди и кромѣ того испытаніе стали завода Крѣзо и австрійскаго завода Рѣжица). Морской Сборникъ 1875 г., № 9. (Здѣсь приведены результаты испытанія стали Обуховскаго завода).

<sup>2)</sup> Подобныя же результаты получилъ еще прежде Фэрбэрнъ. См. Engineer 1869 г. 27 авг.

Высокія стальныя стойки. Сопротивленіе ихъ сжатію представляетъ интересъ, въ виду начинающагося примѣненія стали къ постройкѣ мостовъ. Опыты Баушингера дали для круглыхъ стоекъ, при обоихъ незакрѣпленныхъ концахъ, при отношеніи длины къ діаметру равномъ 7 и при содержаніи углерода около 0,5%, сопротивленіе около 1400 килогр. на кв. сант.; для желѣзныхъ же стоекъ, при тѣхъ же условіяхъ, получается, изъ опытовъ Годгкинсона, сопротивленіе въ стали вдвое больше сопротивленія желѣза. Къ сожалѣнію, не произведено опытовъ надъ сопротивленіемъ стальныхъ стоекъ, при другихъ отношеніяхъ длины къ діаметру, а потому нельзя сказать, измѣняется ли это сопротивленіе по тому же закону, какъ для желѣзныхъ стоекъ, или иначе.

Предѣлъ упругости при изгибѣ и сопротивленіе излому всегда больше, чѣмъ предѣлъ упругости при растяженіи и сопротивленіи разрыву. Это давно извѣстный фактъ, указывающій, что при изгибѣ можно допускать большія безопасныя натяженія, чѣмъ при растяженіи. Сравнивая величины сопротивленій излому и разрыву, видимъ, что для мягкихъ сортовъ стали первое вдвое больше второго, а для жесткихъ—разница ихъ очень невелика.

Предѣлъ упругости при крученіи замѣтно меньше (около 2-хъ разъ меньше), чѣмъ предѣлъ упругости при растяженіи. Къ сожалѣнію, Баушингеръ не опредѣлилъ абсолютныхъ сопротивленій при крученіи; весьма важно было знать, выйдутъ ли и они гораздо меньше сопротивленій разрыву. Во всякомъ случаѣ, величины предѣловъ упругости указываютъ, что при крученіи слѣдуетъ допускать въ стали вдвое меньшія напряженія, чѣмъ при растяженіи.

Сопротивленіе стали срѣзанію меньше сопротивленія разрыву (на  $\frac{1}{5}$  до  $\frac{1}{3}$  послѣдняго).

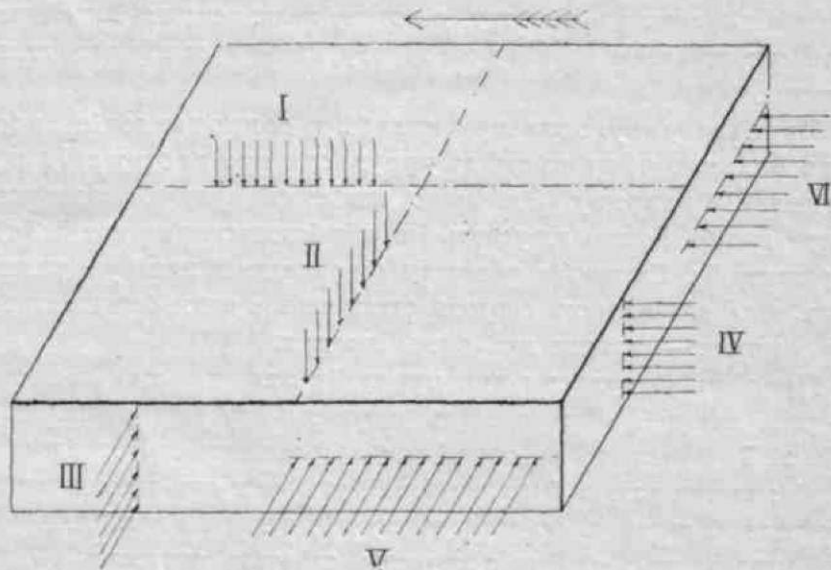
Значеніе содержанія углерода въ стали. Опыты Баушингера подтверждаютъ уже прежде извѣстный результатъ, что: 1) съ увеличеніемъ содержанія углерода, всѣ сопротивленія и предѣлы упругости увеличиваются почти совсѣмъ правильно; 2) удлиненіе при разрывѣ и стрѣла при изломѣ, наоборотъ, уменьшаются, но здѣсь не замѣчается такой правильности, какъ относительно сопротивленій, что конечно происходитъ отъ сильнаго вліянія на эти величины разныхъ случайностей опыта.

Листовое желѣзо и сталь. Весьма поучительны результаты, полученные Баушингеромъ, относительно сопротивленія срѣзанію этихъ матеріаловъ <sup>1)</sup>.

Извѣстно, что въ листахъ слѣдуетъ различать направленіе вдоль волоконъ, направленіе поперекъ волоконъ и направленіе, идущее по толщинѣ листа. Плоскость срѣзыванія при опытахъ имѣла 6 различ-

<sup>1)</sup> B a u s c h i n g e r, Mittheilungen, Heft. II.

ныхъ направлений, относительно этихъ линий; эти направления означены на чертежѣ (фиг. 4) стрѣлками I, II... VI, а большая стрѣлка означаетъ направление волоконъ. Оказалось, какъ слѣдовало ожидать, что сопротивленія эти не одинаковы; что сопротивленія I и II очень близки между собою; также III и IV близки одно къ другому и наконецъ V и VI близки между собою. Сопротивленія III и IV самыя большія и величина иногда значительно больше, чѣмъ сопротивленіе разрыву. Затѣмъ идутъ сопротивленія I и II и наконецъ самыя слабыя суть V и VI. Для желѣза эти послѣднія вдвое меньше, чѣмъ I и II. Та-



Фиг. 4.

кая слабость происходитъ, очевидно, отъ недостаточно хорошей сварки, при вальцованіи листа. Между тѣмъ бывають случаи, гдѣ желѣзо подвергается такому срѣзыванію, напримѣръ если листъ изгибается, будучи положенъ плашмя; слѣдовательно, сцѣпленіе легко можетъ быть нарушено или, иначе говоря, листъ разслоится при выгибаніи его. Для Бессемеровской же стали эти два сопротивленія очень мало отличаются отъ сопротивленій I и II; то-есть, для нея нѣтъ такихъ плоскостей слабости, какъ въ желѣзѣ; поэтому листовая сталь и въ этомъ отношеніи имѣетъ преимущество надъ листовымъ желѣзомъ.

Другіе опыты надъ сопротивленіемъ стали. — Укажемъ на подробное изслѣдованіе свойствъ стали завода Фагерста (въ Швеціи), сдѣланное Киркальди. Въ немъ заслуживають вниманія опыты, показывающіе постепенное улучшеніе качества стали, по мѣрѣ того какъ она болѣе и болѣе вытягивается подъ молотомъ или валками.

При изслѣдованіи листовой стали, Киркальди опредѣлилъ ослабленіе, происходящее отъ пробиванія дыръ; при этомъ подтвердился извѣстный уже прежде для желѣза результатъ, что пробиваніе дыръ ко-

маромъ портить качество металла, такъ что сопротивленіе его разрыву (на единицу площади) дѣлается менѣ первоначальнаго, иногда на 30<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. Отжиганіе листа, послѣ пробивки дыры, почти вполнѣ возвращаетъ первоначальное сопротивленіе. Если же дыры не пробиты, а просверлены, то сопротивленіе разрыву (на единицу площади) не уменьшается, а увеличивается иногда на 7<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. Можно считать, что сверленіе дыръ не измѣняетъ свойствъ металла; увеличеніе же сопротивленія происходитъ отъ измѣненія формы разрываемаго бруска.

Бронза. — Этимъ матеріаломъ много занимались въ послѣднее время артиллеристы; разныя усовершенствованія повысили сопротивленіе его въ значительной степени <sup>1)</sup>. Это улучшение достигнуто слѣдующими двумя приѣмами: 1) Отливкой бронзы въ чугуныя изложницы. Свойства такой бронзы, сравнительно съ обыкновенной, отлитой въ землю, видны изъ слѣдующей таблицы <sup>2)</sup>:

	Предѣлъ упругости.	Сопротивленіе разрыву.	Удлиненіе при разрывѣ.
Прежняя бронза . . .	750	2,250	0,33
Бронза, отлитая въ из- ложницу . . . . .	900	3,700	0,3

2) Отлитую такимъ образомъ бронзу прокатываютъ въ холодномъ видѣ въ валкахъ или растягиваютъ другимъ способомъ. Ухаціусъ нашель, что она, при прокатѣ въ валкахъ, можетъ выдержать, удлиненіе до 100<sup>0</sup>/<sub>0</sub> первоначальной длины, безъ трещинъ. Но вовсе и не нужно такого удлиненія; уже при 20<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, сопротивленіе ея дѣлается близко къ сопротивленію пушечной стали, какъ это видно изъ слѣдующей таблицы (взятой у Ухаціуса):

	Предѣлъ упругости.	Сопротивленіе разрыву.	Удлиненіе при разрывѣ.	Твердость.
Вальцованная бронза . . . . .	1,700	5,066	0,021	10,2
Сталь Круппа изъ 6-ф. пуш.	900	4,800	0,214	10,5

При изготовленіи пушекъ, вмѣсто вальцованія, употребляютъ другой способъ растяженія металла. Именно, какъ уже было описано, по

<sup>1)</sup> См. опыты Треска надъ бронзой въ Comptes rendus, t. LXXV, стр. 1232. Опыты Розетта въ Revue d'Artillerie, Tome V, стр. 134, 369 и VII стр. 62. Опыты Ухаціуса, тамъ же, томъ V, стр. 297; томъ VI, стр. 3. Опыты, произведенные въ русской артиллеріи, см. въ статьѣ г. Лаврова, въ «Запискахъ Русскаго Техническаго Общества» 1875 г., выпускъ 5, стр. 174, а также Артилл. Журналъ 1875 г., № 10, статья г. Соколова. Изслѣдованіе фосфористой бронзы въ Dingler's Polytechnisches Journal, Bd. 218, стр. 172; здѣсь приведены и результаты химическихъ анализовъ брусковъ фосфористой бронзы.

<sup>2)</sup> Таблица эта взята изъ опытовъ Русской Артиллеріи.

высверливаніи канала пушки, прогоняютъ сквозь него нѣсколько коническихъ стальныхъ пуансоновъ, которые сильно растягиваютъ внутренніе слои металла, окружающіе каналъ; наружные же слои при этомъ остаются почти безъ измѣненія. Вырѣзая брусочки изъ внутреннихъ и наружныхъ слоевъ металла, убѣдились опытомъ, что механическія свойства первыхъ такіе же, какъ и вальцованной бронзы, а свойства наружныхъ слоевъ можно считать почти одинаковыми со свойствами невальцованной бронзы. Слѣдовательно, здѣсь главнымъ образомъ повышаются качества внутреннихъ слоевъ. Но это и нужно, потому что означенные слои и принимаютъ главное участіе въ сопротивленіи; наружные же слои принимаютъ очень малое участіе и потому нѣтъ надобности повышать ихъ сопротивленіе. Улучшенную такимъ образомъ бронзу называютъ бронза-сталь, или стальная бронза (*bronze-acier, Stahlbronze*). Она значительно дешевле стали, даже приготовленной по способу Мартэна, и потому ее предлагаютъ для замѣны стали. Однако, разсматривая предыдущую таблицу, мы видимъ, что хотя сопротивленіе стальной бронзы одинаково съ сопротивленіемъ хорошей стали, зато удлиненія ихъ при разрывѣ совсѣмъ различны. Стальная бронза гораздо менѣе пластична, чѣмъ сталь; она при разрывѣ получаетъ удлиненіе въ 0,021, сталь же имѣетъ удлиненіе въ 10 разъ большее; слѣдовательно, стальная бронза гораздо хуже держитъ удары, чѣмъ сталь, и не можетъ во всѣхъ случаяхъ замѣнять сталь.

Впрочемъ пушки, приготовленныя изложеннымъ выше способомъ, выдержали пробу хорошо; изъ этого можно заключить, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ стальная бронза годится вмѣсто стали; на примѣръ, она годится для гидравлическихъ прессовъ и насосовъ. Здѣсь вѣроятно играетъ важную роль то, что повышаются свойства не всего металла а главнымъ образомъ внутреннихъ слоевъ; прочіе же слои сохраняютъ нѣкоторую пластичность и слѣдовательно способны сопротивляться ударамъ. Вѣроятно, пушки вышли бы слабѣе, если бы всѣ слои ихъ были изъ стальной бронзы. Такимъ образомъ можно думать, что такой способъ улучшения бронзы долженъ преимущественно примѣняться къ пустымъ цилиндрамъ, выдерживающимъ большое внутреннее давленіе. Для другихъ же тѣлъ нужно примѣнять только отливку въ изложницы, а не вальцованіе или вытягиваніе <sup>1)</sup>.

Подтвержденіемъ этого взгляда служитъ такой фактъ, рассказываемый у Ledebur, стр. 337.—Въ Литтикѣ при изготовленіи пушекъ куютъ фосфористую бронзу съ 5<sup>0</sup>/<sub>100</sub> олова;—потомъ, чтобы наружнымъ слоямъ вернуть первоначальную мягкость нагрѣваютъ ихъ до 300 —

<sup>1)</sup> Кромѣ изложенныхъ двухъ пріемовъ, есть еще третій пріемъ, для улучшения качества бронзы. Это—прессованіе отлитой вещи, пока бронза еще жидка, помощью сильнаго пресси. Пріемъ этотъ употребляется въ русской Артиллеріи А. С. Лавровымъ; прессованіе, конечно, уничтожаетъ раковины и другіе недостатки отливки и, кромѣ того, вѣроятно, повышаетъ качества металла.

360°;—это дѣлается посредствомъ надѣваемыхъ желѣзныхъ колець; нагрѣваніе при этомъ не доходитъ до внутреннихъ слоевъ и не измѣняетъ ихъ.

Камни <sup>1)</sup>.—Въ послѣднее время произведено очень много испытаній прочности камней. Конечно, главный результатъ этихъ испытаній представляютъ числа, указывающія специфическое сопротивленіе разныхъ сортовъ камней. Такъ какъ всѣ эти испытанія произведены надъ заграничными сортами камней, то числа эти мало интересны для насъ. Но въ то же время получены и нѣкоторые общіе результаты, которые заслуживаютъ замѣчанія. Во-первыхъ, Баушингеромъ опредѣлены коэффициенты упругости для большаго числа камней. Кажется, это есть первое опредѣленіе растяжимости и сжиманія камней; объ этихъ свойствахъ мы до сихъ поръ не имѣли никакого понятія. Изъ чиселъ Баушингера оказывается, что растяжимость нѣкоторыхъ породъ камней одинакова съ растяжимостью чугуна; другія же породы растягиваются гораздо больше и растяжимость ихъ одинакова съ растяжимостью дерева или даже превышаетъ ее, наконецъ, есть разныя промежуточныя степени растяжимости. Во-вторыхъ, интересны числа, полученныя Баушингеромъ для сопротивленія камней разрыву, срѣзанію и излому. Они даютъ нѣкоторую опору при расчетѣ прочности, въ случаѣ подобныхъ сопротивленій. Конечно, всѣ эти сопротивленія въ нѣсколько разъ меньше сопротивленія раздробленію. Въ-третьихъ, найдено, что сопротивленіе мокрыхъ камней меньше сопротивленія сухихъ: при насыщеніи водою, сопротивленіе раздробленію иногда составляетъ всего  $\frac{2}{3}$  первоначальной величины. Наконецъ, укажемъ на значительные успѣхи, сдѣланные вышеуказанной французской комиссіей, по вопросу о зависимости сопротивленія камней отъ ихъ плотности. Приведемъ нѣсколько чиселъ; для песчаниковъ оказалось возможнымъ всѣ испытанные образчики раздѣлить на двѣ группы:

I. Твердые. Плотность ихъ мѣняется отъ 2,1 до 2,5, а сопротивленіе раздробленію отъ 320 до 780 килогр. на квадр. сантиметръ.  
II. Полутвердые. Плотность мѣняется отъ 1,9 до 2,1, а сопротивленіе отъ 80 до 300.

<sup>1)</sup> Изъ новѣйшихъ опытовъ надъ сопротивленіемъ камней, кирпичей, цементовъ и проч. укажемъ на: 1) Опыты французской правительственной комиссіи, занимавшейся этимъ съ 1854—1873 гг. и испытавшей больше 10.000 образчиковъ. См. Zeitschrift des oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines; 2) Опыты Баушингера, см. его Mittheilungen, I, IV, V Heft. 3) Лабораторія при Берлинской Gewerbe-Academie. Здѣсь получено очень много данныхъ, относительно сопротивленія кирпичей и цементовъ, вліянія примѣси песку на сопротивленіе цементовъ, измѣненія этого сопротивленія съ теченіемъ времени, разницы сопротивленія цемента, когда онъ твердѣетъ на воздухѣ и подъ водою и проч.

Всѣ испытанные известняки можно раздѣлить также на двѣ группы:

I. Мягкіе, которые берутся пилой. Ихъ плотность мѣняется отъ 1,4 до 2,2, а сопротивленіе отъ 20 до 320.

II. Твердые. Плотность ихъ мѣняется отъ 2,2 до 2,8, а сопротивленіе отъ 220 до 1.200.

Можно и дальше продолжать это дѣленіе, т. е. раздѣлить на большее число группъ и все-таки получается то же соотвѣтствіе между плотностью и раздробленіемъ. Конечно, всѣмъ этимъ числамъ не слѣдуетъ придавать совершенно абсолютнаго значенія.

Кирпичи. Изъ полученныхъ здѣсь результатовъ обратимъ вниманіе на слѣдующіе: 1) Сопротивленіе кирпичей раздробленію доходитъ иногда до 400 килогр. на квадр. сант. (160 пудовъ на квадр. дюймъ); среднее число для нѣмецкихъ клинкеровъ, испытанныхъ Gewerbe Academie, есть 163. При этомъ грузъ получаютъ первыя трещины; допуская десятичную прочность, безопасная нагрузка будетъ 16 кил., (т. е. около 6,5 пудовъ на квадр. дюймъ). Вообще всѣ числа эти показываютъ, что для нѣкоторыхъ сортовъ кирпичей можно съ безопасностью допускать гораздо большія давленія, чѣмъ это обыкновенно дѣлается. Но есть и слабые кирпичи, выдерживающіе всего 40 килогр. на квадр. сант. (16 пудовъ на квадр. дюймъ). 2) Испытаніе дырчатыхъ кирпичей показываетъ, что они гораздо слабѣ сплошныхъ; между тѣмъ иногда ожидаютъ, что, вслѣдствіе хорошаго обжиганія, прочность ихъ одинакова съ прочностью сплошныхъ. 3) Наибольшій интересъ представляютъ числа, полученные для сопротивленій цементныхъ швовъ. Оказывается, что если два кирпича положить одинъ на другой плашмя, безъ цемента, то сопротивленіе ихъ раздробленію будетъ гораздо меньше, чѣмъ одного кирпича. При цементѣ же, сопротивленіе такого шва иногда больше, иногда меньше, чѣмъ одного кирпича. Если такое соединеніе двухъ кирпичей, при вполне затвердѣвшемъ цементѣ, поставить на ребро и сдавливать силой, идущей параллельно шву, то сопротивленіе выходитъ въ 2—3 раза меньше, чѣмъ если сдавливающая сила идетъ перпендикулярно къ шву.

Наконецъ, Баушингеръ опредѣлилъ сопротивленіе такого шва изъ портландскаго цемента разрыву и срѣзанію; сопротивленіе разрыву получилось отъ 0,8 до 5,3 кил. на квадр. сант., а срѣзанію отъ 2 до 6 кил. Эти сопротивленія увеличиваются, если передъ кладкой очистить щеткой поверхности соединяемыхъ кирпичей. Всѣ эти числа очень важны при расчетѣ прочности соединеній машинъ съ кирпичными кладками.

Очень интересно также сдѣланное Баушингеромъ опредѣленіе сопротивленія кирпичной перемычки излому. Перемычки имѣли пролетъ въ 108 сант. и были въ одинъ кирпичъ высотой и  $\frac{1}{2}$  кирпича шириною; это были совершенно прямые перемычки, безъ всякаго подѣ-

ема въ серединѣ; — испытывались онѣ черезъ 100—90 дней, послѣ кладки. Давленіе сосредоточивалось въ серединѣ. — Изломъ происходилъ при кладкѣ на обыкновенномъ растворѣ, отъ груза въ 1.250 килограммъ (78 пуд.), а, при кладкѣ на цементѣ, отъ грузовъ 2.000—3.000 килограммовъ (125—188 пудовъ).

Обыкновенное стекло. Сопротивленіе стеклянныхъ трубокъ разрыву, при давленіи, дѣйствующемъ изнутри, имѣетъ важное значеніе во многихъ физическихъ и химическихъ приборахъ. Опыты Д. И. Менделѣева <sup>1)</sup> привели къ слѣдующимъ результатамъ: оказалось, сверхъ ожиданія, что, при одномъ и томъ же наружномъ діаметрѣ (отъ 12,5 до 11,4 миллиметровъ), трубки разрываются отъ внутренняго давленія, производимаго гидравлическимъ прессомъ, тѣмъ легче, чѣмъ дальше отступаютъ отъ извѣстной толщины стѣнъ, такъ что и болѣе толстостѣнныя, и менѣе толстостѣнныя, рвутся легче, чѣмъ при нѣкоторой наивыгоднѣйшей толщинѣ. — Такъ, совершенно чистыя трубки, при толщинѣ стѣнокъ въ 3—4 миллиметра, разрываются подъ давленіемъ 100—140 атмосферъ, а при толщинѣ стѣнокъ въ 3—1,9 м.м. при давленіи отъ 140—200 атмосферъ.

Такое ослабленіе прочности, съ увеличеніемъ толщины стѣнъ, происходитъ, безъ сомнѣнія, отъ внутреннихъ натяженій, получающихся при застываніи стекла. Очевидно, эти натяженія будутъ больше при болѣе значительной толщинѣ стѣнокъ. — Существованіе этихъ натяженій въ стеклѣ давно указывалось тѣмъ извѣстнымъ фактомъ, что нѣкоторыя стеклянныя вещи лопаются вдругъ, безъ всякой видимой причины. Въ прошломъ году Гагенбахъ предложилъ способъ открывать существованіе этихъ натяженій, основанный на слѣдующемъ: стекло съ внутренними натяженіями должно давать тѣ же явленія, что и стекло растянутое или сжатое внѣшними силами, то есть оно должно представляться окрашеннымъ, если его разсматривать въ поляризаціонномъ аппаратѣ. И дѣйствительно, нѣкоторыя стеклянныя вещи показываютъ такое окрашиваніе, такъ что Гагенбахъ предлагаетъ этотъ способъ для сортировки стеклянныхъ вещей на заводахъ.

Металлическое стекло. Числа, приведенныя выше, показываютъ, что стеклянныя трубки выдерживаютъ до разрыва весьма значительныя давленія. Этого и слѣдовало ожидать, такъ какъ сопротивленіе стеклянныхъ брусковъ разрыву доходитъ до 400 килограммъ на квадратный сантиметръ, т. е. близко подходитъ къ сопротивленію веревокъ. Такимъ образомъ, стекло вовсе не страдаетъ недостаткомъ сопротивленія, но оно мало пластично и потому не выдерживаетъ ударовъ. — Это значительно ограничиваетъ его употребленіе; — если бы

---

<sup>1)</sup> См. Д. Менделѣевъ. Объ упрукости газовъ. Часть I. § 73—74. Также Журналъ Химическаго Общества, Томъ VI, стр. 7.

удалось уничтожить его хрупкость, то оно получило бы множество новых применений в технике и науке, не говоря уже о значении этого при домашнем употреблении стекла. — В последнее время Де-ла-Басти удалось получить нехрупкое стекло, которое возбудило всеобщий интерес. Это стекло (называемое металлическим стеклом) получается закалкой обыкновенного стекла в масле; нужно нагреть обыкновенное стекло докрасна, чтобы оно было близко к размягчению, и затем опустить его в масло. Уже давно было известно, что Батавские слезки, т. е. капли стекла, закаленные в воде, очень прочны, так что их можно колотить молотком, не раздробляя их. Способ Де-ла-Басти отличается от приготовления Батавских слезок только тем, что закалка производится в масле, а не в воде, т. е. производится более медленно; от этого, вероятно, здесь не получается таких значительных внутренних натяжений, как в Батавских слезках. Произведенные до сих пор испытания указывают следующие свойства металлического стекла <sup>1)</sup>. Его можно нагревать даже на углях, даже если толщина стекла значительная, и оно не лопнет; если нагретое докрасна стекло опустить в холодную воду, оно все-таки не лопнет. Чтобы показать степень прочности, укажем на следующий факт: оконное стекло 4 м. толщиной было согнуто (в горячем состоянии) так, что получило стрелку в 5 сант. На верхушке такой стеклянной арки мог стоять взрослый человек и излома не произошло. Вот другой опыт, указывающий на значительную гибкость этого стекла; все было так же, как в предыдущем опыте, но только стекло тоньше (1,5 м.м.); тогда от груза, наложенного на верхушку арки, оно совсем выпрямилось в плоскость, без излома. Понятно, что, при таких свойствах, стекло выдерживает значительные удары; тарелки, часовая стекла и проч. можно бросать с значительной высоты и они не разбиваются. Мы приведем числа только для одного опыта: взято было прямоугольное оконное стекло, размеры которого были 16; 12; 0,5 сант. Его вдвляли в рамку, в роду того, как это делается в окнах, и положили рамку на землю: металлическое стекло выдержало без порчи удар груза в 200 граммов, упавшего с высоты в 3 метра и только при высоте падения в 4 метра оно разбилось. Между тем обыкновенное стекло разбилось от груза в 100 граммов, упавшего с высоты 0,4 метра. Заметим еще, что прозрачность стекла от закалки несколько не меняется. Но при этих достоинствах, металлическое стекло имеет один важный недостаток: его нельзя резать алмазом. Высокая ме-

<sup>1)</sup> Наиболее обстоятельное исследование этого стекла произведено Люйнемъ; см. доклад его Французскому Техническому Обществу в Bulletin de la Société de l'encouragement pour l'industrie nationale 1875 г., III Serie, tome II, стр. 597. Изъ этого доклада взяты все приводимыя нами числа.

ханическія качества этого стекла происходят, конечно, отъ внутреннихъ натяженій, возбуждающихся при закалкѣ. Существованіе этихъ натяженій указывается тѣмъ, что металлическое стекло даетъ окрашиваніе въ поляризованномъ свѣтѣ. Можно ожидать, что, съ теченіемъ времени, въ особенности при частыхъ ударахъ и сотрясеніяхъ, эти натяженія измѣнятся и тогда металлическое стекло получитъ другія свойства и даже совсѣмъ перейдетъ въ обыкновенное стекло. Уже существуютъ нѣкоторыя указанія по этому предмету, но пока мѣстъ нельзя сдѣлать окончательнаго заключенія.

Каучуковыя трубки. Толстостѣнные каучуковыя трубки давно уже употреблялись при передачѣ большихъ давленій, напримѣръ, при пробѣ котловъ. Въ послѣднее время Д. И. Менделѣевъ нашелъ средство увеличить прочность обыкновенныхъ тонкостѣнныхъ трубокъ, которая всегда употребляются при газовыхъ горѣлкахъ <sup>1)</sup>. Это средство состоитъ въ оплетеніи ихъ прочной пеньковой тканью; тогда трубки держатъ давленія большія 100 атмосферъ безъ порчи. Такое значительное сопротивленіе показываетъ, что ихъ можно употреблять въ насосахъ и даже въ нѣкоторыхъ гидравлическихъ прессахъ, гдѣ, по гибкости своей, они будутъ гораздо удобнѣе металлическихъ трубокъ.

---

<sup>1)</sup> См. Д. Менделѣевъ. Объ упругости газовъ. Часть I, стр. 80.

## V. О новостяхъ по сопротивленію матеріаловъ<sup>1)</sup>.

### I. Новые приборы и способы изслѣдованія.

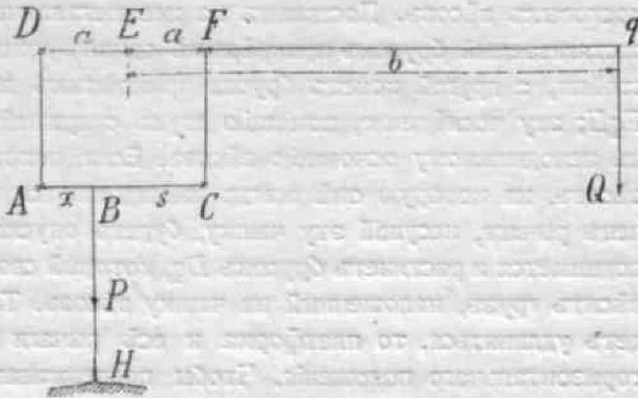
1. Дифференціальный рычагъ. При заводскихъ пробахъ разныхъ матеріаловъ растяженіемъ, изгибомъ и проч. требуются весьма значительныя усилія, которыя было бы очень неудобно получать непосредственнымъ приложеніемъ груза, а потому, въ приборахъ для такой пробы, всегда употребляются рычаги, для увеличенія силы, отчего и самые приборы называются рычажными прессами. Устраиваются приборы съ однимъ рычагомъ, а также съ двумя и тремя, если требуется получить значительное усиліе, напр. 100—200 тоннъ. Правда, возможно преодолѣть очень большое усиліе и одиночнымъ рычагомъ, но при этомъ нужно сдѣлать плечо, на которое дѣйствуетъ сопротивленіе, очень малымъ, если не желательно, чтобы весь рычагъ вышелъ очень длиннымъ. Такъ сдѣлано въ извѣстномъ прессѣ Вердера, который въ настоящее время довольно распространенъ. Въ немъ сопротивленіе, т. е. растягиваемый или изгибаемый брусокъ дѣйствуетъ на плечѣ въ 3 миллиметра, а растягивающій грузъ на плечѣ въ 1500 м.м., то есть—отношеніе плечъ равно 500; такимъ образомъ, при одномъ, очень недлинномъ рычагѣ, получается прессъ силою въ 100 тоннъ. Но при такомъ маленькомъ плечѣ (3 м.м.) нужно опасаться за точность опредѣленія величины растягивающей силы. Хотя у Вердера это неудобство въ значительной степени устранено очень удачными приспособленіями, для вывѣрки отношенія плечъ и для регулировки этого отношенія, все-таки можно думать, что даже и упругое измѣненіе формы призмъ, служащихъ точкой опоры и точкой прикрѣпленія сопротивленія, повлечетъ за собою, при большихъ грузахъ, замѣтное измѣненіе отношенія плечъ рычага.

Та же цѣль, то-есть полученіе значительныхъ усилій, безъ употребленія нѣсколькихъ длинныхъ рычаговъ, достигается помощію такъ называемаго дифференціального рычага. Это приспособленіе было примѣнено въ нѣсколькихъ рычажныхъ прессахъ и мостовыхъ вѣсахъ, бывшихъ на Филадельфійской выставкѣ 1876 года<sup>2)</sup>. Оно состоитъ въ

<sup>1)</sup> Записки И. Р. Т. О. 1879 г.

<sup>2)</sup> Wagen, Dynamometer und Materialprüfungs-Maschinen.

слѣдующемъ (фиг. 1): сопротивление  $P$  дѣйствуетъ въ точкѣ  $B$  неравноплечаго короткаго рычага  $ABC$ , концы котораго соединены тягами  $AD$ ,  $CF$  съ точками  $D$ ,  $F$  длиннаго рычага  $DEq$ . Точка вращения послѣдняго  $E$  находится ровно по серединѣ  $DE$ ; грузъ  $Q$ , который долженъ уравновѣсить  $P$ , виситъ въ точкѣ  $q$ . Безъ всякаго затрудненія получается такое отношеніе между силами  $Q$  и  $P$ :



Фиг. 1.

$$\frac{Q}{P} = \frac{a}{b} \frac{s-x}{s+x}$$

Между тѣмъ, если бы короткаго рычага не было, получилось бы  $\frac{Q}{P} = \frac{a}{b}$ .

Итакъ, вслѣдствіе прибавки такого короткаго рычага, сила увеличивается во столько разъ, во сколько разность плечъ больше ихъ суммы. Дѣлая эту разность небольшою, получимъ весьма значительное увеличеніе силы, при помощи короткаго рычага, напр. взявъ.

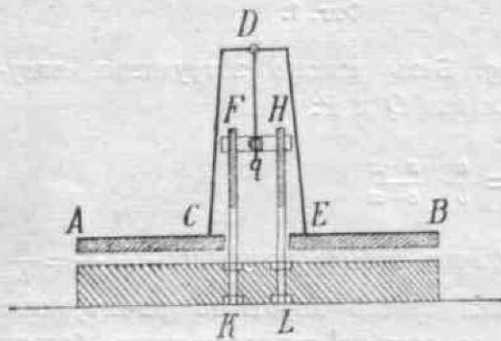
$$\frac{a}{b} = \frac{1}{10}, \quad x = 110 \text{ м.}, \quad s = 130 \text{ м.}, \quad \text{получимъ } \frac{Q}{P} = \frac{1}{120}$$

Однако разность  $s-x$  не слѣдуетъ дѣлать очень малою, такъ какъ получится тотъ же недостатокъ, что и въ прессѣ Вердера, т. е. отношеніе плечъ можетъ замѣтно измѣниться, вслѣдствіе деформации призмъ рычага  $ABC$ .

Чтобы примѣнить этотъ приборъ для растяженія матеріаловъ, стоитъ только одинъ конецъ растягиваемаго бруска укрѣпить къ точкѣ  $H$ , а другой соединить съ точкою  $B$ . Конечно, въ точкѣ  $H$ , долженъ быть сдѣланъ винтъ, гидравлическій прессъ, или какое-нибудь другое приспособленіе, позволяющее тянуть эту точку внизъ и тѣмъ поддерживать рычаги въ горизонтальномъ положеніи, несмотря на вытягиваніе бруска  $BH$ .

2. Рычажный прессъ въ видѣ мостовыхъ вѣсовъ. Въ мостовыхъ вѣсахъ имѣется такая же система рычаговъ, увеличивающихъ силу, какъ и въ рычажныхъ прессахъ, и грузъ, на послѣднемъ рычагѣ, точно также измѣряетъ эту силу въ вѣсахъ, какъ и въ прессѣ. Поэтому, всякіе мостовые вѣсы можно передѣлать въ рычажный прессъ. Пусть  $AB$  (фиг. 2) представляетъ, въ вертикальномъ разрѣзѣ, платформу

мостовыхъ вѣсовъ. Поставимъ на нее металлическую стойку  $CDE$ , а растягиваемый брусокъ прикрѣпимъ однимъ концомъ къ точкѣ  $D$  этой стойки, а другой конецъ бруска прикрѣпимъ въ  $q$  къ перекладинѣ  $FqH$ ; эту послѣднюю, помощію двухъ стержней  $FK$ ,  $HL$ , прикрѣпимъ къ неподвижному основанію вѣсовъ. Если положить гири на чашку вѣсовъ, на которую онъ всегда накладываются при взвѣшиваніи, конецъ рычага, несущій эту чашку, будетъ опускаться, а платформа  $AB$  поднимется и растянетъ брусокъ  $Dq$ , который своей упругостью уравновѣситъ грузъ, наложенный на чашку вѣсовъ. Такъ какъ брусокъ будетъ удлиняться, то платформа и всѣ рычаги вѣсовъ выйдутъ изъ горизонтальнаго положенія. Чтобы поддерживать ихъ постоянно въ



Фиг. 2.

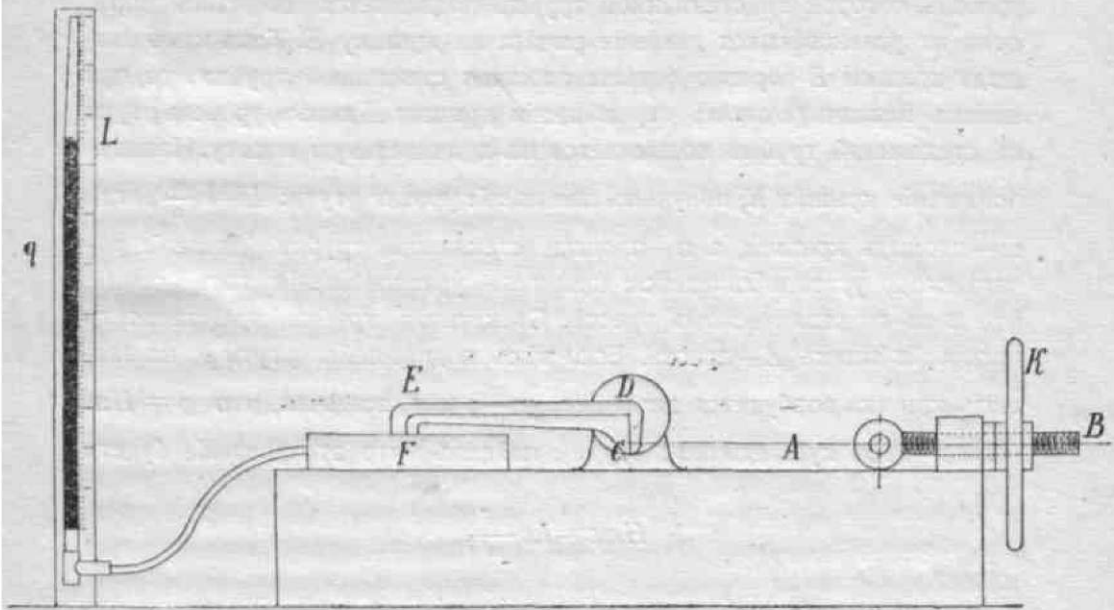
горизонтальномъ положеніи, нужно точку  $q$  опускать внизъ—на величину вытягиванія бруска; для этого верхніе концы стержней  $FK$  и  $HL$  имѣютъ винтовыя нарѣзки и проходятъ сквозь гаечныя рѣзбы, сдѣланныя въ концахъ поперечины  $FH$ , а соединеніе стержней съ основаніемъ вѣсовъ сдѣлано такъ, что стержни могутъ вращаться, но

поступательное движеніе ихъ уничтожено. Тогда, если вращать одновременно оба стержня, помощію зубчатыхъ колесъ, на нихъ заклиненныхъ, перекладина  $FqH$  будетъ опускаться и приводитъ рычаги въ горизонтальное положеніе. Подобнымъ образомъ устроена машина Фэрбанка, для пробы матеріаловъ, бывшая на Филадельфійской выставкѣ. Фирма Фэрбанка давно извѣстна изготовляемыми ею мостовыми вѣсами; небольшими передѣлками вѣсы эти обратила она въ рычажный прессъ. Но машина эта не представляетъ никакихъ особыхъ преимуществъ передъ обыкновенными рычажными прессами и устраивать ее слѣдуетъ только тѣмъ заводамъ, которые специально занимаются изготовленіемъ мостовыхъ вѣсовъ—или тѣмъ, у кого имѣются уже готовые, но не нужные мостовые вѣсы <sup>1)</sup>.

3. Приборы Томасэ отличаются отъ другихъ машинъ для пробы матеріаловъ способомъ опредѣленія величины растягивающей или изгибающей силы. Обыкновенно, эта сила измѣряется грузомъ, подвѣшеннымъ на концѣ рычага и вся система рычаговъ рычажнаго пресса есть не что иное, какъ вѣсы—для измѣренія растягивающей силы, а у Томасэ такого груза нѣтъ и сила измѣряется ртутнымъ манометромъ. Общее расположеніе прибора видно на фиг. 3.  $A$ —есть растягиваемый

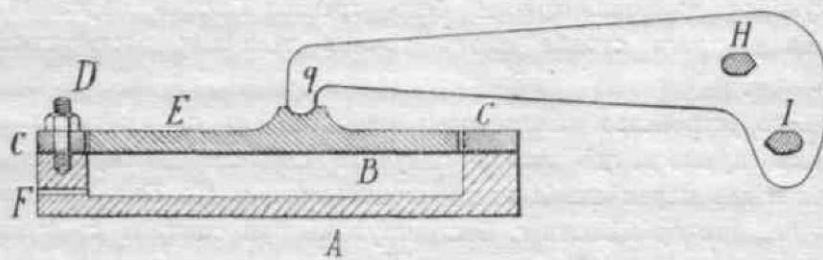
<sup>1)</sup> Wagen, Dynamometer.

брусокъ, одинъ конецъ котораго прикрѣпленъ къ стержню *B*, а другой дѣйствуетъ на короткое плечо рычага *CDE*; длинное же плечо рычага, въ точкѣ *E*, опирается на подвижную крышку манометра *F*; давленіе на крышку измѣряется высотой ртутнаго столба въ трубкѣ *q*. Брусокъ растягиваютъ, дѣйствуя на стержень *B*. Для этого



Фиг. 3.

конецъ стержня нарѣзанъ винтомъ и на него навинчиваютъ гайку *H* и вращаютъ колесо *K*, составляющее одно цѣлое съ гайкой. При этомъ лѣвый конецъ испытываемаго бруска, дѣйствуя на рычагъ *CDE*, нажимаетъ его на манометръ, вслѣдствіе чего ртуть въ трубкѣ *q* поднимается и показываетъ величину растягивающаго усилія на шкалѣ *L*.



Фиг. 4.

Устройство манометра изображено отдѣльно на фиг. 4. Это чугуный цилиндрической ящикъ *A*, имѣющій большое поперечное сѣченіе и закрытый сверху каучуковымъ кругомъ *B*, края котораго прижаты къ ящику металлическимъ кольцомъ *C* съ болтами *D*. Ящикъ наполненъ водою и, черезъ отверстіе *F*, внутренность его сообщается съ

вертикальной открытой трубкой  $q$ , наполненной ртутью. Сверху на каучуковый кругъ кладется металлическая крышка  $E$ , которой діаметръ равенъ внутреннему діаметру ящика  $A$ . При растягиваніи бруска винтомъ рычагъ  $qHI$  надавливаетъ своимъ концомъ  $q$  на крышку  $E$ . Это давленіе передается черезъ каучукъ на воду, а отъ нея на ртуть, уровень которой въ стеклянной трубкѣ поднимается до тѣхъ поръ, пока не уравнивается давленіе рычага на крышку  $E$ . Такъ какъ площадь крышки  $E$  гораздо больше площади стеклянной трубки, то, при самомъ незначительномъ перемѣщеніи крышки  $E$  внизъ, уровень ртути въ стеклянной трубкѣ поднимается на значительную высоту. Называя пониженіе крышки  $h$ , получимъ повышеніе уровня ртути:  $H = h \frac{m}{n}$ , гдѣ  $m$ —площадь крышки, а  $n$ —площадь стеклянной трубки. Давленіе рычага скоро уравнивается; принципъ уравниванія тотъ самый, что и въ гидравлическомъ прессѣ. Стеклянная трубка представляетъ насосъ, а ящикъ  $A$ —прессъ. Если вѣсь поднявшейся ртути  $p$ , на площадь крышки возбудится давленіе  $= p \frac{m}{n}$ , или, замѣчая, что  $p = Hns$  (гдѣ  $s$ —вѣсь куб. единицы ртути), найдемъ, что это давленіе будетъ

$$Hms = hs \frac{m^2}{n},$$

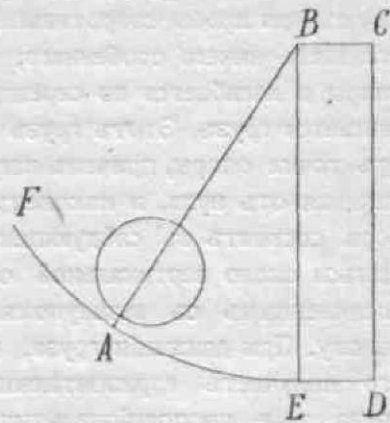
т. е. при самомъ небольшомъ перемѣщеніи крышки— $h$ , получается очень большое давленіе и выходитъ, что крышка  $E$  почти вовсе не перемѣщается. Вслѣдствіе этого и возможно употребить здѣсь такое соединеніе крышки съ ящикомъ, какое показано; если бы перемѣщенія были больше, каучукъ сейчасъ разорвался бы. Перемѣщенію крышки внизъ, кромѣ давленія воды, сопротивляется еще упругость каучука, но это сопротивленіе такъ мало, что практически можно считать его несуществующимъ и крышку  $E$  можно разсматривать—какъ поршень, движущійся въ цилиндрѣ  $A$  безъ тренія. Такимъ образомъ показанія ртутнаго столба даютъ точныя величины растягивающихъ силъ.

Это устройство манометра и принципъ его примѣняются и въ другихъ случаяхъ, гдѣ хотятъ получить поршень, движущійся безъ тренія и гдѣ перемѣщенія этого поршня очень малы. Такой манометръ былъ недавно примѣненъ г. Вестингаузомъ при опытахъ съ желѣзнодорожными тормазами, для опредѣленія давленія тормазныхъ колодокъ на колеса <sup>1)</sup>.

Въ приборѣ Томассэ не приходится накладывать растягивающій грузъ понемногу и растяженіе производится въ немъ непрерывно, вращеніемъ колеса  $K$ , пока брусокъ разорвется. Вслѣдствіе этого растя-

<sup>1)</sup> Engineering, 1878, vol. 25, s. 469.

женіе происходит гораздо плавнѣе, чѣмъ въ приборахъ съ накладываемыми грузами, и устраняются сотрясенія. Величина разрывающей силы опредѣляется на немъ очень точно и безошибочно; между тѣмъ при накладываемыхъ грузахъ нужно сначала знать приблизительную величину разрывающаго груза и, подходя къ нему, слѣдуетъ накладывать грузъ понемногу, если нужно опредѣлить разрывающій грузъ съ точностію. Такъ какъ не всегда извѣстна приблизительная величина разрывающей силы, то и возможны ошибки, вслѣдствіе которыхъ опытъ совсѣмъ пропадаетъ. Наконецъ, приборъ г. Томассэ очень наглядно показываетъ увеличеніе груза и удобенъ для демонстрацій на лекціяхъ. Впрочемъ, и безъ манометра, можно устроить приборъ, обладающій всѣми этими свойствами. Такъ, если приборъ состоитъ изъ колѣнча таго рычага  $ABC$  (фиг. 5), одинъ конецъ, котораго  $A$  нагруженъ постояннымъ грузомъ  $P$ , а къ дру-



Фиг. 5.

гому  $C$  прикрѣпленъ конецъ растягиваемаго бруска  $CD$ ; при натягиваніи за конецъ  $D$  винтомъ — заставимъ грузъ  $A$  подниматься, при чемъ положеніе груза  $A$  на дугѣ  $EF$  будетъ наглядно показывать величину растягивающей силы. Въ этомъ приборѣ растягивающая сила тоже увеличивается непрерывно, какъ и у Томассэ; — однако онъ удобенъ только для брусковъ, которые вытягиваются мало, напр. для испытанія цементовъ.

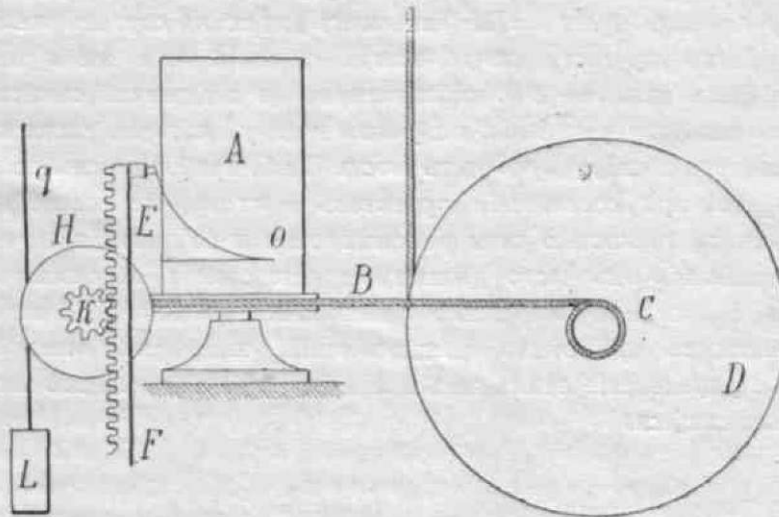
Приборы Томассэ очень распространены во Франціи; они дѣлаются различныхъ величинъ, начиная отъ маленькихъ — для пробы бумаги, до приборовъ силою въ 100 тоннъ. На Парижской выставкѣ 1878 года было нѣсколько такихъ приборовъ различной силы. Во всѣхъ нихъ устройство одно и то же и разница заключается только въ механизмѣ для вытягиванія испытуемаго тѣла. Механизмъ, состоящій изъ колеса съ гайкой, изображенный на фиг. 3, пригоденъ только для несильныхъ прессовъ; при большей силѣ человекъ не можетъ вертѣть гайку и должна быть устроена зубчатая передача, увеличивающая его силу; наконецъ, при еще болѣе сильныхъ прессахъ, гайка приводится въ движеніе не людьми, а ременнымъ приводомъ или, вмѣсто винта, ставится гидравлическій прессъ. Приборы съ ременной передачей очень удобны на тѣхъ заводахъ, гдѣ приходится испытывать много брусковъ значительныхъ размѣровъ<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Кромѣ г. Томассэ, парижская фирма Chauvin et Marin-Darbel изготовляетъ машины для пробы металловъ, тоже съ манометромъ, подобнымъ вышеописанному, но машины эти отличаются отъ машинъ Томассэ нѣкоторыми подробностями. Engineering, 1878, vol. 26, s. 184.

4. Приборъ, вычерчивающій кривую, выражающую зависимость между изгибающими силами и стрѣлками прогиба. Въ прошлогоднемъ отчетѣ былъ описанъ приборъ для крученія тѣлъ, который самъ чертитъ кривую, выражающую зависимость между крутящими силами и углами крученія (приборъ Тэрстона). Такой же приборъ изготовленъ и для изгиба; онъ былъ устроенъ и примененъ къ рычажному прессу Коулеему, для пробы сопротивленія дерева изгибу. Самый прессъ не представляетъ ничего особеннаго; испытываемый брусокъ кладется на двѣ опоры и изгибается по серединѣ рычагомъ, по длинѣ котораго передвигается грузъ. Этотъ грузъ постепенно передвигается далѣе и далѣе, отъ точки опоры, причемъ изгибающая сила постепенно увеличивается, начиная отъ нуля, и наконецъ брусокъ ломается. Устройство этого прибора состоитъ въ слѣдующемъ: небольшой цилиндръ, могущій вращаться около вертикальной оси, по окружности обвитъ шнуркомъ, соединеннымъ съ вышеупомянутымъ грузомъ, который ходитъ по рычагу. При движеніи груза, цилиндръ поворачивается и окружность его получаетъ горизонтальныя перемѣщенія, равныя передвиженію груза, т. е. пропорціональныя величинѣ изгибающей силы. Если къ серединѣ изгибаемаго бруска прикрѣпить карандашъ, онъ получитъ вертикальныя перемѣщенія, равныя стрѣлкамъ прогиба, и если затѣмъ этотъ карандашъ привести въ соприкосновеніе съ поверхностью цилиндра, онъ начертитъ на ней требуемую кривую, т. е. кривую, абсциссы которой будутъ пропорціональны грузамъ, а ординаты—стрѣлкамъ прогиба. Нужно однако замѣтить, что передвиженія груза по рычагу настолько велики (до 10 футъ), что потребовался бы слишкомъ большой цилиндръ, въ томъ случаѣ, если бы перемѣщенія окружности его были сдѣланы равными передвиженіямъ груза. Для избѣжанія этого нужно сначала уменьшить въ нѣсколько разъ перемѣщенія груза и потомъ уже передать движеніе цилиндру. Напротивъ того, стрѣлы прогиба очень малы и ихъ нужно увеличить въ нѣсколько разъ, чтобы ординаты кривой не были слишкомъ малы.

Нѣкоторыя подробности устройства прибора Коулѣя изображены на фиг. 6. *A*—цилиндръ, на поверхности котораго укрѣплена расквдраченная бумажка; шнурокъ *B* отъ цилиндра навить на маленькій валикъ *C*; на одной оси съ валикомъ этимъ укрѣплено большое колесо *D*, къ окружности котораго прикрѣпленъ шнурокъ, идущій отъ передвижнаго груза; такимъ образомъ, перемѣщенія цилиндра меньше передвиженія груза, въ отношеніи діаметровъ частей *C* и *D*. Если бы цилиндръ *A* вращался около своей оси безъ всякаго сопротивленія, онъ могъ бы, вслѣдствіе пріобрѣтенной скорости, продолжать вращеніе и тогда, когда передвижной грузъ уже остановился. Чтобы устранить это, внутри цилиндра помѣщается спиральная пружина, въ родѣ часовой, которая постоянно стремится вращать его въ сторону, противную вращенію, сообщаемому ему шнуркомъ *B*. Вообще этотъ цилиндръ

устроенъ совершенно такъ же, какъ вращающійся цилиндръ въ индикаторахъ паровыхъ машинъ. Къ серединѣ изгибаемаго бруска прикрѣпленъ шнурокъ  $q$ , который обернуть вокругъ колеса  $H$  и затѣмъ натянуть грузомъ  $L$ . На одной оси съ  $H$  сидитъ шестерня  $K$ , поднимающая зубчатку  $F$  и соединенный съ нею карандашъ  $E$ ; перемѣщеніе карандаша больше противъ стрѣлокъ прогиба, въ отношеніи діаметровъ колесъ  $H$  и  $K$ . Все это приспособленіе можетъ быть поставлено вдали и отдѣльно отъ рычажнаго пресса.



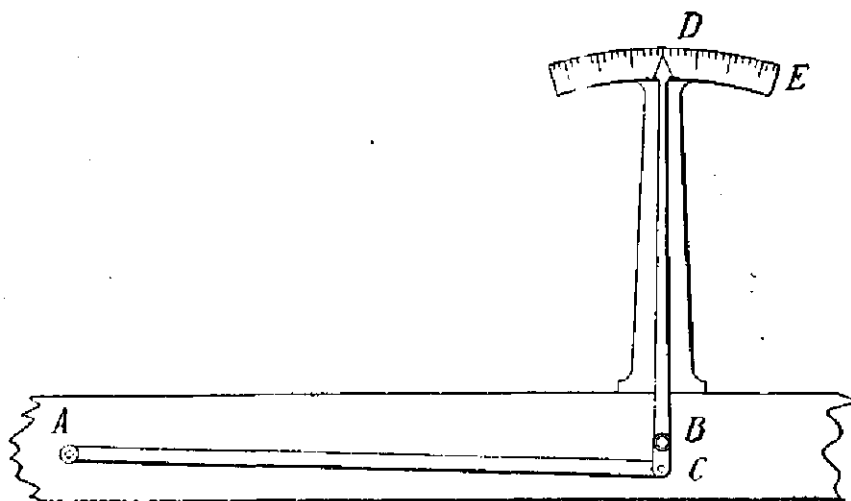
Фиг. 6.

Надобно замѣтить, что приборъ этотъ только тогда будетъ давать вѣрныя показанія, если точки опоры совершенно неподвижны или перемѣщаются очень мало, въ сравненіи съ прогибомъ испытываемаго тѣла; поэтому онъ годится для испытанія дерева и будетъ менѣе точенъ для испытанія металловъ. Мы не имѣемъ данныхъ, по которымъ можно было бы судить о степени его точности. Хотя Коулей и даетъ много чиселъ, выражающихъ механическія свойства разныхъ сортовъ дерева, однако всѣ испытанія были сдѣланы надъ породами деревьевъ изъ Японіи, механическія свойства которыхъ никогда не были опредѣлены другимъ способомъ. Если выбрать изъ нихъ японскій дубъ (*Quercus Sieboldii*) и сосну (*Pinus massoniana*), получаемъ коэффициенты упругости 128.000 и 84.000 килограммовъ на квадратный сантиметръ, что близко къ коэффициентамъ упругости нашихъ дуба и сосны, а это заставляетъ думать, что даже небольшія упругія стрѣлы прогиба получаютъ на этомъ приборѣ съ достаточною точностью <sup>1)</sup>.

5. Приборъ Дююи и Манэ — для опытнаго опредѣленія напряженій въ растянутыхъ и сжатыхъ частяхъ раскосныхъ мостозъ и другихъ подобныхъ построекъ. Эти приборы опредѣляютъ напряженія въ частяхъ

<sup>1)</sup> Engineering, vol. 24, s. 386.

совершенно готовыхъ и поставленныхъ на мѣсто мостовъ и оба измѣряютъ не полное напряженіе, а только прибавку этого напряженія; производимую разными силами, за исключеніемъ собственнаго вѣса моста. Напряженіе же, производимое въ нихъ собственнымъ вѣсомъ моста, остается неопредѣленнымъ. Сущность устройства обоихъ приборовъ одна и та же; они измѣряютъ удлиненіе или сжатіе, получаемое извѣстной частью моста, вслѣдствіе приложенія силъ, напр. прохожденія поѣзда. Если относительное удлиненіе  $d$ , то напряженіе на единицу площади будетъ  $=Ed$ . Такъ какъ для всѣхъ сортовъ желѣза—коэффициентъ упругости почти всегда одинъ и тотъ же и можетъ быть принятъ равнымъ 2 м. килограммовъ на квадратный сантиметръ, то, зная величину удлиненія, получимъ и силу, которая растягиваетъ или сжимаетъ изслѣдуемую часть моста. Такіе приборы очень полезны, потому что, при составленіи проектовъ мостовъ, не всегда можно вычислить съ точностью силы, растягивающія и сжимающія его части. Для опредѣленія ихъ часто дѣлаютъ предположенія не совсѣмъ правильныя, а иногда и совершенно произвольныя, и величины ошибокъ, происходящихъ отъ этихъ предположеній, совершенно неизвѣстны. Опытное опредѣленіе этихъ силъ значительно разъяснитъ всѣ вопросы, сюда относящіеся.



Фиг. 7.

Приборъ Дюпюи изображенъ на фиг. 7;  $A$  и  $B$ —два болта, плотно вставленные въ отверстія, которыя высверлены для нихъ въ изслѣдуемой части (или прочно соединенные съ нею какимъ-нибудь другимъ способомъ); на болтѣ  $B$  вращается стрѣлка  $CBD$ , короткое плечо которой соединено, помощью тяги  $CA$ , съ болтомъ  $A$ , а длинное плечо служитъ указателемъ на дугѣ  $E$ . Когда изслѣдуемая часть моста растягивается или сжимается, конецъ стрѣлки  $D$  передвигается по дугѣ на величины, въ 20 разъ большія противъ получившихся удлине-

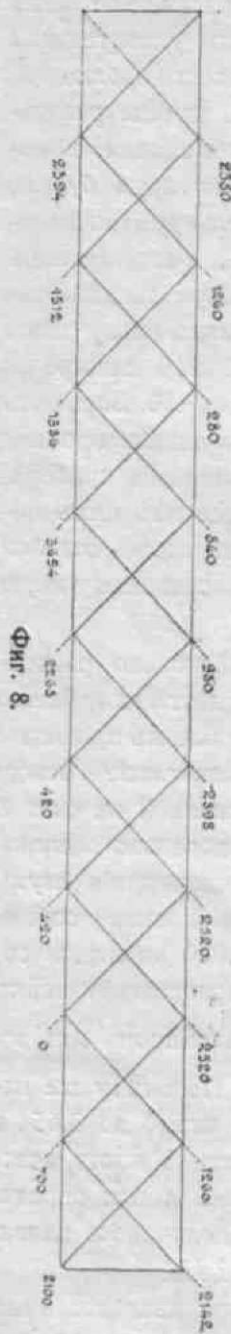
ній или сжатій, приче́мъ дѣленія на дугѣ позволяютъ измѣрять эти удлиненія и сжатія.

Разстояніе болтовъ *A* и *B* у Дюпюи=1 метру; такая величина удлиняется немного и потому нельзя ожидать, чтобы растяженіе могло быть опредѣлено съ большою точностью, помощью указательной стрѣлки. Даже при употребленіи катетометра, нужно вести наблюденіе очень тщательно, чтобы получить, при такой длинѣ, точные результаты. Въ описанномъ же приборѣ всегда будутъ мертвые ходы, нѣкоторое перекашиваніе осей и другія обстоятельства, которыя будутъ портить результатъ. Это и оказалось при предварительномъ изслѣдованіи прибора; г. Дюпюи поставилъ его на брусокъ, растягиваемый опредѣленнымъ грузомъ, и сравнивалъ показанія прибора съ дѣйствительными величинами груза. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ получалась очень большая разница, напр., приборъ показывалъ 210 килогр. на квадратн. сантиметръ, когда въ дѣйствительности было 400. Впрочемъ этотъ примѣръ даетъ наибольшую изъ встрѣтившихся ошибокъ, обыкновенно, она не была такъ велика; а когда поставили два прибора, по одному съ каждой стороны бруска, и брали среднее изъ нихъ показаній, точность сдѣлалась еще больше, хотя все-таки иногда ошибки превышали 10% наблюдаемой величины. Но Дюпюи считаетъ такую точность достаточной для практики.

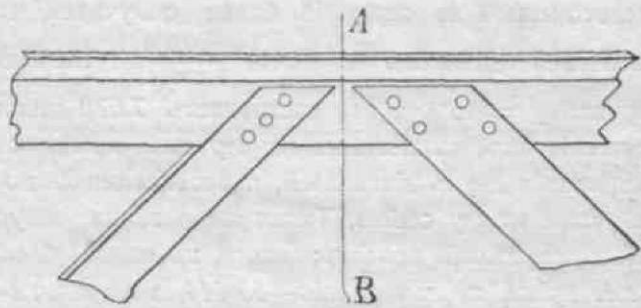
Съ своимъ приборомъ Дюпюи изслѣдовалъ нѣсколько раскоенныхъ мостовыхъ балокъ и сравнилъ полученные на опытѣ напряженія съ величинами ихъ, вычисленными по общеупотребительнымъ приемамъ. Получилось, во многихъ случаяхъ, значительное разногласіе—между опытомъ и вычисленіемъ. Напр. для балки, изображенной на фиг. 8 чертежа, напряженія діагоналей вычислялись, дѣлая довольно обыкновенное въ такихъ случаяхъ предположеніе, что напряженія двухъ діагоналей, пересѣкающихся по срединѣ балки, равны между собою. Такимъ образомъ, въ случаѣ нагрузки, равной 20.000 килогр. и сосредоточенной въ срединѣ балки, получится, что напряженія всѣхъ діагоналей одинаковы и равны  $\frac{20.000}{4 \cos 45^\circ}$  (такъ какъ наклонъ ихъ къ горизонту =  $45^\circ$ ), а это составляетъ 7.070 килогр. По опыту же напряженія ихъ, выписанныя на чертежѣ, измѣняются отъ 0 до 3.654 и напряженія двухъ діагоналей, пересѣкающихся по срединѣ моста, вовсе не равны между собою. Такая же разница получилась и при опредѣленіи напряженій поясовъ; напр., въ одной балкѣ получилось напряженіе пояса, по вычисленію—63.444, а на опытѣ—28.838.

Главная причина этого разногласія та, что балки, изслѣдованныя г. Дюпюи, суть такъ называемыя «фермы съ лишними линиями»; вычисленіе ихъ напряженій дѣлается при помощи довольно произвольныхъ предположеній, отчего и происходитъ невѣрный результатъ. При изслѣдованіи «фермъ безъ лишнихъ линий» нѣтъ надобности прибѣ-

гать къ такимъ предположеніямъ и потому вычисленіе будетъ лучше согласоваться съ опытами.—Другая причина заключается въ томъ, что г. Дюпюи изслѣдовалъ очень небольшія фермы; такъ, изображенная на фиг. 8, имѣла высоту 120 сант., діагонали были изъ желѣза отъ 7,5 до 14 сант. шириною, а высота поясовъ 25 сант., т. е. поперечные размѣры частей фермы очень велики, въ сравненіи съ высотой балки. Для такихъ фермъ разногласіе, навѣрное, получится гораздо большее, чѣмъ для большихъ фермъ, въ которыхъ поперечные размѣры частей фермы незначительны, въ сравненіи съ ихъ длиною. Діагонали такъ коротки, что самая небольшая ошибка при сборкѣ видоизмѣнитъ напряженіе замѣтнымъ образомъ; кромѣ того, здѣсь способъ соединенія діагоналей съ поясами оказываетъ замѣтное вліяніе на результатъ. При вычисленіи предполагается, что двѣ діагонали, встрѣчающіяся въ поясѣ, соединяются съ нимъ и между собою помощью одного шарнирнаго болта, а въ дѣйствительности соединеніе дѣлается обыкновенно такъ, какъ это изображено на фиг. 9; такъ было сдѣлано и въ балкахъ, испытанныхъ Дюпюи. Разумѣется, при высокихъ балкахъ—это обстоятельство гораздо менѣе вліяетъ на напряженія, чѣмъ при низкихъ. Проведя вертикальное сѣченіе *АВ*, увидимъ, что это сѣченіе совсѣмъ не встрѣтитъ діагоналей, а слѣдовательно—срѣзающее усиліе въ этомъ сѣченіи выдерживается исключительно поясами, безъ помощи діагоналей, между тѣмъ какъ, при вычисленіи, предполагается, что на пояса вовсе не приходится срѣзыванія. — Очевидно, что не



Фиг. 8.

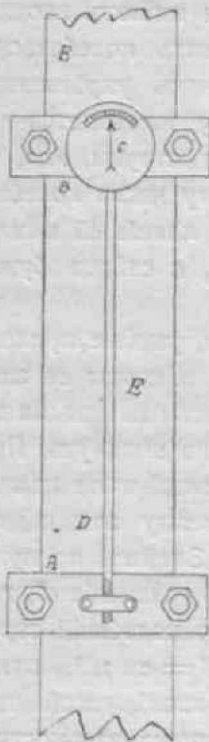


Фиг. 9.

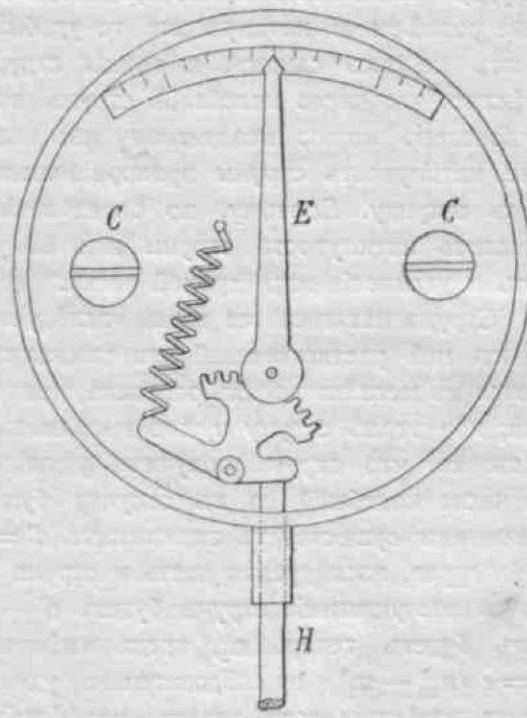
только въ этомъ сѣченіи, но и въ другихъ, пояса выдерживаютъ значительную часть срѣзающаго усилія, вслѣдствіе большихъ своихъ поперечныхъ размѣровъ, въ сравненіи съ высотой балки. Поэтому

діагонали будуть гораздо менше напружені, чѣмъ это получается изъ вычисленія, что и оказалось на опытѣ. — Навѣрное, пояса балки уравнивають моментъ изгиба не только своимъ растяженіемъ или сжатіемъ, но также и изгибомъ; поперечные размѣры ихъ настолько велики, что однимъ изгибомъ они могутъ уравнивать значительную часть момента внѣшнихъ силъ. Приборъ однако не указываетъ этого изгиба и даетъ только растяженія или сжатія частей, которыя и получаютъ поэтому менше вычисленныхъ. Ничего подобнаго не было бы при фермахъ болѣе значительныхъ размѣровъ<sup>1)</sup>.

6. Приборъ Манз, бывшій на Парижской выставкѣ, отличается отъ прибора Дюпюи нѣкоторыми подробностями. На испытываемой части фермы *E* закрѣпляются, нажимными винтами, двѣ оправы: *A* и *B* (ф. 10); къ оправѣ *B* привинченъ циферблатъ, съ указательной стрѣлкой *C*, а къ *A* — одинъ конецъ стержня *D*, длина котораго метръ;



Фиг. 10.



Фиг. 11.

другой его конецъ дѣйствуетъ на стрѣлку и передвигаетъ ее—при растяженіи или сжатіи части *E*. На фиг. 11 изображенъ циферблатъ, въ увеличенномъ видѣ; *H* конецъ стержня, передвигающаго стрѣлку *E*; перемѣщенія ея въ 40 разъ больше получившихся удлиненій или сжатій. Кромѣ стрѣлки *E* имѣются еще двѣ максимальныя стрѣлки; одна изъ нихъ показываетъ наибольшее растяженіе, а другая наибольшее

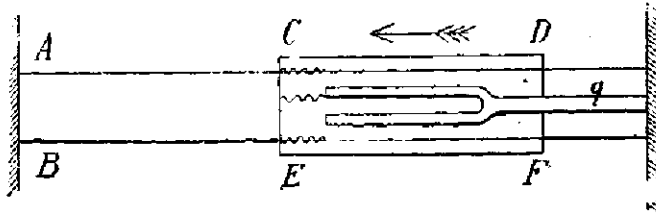
<sup>1)</sup> Annales des ponts et chaussées, 1877, t. 14, p. 381.

удлиненіе;  $C, C$  — винты для прикрѣпленія прибора. — Приборъ этотъ компактнѣе прибора Дюпюи. Мы не имѣемъ пока никакихъ данныхъ относительно его точности, но, вѣроятно, при тщательномъ изготовленіи и употребленіи двухъ приборовъ, какъ дѣлалъ Дюпюи, можно будетъ получать напряженія съ точностью до 100 килограммовъ на квадратный сантиметръ.

7. Приборъ Штейнера, служащій для той же цѣли. Звукъ, издаваемый длинными металлическими тѣлами, при ихъ поперечныхъ колебаніяхъ, зависитъ отъ натянутости этихъ тѣлъ и онъ тѣмъ выше, чѣмъ больше натянутость. Этимъ явленіемъ давно уже пробовали воспользоваться для опредѣленія величинъ натянутостей въ частяхъ построекъ и машинъ. Если, напр., въ машинѣ есть нѣсколько тѣлъ, одинаковыхъ размѣровъ, и которыя должны быть всѣ натянуты одинаковымъ образомъ, то онѣ должны будутъ издавать всѣ одинъ и тотъ же звукъ, при ударѣ ихъ молоткомъ по срединѣ. Когда части имѣютъ неодинаковые размѣры и натянутости, то удобнѣе заставить колебаться и звучать не ихъ самихъ, а тонкія струны, на нихъ укрѣпленныя. Извѣстно, что число колебаній струнъ въ секунду измѣняется пропорціонально корню квадратному изъ натянутости струны, или, что тоже, натянутость струны пропорціональна квадрату числа колебаній ея въ секунду. Поэтому, по опредѣленію числа колебаній можемъ вычислить натянутость струны или ея удлиненія, а слѣдов. будемъ знать и удлиненіе изслѣдуемой части.

Струна натягивается вдоль изслѣдуемой части, раньше приложенія къ ней растягивающей или сжимающей силы, и концы ея зажимаются въ металлическихъ оправахъ, прикрѣпляемыхъ нажимными винтами; при этомъ струну нужно выпрямить и хорошо вытянуть. Предположимъ, что струна получить удлиненіе  $d'$  (неизвѣстное намъ) и что число колебаній ея въ секунду будетъ  $n_1$ ; между этими двумя величинами существуетъ зависимость  $d' = c \cdot n_1^2$ . Затѣмъ, по приложеніи груза, изслѣдуемая часть и струна получить удлиненіе  $d''$ , такъ что полное удлиненіе струны будетъ  $d' + d''$ ; число колебаній струны пусть будетъ теперь  $n_2$ , тогда имѣемъ  $d' + d'' = c \cdot n_2^2$ , откуда  $d'' = c (n_2^2 - n_1^2)$  и, слѣдовательно, удлиненіе  $d''$  изслѣдуемой части будетъ извѣстно, если знаемъ коэффициентъ пропорціональности  $c$ . Если величина  $d''$  получится отрицательная, это будетъ означать, что изслѣдуемая часть сжата, а не растянута. Такимъ образомъ, этотъ способъ изслѣдованія натяженій — въ частяхъ построекъ, подобно предыдущему, даетъ не полную натянутость, а только приращеніе ея отъ прикладываемыхъ грузовъ. Кромѣ того, опытъ даетъ не самыя величины растягивающихъ или сжимающихъ силъ, а только удлиненія, ими производимыя, вслѣдствіе чего для вычисленія силъ нужно принять какую-нибудь среднюю величину коэффициента упругости, напр., 2 мил. клгр. на кв. сант. для жельза.

Определение чиселъ колебаній можетъ быть произведено по слуху, опредѣляя музыкальный тонъ звука, издаваемого струною. Такой способъ и употреблялся, но онъ можетъ быть примѣняемъ только лицами, имѣющими развитой музыкальный слухъ и большую музыкальную практику. — Штейнеръ, вмѣсто этого, употребилъ графическій способъ записыванія колебаній, т. е. заставилъ колеблющуюся струну чертить свои колебанія на движущейся закопченной стеклянной пластинкѣ. На фиг. 12 *A* и *B* изображаютъ двѣ струны его прибора и *CDEF* стеклянную пластинку; послѣдняя получаетъ движеніе по направленію стрѣлки, отъ спиральной пружины. Лишь только будетъ вынута задержка, удерживающая стеклянную пластинку, тотчасъ же пружина передвинетъ пластинку отъ правой стороны прибора къ лѣвой. — Струнамъ сообщается колебаніе раньше выдергиванія задержки и онѣ, при движеніи пластинки, начертятъ на ней волнообразныя линіи. — Рядомъ со струнами расположенъ камертонъ *q*, число колебаній котораго заранѣе опредѣлено и который тоже звучитъ и чертитъ волны на стеклѣ. Со-



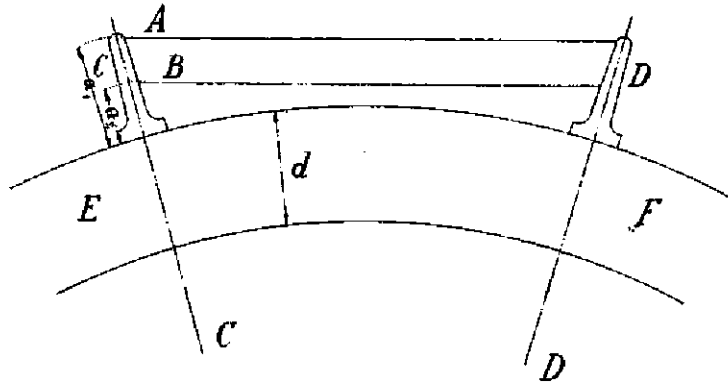
Фиг. 12.

считывая число волнъ, помѣстившихся на длинѣ пластинки, мы получимъ отношеніе чиселъ колебаній струны и камертона, а такъ какъ число колебаній камертона въ секунду извѣстно, то найдется и число колебаній струны въ секунду. — Что касается до коэффициента упругости, то его можно бы было вычислить, зная размеры струны, ея плотность и коэффициентъ упругости. Гораздо удобнѣе опредѣлить его непосредственно опытомъ, разъ навсегда, для взятой струны, какъ это и сдѣлалъ Штейнеръ. — Для этого одинъ конецъ струны неподвиженъ въ оправѣ прибора, а за другой ее можно вытягивать, помощію микрометрическаго винта; каждый оборотъ винта сообщаетъ струнѣ удлиненіе въ 0,5 миллиметра. Нужно предварительно вытянуть струну и опредѣлить число колебаній ея въ секунду  $n_1$ , затѣмъ повернуть винтъ на одинъ оборотъ и опять опредѣлить число колебаній  $n_2$ ; тогда, называя удлиненіе проволоки отъ предварительнаго вытягиванія черезъ  $d$ , найдемъ:

$$d = c \cdot n_1^2; d + 0,5 = c \cdot n_2^2, \text{ откуда: } c = \frac{0,5}{n_2^2 - n_1^2}.$$

Помощію прибора Штейнера можно опредѣлить не только растяженіе и сжатіе частей, но также и ихъ изгибъ; но для этого необходимы двѣ струны, тогда какъ для опредѣленія растяженій и сжатій, достаточно одной. — При изгибѣ эти струны, расположенныя какъ

на фиг. 13 (*A* и *B*—двѣ струны), получаютъ неодинаковыя удлиненія; назовемъ первоначальную длину струнъ  $l$  и первоначальныя высоты ихъ надъ краемъ бруска  $a_1$  и  $a_2$ ; пусть изъ опыта найдены получив-



Фиг. 13.

шіяся при изгибѣ удлиненія верхней струны  $d'$  и нижней  $d''$ . Если тѣло *EF* было первоначально прямое, а отъ изгиба получило радіусъ за-  
кривленія  $r$ , то, въ случаѣ очень малыхъ изгибовъ, когда дугу кривой  
можно замѣнить ея хордой, будетъ

$$\frac{r}{l} = \frac{a_2 - a_1}{d'' - d'}$$

а величины относительныхъ удлиненій на выпуклой и вогнутой сто-  
ронахъ тѣла *EF* будутъ, на выпуклой:

$$\frac{d'}{l} - \frac{a_1}{a_1 - a_2} \left[ \frac{d' - d''}{l} \right], \text{ а на вогнутой } \frac{d''}{l} - \frac{a_2 + d}{a_1 - a_2} \left[ \frac{d' - d''}{l} \right] *)$$

Съ этимъ приборомъ сдѣлано мало испытаній и потому невоз-  
можно окончательно судить о немъ; нужно, однако, ожидать, что  
показанія его будутъ очень точны.

Замѣтимъ, что было бы полезно имѣть приборъ, который ука-  
зывалъ бы измѣненіе свойствъ желѣза въ мостахъ и постройкахъ;  
извѣстно, что иногда отъ продолжительныхъ сотрясеній свойства эти  
измѣняются весьма замѣтно и желѣзо, первоначально мягкое, дѣлается,  
съ теченіемъ времени, хрупкимъ и ломкимъ. Приборы, основанные на  
свойствахъ упругаго растяженія, каковы описанные нами приборы Дю-  
пюи, Манэ и Штейнера, не даютъ никакихъ указаній въ этомъ  
отношеніи, потому что упругія удлиненія и сжатія какъ жесткихъ,  
такъ и мягкихъ сортовъ желѣза почти одни и тѣ же. Вѣроятно, можно  
открыть измѣненіе строенія желѣза, наблюдая за измѣненіемъ его  
магнитныхъ свойствъ. Нѣкоторыя сдѣланныя наблюденія показываютъ,  
по крайней мѣрѣ, что, по мѣрѣ измѣненія строенія желѣза, оно, дѣ-

\*) Dingle's, Pol. Journal, 226, s. 283.

даясь все болѣе и болѣе жесткимъ, пріобрѣтаетъ въ то же время магнитность въ значительной степени. Этотъ вопросъ, впрочемъ, еще очень мало изслѣдованъ.

## II. Изслѣдованіе общихъ законовъ сопротивленія матеріаловъ.

1. Изслѣдованіе законовъ раздробленія короткихъ брусковъ, произведенное Баушингеромъ <sup>1)</sup>. Баушингеръ испыталъ цементы и нѣсколько породъ камней, съ цѣлью найти общіе законы раздробленія короткихъ брусковъ, у которыхъ отношеніе длины къ поперечному размѣру не превышаетъ 5. Хотя онъ, конечно, еще и не исчерпалъ этотъ вопросъ, все-таки получилъ результаты, дополняющія то, что прежде было извѣстно.

Разрушеніе испытанныхъ образчиковъ состояло большею частью въ томъ, что сначала откалывалась отъ образчика пирамида; вершина ея находилась внутри образчика, а основаніемъ служила площадь, на которую производилось давленіе, такъ что, если давленіе распредѣлялось по всему основанію испытываемаго бруска, основаніе это и было основаніемъ пирамиды, если же давленіе приходилось только на часть основанія бруска, то эта часть дѣлалась основаніемъ пирамиды. При дальнѣйшемъ увеличеніи давленія — и остальная масса образчика раскалывалась на куски. Часго получались двѣ пирамиды, соотвѣтственно двумъ основаніямъ сжимаемаго бруска. Болѣе длинные бруски часто разрушались, раскалываясь на двѣ части, по плоскости, наклоненной къ оси бруска.

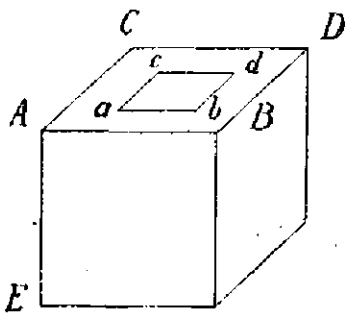
Испытывая бруски разной длины, Баушингеръ нашелъ, что сопротивленіе раздробленію непрерывно возрастаетъ съ уменьшеніемъ отношенія длины къ поперечному размѣру. Обыкновенно считаютъ, что, въ извѣстныхъ предѣлахъ, напр., при измѣненіи указаннаго отношенія отъ 3 до 1, сопротивленіе вовсе не перемѣняется; подобный результатъ получался при опытахъ Годкинсона надъ чугуномъ. Но у Баушингера, даже и въ этихъ предѣлахъ, получилось замѣтное повышеніе сопротивленія, при уменьшеніи длины; напр. для швейцарскаго песчаника сопротивленіе куба вышло почти въ 1,5 раза болѣе сопротивленія квадратнаго бруска, котораго длина втрое больше стороны основанія. — Вѣроятно, это неодинаково для всѣхъ матеріаловъ; у нѣкоторыхъ въ этихъ предѣлахъ сопротивленіе почти не перемѣняется, а у другихъ измѣняется замѣтно. Можетъ быть также, что эта разница имѣетъ связь съ тѣмъ, что видъ разрушенія не одинаковъ у разныхъ матеріаловъ.

<sup>1)</sup> Mittheilungen aus dem Mechanisch-Technischen Laboratorium in München VI Heft.

Плоскія плитки, которыхъ высота меньше поперечныхъ размѣровъ, показали сопротивленіе значительно большее, чѣмъ кубы изъ того же матеріала. Когда высота плитки изъ песчаника составляла около  $\frac{1}{3}$  стороны квадратнаго основанія, сопротивленіе ея было около 2,5 разъ больше сопротивленія куба.—Когда же высота плитки очень мала, то раздробить ее можно только весьма значительнымъ усиліемъ.

Обыкновенно считаютъ, что сопротивленіе раздробленію не зависитъ отъ формы и величины периметра основанія бруска, а только отъ площади этого основанія. Баушингеръ нашель, однако, что периметръ оказываетъ замѣтное вліяніе на сопротивленіе; при данной высотѣ бруска и данной площади основанія, сопротивленіе тѣмъ болѣе, чѣмъ менѣе периметръ; круговое поперечное сѣченіе даетъ наибольшее сопротивленіе. Сравнивая бруски, имѣющіе прямоугольное поперечное сѣченіе, получимъ, что сопротивленіе ихъ тѣмъ менѣе, чѣмъ болѣе вытянуть прямоугольникъ, т. е. чѣмъ болѣе онъ отличается отъ квадрата. — Такое вліяніе периметра нисколько не удивительно, если вспомнимъ образование пирамиды, при разрушеніи, и кромѣ того, что испытанный Баушингеромъ песчаникъ показалъ быстрое уменьшеніе сопротивленія, съ увеличеніемъ отношенія длины къ поперечному размѣру. Если, сохраняя ту же площадь основанія и высоту бруска перейдемъ отъ прямоугольника мало вытянутаго къ болѣе вытянутому, то отношеніе высоты бруска къ наименьшему поперечному размѣру увеличится, а вслѣдствіе этого сопротивленіе уменьшится. Но если не разсматривать очень вытянутыя поперечныя сѣченія и довольствоваться грубымъ приближеніемъ, можно попрежнему считать, что, при данномъ отношеніи длины къ поперечному размѣру, сопротивленіе не зависитъ отъ периметра и пропорціонально площади.

Баушингеръ изслѣдовалъ еще сопротивленіе для тѣхъ случаевъ, когда давленіе идетъ по оси бруска, не распредѣляется по всей площади основанія онаго. — Оказалось, что если на обоихъ основаніяхъ

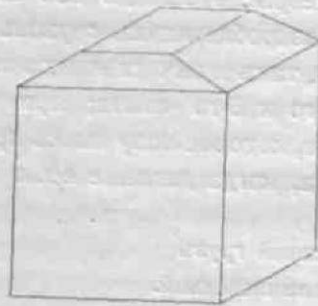


Фиг. 14.

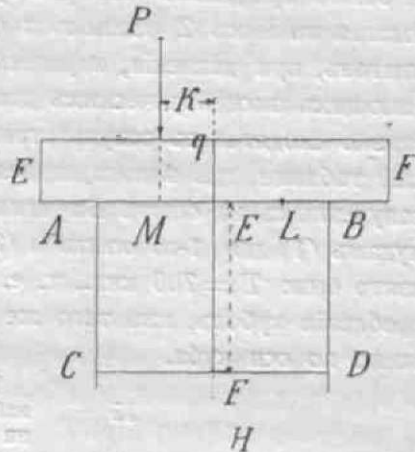
бруска давленіе приходится не на всю площадь  $ABCD = m$  (фиг. 14), а только на часть ея  $abcd = n$ , то сопротивленіе выходитъ такое же, какъ для призмы, имѣющей основаніе  $n$  и высоту  $AE$ , т. е. вся масса матеріала, приходящаяся внѣ площади  $n$ , нисколько не участвуетъ въ сопротивленіи и можетъ быть отброшена безъ измѣненія сопротивленія. Впрочемъ, такое заключеніе Баушингеръ дѣлаетъ на основаніи всего двухъ опы-

товъ, и слѣдовательно его нельзя считать пока окончательно вѣрнымъ. — Если же на одномъ основаніи бруска давленіе распредѣляется по всей площади  $m$ , а на другомъ — на площадь  $n$ , то сопроти-

вление выходит среднее, между сопротивлением получ. въ случаѣ, когда на обоихъ основаніяхъ давленіе распредѣляется по площадямъ  $m$  и сопротивленіемъ, когда на обоихъ основаніяхъ давленіе распредѣляется по площадямъ  $n$ . — Если переходъ отъ площади  $n$  къ  $m$  сдѣлать посредствомъ наклонныхъ граней (фиг. 15), то отъ этого никакой пользы не получается и сопротивление остается то же самое, какъ будто бы этихъ граней не было и площадь лежала бы на  $m$ .



Фиг. 15.



Фиг. 16.

Наконецъ Баушингеръ изслѣдовалъ сопротивление раздробленію, въ случаѣ, когда давленіе идетъ не по оси бруска, а эксцентрично, и изъ случаевъ, испытанныхъ имъ, наибольшій интересъ представляетъ слѣдующій (фиг. 16). Давленіе передается на брусокъ  $ABCD$ , черезъ посредство чугунной доски  $EF$ , и приложено не по оси  $Hq$  бруска, а на величину  $K$ , въ сторону отъ оси. — Это случай эксцентрическаго сжатія, постоянно встрѣчающійся при передачѣ давленія между клиньями свода, въ подпорныхъ стѣнахъ и проч.

Относительно его давно уже существуетъ теорія, которой всегда придерживаются при расчетѣ прочности сводовъ и которая, въ случаѣ если поперечное сѣченіе бруска есть прямоугольникъ, приводитъ къ такимъ результатамъ:

1) Если эксцентриситетъ  $K$  меньше  $\frac{1}{6} AB$ , то давленіе будетъ происходить по всей площади  $AB$ , но оно не будетъ распредѣлено равномерно; наибольшее давленіе будетъ у  $A$  и величина его на единицу площади будетъ:  $T = \frac{P}{m} \left\{ 1 + \frac{6k}{a} \right\}$  . . . . . (1) гдѣ  $m$  площадь основанія бруска и  $a$  длина  $AB$ .

2) Если  $K$  болѣе  $\frac{1}{6} AB$ , то только нѣкоторая часть  $AL$  площади основанія будетъ подвергаться давленію, а  $LB$  вовсе не будетъ сдавлена; наибольшее давленіе будетъ опять у  $A$  и величина его будетъ:

$$T = \frac{2}{3} \frac{P}{a'b} \dots \dots \dots (2),$$

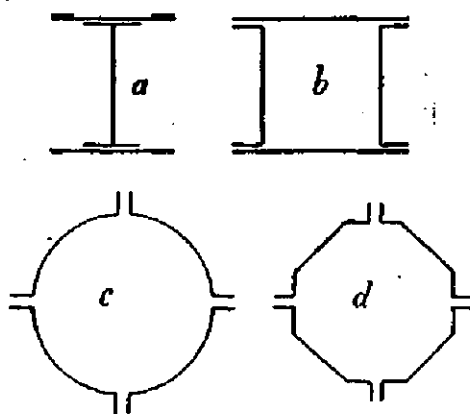
гдѣ  $a'$  есть длина  $AM$ ,  $b$ —размѣръ площади основанія, перпендикулярный къ плоскости чертежа.

Эти формулы, конечно, справедливы только до предѣла упругости но такъ какъ камни — тѣла мало пластичныя и послѣ перехода предѣла упругости сжимаемость ихъ не очень сильно измѣняется, то и за этимъ предѣломъ формулы будутъ приблизительно вѣрны. Поэтому, полагая въ нихъ  $T$  равнымъ тому сопротивленію, которое найдено изъ опытовъ, при давленіи, идущемъ по оси, найдемъ величины раздробляющихъ эксцентрическихъ давленій  $P$ .—Опыты Баушингера очень близко сходятся съ результатами этой теоріи; это видно изъ слѣдующей таблицы, гдѣ выписаны величины раздробляющихъ грузовъ какъ полученныхъ на опытѣ Баушингеромъ, такъ и вычисленныхъ по формуламъ (1) для 1-го опыта и (2) для 2-го и 3-го опыта; при этомъ взято было  $T = 700$  кил., т. е. то число, которое получилось при раздробленіи кубовъ, изъ того же матеріала, когда давленіе было направлено по оси куба.

№	Раздробляющій грузъ	
	найденный на опытѣ.	вычисленный.
1	45 тоннъ	42,7
2	24 »	24,4
3	13 »	12,5

Упомянутая теорія эксцентрическаго сжатія приводитъ между прочимъ къ тому заключенію, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ сопротивленіе бруска увеличится, если отбросимъ вовсе часть его  $EBDF$  (рис. 16), такъ чтобы усиліе  $P$  дѣйствовало по оси оставшагося бруска  $AECF$ ; этотъ результатъ иногда считаютъ парадоксальнымъ, но опыты Баушингера подтверждаютъ его.

2. Американскіе опыты надъ сопротивленіемъ раздавливанію высокихъ клепаныхъ желѣзныхъ стоекъ <sup>1)</sup>. Наши свѣдѣнія о сопротивленіи такихъ



Фиг. 17.

стоекъ основаны на опытахъ Годкинсона. Новѣйшіе американскіе опыты имѣютъ передъ ними то преимущество, что были произведены надъ стойками такихъ размѣровъ, какія употребляются въ практикѣ (длина стоекъ больше 8 м., толщина желѣза до 3 см.). Стойки же, испытанныя Годкинсономъ, имѣли очень небольшіе размѣры и были клепаны изъ очень тонкаго желѣза. Испытанные въ Америкѣ стойки

<sup>1)</sup> Civilingenieur, 1878, s. 18.

изображены въ разрѣзѣ на фиг. 17. Формы *c* и *d* нынѣ употребляются очень часто и не были испытаны Годкинсономъ, который сдѣлалъ много опытовъ надъ круглыми стойками безъ реберъ. Нѣкоторыя изъ стоекъ, испытанныхъ въ Америкѣ, имѣли плоскіе концы, другіе шарниры на обоихъ концахъ, стѣнки были какъ сплошныя, такъ и рѣшетчатыя, и затѣмъ стойки различались между собою способомъ клепки. Хотя испытано было много стоекъ, но каждаго сорта всего по нѣскольку. Отчасти вслѣдствіе этого, а отчасти вслѣдствіе сложности вопроса, получились такіе результаты, что нельзя вывести изъ нихъ заслуживающую довѣрія эмпирическую формулу, которая бы давала зависимость сопротивленія отъ размѣровъ стойки. Въ видѣ примѣра неправильностей укажемъ, что сопротивленія для стоекъ I-образнаго поперечнаго сѣченія, имѣющихъ шарнирные концы, обнаружили, что сопротивленія эти тѣмъ больше, чѣмъ больше отношеніе длины стойки къ поперечному размѣру ея, а конечно— должно было бы быть обратное. По крайней мѣрѣ опыты эти приводятъ къ важному для практики заключенію, что формулы Люизъ Гордона, которыя такъ часто употребляются при опредѣленіи размѣровъ стоекъ <sup>1)</sup>, даютъ вполнѣ безопасные результаты. На опытѣ всегда получался разрушающій грузъ большій чѣмъ тотъ, который дается формулою Л. Гордона. Обыкновенно же считаютъ, что стойки, имѣющія шарниры на обоихъ концахъ, въ три раза слабѣе стоекъ съ плоскими концами; американскіе опыты не подтверждаютъ этого; хотя стойки съ шарнерными концами оказывались обыкновенно слабѣе, чѣмъ съ плоскими, но ослабленіе не было такъ велико, какъ это предполагаютъ. Во всякомъ случаѣ, до окончательнаго разъясненія этого вопроса, лучше придерживаться прежнихъ правилъ.

### III. Изученіе свойствъ употребительныхъ матеріаловъ.

**Строеніе желѣза и стали** было разъяснено опытами Lechatelier <sup>2)</sup>. Онъ бралъ кусокъ желѣза, полученнаго пудлинговымъ способомъ, и нагрѣвалъ его до темно-краснаго каленія въ струѣ хлора. При этомъ желѣзо превращалось въ весьма летучее соединеніе съ хлоромъ—двухъ-хлористое желѣзо, которое уносилось и оставался скелетъ взятаго кусочка, состоящій изъ нѣжныхъ тонкихъ нитокъ, сохранявшій форму взятаго куска. Когда же былъ взятъ кусочекъ листового желѣза, получался скелетъ, который можно было раздѣлять на отдѣльные листы, какъ книгу; при испытаніи проволокъ получался скелетъ,

<sup>1)</sup> См. курсъ подъемныхъ машинъ И. А. Вышнеградскаго, часть II, стр. 62.

<sup>2)</sup> Ann. de chemie et de physique, 1876, t. 8, p. 142. Revue univers des mines, 1877, t. 2, p. 340.

волокна котораго шли по оси проволоки. Такіе скелеты суть ни что иное, какъ шлаки, запутавшіеся въ массѣ желѣза, при пудлингованіи, и не выдѣлывшіеся при его обработкѣ. Присутствіемъ своимъ они обусловливаютъ такъ называемую волокнистость желѣза, т. е. особый видъ поверхности разрыва, а также ослабленіе сопротивленія желѣза по извѣстнымъ направленіямъ; въ брусковомъ и полосовомъ желѣзѣ сопротивленіе поперекъ длины должно быть гораздо меньше, чѣмъ по направленію длины и, дѣйствительно, Schock нашель, что сопротивленіе такихъ брусковъ поперекъ ихъ длины составляетъ, въ среднемъ, около 2 300 кил. на квадр. сант., а иногда оно только 700, между тѣмъ по длинѣ оно было около 4.000 к. <sup>1)</sup>). Извѣстно также, что—листовое желѣзо представляетъ очень слабое сопротивленіе разслоенію по плоскостямъ, параллельнымъ плоскости листа <sup>2)</sup>); причина этого листовки шлаковаго скелета. Шлаки выдѣляются изъ желѣза тѣмъ лучше, чѣмъ выше температура при пудлингованіи и чѣмъ они легкоплавче. Когда ихъ остается очень немного въ желѣзѣ, получается такъ называемое мелкозернистое желѣзо, которое нѣсколько крѣпче волокнистаго; оно получается если въ пудлинговой печи температура высока, шлаки легкоплавки, отъ присутствія щелочей и марганца, и желѣзо легкоплавко, вслѣдствіе содержанія углерода; однако въ немъ все-таки остается нѣкоторое количество запутавшихся шлаковъ, что и нашель Лешателье <sup>3)</sup>). Но это количество незначительно и потому поверхность мелкозернистаго желѣза однороднѣе, чѣмъ волокнистаго, и лучше принимаетъ полировку. По той же причинѣ проволоку всегда тянутъ изъ мелкозернистаго, желѣза, а не волокнистаго. Совершенно выдѣлать шлаки можно только тогда, когда желѣзо или сталь получаютъ совершенно въ жидкомъ видѣ, при чемъ также заботятся о легкоплавкости шлаковъ, въ особенности если получаютъ мягкое желѣзо. Поэтому, при прокаливаніи литого желѣза или стали въ струѣ хлора или вовсе не получается шлаковаго скелета, или небольшой <sup>4)</sup>), и вслѣдствіе этого матеріалы эти не представляютъ того ослабленія сопротивленія, по нѣкоторымъ направленіямъ, которое замѣчается у пудлинговыхъ. Они совершенно однородны, по всѣмъ направленіямъ, крѣпче пудлинговыхъ матеріаловъ, мягче и пластичнѣе ихъ, вслѣдствіе уничтоженія шлаковъ, а не вслѣдствіе какой-нибудь прибавки къ желѣзу.

Употребленіе стали для построекъ, кораблей, паровыхъ котловъ и машинъ. При употребленіи стали, вмѣсто желѣза, получаютъ предметы болѣе легкіе и болѣе дешевые; стальные части всегда можно сдѣлать съ большимъ запасомъ прочности, чѣмъ желѣзные, а слѣдовательно—

<sup>1)</sup> Engineering, vol. 24, s. 53.

<sup>2)</sup> Записки И. Р. Т. О. 187.

<sup>3)</sup> См. Lechatelier. Note etc. въ annales des mines, 1874 года, томъ 6, стр. 216.

<sup>4)</sup> Revue universelle des mines 1877, t. 2, p. 340.

стальные будутъ служить дольше, чѣмъ желѣзныя; стальные корабли, вслѣдствіе своей легкости, могутъ при томъ же водоизмѣщеніи, поднимать большій грузъ. Вслѣдствіе этого техники стремились замѣнить желѣзо сталью. Но сталь весьма медленно входила въ употребленіе, и, за немногими исключеніями, почти не вытѣснила желѣза; въ нѣкоторыхъ случаяхъ лица, начавшія употреблять сталь, оставили ее и вернулись къ желѣзу. Имѣются факты, какъ будто даже оправдывающіе недоувѣріе къ стали; случалось, что совершенно готовыя стальные вещи ломались, безъ всякихъ видимыхъ причинъ, другія ломались во время клепки ихъ и сама сталь, если приходилось нагрѣвать ее, чтобы согнуть или выпрямить ее, тоже ломалась. Поэтому морскія страховыя компаніи до послѣдняго времени не признавали большой прочности стали, сравнительно съ желѣзомъ, и не принимали страхованіе стальныхъ судовъ наравнѣ съ желѣзными. Однако, мало-по-малу, свойства стали разъяснялись и хотя осталось еще нѣсколько темныхъ вопросовъ, дѣло изученія ея настолько подвинулось, что теперь она нашла для себя много практическихъ примѣненій.

Въ Англии, кромѣ изготовленія заводскихъ котловъ, сталь употребляется нынѣ и на изготовленіе локомотивныхъ котловъ и рамъ къ нимъ. Нѣкоторыя обстоятельства имѣютъ большое значеніе для успѣшности примѣненія стали. Лучше не употреблять жесткую сталь, хотя сопротивленіе ея разрыву значительно больше, чѣмъ мягкой стали, такъ какъ она худо выдерживаетъ удары и легко закаливается, при чемъ дѣлается очень хрупкой. Кромѣ того, ее легко испортить—при изготовленіи разныхъ издѣлій. Даже сталь средней мягкости требуетъ большихъ предосторожностей, при обращеніи съ нею, и другихъ приемовъ, чѣмъ желѣзо. Это было хорошо выяснено при изготовленіи стальныхъ кораблей во Франціи, въ Брестѣ и Лоріенѣ; тамъ употреблялась сталь довольно мягкая, имѣвшая сопротивленіе разрыву около 4.700—5.000 килогр. на квадр. сант., и дававшая удлиненіе около 20—25%. Тѣмъ не менѣе, сталь эта обладала способностью закаливаться, при чемъ сопротивленіе разрыву въ ней возрастало до 7.000 и больше, а удлиненіе при этомъ было очень мало.

Сталь дѣлается хрупкой не только отъ быстрого охлажденія, но и отъ приложенія къ ней значительныхъ усилій, напр., при пробиваніи дыръ, разрѣзки ножницами, сильныхъ ударахъ молоткомъ, при изгибаніи, и проч.; такимъ образомъ, сталь была бы совсѣмъ испорчена обработкою, если бы въ ней нельзя было возстановить ея прежнюю мягкость. Послѣднее достигается посредствомъ отжиганія, т. е. накаливанія докрасна и затѣмъ медленнаго охлажденія.

Сталь еще болѣе мягкая менѣе чувствительна къ ударамъ, давленіямъ и пр. и потому легче обрабатывается, но все-таки нуждается въ отжигѣ, послѣ окончанія механическихъ работъ.—Сталь же еще болѣе жесткая, чѣмъ употребленная въ Брестѣ и Лоріенѣ, потребо-

вала бы большихъ предосторожностей при работѣ надъ нею и при небольшомъ недосмотрѣ была бы испорчена, при чемъ не было бы никакихъ видимыхъ признаковъ порчи.—Вотъ почему предпочитаютъ употреблять для издѣлій мягкую сталь.

Страховая компанія «Ллойдъ», въ Англіи, въ послѣднее время разрѣшила принимать къ страхованію стальные суда, у которыхъ толщина листовъ корпуса, угольниковъ и проч. частей на 20% меньше, чѣмъ для желѣза, если только сталь удовлетворяетъ слѣдующимъ условіямъ: 1) сопротивленіе разрыву отъ 27 до 31 тоннъ на квадрат. дюймъ, т. е. отъ 4.250 до 4.880 килогр. на квадрат. сантиметръ; 2) удлиненіе при разрывѣ 20%, при длинѣ 8 дюйм., 3) полоски стали, нагрѣтыя до вишневокраснаго каленія и закаленные въ водѣ (темп. 28° С.), должны выдержать, безъ трещинъ, загибаніе на 180 градусовъ, вокругъ круглаго стержня, котораго діаметръ равенъ тройной толщинѣ полоски.—Это третье условіе введено затѣмъ, чтобы исключить жесткую сталь, которая не можетъ выдержать этой пробы <sup>1)</sup>).

Комиссія «Board of Trade», въ Англіи, также стоитъ за мягкую сталь. Въ своемъ докладѣ она предлагаетъ допускать въ стальныхъ постройкахъ напряженіе стали до 6½ тоннъ на кв. дюймъ, хотя для желѣза она допускаетъ только напряженіе, равное 5 тоннамъ. Комиссія предполагаетъ также, что иногда можно допускать и большія напряженія для стали, но съ условіемъ, чтобы каждый подобный случай былъ рассмотрѣнъ особо и всякій разъ получено специальное разрѣшеніе на допущеніе большихъ напряженій.

Новыя правила французскаго морскаго министерства также допускаютъ только мягкую сталь.

Вообще большинство инженеровъ и заводчиковъ отдаетъ предпочтеніе мягкой стали и не довѣряетъ жесткой; однако, есть исключенія; такъ напр., Сименсъ и самъ употребляетъ, и рекомендуетъ употреблять очень жесткую сталь.—Онъ сдѣлалъ котель для сжатого воздуха, изъ стали, съ сопротивленіемъ разрыву 7.090 килогр. на квадрат. сант., и удлиненіе которой, при разрывѣ, составляетъ всего 8—10%, при чемъ болты для этого котла сдѣланы изъ стали, имѣющей сопротивленіе въ 7.875 килогр. Котель этотъ имѣетъ конструкцію, совсѣмъ отличную отъ общепринятой; онъ сдѣланъ вовсе безъ заклепокъ и состоитъ по длинѣ изъ отдѣльныхъ колецъ, раскатанныхъ изъ болванокъ, на шинопровальной машинѣ. Эти кольца имѣютъ небольшіе фланцы по своимъ концамъ, причемъ фланцы смежныхъ колесъ просто прижаты одни къ другимъ, помощью большого числа длинныхъ болтовъ, идущихъ отъ одного полушароваго дна котла къ другому. Для уничтоженія просачиванія воздуха во фланцахъ, проложены кольца изъ толстой мѣдной проволоки, помѣщаеміяся въ же-

<sup>1)</sup> Engineering, vol. 25, s. 34.

лобкахъ, которые выточены для этой цѣли во фланцахъ <sup>1)</sup>). Эта особенность конструкціи вызвана между прочимъ тѣмъ, что сталь очень жесткую при изгибаніи и заклепываніи легко можно было бы испортить.

**Паровые котлы** слѣдуетъ дѣлать тоже изъ мягкой стали; здѣсь жесткость еще вреднѣе, чѣмъ въ стали, назначаемой для постройки корпуса кораблей. Комиссія, назначенная «Ллойдомъ», предполагаетъ допустить употребленіе для котловъ стали—съ сопротивленіемъ отъ 26 до 30 тоннъ на кв. д., причемъ сталь должна выдерживать такую же пробу закалкой, какая установлена для корабельной стали. Комиссія предполагаетъ требовать, чтобы листы, на которыхъ отгибаются фланцы или выгнутые, были, по окончаніи работы, непременно отожжены. При этихъ условіяхъ разрѣшается дѣлать наружную цилиндрическую оболочку котла, связи и скрѣпленія его изъ листовъ, которые на 25<sup>0</sup>/<sub>0</sub> тоньше, чѣмъ для желѣза. Части же котла, которыя подвергаются сжатію (т. е. внутреннія трубы), и плоскія поверхности, находящіяся въ огнѣ, должны имѣть тѣ же размѣры, какъ это принято для желѣза. Плоскія же поверхности, не находящіяся въ огнѣ,— изъ листовъ на 12<sup>0</sup>/<sub>0</sub> тоньше, чѣмъ это принято для желѣза <sup>2)</sup>).

Послѣднее правило основано на опытахъ Бойда <sup>3)</sup>).

Еще недостаточно хорошо извѣстно, какъ сталь выдерживаетъ непосредственное дѣйствіе пламени и лучистой теплоты топлива.— Часто замѣчали, въ стальныхъ огневыхъ коробкахъ локомотивовъ, образованіе особыхъ трещинъ, направляющихся лучами отъ окружностей заклепочныхъ дыръ, вслѣдствіе чего приходилось замѣнять въ этихъ коробкахъ сталь мѣдью.

Другой неразъясненный вопросъ—есть дѣйствіе воды на сталь. Неизвѣстно, будетъ ли сталь въ котлахъ ржавѣть больше, чѣмъ желѣзо, или меньше. Такъ какъ стальные листы въ котлахъ тоньше желѣзныхъ, то ржавчина для стали опаснѣе, чѣмъ для желѣза. Съ другой стороны, можно думать, что, вслѣдствіе однородности стали, она будетъ ржавѣть меньше желѣза, или, по крайней мѣрѣ, ржавчина будетъ разъѣдать ее равномернѣе, чѣмъ желѣзо.

**Заклепочныя дыры въ стали.** Извѣстно, что нѣкоторые сорта желѣза, преимущественно жесткіе, оказываютъ, послѣ пробиванія въ нихъ дыръ, значительно меньшее сопротивленіе, чѣмъ первоначальное. Въ стали пробиваніе дыръ производитъ то же ослабленіе сопротивленія, притомъ болѣе значительное, чѣмъ для желѣза; часто оно составляетъ 30<sup>0</sup>/<sub>0</sub> первоначальнаго сопротивленія. Ослабленіе это больше для жесткой стали, чѣмъ для мягкой, больше для толстыхъ листовъ, чѣмъ для тонкихъ. Вагба приводитъ результатъ испытанія тонкаго

<sup>1)</sup> Id. 25, s. 308.

<sup>2)</sup> Engineering, vol. 25, s. 131.

<sup>3)</sup> Id. 25, стр. 310 и 320.

листа (10 мм.) очень мягкой стали (сопротивление 4.000 к., удлинение при разрывѣ 28%), при чемъ первоначальное сопротивление разрыву уменьшилось на 25%. Пробиваніе дыры измѣняетъ свойства металла, ее окружающаго, дѣлаетъ металлъ жесткимъ; впрочемъ это измѣненіе не распространяется далеко и достаточно снять кругомъ дыры небольшое кольцо въ 1,5 мм. толщиной, чтобы совершенно уничтожить ослабленіе матеріала. Если дыры не пробиваются, а сверлятся, ослабленія сопротивленія не замѣчено. Поэтому и принято—дыры въ стальныхъ листахъ сверлить, а не пробивать, или пробивать дыру меньшую, чѣмъ требуется и затѣмъ разсверливать ее.

Сверленіе дыръ обходится дороже пробиванія ихъ и потому до сихъ поръ многіе не хотятъ отказаться отъ пробиванія. Изыскивая



Фиг. 18.

средства по возможности уменьшить вредъ, приносимый пробиваніемъ, нашли два слѣдующія. Первое изъ нихъ, довольно давно извѣстное, есть коническое пробиваніе, т. е. діаметръ дыры въ матрицѣ дѣлается замѣтно больше діаметра пуансона, такъ что дыра въ листѣ выходитъ коническая. Другое средство, недавно предложенное, есть спиральный пуансонъ Кеннеди; этотъ пуансонъ ограниченъ на пробивающемъ концѣ не плоскостью, какъ обыкновенный пуансонъ, а особаго вида винтовою поверхностью (фиг. 18), такъ что срѣзываетъ металлъ не сразу по всей окружности дыры, а постепенно. Вслѣдствіе этого, усиліе, потребное для пробиванія дыры, меньшее, чѣмъ при обыкновенномъ пуансонѣ, а потому и порча стали должна быть меньше.

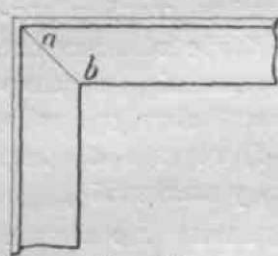
**Заклепки** для стальныхъ листовъ большею частью желѣзныя и діаметръ ихъ такой, какой слѣдуетъ по расчету для желѣзнаго листа, для той же цѣли. Есть успѣшныя попытки употребленія желѣзныхъ заклепокъ изъ очень мягкой стали; часто боятся, что головки стальныхъ заклепокъ будутъ легко пережжены при заклепываніи, но Бойдъ нашель, что эти головки выходятъ значительно крѣпче желѣзныхъ.

**Сварка стали.** Даже очень мягкая сталь сваривается хуже пудлинговаго или кричнаго желѣза, что вѣроятно происходитъ вслѣдствіе отсутствія шлаковъ въ первой. Въ самомъ дѣлѣ, при нагрѣваніи, поверхность свариваемыхъ предметовъ покрывается слоемъ окиси, которая, при существованіи шлаковъ, соединяется съ ними и затѣмъ удаляется при проковкѣ, а если шлаковъ нѣтъ, то окись остается и мѣшаетъ свариванію.

Поэтому, если свариваемый шовъ замазать глиной, чтобы прекратить доступъ воздуха къ нему, сварка литой стали удастся лучше, чѣмъ при открытомъ швѣ <sup>1)</sup>.

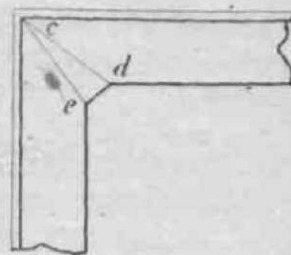
<sup>1)</sup> Engineering, vol. 23, s. 237,

Сварка стали съ желѣзомъ должна происходить легче, чѣмъ со сталью, потому что, въ этомъ случаѣ, одинъ изъ свариваемыхъ кусковъ имѣетъ шлаки. Очень часто не удавалась сварка изогнутаго угольника по линіи *ab* (фиг. 19); когда же вмѣсто сварки былъ положенъ треугольный кусочекъ желѣза *cde* (фиг. 20), получились гораздо лучше результаты. Въ настоящее время затрудненія по сваркѣ



Фиг. 19.

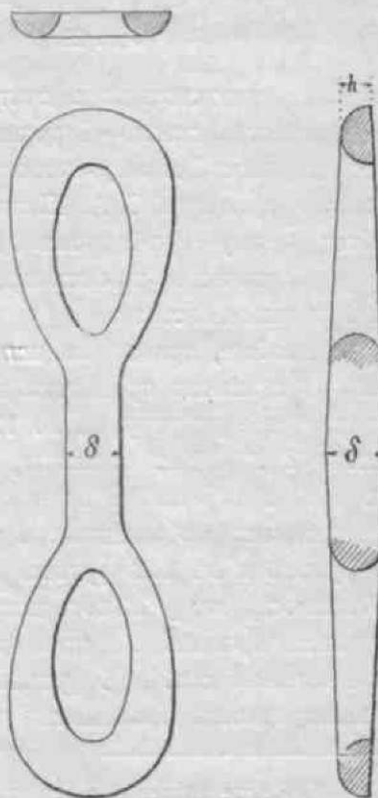
стали въ значительной степени преодолѣны; во Франціи сваривали даже пакеты изъ обрѣзковъ стальныхъ листовъ и получали сталь, имѣвшую сопротивленіе разрыву въ 4.300 килогр. и удлиненіе при разрывѣ 25%.



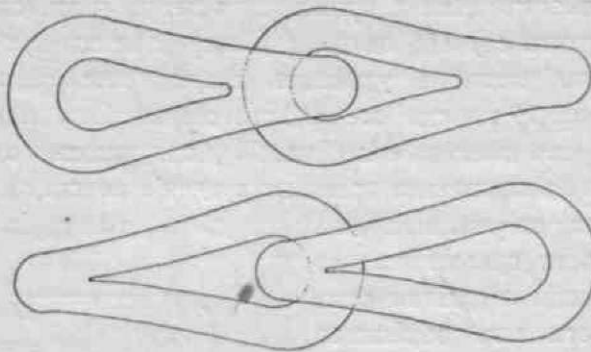
Фиг. 20.

На выставкахъ въ Филадельфіи и въ Парижѣ, въ шведскомъ отдѣлѣ, было много образцовъ сварки—даже жесткихъ сортовъ стали.— Пробуютъ даже готовить изъ мягкой стали цѣпи, со сваренными эллиптическими звеньями; такая цѣпь, бывшая на парижской выставкѣ, дала сопротивленіе разрыву 3.800 кил. и получила при разрывѣ удлиненіе на 40% первоначальной длины.

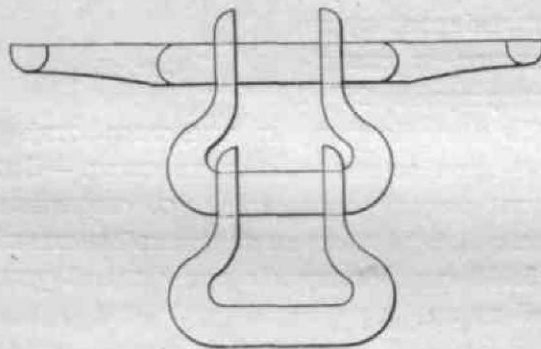
Стальные цѣпи, впрочемъ, рѣдко дѣлаются изъ сваренныхъ звеньевъ, а чаще готовятся безъ сварки. Фиг. 21 изображаетъ звено такой цѣпи, выкованное изъ плоскаго бруска стали; звенья загибаются и вдѣваются одно въ другое, образуя цѣпь, изображенную на фиг. 22 и 23. Для перваго вида цѣпей употребляются барабаны, на поверхности которыхъ имѣются впадины, формой своей соответствующія формѣ звеньевъ, а для цѣпей втораго вида употребляются зубчатые барабаны, такіе же, какъ для цѣпей Галля. Сопротивленіе разрыву такихъ цѣпей разное, смотря по сорту стали. Если сталь мягкая, сопротивленіе —  $6.500 d^2$  и удлиненіе при разрывѣ — около 13%; для болѣе жесткой стали сопротивленіе равно  $7.280 d^2$ , а удлиненіе при разрывѣ около 6% (числа эти относятся къ цѣпямъ перваго вида; цѣпи втораго вида слабѣе).



Фиг. 21.



Фиг. 22.



Фиг. 23.

Конечно, такое увеличение сопротивления происходит не только от замены железа сталью, но также и от того, что форма стальной цепи совсем другая, более выгодная для сопротивления, и шаг стальной цепи, при том же  $d$ , гораздо больше, чем у железной<sup>1)</sup>.

Стальные проволочные нити употребляются теперь для цепных мостов, проволочных железных дорог и для подъема руды—при больших глубинах шахты.—Проволока дѣлается изъ стали наилучшаго качества, приготовляемой тигельнымъ способомъ, который хотя и гораздо

дороже, но до сихъ поръ считается наиболее обеспечивающимъ отличныя свойства стали.—Впрочемъ, иногда приготовляютъ проволоку изъ бессемеровской и мартеновской стали. Испытаніе разныхъ проволокъ, произведенное въ С.-А. Штатахъ, при постройкѣ моста черезъ East-River, между Нью-Йоркомъ и Бруклиномъ, показало, что сопротивление и прочія качества такихъ проволокъ мало отличаются отъ проволокъ изъ тигельной стали.

Вообще, при этомъ испытаніи, оказалось, что лучшія гальванизированныя стальные проволоки въ 4 миллиметра діаметромъ имѣютъ сопротивление разрыву около 12.000 кил., при наибольшемъ удлинении около  $2\frac{1}{2}\%$ . Весьма важно, чтобы проволоки были однородны, т. е. по всей длинѣ имѣли одинаковое сопротивление. Для изслѣдованія этой однородности, отъ одного и того же бунта отрѣзывались куски, въ 5 футовъ и въ 100 футовъ длиною, и сравнивались на сопротивленія. Оказалось, что у нѣкоторыхъ заводовъ сопротивленія длинныхъ и короткихъ проволокъ одинаковы, а у другихъ проволоки 100-футовая значительно слабѣе 5-футовыхъ (иногда на  $29\%$ ), что указываетъ на неоднородность проволокъ<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Revue universelle des mines, 1877, vol. 2, p. 391.

<sup>2)</sup> См. Engineering, томъ 23, стр. 134.

Относительно употребленія стальныхъ канатовъ въ рудникахъ имѣются данныя изъ рудника въ Прибрамѣ. Тамъ прежде употреблялись желѣзные канаты такихъ размѣровъ, чтобы растягивающій грузъ производилъ наибольшее напряженіе, равное  $\frac{1}{3}$  сопротивленія разрыву (при этомъ не было принято въ расчетъ напряженіе, происходящее въ канатѣ отъ его изгибанія на блокахъ и барабанѣ). Такіе канаты приходилось перемѣнять черезъ каждые  $5\frac{1}{2}$  мѣсяцевъ. Ихъ замѣнили стальными, такихъ размѣровъ, что растягивающій грузъ производилъ напряженіе въ  $\frac{1}{6}$  разрывающаго; срокъ службы ихъ оказался 22 мѣсяца <sup>1)</sup>.

Преимущество стальныхъ канатовъ передъ желѣзными конечно происходитъ не отъ особеннаго свойства стали, а отъ того, что въ стальномъ канатѣ есть гораздо большій запасъ прочности, чѣмъ въ желѣзномъ. При глубинѣ рудника въ Прибрамѣ (828 метровъ), нельзя допустить очень большого запаса прочности для желѣзнаго каната, такъ какъ собственный вѣсъ его выйдетъ очень великъ и поневолѣ приходится ограничиваться тройнымъ или четвернымъ запасомъ; поэтому здѣсь употребленіе стали очень полезно.

**Бронза.** Улучшеніе качествъ ея, посредствомъ прибавленія къ ней марганца. Парсонсъ изготовляетъ марганцовую бронзу, качества которой оказываются лучше обыкновенной бронзы, даже при отливкѣ въ песчанья формы.

Значеніе прибавки марганца состоитъ въ томъ, что онъ очищаетъ мѣдь отъ окисла, который обыкновенно въ ней содержится, причемъ марганецъ соединяется съ кислородомъ этого окисла и переходитъ въ шлакъ, т. е. здѣсь онъ дѣйствуетъ точно такъ же, какъ при изготовленіи стали.

Марганцовая бронза Парсонса куется какъ на холоду, такъ и нагрѣтая докрасна; ее можно вальцовать въ очень тонкіе листы и тянуть проволоку и трубы. Въ слѣдующей таблицѣ приведены результаты испытаній ея, произведенныхъ въ Вульвичскомъ арсеналѣ:

	Предѣлъ упругости.	Сопротивле- ніе разрыву.	Удлине- ніе при раз- рывѣ.
Мягкій литой металлъ, безъковки . . . . .	2190	3830	8,75
Онъ же, прокованный . . . . .	1890	4570	31,8
Очень жесткій, литой . . . . .	2650	3720	3,8
Онъ же, прокованный . . . . .	1890	4770	20,75
Послѣ холодной вальцовки. . . . .	5420	6240	11,6
Кованный и отожженный . . . . .	2610	4840	20,6

<sup>1)</sup> Dingler's Pol. Journal, Bd. 219, s. 467.

Провальцованный въ холодномъ видѣ и отожженный . . . . .	2280	4580	18,3
Очень мягкій, провальцованный, нагрѣтый.	1730	4570	45,6
Листъ толщиною въ 2 миллиметра, вдоль волоконъ . . . . .	2280	4850	34,1
Онъ же, поперекъ волоконъ . . . . .	2630	4740	28,8

Такимъ образомъ механическія свойства литой марганцовой бронзы такія же, какъ желѣза средней жесткости, а свойства кованаго и вальцованнаго металла—какъ мягкой литой стали.—Слѣдуетъ замѣтить, что, вѣроятно, всѣ эти образцы были отлиты не въ песокъ, а въ металлическія изложницы, такъ что повышеніе качествъ ихъ зависитъ главнымъ образомъ отъ этого способа отливки и отъ послѣдующей обработки и лишь отчасти можетъ быть приписано дѣйствию марганца.

**Вліяніе температуры на механическія свойства бронзы.** Извѣстно, что обыкновенная бронза, при сильномъ нагрѣваніи, дѣлается слабою и хрупкою, но до сихъ поръ не знали въ точности, при какой температурѣ ослабленіе это начинается становится замѣтнымъ и какъ оно велико. Для разъясненія этого вопроса, въ прошломъ году, въ Портсмутскомъ докѣ, были произведены опыты. Они имѣли цѣлью, кромѣ того, узнать, не будетъ ли бронза представлять преимущество передъ чугуномъ—при изготовленіи коробокъ—для предохранительныхъ и стопорныхъ клапановъ и другихъ частей паровыхъ котловъ, подвергающихся высокой температурѣ. При опытахъ бруски нагрѣвались въ маслѣ и затѣмъ опредѣлялось сопротивленіе ихъ разрыву и удлиненіе. Нѣкоторыя изъ полученныхъ чиселъ приведены въ слѣдующей таблицѣ, причѣмъ сопротивленіе при обыкновенной температурѣ принято за единицу <sup>1)</sup>.

Темпер. Ц.	Обыкновенная бронза.		Та же бронза.		Фосфористая бронза.		Мюндметалъ.		Красная иль.		Чугунъ.	
	Сопр.	Удл.	Сопр.	Удл.	Сопр.	Удл.	Сопр.	Удл.	Сопр.	Удл.	Сопр.	Удл.
Обыкновен.	1	12,5%	1	8,75	1	17,5	1	2,5	1	2,5	1	0,00
110	0,91	10			1	18	0,98	3,9	0,99	5	0,92	0,00
165	0,93	10	0,51	0,66	0,94	12	0,93	2,5	0,98	6	1,02	0,00
220	0,46	0,75			0,70	5	0,89	2,25	0,96	6	0,84	0,00
275	0,46	0,00			0,70	5	0,90	5	0,90	6	0,84	0,90

<sup>1)</sup> Engineering, vol. 24, s. 273.

Составы испытываемых сплавовъ были слѣдующіе: обыкновенная бронза содержала мѣди 87,75 ч., олова 9,75 ч., цинка 2,5 ч.; фосфористая бронза—мѣди 92,5 ч., олова 7 ч., фосфора 0,5 ч.; мюнцъ-металлъ—мѣди 74 и цинка 38.

Итакъ, бронза, при температурѣ около  $200^{\circ}$  С, имѣетъ сопротивленіе вдвое меньшее, чѣмъ при обыкновенной температурѣ, и при этомъ она почти вдвое слабѣе чугуна и почти вовсе не имѣетъ пластичности, какъ этотъ металлъ. Въ этомъ отношеніи фосфористая бронза гораздо лучше обыкновенной.—Свойства красной мѣди и мюнцъ-металла мало измѣняются при нагрѣваніи даже до  $275^{\circ}$  и потому ихъ безопасно употреблять въ паровыхъ котлахъ. Испытанія были также распространены и на желѣзо и сталь и получены результаты, подтверждающіе прежде извѣстное, т. е. при  $200^{\circ}$  С желѣзо и сталь имѣютъ сопротивленіе нѣсколько большее, а пластичность значительно меньшую, чѣмъ при обыкновенной температурѣ.

## VI. Приложение теоремы Лорда Рэйлэя къ вопросамъ строительной механики <sup>1)</sup>).

1. Цѣль настоящей статьи заключается въ томъ, чтобы показать на нѣсколькихъ примѣрахъ, какое значеніе можетъ имѣть для строительной механики весьма замѣчательная, относящаяся къ области общей статики, теорема, которая была найдена лордомъ Рэйлэемъ въ 1874 году и которую онъ назвалъ *теоремой взаимности* (reciprocal theorem) <sup>2)</sup>. Сущность этой теоремы и область ея примѣненія всего лучше выясняется при нижеслѣдующемъ изложеніи ея доказательства, которое мы заимствуемъ изъ замѣчательнаго сочиненія лорда Рэйлэя по теоріи звука <sup>3)</sup>.

Вообразимъ себѣ произвольную консервативную систему и будемъ разсматривать различныя положенія ея весьма мало удаленныя отъ положенія *естественнаго* равновѣсія, т. е. того равновѣснаго положенія, которое получается, когда на систему вовсе не дѣйствуютъ внѣшнія силы, и она предоставлена своимъ внутреннимъ силамъ, представляющимъ связь между ея отдѣльными частями. Различныя положенія разсматриваемой системы мы будемъ задавать величинами обобщенныхъ координатъ ея, т. е. независимыхъ координатныхъ параметровъ, опредѣляющихъ ея положенія; эти координаты обозначимъ чрезъ

$$\psi_1, \psi_2, \psi_3$$

и будемъ считать ихъ величины начиная отъ состоянія естественнаго равновѣсія. Тогда, какъ извѣстно, потенциальная энергія для произ-

<sup>1)</sup> Извѣстія Санктпетербургскаго Практическаго Технологическаго Института 1883 и 1884 годы.

<sup>2)</sup> См. статьи Рэйлэя «A Statical Theorem» въ журналѣ *Philosophical Magazine* за декабрь 1874 и мартъ 1875 года.

<sup>3)</sup> См. *The theory of sound* by J. W. Strutt, Baron Raileigh; IV и V главы перваго тома этого сочиненія посвящены изложенію общихъ законовъ равновѣсія и колебаній консервативныхъ системъ, и здѣсь, кромѣ указанной теоремы, находится еще нѣсколько принадлежащихъ Рэйлэю теоремъ, имѣющихъ большое значеніе для теоріи упругости. См. также статью того же автора «General Theorems relating to Equilibrium and Initial and Steady Motion» въ *Phil. Mag.* Т. 49, стр. 218.

вольнаго состоянія системы, т. е. работа внутреннихъ силъ, которая будетъ приобрѣтена при переходѣ отъ выбраннаго нами положенія системы къ состоянію естественнаго равновѣсія, есть цѣлая однородная функція второго порядка отъ координатъ; называя эту энергію черезъ  $V$ , можемъ написать

$$V = \frac{1}{2} c_{11} \psi_1^2 + \frac{1}{2} c_{22} \psi_2^2 + \frac{1}{2} c_{33} \psi_3^2 + \dots + c_{12} \psi_1 \psi_2 + c_{13} \psi_1 \psi_3 + c_{23} \psi_2 \psi_3 + \dots \quad (1)$$

гдѣ

$$c_{11}, c_{22}, c_{33}, c_{23}$$

постоянные для данной системы коэффициенты.

Внѣшнія силы, приложенныя къ системѣ, также будемъ обозначать обобщеннымъ способомъ, и пусть силы, соотвѣтствующія координатамъ

$$\psi_1, \psi_2, \psi_3 \dots$$

будутъ

$$W_1, W_2, W_3 \dots$$

то-есть элементарная работа внѣшнихъ силъ для перемѣщеній

$$\delta\psi_1, \delta\psi_2 \dots$$

будетъ выражаться суммой:

$$W_1 \delta\psi_1 + W_2 \delta\psi_2 + W_3 \delta\psi_3 + \dots$$

Координаты  $\psi_1, \psi_2 \dots$  и соотвѣтствующія имъ силы  $W_1, W_2, W_3 \dots$  будемъ называть координатами и силами перваго, второго и т. д. типовъ; эти величины для разныхъ типовъ не должны быть непремѣнно однородными, и въ этомъ отношеніи между ними можетъ быть существенная разница; употребляя систему обобщенныхъ координатъ получаемъ, что нѣкоторыя изъ величинъ

$$W_1, W_2, W_3 \dots$$

будутъ силы въ общепринятомъ значеніи этого слова, другія же будутъ пары силъ, или силы приходящіяся на единицу поверхности и т. под.; также нѣкоторыя изъ координатъ могутъ быть величинами линейными, а другія координаты могутъ быть угловыми величинами и т. д.

Если предположимъ такое перемѣщеніе, которое приводитъ систему въ положеніе равновѣсія подѣ дѣйствіемъ данныхъ внѣшнихъ силъ, то работа этихъ послѣднихъ должна равняться измѣненію потенциальной энергіи  $\delta V$ , то есть

$$\delta V = W_1 \delta\psi_1 + W_2 \delta\psi_2 + W_3 \delta\psi_3 \dots$$

но такъ какъ наши координаты суть перемѣщенія независимыя одно отъ другого, то изъ предыдущаго равенства заключаемъ, что

$$\frac{dV}{d\psi_1} = \Psi_1; \quad \frac{dV}{d\psi_2} = \Psi_2; \quad \frac{dV}{d\psi_3} = \Psi_3, \quad \dots \quad (2)$$

или

$$\left. \begin{aligned} c_{11}\psi_1 + c_{12}\psi_2 + c_{13}\psi_3 + \dots &= \Psi_1 \\ c_{21}\psi_1 + c_{22}\psi_2 + c_{23}\psi_3 + \dots &= \Psi_2 \end{aligned} \right\} \dots \quad (2 \text{ bis})$$

гдѣ слѣдуетъ считать равными одна другой величины с различающіяся между собою только порядкомъ цифръ указателя, напр.,  $c_{12}$  и  $c_{21}$ , и вообще  $c_{rs}$  и  $c_{sr}$ . Уравненія (2) показываютъ, что внѣшняя сила какого-нибудь типа равна производной отъ потенциальной энергій, взятой по координатѣ соответствующаго типа.

Припомнимъ эти общіе выводы аналитической механики, мы безъ труда докажемъ теорему Рэйлэя, которая представляетъ почти непосредственное слѣдствіе равенствъ (1) и (2), и Рэйлэй совершенно справедливо удивляется, что никто раньше его не подмѣтилъ столь простое соотношеніе. Для доказательства вообразимъ два равновѣсныхъ положенія системы подъ дѣйствіемъ какихъ угодно внѣшнихъ силъ, и назовемъ для перваго положенія координаты системы черезъ

$$\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots,$$

а внѣшнія силы черезъ

$$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots;$$

тѣ же величины для втораго положенія системы означимъ черезъ

$$\begin{aligned} \psi'_1, \psi'_2, \psi'_3, \dots \\ \Psi'_1, \Psi'_2, \Psi'_3, \dots \end{aligned}$$

тогда легко видѣть, что будетъ справедливо равенство:

$$\Psi_1\psi'_1 + \Psi_2\psi'_2 + \Psi_3\psi'_3 + \dots = \Psi'_1\psi_1 + \Psi'_2\psi_2 + \Psi'_3\psi_3 + \dots \quad (3)$$

На самомъ дѣлѣ, подставляя сюда вмѣсто силъ ихъ выраженія изъ (2 bis), видимъ, что обѣ части равенства (3) обращаются въ совершенно одинаковыя выраженія, а именно въ слѣдующія:

$$c_{11}\psi_1\psi'_1 + c_{22}\psi_2\psi'_2 + \dots + c_{12}(\psi_2\psi'_1 + \psi_1\psi'_2) + c_{23}(\psi_3\psi'_2 + \psi_2\psi'_3) + \dots$$

слѣдовательно равенство (3) справедливо; оно и представляетъ собою теорему Рэйлэя въ самомъ общемъ ея видѣ. Такимъ образомъ теорема эта даетъ зависимость между величинами относящимися къ двумъ перемѣщеніямъ системы, или, что все равно, ея деформациямъ, ограниченнымъ лишь условіемъ малости этихъ деформаций, и затѣмъ не связаннымъ одно съ другимъ какими бы то ни было условіями; общее для этихъ перемѣщеній только то, что оба они принадлежатъ

одной и той же системѣ, выраженіе для потенциальной энергии которой и приводитъ къ соотношенію (3). Въ лѣвой части равенства (3) находится сумма произведеній изъ силъ, относящихся къ первой деформации, на соответствующія координаты второй, въ правой же части равенства обратно — силы, относящіяся ко второй деформации, умножаются на координаты первой; правая часть получается изъ лѣвой, замѣняя въ послѣдней силы — соответствующими координатами, а координаты — соответствующими силами <sup>1)</sup>; дѣлая такую же замѣну въ правой части равенства, переходимъ къ лѣвой. Можно также сказать, что для перехода отъ лѣвой части равенства къ правой нужно величины, относящіяся къ первой деформации, замѣнить однородными съ ними величинами для второй деформации и обратно величины, относящіяся ко второй деформации, замѣнить однородными съ ними величинами для первой деформации.

Теорема Рэйлэя позволяетъ опредѣлить нѣкоторыя величины силъ или перемѣщеній, относящихся ко второй деформации, когда извѣстны величины для первой деформации; такимъ образомъ оказывается возможнымъ, во многихъ случаяхъ, замѣнить встрѣтившійся вопросъ другимъ болѣе простымъ; на этомъ основаны всѣ тѣ приложенія этой теоремы, которыя мы излагаемъ ниже. Во всѣхъ приложеніяхъ имѣетъ наибольшее значеніе тотъ частный случай теоремы Рэйлэя, когда каждая изъ рассматриваемыхъ деформаций производится только одной внѣшней силой, т. е. въ равенствѣ (3) входятъ всего лишь двѣ внѣшнія силы  $\Psi_2$  и  $\Psi_1'$ ; полагая остальные силы равными нулю, получимъ

$$\Psi_2 \psi_2' = \Psi_1' \psi_1 \dots \dots \dots (4)$$

Здѣсь первая деформация производится силой второго типа  $\Psi_2$ , и мы замѣчаемъ происходящее при этомъ перемѣщеніе перваго типа  $\psi_1$ ; при второй деформации, производимой силой перваго типа  $\Psi_1'$ , мы замѣчаемъ получающееся перемѣщеніе второго типа  $\psi_2'$ ; уравненіе (4) показываетъ, что произведеніе величинъ  $\Psi_2$  и  $\psi_2'$ , т. е. величинъ, относящихся ко второму типу, равно произведенію  $\Psi_1'$  и  $\psi_1$ , величинъ, относящихся къ первому типу. Если при этомъ силы  $\Psi_2$  и  $\Psi_1'$  суть величины однородныя, то ихъ можно положить равными между собою, <sup>2)</sup> и тогда уравненіе (4) даетъ

$$\psi_2' = \psi_1,$$

т. е. равенство силъ влечетъ за собою равенство деформаций, и теорема принимаетъ слѣдующій видъ:

«Если какая-нибудь сила перваго типа производитъ въ системѣ извѣстную деформацию второго типа, то равная ей сила второго типа произведетъ такую же деформацию перваго типа.

<sup>1)</sup> Здѣсь слово «соответствующій» означаетъ «принадлежащій къ тому же типу и относящійся къ той же деформации».

Пусть напимѣрь система состоитъ изъ горизонтальнаго бруска, подпертаго или закрѣпленнаго какимъ бы то ни было способомъ, и нагруженнаго вертикальными силами; здѣсь силы относятся къ одному и тому же типу, если онѣ приложены въ одной и той же точкѣ бруска; силы, приложенныя въ другой точкѣ бруска, уже относятся къ другому типу. Для силъ, приложенныхъ къ точкѣ  $A$ , соответствующимъ перемѣщеніемъ служитъ вертикальное перемѣщеніе точки  $A$ , т. е. ордината прогиба для этой точки. Примѣняя къ такому тѣлу теорему Рэйлэя, получимъ слѣдующій результатъ: если разсматривать двѣ какія-нибудь точки бруска  $A$  и  $B$ , то ордината прогиба точки  $B$  отъ груза  $W$ , приложеннаго въ  $A$ , будетъ равна ординатѣ прогиба, которая получится для точки  $A$  когда грузъ  $W$  перенесемъ въ  $B$ ; т. е. можно сказать, что переходъ груза  $W$  изъ  $A$  въ  $B$  сопровождается переходомъ ординаты прогиба изъ  $B$  въ  $A$ ; этотъ весьма важный для теоріи изгиба результатъ былъ провѣренъ на опытѣ Рэйлэемъ.

Для другого примѣра вообразимъ себѣ упругое тѣло, ограниченное съ одной стороны плоскостью, и безпредѣльно распространяющееся по всѣмъ другимъ направленіямъ, т. е. тѣло, которое въ теоріи упругости извѣстно подъ названіемъ упругой почвы (*sol élastique*); пусть какое-нибудь давленіе  $dP$  распределено равномерно по безконечно узкому кольцу радіуса  $B$ , начерченному на поверхности почвы; мы замѣтимъ получающееся при этомъ вертикальное перемѣщеніе  $w$  точекъ поверхности, лежащихъ на кругѣ радіуса  $r$ , концентричномъ съ кольцомъ радіуса  $B$ . Если затѣмъ перенесемъ грузъ  $dP$  на безконечно узкое кольцо  $r$ , и распредѣлимъ его тамъ равномерно, то, по теоремѣ Рэйлэя, точки кольца  $R$  получатъ перемѣщеніе равное  $w$ . Такой же результатъ получится, если вмѣсто упругой почвы возьмемъ круглую упругую пластинку, края которой концентричны съ кругами  $r$  и  $B$ , и поддерживаются неподвижной подставкой. Итакъ, теорема Рэйлэя даетъ намъ сразу и непосредственно тѣ весьма интересные результаты относительно взаимности перемѣщеній и силъ для упругой почвы и упругой пластинки, которые были недавно получены другимъ путемъ Буссинескомъ <sup>1)</sup>; сверхъ того занимающая насъ общая теорема даетъ для этихъ двухъ случаевъ слѣдующій результатъ: если грузъ, сосредоточенный въ любой точкѣ  $A$  почвы или пластинки, сообщаетъ какой-нибудь другой точкѣ  $B$  вертикальное перемѣщеніе  $f$ , то, перенося этотъ грузъ въ  $B$ , получимъ въ точкѣ  $A$  вертикальное перемѣщеніе равное  $f$ ; это справедливо не только для круглой пластинки, но для пластинки произвольной формы, подпертой или закрѣпленной какъ угодно своими краями.

<sup>1)</sup> См. статью Boussinesq: *Egalité des abaissements etc.* въ *Comptes rendus* 1881 года, Tome 93, p. 783.

Весьма интересно, что въ нѣсколькихъ другихъ областяхъ механики и математической физики получены взаимныя соотношенія величинъ, относящихся къ двумъ различнымъ состоянiямъ или положенiямъ какой-нибудь системы тѣлъ, совершенно тождественныя съ равенствомъ (3), только значенiя буквъ  $\psi$  и  $\Psi$  другiя, чѣмъ въ теоремѣ Рэйлэя. Такъ въ динамикѣ, при разсмотрѣнii вопроса о сообщенii движенiя системѣ посредствомъ ударовъ, употребляя обобщенныя координаты, и называя черезъ

$$\psi_1, \psi_2, \psi_3 \dots \dots$$

общенныя системѣ скорости, т. е. производныя обобщенныхъ координатъ по времени, а черезъ

$$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3 \dots \dots$$

приложенныя къ системѣ импульсы, получаемъ между этими величинами соотношение (3) <sup>1)</sup>. Такая же зависимость получается при разсмотрѣнii небольшихъ колебательныхъ движенiй системъ; Рэйлэй показалъ, что если на систему дѣйствуютъ періодическiя силы гармоническаго рода (т. е. силы, законъ измѣненiя которыхъ можетъ быть выраженъ синусомъ или косинусомъ дуги пропорціональной времени), и притомъ періоды и фазы всѣхъ этихъ силъ одинаковы, то между силами и координатами, опредѣляющими положенiе системы, будетъ существовать зависимость тождественная съ равенствомъ (3), гдѣ попрежнему  $\psi_1, \psi_2$  обозначаютъ координаты, а  $\Psi_1, \Psi_2$  внѣшнiя силы <sup>2)</sup>.

Наконецъ то же самое соотношение имѣетъ мѣсто въ электростатикѣ, какъ это было показано Клаузіусомъ <sup>3)</sup>, который разсматриваетъ произвольную систему взаимно влiяющихъ наэлектризованныхъ тѣлъ (проводниковъ электричества); если будемъ сравнивать распределенiе электричества для двухъ различныхъ зарядовъ, сообщенныхъ системѣ, и назовемъ для перваго заряда черезъ

$$\psi_1, \psi_2, \psi_3 \dots \dots$$

потенціальные уровни тѣлъ, составляющихъ систему, а черезъ

$$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3 \dots \dots$$

---

<sup>1)</sup> См. вышечитированное сочиненiе Рэйлэя о звукѣ, а также: Thomson and Tait. Treatise of Natural Philosophy. Volume I, p. 291.

<sup>2)</sup> См. теорiю звука Рэйлэя, томъ I, глава VI.

<sup>3)</sup> См. статью Клаузіуса въ «Wiedemann's Annalen за 1877 годъ Band I, стр. 493; также Résal: Théorie de l'électrostatique, въ Journal des Mathématiques pures et appliquées за июль 1882 года.

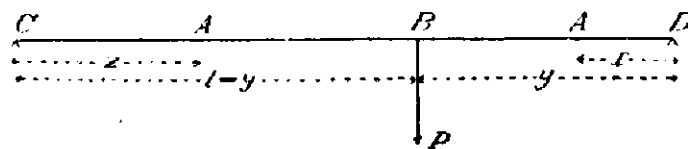
количества электричества, находящаяся на соответствующих тѣлахъ, а для второго заряда означимъ тѣ же величины черезъ

$$\begin{aligned} & \psi_1', \psi_2', \psi_3' \dots\dots \\ & \Psi_1', \Psi_2', \Psi_3' \dots\dots\dots \end{aligned}$$

то получимъ между ними взаимное соотношеніе, изображаемое равенствомъ (3). Итакъ, подобная зависимость встрѣчается неоднократно, и нужно думать, что она же будетъ получена и въ другихъ отдѣлахъ математической физики, уравненія которыхъ аналогичны уравненіямъ электростатики и теоріи упругости <sup>1)</sup>.

2. Все вышензложенное достаточно выясняетъ какъ содержаніе теоремы Рэйлэя, такъ и степень ея общности, и мы можемъ теперь заняться приложеніями ея къ вопросамъ строительной механики; здѣсь разсматриваемая теорема можетъ имѣть значеніе въ тѣхъ случаяхъ, когда для опредѣленности рѣшенія необходимо имѣть, кромѣ уравненій равновѣсія внутреннихъ и внѣшнихъ силъ, еще одно или нѣсколько уравненій, въ которыя входятъ величины, опредѣляющія измѣненіе формы тѣла. Изъ числа такихъ вопросовъ мы выбираемъ слѣдующіе: о непрерывныхъ балкахъ, лежащихъ на трехъ опорахъ, объ упругихъ аркахъ съ улертыми или закрѣпленными концами, и о цѣпныхъ звеньяхъ.

Начнемъ съ непрерывныхъ балокъ, лежащихъ на трехъ опорахъ. Выше мы уже сказали, что теорема Рэйлэя, для случая изгиба прямого бруска произвольнымъ образомъ подпертаго или закрѣпленнаго, приводитъ къ слѣдующему заключенію: если разсматривать двѣ какія-нибудь точки бруска *A* и *B*, и назвать черезъ *f* прогибъ точки *B*, происходящій отъ груза приложеннаго въ *A*, то перенося этотъ грузъ въ *B*, получимъ въ точкѣ *A* прогибъ равный *f*; эта зависимость и послужитъ намъ для рѣшенія избраннаго вопроса; она же можетъ быть полезна и при другихъ вопросахъ относительно изгиба балокъ, вслѣдствіе чего мы позволяемъ себѣ привести здѣсь элементарное ея доказательство для случая балки свободно лежащей концами на двухъ опорахъ, который имѣетъ для насъ наибольшее значеніе.



Фиг. 1.

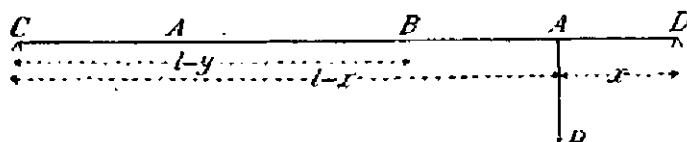
Пусть *C* и *D*—двѣ опоры балки, и приложимъ нѣкоторую силу *P* въ точкѣ *B*, разстояніе которой отъ правой опоры назовемъ черезъ

<sup>1)</sup> У Рэйлэя приведено нѣсколько примѣровъ взаимности въ теоріи тепла.

$y$  (фиг. 1); прогибъ  $f$  въ точкѣ  $A$ , находящейся на разстояніи  $x$  отъ опоры, опредѣлится изъ уравненія

$$f = \frac{P}{6EI} \cdot \{ l^3(l-y)x - (l-y)^3x - (l-y)x^3 \} \dots (5)$$

это выраженіе, при переменномъ  $x$ , будетъ справедливо для всякой точки балки, лежащей между мѣстомъ приложенія силы  $P$  и *правой* опорой; его можно примѣнить и для опредѣленія прогиба въ любой точкѣ  $A'$ , лежащей между силой  $P$  и *лѣвой* опорой, но для этого нужно вставить въ него вмѣсто  $x$ —величину  $z$ , т. е. разстояніе  $A'$  отъ лѣвой опоры, а вмѣсто  $y$ —величину  $l-y$ , т. е. разстояніе силы  $P$  отъ лѣвой опоры. Перенесемъ теперь силу  $P$  въ точку  $A$  (фиг. 2),



Фиг. 2.

и будемъ опредѣлять прогибъ точки  $B$ ; она лежитъ въ лѣвой части балки, т. е. соответствуетъ точкѣ  $A'$  первой фигуры, и разстояніе  $B$  отъ лѣвой опоры есть  $l-y$ , а разстояніе силы  $P$  отъ той же опоры есть  $l-x$ ; поэтому прогибъ точки  $B$  получится изъ уравненія относящагося къ  $A'$ , замѣняя въ немъ  $l-y$  черезъ  $l-x$  (или, что все равно, замѣняя  $y$  черезъ  $x$ ), а вмѣсто  $z$  нужно подставить  $l-y$ ; окончательно прогибъ точки  $B$  получится изъ уравненія (5), замѣняя въ немъ сначала

$$x \text{ черезъ } z \text{ и } l-y \text{ черезъ } y,$$

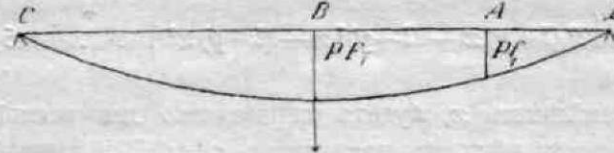
а потомъ

$$z \text{ черезъ } l-y \text{ и } y \text{ черезъ } x,$$

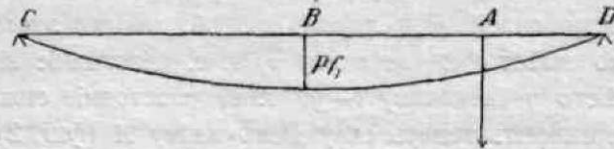
или, что все равно, замѣняя сразу  $x$  черезъ  $l-y$  и  $l-y$  черезъ  $x$ . Но такъ какъ во второй части равенства (5) величины  $x$  и  $l-y$  входятъ совершенно одинаковымъ образомъ, то отъ такой замѣны величина  $f$  не переменится, и слѣдовательно прогибъ точки  $B$ , при второмъ положеніи силы  $P$  (фиг. 2), равенъ прогибу точки  $A$  при первомъ положеніи силы  $P$  (фиг. 1), что и составляетъ теорему Рэйлэя.

3. Положимъ теперь, что наша балка, кромѣ крайнихъ опоръ  $C$  и  $D$ , получитъ еще третью опору въ  $B$ , расположенную на одной высотѣ съ крайними; найдемъ давленіе на опору  $B$ , вызываемое грузомъ  $P$  приложеннымъ къ точкѣ  $A$ . Для этого отбросимъ на время опору  $B$ , и вмѣсто нея приложимъ къ точкѣ  $B$  грузъ  $P$ , который изогнетъ балку, и произведетъ съ точкѣ  $B$  прогибъ  $Pf_1$ , а въ точкѣ  $A$  прогибъ  $Pf_2$  (фиг. 3), причемъ мы называемъ черезъ  $F_1$  и

$f_1$  величины прогибовъ, которые получились бы если бы грузъ  $P$  былъ равенъ единицѣ. Затѣмъ перенесемъ силу  $P$  въ точку  $A$  (фиг. 4);



Фиг. 3.



Фиг. 4.

по теоремѣ Рэйлэя, прогибъ точки  $B$  въ этомъ случаѣ будетъ равенъ прогибу точки  $A$  въ случаѣ фиг. 3, т. е. будетъ  $Pf_1$ . Далѣе, оставляя силу  $P$  въ точкѣ  $A$ , поднимаемъ точку  $B$  въ надлежащее ея мѣсто, т. е. на линію  $CD$ ; для этого нужно приложить въ  $B$

силу, которая бы уничтожила прогибъ  $Pf_1$ , но такъ какъ сила равная единицѣ, будучи приложена въ  $B$ , опускаетъ ее на величину  $F_1$ , то для уничтоженія прогиба  $Pf_1$  нужно приложить въ  $B$  силу равную

$$\frac{Pf_1}{F_1}$$

это и будетъ давленіе опоры  $B$ , вызываемое грузомъ  $P$ , дѣйствующимъ въ точкѣ  $A$ . Если кромѣ  $P$  къ балкѣ приложено еще нѣсколько грузовъ, сосредоточенныхъ въ разныхъ точкахъ, то давленіе на опору  $B$  будетъ сумма давленій, вызываемыхъ каждымъ грузомъ отдѣльно, т. е. искомое давленіе

$$Q = \sum \frac{Pf_1}{F_1} = \frac{1}{F_1} \sum Pf_1 \dots \dots \dots (6)$$

Въ случаѣ нагрузки распределенной по всей длинѣ  $CD$ , или по части этой длины, называя черезъ  $q$  ординату кривой нагрузки, отвѣчающую абсциссѣ  $x$ , получимъ давленіе на опору

$$Q = \frac{1}{F_1} \sum qf_1 \cdot dx \dots \dots \dots (7)$$

Формулы (6) и (7) относятся къ случаю, когда всѣ три опоры находятся на одной высотѣ; если же опора  $B$  лежитъ ниже линіи  $CD$  на величину  $\varphi$ , то давленіе  $Q$  будетъ:

$$Q = \sum \frac{Pf_1}{F_1} - \frac{\varphi}{F_1} \dots \dots \dots (8)$$

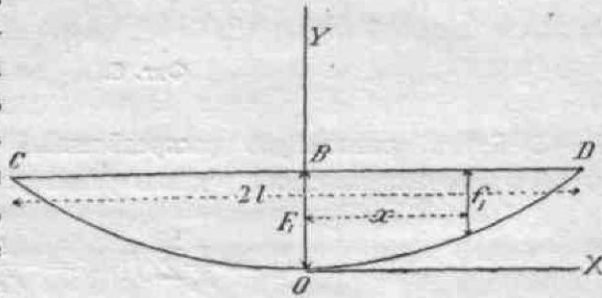
или

$$Q = \sum \frac{qf_1 \cdot dx}{F_1} - \frac{\varphi}{F_1} \dots \dots \dots (9)$$

Итакъ, вопросъ объ опредѣленіи давленія на опору  $B$  сведень на гораздо болѣе простой вопросъ; требуется найти ординаты прогиба для случая, когда опоръ двѣ, и въ точкѣ  $B$  приложена сила

равная единицѣ; имѣя кривую прогиба для этого случая, сейчас же найдемъ помощію выраженій (6) или (7) давленіе на опору для произвольной нагрузки. Приѣмъ этотъ въ особенности удобенъ въ тѣхъ случаяхъ, когда, при данномъ расположеніи опоръ, нужно изслѣдовать и сравнить нѣсколько различныхъ нагрузокъ.

4. Чтобы показать, что найденный приѣмъ нахождения давленія на среднюю опору дѣйствительно весьма быстро ведетъ къ цѣли, мы сдѣлаемъ окончательныя выкладки для того случая, когда третья опора находится на половинѣ разстоянія между крайними, и на одной съ ними высотѣ. Вопросъ этотъ сводится на разысканіе кривой изгиба бруска, лежащаго на двухъ опорахъ и нагруженнаго по срединѣ своей длины грузомъ равнымъ единицѣ; кривая эта состоитъ изъ двухъ симметричныхъ частей и уравненіе одной ея части будетъ (фиг. 5).



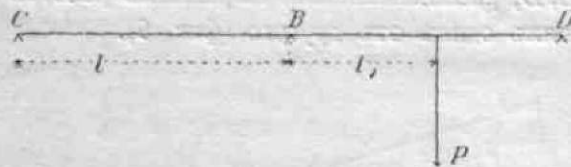
Фиг. 5.

$$f_1 = \frac{1}{2EI} \cdot \left[ \frac{l^3}{3} + \frac{x^3}{6} - \frac{lx^2}{2} \right]$$

откуда

$$F_1 = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{l^3}{3}$$

$$\frac{f_1}{F_1} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{l} \right)^3 = \frac{3}{2} \left( \frac{x}{l} \right)^2 \dots \dots \dots (10)$$



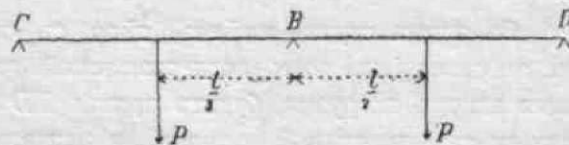
Фиг. 6.

Имѣя послѣднее выраженіе сейчас же опредѣляемъ давленіе на опору B для слѣдующихъ различныхъ случаевъ нагрузки.

а) Одинъ сосредоточенный грузъ P (фиг. 6).

$$Q = P \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{l_1}{l} \right)^3 - \frac{3}{2} \left( \frac{l_1}{l} \right)^2 \right]$$

б) Два симметрично расположенные равные груза P, приложенные въ срединахъ пролетовъ CB и DB (фиг. 7).

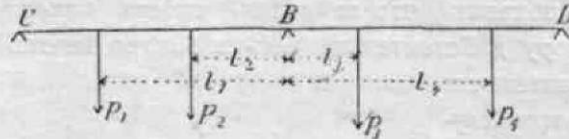


Фиг. 7.

$$Q = 2P \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \right)^3 - \frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right] = \frac{22}{16} P.$$

с) Нѣсколько произвольно расположенныхъ грузовъ  $P$  (фиг. 8).

$$Q = \sum_1^n P_i \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{l_i}{l} \right)^2 - \frac{3}{2} \left( \frac{l_i}{l} \right)^3 \right]$$



Фиг. 8.

д) Грузъ, равномерно распределенный по всей длинѣ балки, причѣмъ нагрузка на единицу длины равна  $p$ .

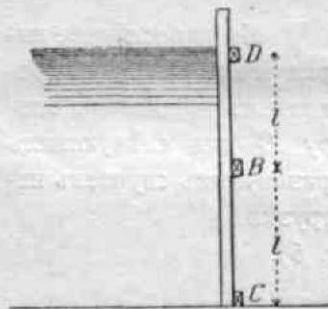
$$Q = \frac{p}{F_1} \sum f_1 dx = \frac{p \cdot \Omega}{F_1},$$

гдѣ  $\Omega$  означаетъ площадь заключающуюся между кривою изгиба  $COD$  и линіей  $CD$  (фиг. 5).

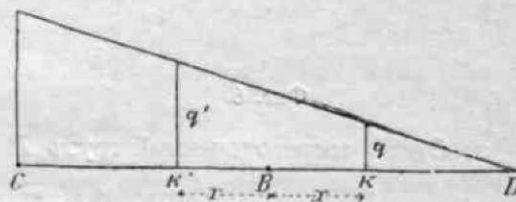
Слѣдовательно:

$$Q = 2p \int_0^l dx \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{3}{2} \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right] = \frac{5}{4} pl.$$

е) Наконецъ найдемъ давленіе  $Q$  для случая игольчатой плотины, когда каждая стойка поддерживается тремя опорными брусками  $C, B, D$ , расположенными на равныхъ разстояніяхъ одинъ отъ другого (фиг. 9).



Фиг. 9.



Фиг. 10.

Въ этомъ случаѣ имѣемъ дѣло съ распределенной нагрузкой, именно давленіемъ воды, поддерживаемой плотиной; линія, изображающая законъ нагрузки, будетъ прямая  $FD$  (фиг. 10), и если считать ширину стойки равной единицѣ, и назвать черезъ  $\Pi$  вѣсъ кубической единицы воды, то ордината кривой нагрузки въ точкѣ  $K$  будетъ

$$q = \Pi(l-x);$$

выражается суммой произведений изъ силъ  $P$  на соответствующія имъ ординаты прогиба, раздѣленной на ординату точки  $B$ , то очевидно величина его можетъ быть построена при помощи шарнирнаго полигона; нужно найти силу, которая, дѣйствуя на плечѣ  $F$ , даетъ моментъ равный суммѣ моментовъ силъ  $P$ , дѣйствующихъ на плечахъ  $f$ ; для этого предположимъ, что силы 1, 2, 3 дѣйствуютъ горизонтально въ точкахъ  $a, e, f$ , построимъ для нихъ многоугольникъ силъ  $Oa\beta\gamma$ , взявши за полюсное разстояніе величину ординаты  $Bb = F$ , и наконецъ построимъ соответствующій шарнирный полигонъ. Отрѣзокъ  $nt$ , отсѣкаемый первой и послѣдней сторонами шарнирнаго полигона на линіи  $CD$ , будетъ изображать величину искомаго давленія. Если окажется, что линіи дѣйствія нѣсколькихъ силъ  $P$ , повернутыхъ въ горизонтальное положеніе, будутъ совпадать между собою, то всѣ эти силы должны быть замѣнены одною, равною ихъ суммѣ, вслѣдствіе чего построеніе упрощается.

б. Вопросъ объ изгибѣ балки, лежащей на двухъ опорахъ и имѣющей закрѣпленные концы, также можетъ быть рѣшенъ при посредствѣ теоремы Рэйлэя; мы рассмотримъ только тотъ случай, когда



Фиг. 12.

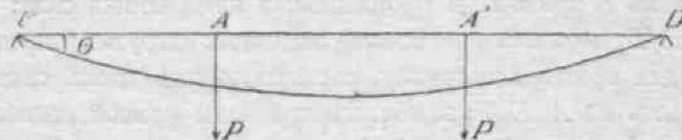
нагрузка симметрична, т. е. имѣются двѣ равныя силы  $P$  приложенныя на равныхъ разстояніяхъ отъ середины балки (фиг. 12); требуется найти величину моментовъ  $M$ , производящихъ закрѣпленіе концовъ.

Вообразимъ себѣ два случая изгиба, представленные на фиг. 13 и 14; въ первомъ изъ нихъ на концы балки дѣйствуютъ изгибающіе



Фиг. 13.

моменты равные единицѣ, и больше никакихъ внѣшнихъ силъ не приложено, а во второмъ случаѣ дѣйствуютъ двѣ равныя и симметрично



Фиг. 14.

приложенныя силы  $P, P$ , и концы бруска свободно опираются на опоры  $C$  и  $D$ ; для случая фиг. 13 опредѣлимъ прогибъ  $f_1$  точки  $A$ , и

уголь наклона касательной у конца  $\Theta_1$ ; для фиг. 14 обозначимъ величину этого угла черезъ  $\Theta$ . — Примѣняя нашу теорему къ этому изгибу получимъ

$$M_1 \cdot \theta = P f_1$$

или такъ какъ  $M_1 = 1$ , то

$$\theta = P f_1$$

Чтобы перейти отъ случая фиг. 14 къ дѣйствительному случаю изгиба, нужно уничтожить наклонъ касательной  $\Theta$ , а для этого потребуется приложить на каждомъ концѣ бруска моментъ  $M$ , который относится къ  $M_1$ , такъ какъ  $\Theta$  относится къ  $\Theta_1$ , слѣдовательно искомые закрѣпляющіе моменты будутъ

$$M = M_1 \frac{\theta}{\theta_1} = P \frac{f_1}{\theta_1}$$

Если кромѣ силъ  $P$  есть еще нѣсколько симметричныхъ нагрузокъ, то получимъ

$$M = \sum P \frac{f_1}{\theta_1} \dots \dots \dots (11)$$

Такимъ образомъ нахождение моментовъ  $M$  приводится къ опредѣленію кривой изгиба бруска, на концахъ котораго приложены пары, имѣющія моменты равные единицѣ. — Называя всю длину бруска черезъ  $2L$ , а разстояніе точекъ  $A$  и  $A'$  черезъ  $2l$ , получимъ

$$\frac{f_1}{\theta_1} = \frac{1}{2L} \{L^2 - l^2\}$$

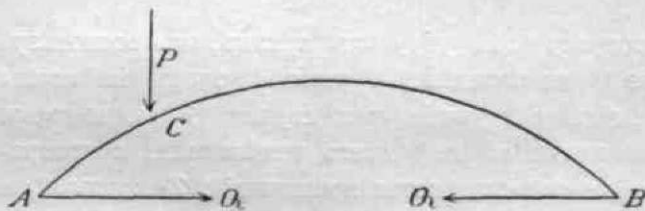
слѣдовательно

$$M = \frac{1}{2L} \sum P_i (L^2 - l_i^2) \dots \dots \dots (12)$$

7. Переходя къ вопросу объ упругихъ аркахъ, мы воспользуемся теоремою Рэйлэя для опредѣленія реакцій опоръ на концы арки, и рассмотримъ здѣсь слѣдующіе три случая: 1) концы арки уперты такъ, что длина хорды ея не можетъ измѣниться, а поворачиванію этихъ концовъ не представляется препятствій; 2) концы арки закрѣплены такъ, что не могутъ поворачиваться, измѣненію же длины ея хорды не поставлено никакихъ препятствій; 3) арка подперта концами и вершиной такъ, что длина стрѣлки ея остается постоянной, между тѣмъ какъ длина хорды и наклонъ концовъ арки свободно измѣняются. Первый изъ этихъ трехъ случаевъ имѣетъ наибольшее значеніе въ теоріи мостовыхъ арокъ; сюда относятся арки съ закрѣпленными концами. Второй—имѣетъ мѣсто въ цѣпныхъ звеньяхъ; въ мостовыхъ аркахъ онъ не встрѣчается отдѣльно, а всегда въ комбинаціи съ первымъ, т. е. и длина хорды и наклонъ концовъ арки неизмѣнны; имѣя рѣшенія для перваго и втораго случаевъ, легко перейти

къ этой комбинаціи. Наконецъ мы разбираемъ, вмѣстѣ съ этими двумя случаями, еще третій случай, когда стрѣлка арки неизмѣнна, по аналогіи его съ двумя предыдущими вопросами, а также въ виду возможныхъ примѣненій. Искомая реакція опоръ въ первомъ случаѣ представляются горизонтальнымъ распоромъ арки; во второмъ случаѣ мы ищемъ моментъ пары, приложенной къ концу арки и удерживающей ее отъ поворота; наконецъ въ третьемъ случаѣ искомая величина будетъ реакція опоры поддерживающей вершину арки; во всѣхъ случаяхъ имѣемъ дѣло съ одной неизвѣстной. Внѣшнія силы, дѣйствующія на точки арки, отнесемъ къ тремъ различнымъ типамъ; первый типъ будетъ представлять силы вертикальныя, и соотвѣтствующія имъ перемѣщенія будутъ вертикальныя перемѣщенія точекъ арки; ко второму типу отнесемъ горизонтальныя силы, которымъ соотвѣтствуютъ горизонтальныя перемѣщенія точекъ арки; наконецъ встрѣчаются еще силы третьяго типа, именно къ разнымъ нормальнымъ сѣченіямъ арки могутъ быть приложены пары силъ, плоскости которыхъ совпадаютъ съ плоскостью оси арки; соотвѣтствующее перемѣщеніе третьяго типа будетъ измѣненіе угла наклона элемента оси арки, для того мѣста, гдѣ приложена пара. Итакъ, здѣсь встрѣчается значительное разнообразіе случаевъ, какъ по отношенію къ виду подвижности концовъ арки, такъ и по отношенію къ различію типовъ силъ, изображающихъ нагрузки на арку. Теорема Рэйлэя даетъ возможность получить сразу общее рѣшеніе для всѣхъ этихъ случаевъ, но мы предпочитаемъ сначала разобрать одинъ частный случай; переходъ отъ него ко всѣмъ другимъ возможнымъ случаямъ дѣлается безъ затрудненія.

Возьмемъ арку, упертую концами такъ, что длина хорды ея  $AB$  не можетъ измѣниться, и нагруженную въ точкѣ  $C$  вертикальной



Фиг. 15.



Фиг. 16.

силой  $P$ , и постараемся найти получающийся при этомъ распоръ  $Q$  (фиг. 15). Для этого отбросимъ на время тѣ сооруженія, которыя производятъ распоръ, и представимъ себѣ слѣдующіе два случая дѣйствія силъ на арку: а) когда къ концамъ ея приложены двѣ горизонтальныя силы, равныя единицѣ (фиг. 16); при этомъ назовемъ вертикальное перемѣщеніе точки  $C$  черезъ  $v_1$ , а измѣненіе длины хорды  $AB$  черезъ  $H_1$ ; б) когда арка опирается

силой  $P$ , и постараемся найти получающийся при этомъ распоръ  $Q$  (фиг. 15). Для этого отбросимъ на время тѣ сооруженія, которыя производятъ распоръ, и представимъ себѣ слѣдующіе два случая дѣйствія силъ на арку:

концами своими на горизонтальную плоскость, и въ точкѣ  $C$  нагружена силой  $P$  (фиг. 17); получающееся при этомъ увеличеніе длины



Фиг. 17.

хорды  $AB$  назовемъ черезъ  $H$ . Сравнивая эти два случая дѣйствія силъ, получимъ по теоремѣ Рэйлэя.

$$P \cdot v_1 = 1^k \cdot H \text{ или } H = P v_1.$$

Чтобы отъ случая фиг. 17 перейти къ дѣйствительнымъ условіямъ деформациі арки, нужно приложить силы  $Q$ , уничтожающія измѣненіе длины хорды; но такъ какъ сила равная единицѣ измѣняетъ длину хорды на  $H_1$ , то искомое  $Q$  будетъ

$$Q = \frac{H}{H_1} = \frac{P v_1}{H_1}.$$

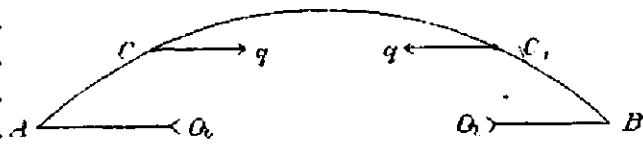
Если одновременно дѣйствуютъ нѣсколько нагрузокъ  $P$ , то распоръ будетъ

$$Q = \sum P \frac{v_i}{H_1} = \frac{1}{H_1} \sum P v_i \dots \dots \dots (13)$$

Такимъ образомъ опредѣленіе распора  $Q$  приводится къ рѣшенію весьма простаго вопроса, именно къ нахожденію измѣненія формы арки подѣ дѣйствіемъ двухъ силъ, равныхъ единицѣ и стягивающихъ концы этой арки (фиг. 16).

Если для этого фиктивнаго случая найдемъ горизонтальныя перемѣщенія точекъ арки, которыя означимъ черезъ  $h_1$ , и измѣненія наклона элементовъ оси арки  $\Delta \theta_1$ , то можемъ примѣнить полученное рѣшеніе и къ опредѣленію распора производимаго силами второго и третьяго типовъ, т. е. горизонтальными силами  $q$ , и парами, моменты которыхъ назовемъ черезъ  $m$ .

На самомъ дѣлѣ, возьмемъ сначала симметричную горизонтальную нагрузку, т. е. двѣ равныя силы  $q$ , приложенныя въ симметричныхъ точкахъ  $C$  и  $C_1$  (фиг. 18); эту совокупность двухъ силъ можно считать силой особаго типа, величина которой есть  $q$ , а соответствующее ей перемѣщеніе будетъ измѣненіе длины  $CC_1$ , кото-



Фиг. 18.

рое въ случаѣ фиг. 16 есть  $2 h_1$ ; слѣдовательно распоръ  $Q$  получится изъ форм. (13), замѣняя въ ней  $P$  и  $v_1$  черезъ  $q$  и  $2 h_1$ , т. е.

$$Q = \frac{2}{H_1} \sum q h_1. \dots \dots \dots (14)$$

имѣя это рѣшеніе для симметричной нагрузки, перейдемъ къ случаю одной силы  $q$  помощію извѣстнаго приема.

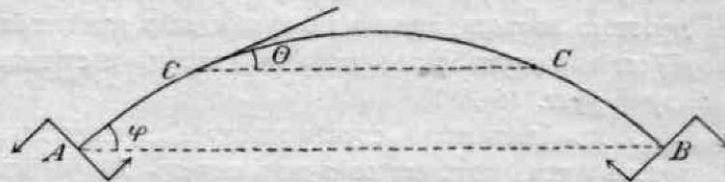
Затѣмъ, если имѣемъ случай паръ  $m$ , дѣйствующихъ въ нормальныхъ сѣченіяхъ арки, то величина распора получится изъ выраженія (13), замѣняя въ немъ  $P$  и  $v_1$  величинами  $m$  и  $\Delta\theta_1$ , т. е. будетъ

$$Q = \frac{1}{H_1} \sum m \Delta\theta_1. \dots \dots \dots (15)$$

Формулы (13), (14) и (15) могутъ быть примѣнены къ аркѣ съ затяжкой, вставляя въ нихъ вмѣсто  $H_1$  сумму  $H_1 + \delta_1$ , гдѣ  $\delta_1$  есть мѣра растяжимости затяжки, т. е. удлиненіе производимое въ ней силой равной единицѣ.

8. Употребленный нами приемъ для опредѣленія реакцій опоръ арки, въ такой мѣрѣ простъ, что нѣтъ надобности входить въ какія-либо объясненія относительно примѣненія его къ другимъ частнымъ случаямъ, а можно сразу написать соответственныя рѣшенія.

Возьмемъ арку, концы которой не могутъ поворачиваться, слѣд. реакція опоры состоитъ изъ пары силъ, моментъ которой долженъ быть найденъ. Вопросъ этотъ приводится къ опредѣленію деформации,



Фиг. 19.

производимой въ аркѣ двумя парами равными единицѣ и приложенными на концахъ ея  $A$  и  $B$ , причемъ всѣ остальные точки арки свободны отъ всякой нагрузки (фиг. 19). Для этого фиктивного случая должны быть опредѣлены:

- a) Вертикальное и горизонтальное перемѣщенія любой точки арки  $v_1$  и  $h_1$ .
- b) Измѣненіе угла наклона элементовъ оси арки въ любой ея точкѣ  $\Delta\theta_1$ , и на концахъ  $\Delta\varphi_1$ .

Имѣя эти величины, получимъ искомый моментъ пары  $M$ :

A) Когда въ точкахъ  $C$  и  $C'$  дѣйствуютъ равныя вертикальныя силы  $P$ :

$$M = P \frac{v_1}{\Delta\varphi_1}$$

и въ случаѣ нѣсколькихъ такихъ нагрузокъ:

$$M = \frac{1}{\Delta\varphi_1} \sum P v_1 \dots \dots \dots (16)$$

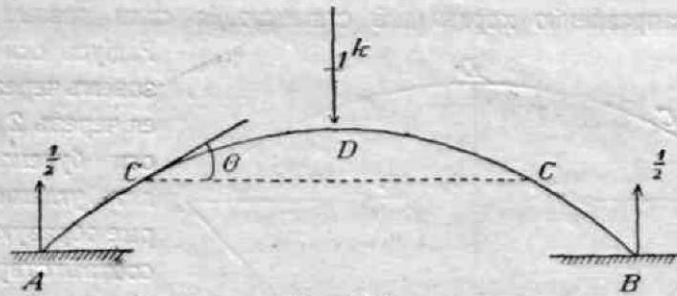
В) Когда въ симметрично расположенныхъ точкахъ *C* и *C'* дѣйствуютъ равныя, но противоположныя горизонтальныя силы *q*.

$$M = \frac{1}{\Delta\varphi_1} \sum q h_1 \dots \dots \dots (17)$$

С) Когда въ точкахъ *C* и *C'* дѣйствуютъ равныя, но вращающія по противоположнымъ направленіямъ пары, имѣющія моментъ *m*:

$$M = \frac{1}{\Delta\varphi_1} \sum m \cdot \Delta\theta_1 \dots \dots \dots (18)$$

9. Случай арки подпертой не только по концамъ, но и въ вершинѣ, приводится къ опредѣленію деформации арки, когда въ вершинѣ ея дѣйствуетъ вертикальная сила равная единицѣ, а концы опоры на горизонтальную плоскость (Фиг. 20). При этомъ должны быть



Фиг. 20.

опредѣлены, для любой точки арки, ея вертикальное и горизонтальное перемѣщенія  $v_1$  и  $h_1$ , измѣненіе угла  $\theta \dots \Delta\theta_1$ , и сверхъ того измѣненіе величины стрѣлки  $DF$ , которое назовемъ черезъ  $F_1$ . Помощію этихъ величинъ найдется давленіе  $Q$  на опору, поддерживающую вершину:

А) Когда въ точкахъ арки приложены вертикальныя силы  $P$ :

$$Q = \frac{1}{F_1} \sum P v_1 \dots \dots \dots (19)$$

В) Когда имѣемъ симметрическую нагрузку изъ двухъ разныхъ горизонтальныхъ силъ  $q$ , приложенныхъ въ  $C$  и  $C'$ :

$$Q = \frac{2}{F_1} \sum q h_1 \dots \dots \dots (20)$$

С) Когда имѣемъ двѣ симметричныя пары  $m$ , приложенныя въ  $C$  и  $C'$ .

$$Q = \frac{2}{F_1} \sum m \Delta \theta_1 \dots \dots \dots (21)$$

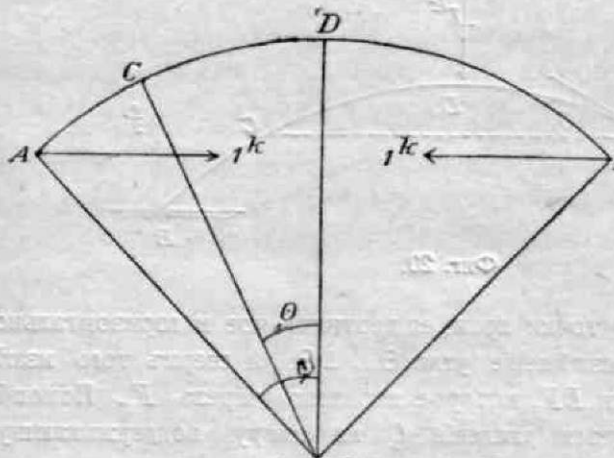
10. Такимъ образомъ всѣ поставленные нами вопросы относительно упругой арки привелись къ опредѣленію ея деформации для трехъ случаевъ дѣйствія силъ, изображенныхъ на фиг. 21, и представляющихъ наиболѣе простые случаи, какіе только можно себѣ



Фиг. 21.

вообразить; притомъ выведенныя формулы справедливы для всякихъ симметричныхъ арокъ, какъ съ постоянными, такъ и съ измѣняющимися поперечными сѣченіями. Чтобы показать, что здѣсь получилось самое простое и быстро ведущее къ цѣли рѣшеніе, мы примѣнимъ выведенныя формулы къ случаю круговой арки постояннаго сѣченія.

Сначала найдемъ деформацию арки, на концы которой дѣйствуютъ по направленію хорды двѣ стягивающія силы равныя единицѣ.



Фиг. 22.

Радиусъ оси арки назовемъ черезъ  $r$ , хорду ея черезъ  $2a$ , и точки оси будемъ опредѣлять углами  $\theta$ , которые образуются между соотвѣтствующимъ радиусомъ и вертикалью (фиг. 22). Моментъ изгиба для какой,нибудь точки  $C$  будетъ

$$M = r(\cos \theta - \cos \varphi)$$

слѣдовательно измѣ-

неніе угла  $\theta$  опредѣлится изъ формулы

$$\begin{aligned} \Delta \theta_1 &= \beta + \int_0^\theta \frac{M ds}{EI} = \beta + \int_0^\theta \frac{r^2}{EI} (\cos \theta - \cos \varphi) d\theta = \\ &= \beta + \frac{r^2}{EI} (\sin \theta - \theta \cos \varphi) \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

причемъ произвольная постоянная  $\beta$  очевидно равна нулю.

Затѣмъ получимъ измѣненіе координатъ точекъ арки по известнымъ формуламъ:

$$\Delta x = C - \int_0^{\Theta} \Delta \theta_1 dy - \int_0^{\Theta} \frac{P}{E\Omega} dx$$

$$\Delta y = C' - \int_0^{\Theta} \Delta \theta_1 dx - \int_0^{\Theta} \frac{P}{E\Omega} dy$$

куда нужно вставить

$$\begin{aligned} dx &= r \cos \theta d\theta \\ dy &= r \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

величина же  $P$ , т. е. проекція внѣшней силы на касательную къ точкѣ  $C$ , будетъ равна  $\cos \Theta$ . Такимъ образомъ получимъ:

$$\begin{aligned} \Delta x &= C - \int_0^{\Theta} \frac{r^3}{EI} (\sin \theta - \theta \cos \varphi) \cos \theta d\theta - \int_0^{\Theta} \frac{r}{E\Omega} \cos^2 \theta d\theta = \\ &= C - \frac{r^3}{EI} \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} + \cos \varphi (\theta \cos \theta - \sin \theta) \right] - \frac{r}{E\Omega} \left[ \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} + \frac{\theta}{2} \right] \end{aligned}$$

Произвольная постоянная  $C$  очевидно равна нулю, потому что при  $\Theta = 0$  будетъ  $\Delta x = 0$ .

Полученная величина  $\Delta x$  отрицательная; численное значеніе ея будетъ представлять величину  $h_1$  нашихъ общихъ формулъ, то-есть

$$h_1 = \frac{r^3}{EI} \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} + \cos \varphi (\theta \cos \theta - \sin \theta) \right] + \frac{r}{E\Omega} \left[ \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} + \frac{\theta}{2} \right].$$

Измѣненіе длины хорды  $AB$ , прежде названное черезъ  $H_1$ , будетъ не что иное какъ два раза взятое  $h_1$ , отвѣчающее  $\Theta = \varphi$ :

$$H_1 = \frac{r^3}{EI} \left[ \varphi - 3 \sin \varphi \cos \varphi + 2\varphi \cos^2 \varphi \right] + \frac{r}{E\Omega} \left[ \varphi + \sin \varphi \cos \varphi \right]$$

Такимъ же образомъ найдемъ величину  $\Delta y$ :

$$\Delta y = C + \frac{r^3}{EI} \left[ \sin^2 \theta - 1 - \cos \varphi (\theta \sin \theta + \cos \theta - 1) \right] - \frac{r}{E\Omega} \left[ \sin^2 \theta - 1 \right]$$

Произвольная постоянная опредѣлится изъ условія, что  $\Delta y$  обращается въ нуль для  $\Theta = \varphi$ , слѣд.

$$\begin{aligned} \Delta y &= \frac{r^3}{EI} \left[ \frac{\sin^2 \theta - \sin^2 \varphi}{2} - \cos \varphi (\theta \sin \theta + \cos \theta - \varphi \sin \varphi - \cos \varphi) \right] - \\ &\quad - \frac{r}{E\Omega} \left[ \frac{\sin^2 \theta - \sin^2 \varphi}{2} \right]. \end{aligned}$$

Эта величина отрицательная, численное значеніе ея дастъ перемѣщеніе  $v_1$ .

Имѣя эти выраженія, примѣняя формулы, которыя были найдены въ  $n^{\circ} 7$ , и вводя вмѣсто радиуса  $r$  величину  $\frac{a}{\sin \varphi}$ , а вмѣсто момента инерціи  $I$  произведение  $k^2 Q$ , получимъ:

a) Распоръ арки, производимый вертикальной силой  $P$ :

$$Q = P \frac{v_1}{H_1} = \frac{\frac{\sin^2 \varphi - \sin^2 \theta}{2} + \cos \varphi (\theta \sin \theta + \cos \theta - \varphi \sin \varphi - \cos \varphi) - \frac{k^2}{a^2} \sin^2 \varphi (\sin^2 \varphi - \sin^2 \theta)}{\varphi - 3 \sin \varphi \cos \varphi + 2 \varphi \cos^2 \varphi + \frac{k^2}{a^2} \sin^2 \varphi (\varphi + \sin \varphi \cos \varphi)}$$

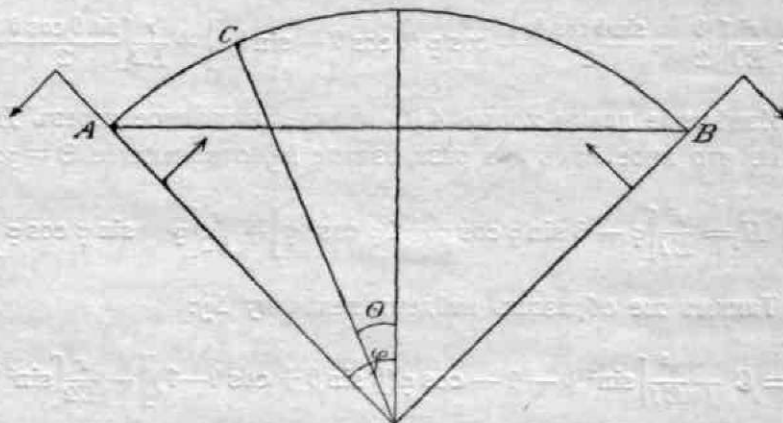
b) Распоръ, производимый двумя горизонтальными силами  $q$ :

$$Q = 2q \frac{h_1}{H_1} = \frac{\frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} - \sin \theta \cdot \cos \varphi + \theta \cos \theta \cos \varphi + \frac{1}{2} \frac{k^2}{a^2} \sin^2 \varphi (\theta + \sin \theta \cos \theta)}{\varphi - 3 \sin \varphi \cos \varphi + 2 \varphi \cos^2 \varphi + \frac{k^2}{a^2} \sin^2 \varphi (\varphi + \sin \varphi \cos \varphi)}$$

c) Распоръ, производимый парой силъ  $m$ :

$$Q = m \frac{\Delta \theta_1}{H_1} = \frac{m}{r} \cdot \frac{\sin \theta - \theta \cos \varphi}{\varphi - 3 \sin \varphi \cos \varphi + 2 \varphi \cos^2 \varphi + \frac{k^2}{a^2} \sin^2 \varphi (\varphi + \sin \varphi \cos \varphi)}$$

Итакъ, мы получаемъ весьма быстро извѣстныя, формулы Бресса.



Фиг. 23.

11. Разсматривая деформации арки подъ дѣйствіемъ двухъ единичныхъ паръ, приложенныхъ къ ея концамъ (фиг. 23), получимъ, что моментъ изгиба для любой точки арки равенъ единицѣ, слѣд.

$$\Delta \theta_1 = \frac{1}{EI} \int_0^s ds = \frac{r \theta}{EI}$$

$$\Delta \varphi_1 = \frac{r \varphi}{EI}$$

Затѣмъ получимъ:

$$-\Delta x = h_1 = C + \int_0^{\varphi} \Delta \theta_1 dy = C + \frac{r^2}{EI} (\sin \theta - \theta \cos \theta)$$

гдѣ произвольная постоянная равна нулю, такъ какъ въ вершинѣ арки  $\Delta x = 0$ .

Точно также найдемъ

$$\Delta y = v_1 = C' + \int_0^{\varphi} \Delta \theta_1 \cdot dx = C' + \frac{r^2}{EI} [\theta \sin \theta + \cos \theta]$$

и такъ какъ для концовъ арки имѣемъ  $\Theta = \varphi$  и  $\Delta y = 0$ , то, опредѣляя на этомъ основаніи произвольную постоянную, получимъ:

$$v_1 = \frac{r^2}{EI} [\theta \sin \theta + \cos \theta - \varphi \sin \varphi - \cos \varphi]$$

Эти выраженія позволяютъ найти величины закрѣпляющей пары  $M$ , которая должна быть приложена на концѣ арки для уничтоженія поворачиванія ея; на основаніи выводовъ  $n^{\circ}$  8 получимъ:

а) Когда нагрузка состоитъ изъ двухъ вертикальныхъ силъ  $P$ :

$$M = P \frac{v_1}{\Delta \varphi_1} = Pr \frac{\theta \sin \theta + \cos \theta - \varphi \sin \varphi - \cos \varphi}{\varphi} \quad . \quad . \quad (22)$$

б) Когда нагрузка состоитъ изъ двухъ горизонтальныхъ силъ  $q$ :

$$M = qr \frac{\theta \cos \theta - \sin \theta}{2}$$

в) Когда нагрузка состоитъ изъ двухъ паръ  $m$ :

$$M = m \frac{\theta}{\varphi}$$

12. Для арки подпертой къ вершинѣ нужно разобрать случай деформаци, представленный на фиг. 24; здѣсь имѣемъ моментъ изгиба для точки  $C$ :

$$M = -\frac{1}{2} r (\sin \varphi - \sin \theta)$$

слѣдовательно:

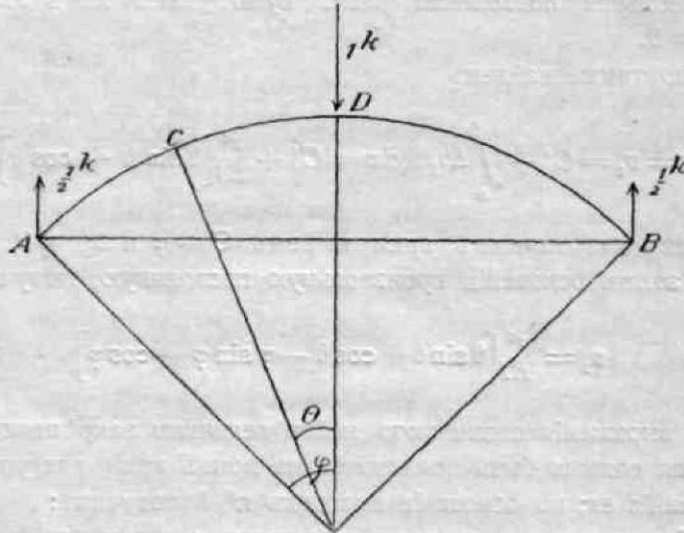
$$\Delta \theta_1 = -\frac{r^2}{2EI} \int_0^{\theta} (\sin \varphi - \sin \theta) d\theta = -\frac{r^2}{2EI} (\theta \sin \varphi + \cos \theta).$$

Далѣе найдемъ:  $h_1 =$

$$= \Delta x = C - \int_0^{\theta} \Delta \theta_1 r \sin \theta d\theta = \int_0^{\theta} \frac{r}{2} \frac{\sin \theta \cos \theta}{EI} d\theta =$$

$$= C + \frac{r^3}{2EI} \left[ \sin \varphi (-\theta \cos \theta + \sin \theta) + \frac{\sin^2 \theta}{2} + \cos \theta - 1 \right] - \frac{r}{2E\Omega} \frac{\sin^2 \theta}{2}$$

гдѣ произвольная постоянная  $C$  равна нулю, такъ какъ въ вершинѣ арки имѣемъ  $\Delta x = 0$ .



Фиг. 24.

Вертикальныя перемѣщенія точекъ арки будутъ:

$$\Delta y = v_1 = C - \frac{r^3}{2EI} \left[ \sin \varphi (\theta \sin \theta + \cos \theta - 1) + \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} + \frac{\theta}{2} - \sin \theta \right] - \frac{r}{2E\Omega} \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} \right]$$

Здѣсь произвольная постоянная очевидно представляетъ величину вертикальнаго перемѣщенія вершины арки, т. е.  $F_1$ ; определяя ее изъ условія, что для пятокъ арки  $\Delta y$  суть нули, получимъ:

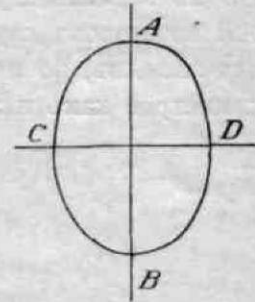
$$F_1 = \frac{r^3}{2EI} \left[ \sin \varphi (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1) - \sin \varphi + \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} + \frac{\varphi}{2} \right] + \frac{r}{2E\Omega} \left[ \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} \right]$$

$$v_1 = \frac{r^3}{2EI} \left[ \sin \varphi (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - \theta \sin \theta - \cos \theta) - (\sin \varphi - \sin \theta) + \frac{1}{2} (\sin \varphi \cos \varphi - \sin \theta \cos \theta + \frac{\varphi - \theta}{2}) \right] + \frac{r}{2EI} \left[ \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} - \frac{\theta}{2} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} \right]$$

Имѣя величины  $\Delta \Theta_1$ ,  $h_1$ ,  $v_1$ ,  $F_1$ , найдемъ давленіе опоры, поддерживающей вершину арки, по формуламъ  $n^\circ 9$ .

13. Выводы, сдѣланные нами для арокъ могутъ быть приложены и къ цѣпнымъ звеньямъ; это суть сомкнутыя кривыя тѣла, ось которыхъ имѣетъ двѣ линіи симметріи  $AB$  и  $CD$  (фиг. 25); обыкновенно внѣшнія силы дѣйствуютъ совершенно симметрично на верхнюю и

нижнюю половину звена, такъ что касательныя въ точкахъ  $C$  и  $D$  оси звена не измѣняютъ своего направленія при дѣйствии этихъ силъ. Разсматривая половину звена  $CAD$ , мы можемъ уподобить ее аркѣ, концы которой  $C$  и  $D$  закрѣплены, такъ что не могутъ поворачиваться, длина же хорды  $CD$  можетъ измѣняться; слѣдовательно мы здѣсь имѣемъ условія сопротивленія, къ которымъ относится рѣшеніе изложенное въ  $n^{\circ}$  8; такимъ образомъ мы получаемъ возможность найти моменты внутреннихъ силъ въ точкахъ  $C$  и  $D$ , а затѣмъ окончательное рѣшеніе вопроса о прочности звена требуетъ лишь примѣненія простѣйшихъ формулъ сопротивленія матеріаловъ. Если звено имѣетъ распорку, помѣщенную по линіи  $CD$ , то соединяя рѣшенія изложенныя въ  $n^{\circ}$  7 и 8, найдемъ моментъ внутреннихъ силъ для сѣченій  $C$  и  $D$ , а также реакцію распорки. Такъ какъ теорема Рэйлэя вполне справедлива для всѣхъ упругихъ тѣлъ, то формулы  $n^{\circ}$  7 и 8 представляютъ по отношенію къ цѣпнымъ звеньямъ совершенно точные выводы; но въ частныхъ приложеніяхъ придется опредѣлять величины деформаций  $v_1$ ,  $h_1$ ,  $\Delta \Theta_1$  и т. д., пользуясь обыкновенной теоріей изгиба, которая даетъ результаты приближенные, почему и величины искомымъ давленій и моментовъ получатся не вполне точныя, а приближенныя.



Фиг. 25.

Для примѣра разберемъ случай звена, ось котораго есть кругъ и которое растягивается двумя силами  $Q$ , направленными по діаметру  $AB$ ; такія звенья въ настоящее время часто замѣняютъ крюки въ подъемныхъ машинахъ, назначаемыхъ для большихъ грузовъ. Сначала найдемъ моментъ внутреннихъ силъ для точекъ  $C$  и  $D$ ; онъ получится изъ формулы (22), вставляя въ нее  $\Theta = 0$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $P = \frac{Q}{2}$ ; тогда будетъ:

$$M = \frac{Q}{2} r \frac{1 - \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = -0,182 Qr.$$

Зная  $M$  и разсматривая половину звена, получимъ моментъ изгиба для любой точки звена

$$\frac{Q}{2} r (1 - \sin \theta) + M = \frac{Qr}{2} (0,636 - \sin \theta).$$

Эта величина для точекъ  $C$  и  $A$  получаетъ значенія

$$0,182 Qr \text{ и } 0,318 Qr.$$

Въ заключеніе укажемъ еще на одинъ результатъ, который получается прилагая теорему Рэйлэя къ звеньямъ. Возьмемъ произвольное звено, ось котораго имѣетъ двѣ линіи симметріи  $AB$  и  $CD$ , и приложимъ къ нему сначала двѣ равныя и противоположныя силы  $P$ , идущія по діаметру  $AB$ ; затѣмъ перенесемъ эти силы и заставимъ ихъ дѣйствовать по діаметру  $CD$ ; тогда измѣненіе длины діаметра  $CD$  въ первомъ случаѣ дѣйствія силъ равно измѣненію длины діаметра  $AB$  во второмъ случаѣ, и этотъ результатъ справедливъ не только для звеньевъ, но и для другихъ тѣлъ, имѣющихъ такія же плоскости симметріи, какъ и звенья.

---

## VII. Кристаллизація желѣза отъ сотрясеній въ мостахъ и машинахъ <sup>1)</sup>).

(Сообщеніе В. Л. Кирпичева Харьковскому Отдѣленію Императорскаго Русскаго Техническаго Общества, въ засѣданіи 9 ноября 1891 г.).

1. Мм. Гг.! Въ сообщеніи, которое я буду имѣть честь вамъ сдѣлать, я не претендую на полное разрѣшеніе вопроса, поставленнаго въ его заглавіи; для этого мы еще пока имѣемъ слишкомъ мало данныхъ. Я желаю только вызвать изъ забвенія этотъ старый вопросъ, который былъ сданъ въ архивъ, не будучи разрѣшенъ, и который до сихъ поръ почти вовсе не разъясненъ. Я старался собрать относящія къ нему факты, чтобы дать опорныя исходныя точки для дальнѣйшаго изученія его. Полагаю, что эта работа окажется не лишней для лицъ, которыя пожелаютъ посвятить свои силы разработкѣ означеннаго вопроса, и подвинуть его нѣсколько впередъ сравнительно съ теперешнимъ его положеніемъ.

2. Еще въ первой половинѣ нашего столѣтія замѣчено было во Франціи, что желѣзныя оси омнибусовъ и другихъ повозокъ, быстро движущихся по шоссе и подвергающихся значительнымъ сотрясеніямъ, скоро портятся; качества желѣза, изъ котораго они сдѣланы, измѣняются; изъ мягкаго, пластичнаго, волокнистаго (жильнаго) оно дѣлается жесткимъ, хрупкимъ, ломкимъ, кристаллическимъ, и внезапно ломается, почти какъ стекло. Объ этомъ подробно говорится у Morin въ его *Résistance des matériaux*. Тамъ указано 70000 километровъ—какъ предѣльный пробѣгъ осей омнибусовъ, послѣ чего ихъ нужно замѣнять новыми. Можно ожидать такой же порчи и въ осяхъ желѣзнодорожныхъ повозокъ, хотя не такъ скоро, такъ какъ сотрясенія для нихъ не настолько велики, какъ для шоссеиныхъ экипажей. Затѣмъ въ машинахъ нѣкоторыя части ихъ подвергаются ударамъ, сотрясеніямъ, попеременнымъ усиліямъ и въ нихъ тоже можно ожидать измѣненія строенія и свойствъ желѣза, подобнаго наблюденному въ осяхъ. Такъ что этотъ вопросъ имѣетъ общее значеніе для машиностроенія; въ желѣзнодорожныхъ мостахъ также бываютъ сотрясенія и поперемен-

<sup>1)</sup> Горно-Заводскій Листокъ 1892 г.

ныя силы,—слѣдовательно и инженеры-строители заинтересованы въ рѣшеніи нашего вопроса.

3. Первое время послѣ поднятія этого вопроса онъ послужилъ предметомъ общаго вниманія и неоднократно разбирался на митингахъ ученыхъ и техническихъ обществъ, напримѣръ въ Англии въ Обществѣ инженеръ-механиковъ въ 1850 г., въ Америкѣ во Франклиновомъ Институтѣ. Нужно сказать, что большинство инженеровъ при этомъ отнеслось съ крайнимъ недовѣріемъ къ возможности измѣненія строенія желѣза отъ сотрясеній, и многіе прямо отрицали кристаллизацію желѣза отъ сотрясеній. Имѣвшіеся на лицо факты поломки осей и прочихъ предметовъ,—причемъ выказывалась большая слабость и хрупкость матеріала, и изломъ оказывался кристаллическимъ,—эти инженеры объясняли тѣмъ, что желѣзо, изъ котораго были изготовлены оси и прочіе сломавшіеся предметы, уже первоначально было хрупко и кристаллично; такъ что строеніе его нисколько не измѣнилось во время службы, а осталось прежнее. Въмѣстѣ съ этимъ приводили множество фактовъ, гдѣ части машинъ долгое время подвергались сотрясеніямъ и, несмотря на это, остались неизмѣнными и прочными. Однимъ словомъ, почти всѣ говорили, что строеніе желѣза не можетъ измѣниться съ теченіемъ времени, а остается постоянно такимъ, какое ему было придано ковкою, въ время изготовленія. Такое мнѣніе было, между прочимъ, высказано и усиленно поддерживаемо, во время преній по этому вопросу въ Обществѣ инженеръ-механиковъ, президентомъ этого общества знаменитымъ Робертомъ Стефенсономъ, авторитетъ котораго, конечно, способствовалъ торжеству взгляда, отрицавшаго кристаллизацію желѣза отъ сотрясеній. Два самыхъ знаменитыхъ металлурга того времени, англійскій и французскій, Перси и Каронъ, тоже высказались противъ возможности измѣненія строенія желѣза отъ сотрясенія, — они считаютъ такое измѣненіе мало вѣроятнымъ. Еще большую силу получило это мнѣніе вслѣдствіе изслѣдованій Киркальди, который въ началѣ 60-хъ годовъ опубликовалъ свои извѣстные, обширные опыты надъ сопротивленіемъ разрыву желѣза и стали—и механическая лабораторія котораго долгое время занимала выдающееся положеніе. Киркальди, какъ извѣстно, болѣе всѣхъ способствовалъ доказательству того положенія, что всякое желѣзо имѣетъ кристаллическое сложеніе, не исключая и такъ называемаго жильнаго или волокнистаго желѣза. Видъ излома можетъ быть въ одномъ и томъ же желѣзѣ полученъ то волокнистый (жильный), то кристаллическій, смотря по тому какъ производится изломъ. Самое волокнистое желѣзо дастъ кристаллическій (зернистый) изломъ, если его сломать или разорвать быстрымъ приложеніемъ груза, ударомъ, а не медленнымъ, постепеннымъ растяженіемъ. Или можно произвести опытъ такимъ образомъ, что на цилиндрическомъ брускѣ заточить



Фиг. 1.

шейку, съ рѣзкимъ переходомъ отъ большого діаметра къ меньшему, тогда разрывъ произойдетъ внезапно, желѣзо не успѣетъ вытянуться и дастъ кристаллическій изломъ.

Изъ этого слѣдуетъ по Киркальди, что всякое желѣзо имѣетъ кристаллическое сложеніе, которое можетъ быть обнаружено, производя разрывъ извѣстнымъ образомъ; съ этимъ соглашается и Перси. Поэтому, замѣчая, что иногда оси оказываются хрупкими и ломаются, выказывая кристаллическую структуру, мы не должны непременно заключать, что такая структура получилась въ желѣзѣ вслѣдствіе постепеннаго измѣненія строенія его отъ сотрясеній; она всегда была такая же, и проявилась лишь вслѣдствіе способа разрушенія, происшедшаго отъ удара. Совершенно то же самое говоритъ въ новѣйшее время Калишеръ; по его мнѣнію, не можетъ быть и рѣчи о кристаллизаціи желѣза во время службы его отъ сотрясеній, такъ какъ всякое желѣзо и безъ того непременно имѣетъ кристаллическое строеніе. И дѣйствительно, микроскопическія изслѣдованія Сорби, Мартенса и др. говорятъ за справедливость того воззрѣнія, что строеніе желѣза всегда кристаллическое. Тѣмъ не менѣе отрицательное заключеніе Калишера и увѣренность въ томъ, что строеніе не измѣняется отъ сотрясеній могутъ быть оспариваемы; кристаллическое тѣло можетъ тоже измѣнить свое строеніе; представимъ себѣ, что измѣнятся размѣры кристалловъ (переходъ изъ мелко кристаллическаго въ крупно кристаллическое сложеніе), или форма ихъ (переходъ изъ одной кристаллической формы въ другую). Но вотъ такое измѣненіе размѣровъ или формы кристалловъ представлялось въ прежнее время чѣмъ-то абсолютно недопустимымъ. Еще соглашались съ возможностью перехода аморфнаго или волокнистаго строенія въ кристаллическое, но переходъ одной кристаллической агрегаціи въ другую, отличную отъ первой, разсматривался какъ нѣчто «почти невозможное»; такъ выражается напр. Робертъ Стефенсонъ.

4. Вообще, разсматривая тогдашнія разсужденія о занимающемъ насъ вопросѣ, видимъ, что отрицаніе возможности кристаллизаціи не было основано на подробныхъ изслѣдованіяхъ, и даже при этомъ имѣли мало точно констатированныхъ фактовъ. Отрицаніе вызывалось, главнымъ образомъ, тѣмъ, что для инженеровъ того времени представлялось абсурдомъ измѣненіе строенія твердаго тѣла; еще сильно держалось давно укоренившееся понятіе о твердомъ тѣлѣ, какъ о чемъ-то неизмѣнномъ, частицы котораго прочно застыли въ своихъ взаимныхъ положеніяхъ, и не могутъ выйти изъ нихъ. А безъ измѣненія расположенія частицъ нельзя себѣ представить измѣненія строенія. Тутъ весьма характеренъ для исторіи вопроса слѣдующій фактъ: оба упомянутые металлурга, и Перси и Каронъ, опытомъ доказали, что строеніе желѣза измѣняется отъ сильнаго нагрѣва, не сопровождаемаго ковкой. Говоря это, я имѣю въ виду изслѣдованія

Перси <sup>1)</sup> и Карона <sup>2)</sup> о пережженомъ желѣзѣ (*fer brulé*). Каронъ показалъ неправильность взгляда—будто бы свойства пережженого желѣза зависятъ отъ поглощеннаго имъ кислорода. Анализы убѣдили его, что такого поглощенія нѣтъ, и потому онъ объясняетъ то измѣненіе свойствъ желѣза, которое называется пережиганіемъ его,—ничѣмъ другимъ, какъ измѣненіемъ молекулярнаго строенія желѣза. Перси нашель, что продолжительнымъ накаливаніемъ, не сопровождающимся ковкою, можно самое лучшее волокнистое желѣзо превратить въ кристаллическое;—это и есть пережиганіе желѣза. И все-таки оба они считаютъ невѣроятнымъ, чтобы отъ сотрясеній могла измѣниться структура желѣза. Между тѣмъ для насъ, воспитанныхъ изученіемъ Термодинамики, теплота и движеніе представляются совершенно тождественными; вполне естественно поэтому допустить, что если теплота, накаливаніе, вызываетъ извѣстное явленіе—кристаллизацію, то то же самое явленіе можетъ быть вызвано и движеніемъ, сильными колебаніями, сотрясеніями. Постоянно получаютъ все новые факты въ пользу кинетическаго взгляда на строеніе матеріи, т. е. гипотезы, что всѣ тѣла, въ томъ числѣ и твердыя, состоятъ изъ отдѣльныхъ частицъ, находящихся въ постоянномъ движеніи; колебанія частицъ не видны, по малости ихъ, но постоянно происходятъ, увеличиваясь въ интенсивности съ повышеніемъ температуры <sup>3)</sup>. При такой подвижности частицъ измѣненіе ихъ расположенія, т. е. образованіе новой структуры тѣла, не представляетъ ничего невозможнаго; повышенія температуры, сотрясенія и большія деформации, конечно, будутъ способствовать такимъ перемѣнамъ.

5. Мы имѣемъ значительное количество фактовъ, указывающихъ на измѣненіе свойствъ твердыхъ тѣлъ, происходящее иногда въ теченіе продолжительнаго времени, при обыкновенной температурѣ, и даже безъ дѣйствія силъ, во время покоя тѣла. Твердое тѣло оказывается безпрестанно измѣняющимъ свой видъ, размѣры и свойства. Я приведу рядъ фактовъ, подтверждающихъ такое воззрѣніе. 1) Всякая сила измѣняетъ форму тѣла, а если получилась остающаяся деформация, то мы имѣемъ уже другое тѣло, а не прежнее, другой плотности и другихъ свойствъ. В. Томсонъ нашель, что двѣ совершенно одинаковыя проволоки, изъ которыхъ одна не напряжена, а другая растянута, — даютъ термо-электрическую пару; а термо-токи получаются.

<sup>1)</sup> Percy, *Traité complet de Métallurgie* (французскій переводъ). Т. II, стр. 12 и слѣд.

<sup>2)</sup> Caron, *Sur le fer cristallisé ou brulé*, въ *Comptes rendus*. Т. LXXIV, стр. 662 (1872 г.).

<sup>3)</sup> Опытъ Крукса надъ испареніемъ металловъ (золота, серебра, платины, мѣди и др.) въ пустотѣ при обыкновенной температурѣ, о которыхъ онъ сообщилъ въ нынѣшнемъ году на сѣздѣ Британской Ассоціаціи, должны быть разсматриваемы какъ новое экспериментальное подтвержденіе справедливости кинетическихъ теорій.

какъ извѣстно, только при прикосновеніи двухъ различныхъ металловъ. 2) Послѣ прекращенія дѣйствія силъ, частицы твердаго тѣла не сразу успокаиваются и останавливаются, а продолжаютъ двигаться, и форма тѣла продолжаетъ мѣняться иногда въ теченіе долгаго времени. Это такъ называемое «упругое послѣдѣйствіе». Извѣстно, что Кольраушъ въ одномъ случаѣ (серебряная проволока) нашель, что такое послѣдѣйствіе продолжалось болѣе полугода. 3) Къ тому же разряду явленій относится измѣненіе нуля термометровъ, замѣчаемое первое время послѣ ихъ изготовленія. Вытянутый шарикъ термометра постепенно измѣняетъ своей объемъ, и если сейчасъ же по вытягиваніи окончить изготовленіе термометра и отмѣтить на немъ нулевую точку, то она скоро окажется невѣрной. Поэтому лица, приготовляющія термометры, считаютъ необходимымъ, послѣ вытягиванія шарика, продержать нѣкоторое время термометръ въ складѣ; выжидаютъ пока прекратятся замѣтныя измѣненія формы и тогда только доканчиваютъ термометръ и ставятъ нуль его. Небольшія же измѣненія точки нуля все-таки продолжаютъ, и нельзя дожидаться полнаго ихъ прекращенія; Joule въ одномъ термометрѣ наблюдалъ продолженіе такого явленія въ теченіе 26 лѣтъ. 4) Всѣмъ извѣстны результаты Баушингера относительно повышенія предѣла упругости растянутыхъ тѣлъ, вслѣдствіе спокойнаго лежанія ихъ послѣ растягиванія, можно сказать—вслѣдствіе отдыха. Какъ ни кажется это страннымъ, а термины «усталость» «отдыхъ» и «привычка или приспособленіе» постоянно примѣняются къ металламъ, подвергающимся напряженіямъ и колебаніямъ, и этими словами очень хорошо характеризуются многочисленныя и неоднократно замѣченныя явленія. Я слишкомъ уклонился бы отъ намѣченнаго вопроса, если бы сталъ здѣсь излагать всѣ относящіяся сюда наблюденія, и потому ограничусь одной ссылкой на статью В. Томсона объ упругости, въ Британской Энциклопедіи. 5) Ledebur говоритъ, что желѣзная проволока сейчасъ послѣ протяжки очень хрупка, и ломается при небольшомъ перегибѣ ея; пролежавши же нѣсколько недѣль въ складѣ, она дѣлается гораздо болѣе мягкою. То же самое говоритъ Тэрстонъ о проволокахъ, а Бишофъ относительно прокатанныхъ листовъ цинка. 6) В. Андерсонъ, теперешній главный директоръ орудійныхъ мастерскихъ въ Вуличѣ, въ своемъ докладѣ на митингѣ Желѣзнаго Института въ настоящемъ году, говоритъ о томъ, что многіе закаленные стальные предметы (снаряды для пробиванія брони, пуансоны, скрѣпляющія кольца пушекъ, внутреннія трубы ихъ и т. д.), часто лопаются вскорѣ послѣ своего изготовленія отъ самыхъ незначительныхъ перемѣнъ температуры или отъ небольшихъ механическихъ силъ; это явленіе, какъ извѣстно, происходитъ отъ внутреннихъ напряженій. При этомъ онъ прибавляетъ, что «время уменьшаетъ эти напряженія, и послѣ нѣсколькихъ мѣсяцевъ покоя едва ли можно думать о внезапномъ

разрывъ металла. По этой причинѣ бронепробивающіе снаряды держатъ нѣкоторое время въ складѣ, прежде чѣмъ выпускаютъ ихъ на службу». 7) Въ другомъ своемъ докладѣ <sup>1)</sup>, говоря о возможности измѣненія молекулярнаго строенія закаленныхъ предметовъ съ теченіемъ времени, В. Андерсонъ замѣчаетъ, что «вліяніе времени на свойства стали вполне установлено»; по его словамъ, стальные инструменты высшаго качества всегда выдерживаютъ долгое время въ складѣ, прежде чѣмъ пустить въ употребленіе, и несомнѣнно, что перемѣна строенія происходитъ также въ штыкахъ, сабляхъ и ружьяхъ. Профессоръ Тэрстонъ также приводитъ нѣсколько фактовъ, доказывающихъ, что стальные рѣзцы, пролежавшіе нѣсколько времени безъ употребленія, улучшаются въ своихъ качествахъ <sup>2)</sup>. 8) Подобная же перемѣна строенія, происходящая съ теченіемъ времени, давно уже была замѣчна извѣстнымъ физикомъ Саваромъ, который выражается слѣдующимъ образомъ <sup>3)</sup>: «Я закончу этотъ мемуаръ замѣчаніемъ, которое, кажется, можетъ быть примѣнено ко всѣмъ тѣламъ, кристаллизующимся неправильно; оно состоитъ въ томъ, что эти тѣла, немедленно по ихъ затвердѣваніи, звучатъ съ гораздо меньшей легкостью, чѣмъ спустя нѣсколько часовъ, нѣсколько дней, или даже нѣсколько мѣсяцевъ послѣ отливки. Часто даже случается, что тѣло, которое сначала лишь съ трудомъ издавало глухіе звуки, впоследствии звучитъ съ такою легкостью и съ такою энергіей, что частицы его разъединяются, и оно разлетается въ дребезги, вслѣдствіе очень небольшого сотрясенія. Изъ этого, кажется, слѣдуетъ, что во время отвердѣванія тѣла, многія частицы его бываютъ какъ бы захвачены въ распахъ въ такихъ положеніяхъ, изъ которыхъ онѣ потомъ стараются удалиться, и что онѣ достигаютъ положеній устойчиваго равновѣсія иногда лишь по прошествіи весьма значительнаго времени». 9) Даже дѣйствіе свѣта можетъ измѣнить строеніе твердаго тѣла. Въ самомъ дѣлѣ, еще Фарэдэй замѣтилъ, что свойства стекла измѣняются отъ свѣта. Впоследствии Т. Gaffield подробно изслѣдовалъ это явленіе и нашель, что безцвѣтныя стекла дѣлаются съ теченіемъ времени слабо цвѣтными, а окрашенныя — измѣняютъ свой цвѣтъ. Это нельзя объяснить иначе, какъ химическимъ измѣненіемъ марганцовыхъ соединеній, входящихъ въ составъ стекла. Итакъ, внутри твердаго тѣла происходятъ даже химическія соединенія, которымъ соотвѣтствуютъ значительныя измѣненія молекулярнаго строенія. 10) Поразительный фактъ представляетъ извѣстное вліяніе свѣта на электропроводность селена, — явленіе, на которомъ основано устройство селеноваго фотометра. Солнечный свѣтъ, падая на пластинку

<sup>1)</sup> На митингѣ Британской Ассоціаціи въ 1889 г.

<sup>2)</sup> См. Thurston, *The Materials of Engineering*. Часть II, стр. 576.

<sup>3)</sup> Savart, *Récherches sur la structure des métaux*, въ *Annales de Chimie et de Physique*, 1829 г., Т. XXXXI.

селена, значительно увеличиваетъ ея проводимость (иногда въ десять разъ <sup>1)</sup>), и такое измѣненіе физическихъ свойствъ необходимо должно сопровождаться коренными измѣненіями молекулярной структуры.

6. Для разъясненія занимающаго насъ вопроса — возможна ли кристаллизація желѣза отъ сотрясеній—необходимо расширить этотъ вопросъ, обобщить его. Лучше не ограничиваться однимъ желѣзомъ, а привлечь къ нашему изслѣдованію и разныя другія тѣла. Если кристаллизація желѣза отъ сотрясеній существуетъ, то трудно думать, что явленіе ограничивается однимъ желѣзомъ; вѣроятно оно возможно и для другихъ тѣлъ. Если явленіе окажется не исключительнымъ, а болѣе общимъ и распространеннымъ, то оно становится гораздо болѣе понятнымъ и естественнымъ, и тогда намъ легче будетъ преодолѣть противудѣйствіе, представляемое укоренившимися взглядами, отрицающими, чтобы въ твердомъ тѣлѣ могла произойти кристаллизація.

Поэтому намъ нужно собрать свѣдѣнія о кристаллизаціи разныхъ тѣлъ, имѣющіяся въ настоящее время въ наукѣ. За послѣднее время въ этомъ отношеніи получено много новыхъ данныхъ, и здѣсь принесло особыя услуги примѣненіе микроскопа, со всѣми его новѣйшими усовершенствованіями: съ употребленіемъ поляризованнаго свѣта, помогающаго опредѣлять систему кристалловъ въ мельчайшихъ образцахъ, съ приспособленіями для нагрѣванія и охлажденія подъ микроскопомъ изучаемаго препарата; самые же эти препараты подъ микроскопомъ срисовываются, фотографируются, могутъ быть для демонстраціи проектированы на экранъ и т. д. Если мы желаемъ изучать молекулярное строеніе, то естественно изучать его микроскопически.

7. Оказывается, что кристаллическое строеніе очень распространено, и большая часть тѣлъ природы можетъ имѣть кристаллическую форму; исключеніе представляютъ лишь такъ называемые коллоиды, тѣла обыкновенно весьма сложнаго химическаго состава. Простыя тѣла, т. е. химическіе элементы, всѣ кристаллическіе, если они въ твердомъ видѣ; въ этомъ современные химики не сомнѣваются, и они стараются только установить связь между кристаллической формой и періодической системой элементовъ. Нѣкоторые изъ такъ называемыхъ аморфныхъ тѣлъ легко переходятъ въ кристаллическое строеніе; такъ напр. Добрэ указываетъ, что изъ аморфнаго студенистаго кремнезема при извѣстныхъ условіяхъ выдѣляются микроскопическіе кристаллы кремневой кислоты, совершенно тождественные съ кристаллами кварца; они также не растворимы ни въ чемъ, кромѣ фтористоводородной кислоты, даютъ двойное лучепреломленіе,

---

<sup>1)</sup> Именно, если пластинка селена нагрѣта до 200° С.

и имѣютъ видъ призмъ съ двумя пирамидами по концамъ <sup>1)</sup>). Въ другихъ случаяхъ, хотя тѣло по виду аморфно, но въ немъ какъ будто имѣется кристаллическое строеніе въ скрытомъ состояніи, или стремленіе образовать кристаллы, которые могутъ быть получены при извѣстныхъ воздѣйствіяхъ на эти тѣла. Напримѣръ, плавающія по водѣ льдины при весеннемъ таяніи, какъ всякому извѣстно, отъ удара разсыпаются на игольчатые кристаллы и если ледъ образовался при спокойномъ состояніи поверхности воды (озерной ледъ), то иглы эти перпендикулярны къ поверхности. Аморфное стекло получаетъ кристаллическое строеніе при нагрѣваніи его до высокой температуры; въ этомъ состоитъ извѣстное явленіе, называемое вывѣтриваніемъ (*Entglasung, dévitrification*). Оно часто [получается при стеклянномъ производствѣ, если охлажденіе стекла весьма медленное. Если долго нагрѣвать стекло до температуры близкой къ его точкѣ плавленія, то все стекло превращается отъ кристаллизаціи въ непрозрачную массу—такъ называемый Реомюровъ фарфоръ. Если же нагрѣваніе не будетъ идти такъ долго, то въ массѣ стекла образуются только мѣстами микроскопическіе кристаллы; приготовляя шлифы изъ такого стекла и наблюдая ихъ подъ микроскопомъ, возможно опредѣлить, какіе именно эти кристаллы <sup>2)</sup>). R. Mallet, въ своемъ очень важномъ для технологии сочиненіи «*On Physical Conditions involved in Construction of Artillery*», между разными другими фактами, относящимися къ кристаллизаціи металловъ, приводитъ слѣдующій опытъ, который заставляетъ думать, что и волокнистые мягкіе металлы очень склонны кристаллизоваться, и самыми слабыми воздѣйствіями можно вызвать или проявить эту кристаллизацію. Опытъ былъ сдѣланъ съ листомъ мюнцъ-металла, т. е. мѣднаго сплава, употреблявшагося для обшивки кораблей. Металлъ этотъ очень мягкій и пластичный; листъ его можно перегибать пополамъ нѣсколько разъ въ ту и другую сторону, не получая трещинъ. Но если его опустить на нѣсколько мгновеній въ довольно крѣпкій растворъ азотнортутной соли, затѣмъ вынуть и высушить, то металлъ оказывается очень хрупкимъ и въ пальцахъ распадается на мелкіе куски съ кристаллическими гранями. Другой подобный же опытъ указанъ извѣстнымъ физикомъ Даниеллемъ; нужно взять оловянный кубъ (литой или кованный) и погрузить его на нѣкоторое время въ ртуть. По вынутіи изъ ртути кубъ распадается на

<sup>1)</sup> См. Daubrée, *Synthetische Studien zur Experimental-Geologie*, стр. 17. Студенистый кремнеземъ слегка растворимъ въ водѣ, содержащей въ себѣ углекислоту, и еще больше растворимъ, если вода содержитъ хлористый водородъ. Если такой растворъ кремнезема нагрѣвать до 200 или 300° въ теченіе 50 часовъ, то начинаютъ выдѣляться указанные въ текстѣ кристаллы кварца.

<sup>2)</sup> См. Appert et Hemivaux, *Sur la dévitrification des verres ordinaires du commerce* въ *Comptes rendus*, T. CIX, стр. 827.

6 пирамидъ, имѣющихъ вершину внутри куба, а основаніями имъ служатъ грани куба; затѣмъ каждая пирамида распадается на мелкіе кристаллы, оси которыхъ перпендикулярны къ гранямъ куба.

8. Существуетъ много тѣлъ, которыя могутъ кристаллизоваться въ двухъ совершенно различныхъ кристаллическихъ формахъ: напри- мѣръ, сѣру можно кристаллизовать или въ октаэдрической формѣ (изъ раствора въ сѣроуглеродѣ), или въ призматической формѣ (рас- плавленная сѣра выкристаллизовывается въ этой формѣ); далѣе кри- сталлическая углекислая известь встрѣчается въ природѣ въ видѣ исландскаго шпата (ромбоэдрической формы) и въ видѣ арроганита (кристаллы ромбической системы) и т. д. Такихъ примѣровъ можно привести очень много: иногда одно и то же тѣло можетъ имѣть три и четыре кристаллическія формы. Эти различныя формы одного и того же вещества не представляютъ нѣчто совершенно абсолютное, но могутъ переходить одна въ другую. Болѣе всего изслѣдованъ пере- ходъ, производимый теплою, нагрѣваніемъ; по достиженіи извѣстной температуры, одна кристаллическая форма переходитъ въ другую, происходитъ преобразование, переходъ тѣла изъ одного кристалличе- скаго состоянія въ другое. Этотъ переходъ происходитъ задолго до расплавленія тѣла, слѣдовательно, измѣняется одно твердое кристал- лическое состояніе въ другое — тоже твердое и кристаллическое. Измѣненіе состоянія происходитъ съ поглощеніемъ или выдѣленіемъ тепла, т. е. здѣсь естъ скрытая теплота преобразования. Явленіе это весьма распространено и Леманъ въ своей «Молекулярной Фи- зикѣ» приводитъ болѣе ста веществъ, представляющихъ такой пе- реходъ состоянія. Всѣ встрѣчающіеся случаи раздѣляются на два глав- ные разряда: къ первому относятся случаи, когда измѣненіе состоянія есть обратимое явленіе, употребляя это слово въ точномъ значеніи, какое оно имѣетъ въ Термодинамикѣ; во второмъ разрядѣ случаевъ измѣненіе состоянія есть необратимое. Явленія обратимыя Леманъ называетъ энантиотропіей, а явленія необратимыя — монотропіей. Такимъ образомъ, въ случаѣ энантиотропіи, если мы нагрѣваемъ тѣло, то по достиженіи извѣстной температуры, — назовемъ ее температу- рой  $\alpha$ , — тѣло изъ кристаллической формы  $\alpha$ , переходитъ въ другую кристаллическую форму  $\beta$  и сохраняетъ эту форму при высшихъ тем- пературахъ; переходъ происходитъ съ поглощеніемъ тепла; если же затѣмъ охлаждать тѣло, то по достиженіи температуры  $\alpha$  начинается обратный переходъ кристалловъ формы  $\beta$  въ кристаллы  $\alpha$ , и это со- провождается выдѣленіемъ тепла. При монотропіи, имѣемъ тоже двѣ кристаллическія формы для одного и того же вещества: форму  $\alpha$  и форму  $\beta$ ; обѣ формы возможны и устойчивы при низшихъ темпера- турахъ, но при нагрѣваніи, по достиженіи извѣстной температуры, одна изъ этихъ формъ, напри- мѣръ  $\alpha$ , дѣлается неустойчивой и пере- ходитъ въ форму  $\beta$ ; обыкновенно переходъ происходитъ съ выдѣле-

ніемъ тепла. Форма  $\beta$  сохраняется затѣмъ и при повышеніи температуры и при пониженіи ея, хотя бы температура стала ниже той, при которой произошло преобразование; итакъ, здѣсь не бываетъ обратнаго перехода  $\beta$  въ форму  $\alpha$ . Вотъ примѣры тѣлъ, представляющихъ явленія энантиотропіи: сѣра, олово, обыкновенная селитра, азотно-аммоніева соль, углекислая известь, іодистое серебро, іодная ртуть, сѣрнистая ртуть, сѣрнистое серебро, сѣрнистая мѣдь и многіе другіе. Монотропія найдена у многіхъ органическихъ соединеній, а также у нѣкоторыхъ металловъ; такъ Леманъ указываетъ на цинкъ, сурьму, мѣдь, серебро, золото и платину.

9. Пересмотримъ подробнѣе нѣкоторыя изъ тѣлъ, представляющихъ явленія энантиотропіи и монотропіи <sup>1)</sup>.

Сѣра представляетъ случай энантиотропіи, найденный ранѣе всѣхъ другихъ. Извѣстно, что сѣра, отлитая въ черенки, слегка прозрачна и имѣетъ янтарный цвѣтъ, но скоро по охлажденіи на ней появляются желтыя пятна, постепенно увеличивающіяся и наконецъ сливающіяся между собою; тогда вся поверхность получаетъ обыкновенный цвѣтъ череновой сѣры. Это преобразование происходитъ съ выдѣленіемъ тепла, какъ показалъ еще Митчерлихъ: здѣсь происходитъ переходъ призматической сѣры въ октаэдрическую. Отдѣльные призматическіе кристаллы могутъ быть получены изъ расплавленной сѣры; какъ извѣстно они имѣютъ видъ прозрачныхъ иголокъ, остающихся при охлажденіи нѣкоторое время неизмѣнными, но вскорѣ они начинаютъ желтѣть, дѣлаются непрозрачными и превращаются въ агрегатъ мелкихъ октаэдрическихъ кристалловъ ромбической системы. Эти послѣдніе могутъ быть получены въ крупномъ видѣ изъ раствора сѣры въ сѣроуглеродѣ; если же ихъ нагрѣть до температуры близкой къ точкѣ плавленія сѣры, то происходитъ обратное преобразование въ призматическую сѣру; доказательствомъ такого преобразования служить уменьшеніе плотности. Разсматриваемыя два видоизмѣненія сѣры различаются между собою не только плотностью, но и температурой плавленія; октаэдрическая сѣра плавится при  $113^\circ$ , а призматическая при  $117,4^\circ$  (по опытамъ Гернеца). Температура, при которой происходитъ преобразование одного вида въ другой, опредѣлена около  $97^\circ$ ; но случается, что преобразование не начинается, хотя температура уже на нѣсколько градусовъ отличается отъ этого предѣла, т. е. получается явленіе перегрѣванія, подобное извѣстному явленію переплавленія. Въ такихъ случаяхъ, когда наконецъ начнется преобразование, оно идетъ тѣмъ быстрѣе, чѣмъ сильнѣе было перегрѣваніе, т. е. чѣмъ на большее число градусовъ была перейдена предѣльная температура.

<sup>1)</sup> См. Lehmann, Molekularphysik, Bd. I, откуда взято все, что здѣсь говорится объ энантиотропіи

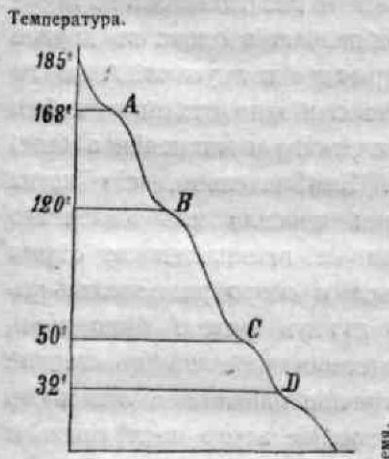
10. Олово представляет другой давно известный примѣръ измѣненія состоянія, происходящаго при известной температурѣ. При низкой температурѣ, на морозѣ, оно переходитъ въ другое видоизмѣненіе, имѣющее сѣрый цвѣтъ и меньшую плотность, чѣмъ обыкновенное олово (плотность 5,8 вмѣсто 7,3). Это явленіе было изслѣдовано еще въ 1869 г. Фритше, который охлаждая олово долгое время при помощи прибора Карре до температуры замерзанія ртути, превратилъ его въ темносѣрый кристаллическій порошокъ. Когда же этотъ порошокъ нагревали подъ водою, то плотность его увеличивалась, и онъ опять пріобрѣталъ свойства обыкновеннаго олова. Итакъ, это измѣненіе обратимое, и мы здѣсь имѣемъ случай энантиотропіи.

Такое измѣненіе олова было въ 1881 году подробно изслѣдовано Морковниковымъ, который занялся имъ по поводу слѣдующаго факта: значительное количество оловянныхъ чайниковъ, хранившихся зимою въ холодномъ складѣ Московскаго интендантства, оказались испорченными и какъ бы зараженными особою болѣзнью; на нихъ появлялись сѣрые пятна, постепенно расширявшіяся и распадавшіяся въ порошокъ, т. е. получалось то же явленіе преобразования олова въ другое его видоизмѣненіе, какъ наблюденное Фритше и другими. Анализы показали, что олово это почти совершенно свободно отъ примѣсей, и что здѣсь не происходило никакого химическаго соединенія, а было лишь измѣненіе молекулярнаго строенія. Замѣчательно, что когда зараженные означенной болѣзнью чайники вносили изъ холоднаго помѣщенія въ теплое, то развитіе болѣзни не прекращалось; сѣрые пятна продолжали постепенно увеличиваться, и скоро рассыпались въ порошокъ. Остановить такое увеличеніе пятенъ можно было лишь вырубивши все зараженное мѣсто, по внесеніи чайника въ теплое мѣсто. Такимъ образомъ, новое видоизмѣненіе олова, прикасаясь къ обыкновенному олову, вызывало преобразование этого послѣдняго, и остановить такое преобразование можно было лишь уничтоживши прикосновеніе кристалловъ сѣрой разновидности олова къ нормальному олову. Подобное явленіе замѣчается и въ другихъ случаяхъ энантиотропіи; когда при известной температурѣ происходитъ преобразование кристаллической формы  $\alpha$  въ форму  $\beta$ , то прикосновеніе вновь образующихся кристалловъ формы  $\beta$  къ непреобразованной массѣ вещества ускоряетъ явленіе превращенія, которое можетъ совсѣмъ прекратиться, если такого прикосновенія не будетъ.

11. Одинъ изъ самыхъ интересныхъ случаевъ энантиотропіи представляетъ азотно-аммоніева соль, изслѣдованная сначала Франкенгеймомъ, а потомъ Леманомъ и другими современными намъ учеными, опредѣлившими всѣ подробности явленія. Соль эта, будучи расплавлена въ безводномъ состояніи, при охлажденіи затвердѣваетъ, когда температура понизится до  $168^{\circ}$ , и образуетъ при этомъ кристаллы правильной системы. Наблюдая ихъ подъ микроскопомъ, Ле-

манъ нашель, что при пониженіи температуры до  $120^\circ$  кристаллы эти переходятъ въ другую форму—ромбоэдрическую, затѣмъ при  $50^\circ$ —форма опять мѣняется, получаютъ кристаллы ромбической системы (Леманъ ихъ называетъ ромбическими  $\alpha$ ); наконецъ, при  $32^\circ$  еще разъ мѣняется форма кристалловъ, и коэффициентъ преломленія ими свѣта увеличивается, хотя кристаллическая система остается попрежнему ромбическая (эту послѣднюю форму Леманъ называетъ ромбической  $\beta$ ). Итакъ, одно и то же вещество, при измѣненіи температуры отъ  $168^\circ$  до  $32^\circ$ , является въ четырехъ различныхъ кристаллическихъ формахъ, и здѣсь мы имѣемъ три раза измѣненіе состоянія отвердѣвшаго тѣла.

Каждое такое измѣненіе состоянія сопровождается выдѣленіемъ тепла. Это ясно видно, если построить графически ходъ постепеннаго измѣненія температуры при охлажденіи тѣла, откладывая времена по оси абсциссъ, а температуры по ординатамъ. Такая кривая охлажденія отъ начальной температуры расплавленной соли въ  $185^\circ$ , до полнаго охлажденія ея, представлена на слѣдующей фигурѣ.



Фиг. 2.

Кривая представляетъ четыре уступа *A, B, C, D*, означающіе замедленіе охлажденія. Первый изъ нихъ имѣется при  $168^\circ$  и соотвѣтствуетъ отвердѣванію расплавленной массы, когда выдѣляется скрытая теплота плавленія, причемъ температура тѣла, въ теченіе нѣкотораго времени, остается почти постоянною.—Слѣдующіе три уступа *B, C, D*, соотвѣтствуютъ измѣненіямъ кристаллической формы, причемъ выдѣляется скрытая теплота преобразованія.—Здѣсь *B*—соотвѣтствуетъ преобразованію кристалловъ правильной системы въ ромбоэдрическіе; *C*—отвѣчаетъ преобразованію ромбоэдрическихъ кристалловъ въ ромбическіе  $\alpha$ ; наконецъ уступъ *D*—означаетъ превращеніе кристалловъ ромбическихъ  $\alpha$  въ ромбическіе  $\beta$ .

Беллати и Романезе опредѣлили скрытое тепло превращенія для этихъ измѣненій, и нашли:

для измѣненія *B*—11,86 единицъ  
*C*— 5,33 »  
*D*— 5,02 »

При измѣненіи состоянія получается измѣненіе теплоемкости, и по опредѣленіямъ Беллати и Романезе средняя теплоемкость азотно-аммоніевой соли слѣдующая:

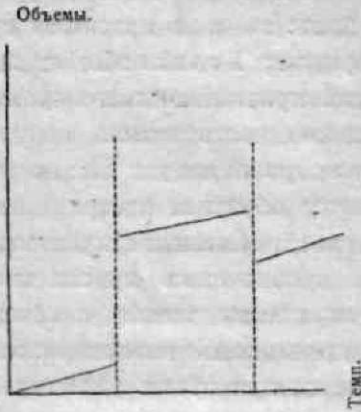
между *A* и *B*—0,426  
 » *B* и *C*—0,355  
 » *C* и *D*—0,407

При этихъ превращеніяхъ измѣняется объемъ тѣла, и коэффициентъ расширенія его отъ теплоты, такъ что, изображая графически измѣненіе объема, въ зависимости отъ температуры, получаемъ слѣдующую фигуру:

Однимъ словомъ, при переходѣ одной кристаллической формы въ другую, совершенно измѣняются всѣ свойства тѣла, и получается какъ бы другое тѣло.

12. Подобныя же явленія представляетъ и обыкновенная (каліева) селитра, кристаллы которой при  $130^{\circ}$  переходятъ изъ ромбоэдрической формы въ обыкновенную ромбическую, съ выдѣленіемъ 11,89 единицъ тепла. Франкенгейму удавалось сохранить ромбоэдрическіе кристаллы даже при охлажденіи до обыкновенной комнатной температуры; но если при такой температурѣ сдавить ихъ твердымъ тѣломъ, или прикоснуться къ нимъ кристалломъ ромбической разновидности, то съ ромбоэдромъ происходитъ измѣненіе, а именно онъ покрывается какъ бы тонкой вуалью, и затѣмъ уже не представляетъ никакого сопротивленія и легко распадается въ кучу пыли. Итакъ, ромбоэдръ, хотя можетъ существовать и при температурахъ нисшихъ температуры превращенія, но тогда молекулярное равновѣсіе его неустойчивое, и легко нарушается отъ слабыхъ усилій, и въ особенности отъ прикосновенія ромбическаго кристалла, который при этой температурѣ находится въ устойчивомъ равновѣсіи.

13. Іодистая ртуть [ $J_2Hg$ ] извѣстна въ двухъ видоизмѣненіяхъ: красное видоизмѣненіе—получается при кристаллизаціи изъ растворовъ, а желтое—при кристаллизаціи расплавленной іодистой ртути.—Красная разновидность при нагрѣваніи дѣлается желтой, а при охлажденіи происходитъ обратное превращеніе въ красное видоизмѣненіе.—Первый изъ этихъ переходовъ происходитъ очень быстро, а второй—весьма медленно; иногда нужно нѣсколько часовъ для того, чтобы превращеніе могло распространиться по всей длинѣ очень короткаго кристалла.—Такая разница въ скоростяхъ двухъ превращеній легко объясняется; при переходѣ красного вида въ желтый объемъ увеличивается, а потому обезпечивается прикосновеніе уже преобразовавшихся кристалловъ къ той массѣ вещества, которая еще не измѣнилась; а такое прикосновеніе ускоряетъ превращеніе.—Напротивъ того, при обратномъ превращеніи, желтаго вида въ красный, объемъ уменьшается, наблюдается промежутокъ между преобразовавшейся частью кристалла и остальнымъ его веществомъ, еще не подвергшимся преобразованію. Давленіе и растираніе всей массы ускоряютъ превращеніе, потому что



Фиг. 3.

при этомъ достигается прикосновеніе преобразовавшихся кристалловъ къ неизмѣненнымъ.

14. Сѣрнистая ртуть, какъ извѣстно, существуетъ въ двухъ видахъ: въ видѣ красныхъ кристалловъ киновари, и въ видѣ черного порошка; Frankenheim показалъ, что и этотъ черный порошокъ тоже кристаллическаго сложенія. Затѣмъ Fuchs нашель, что черную разновидность можно получить изъ красной, расплавляя послѣднюю и быстро охлаждая ее; но отъ самыхъ небольшихъ сотрясеній получается обратное превращеніе въ красную разновидность.

15. Измѣненіе кристаллической формы очень удобно наблюдать на прозрачныхъ кристаллахъ оптическими методами, вырѣзая изъ кристалловъ тонкія пластинки (шлифы) и разсматривая ихъ подъ микроскопомъ въ поляризованномъ свѣтѣ.—Перемѣна строенія выражается при этомъ рѣзкими измѣненіями въ оптическихъ явленіяхъ — Вотъ нѣсколько относящихся сюда примѣровъ.

Сѣрнокаліева соль кристаллизуется въ ромбической системѣ, но пластинка этой соли при нагрѣваніи до  $600^{\circ}$  даетъ оптическія явленія гексагональной системы, указывая этимъ на перемѣны кристаллическаго сложенія. Явленіе обратимое, такъ какъ при охлажденіи получаютъ первоначальныя оптическія свойства (опыты Mallard).

16. Минераль лейцитъ, силикатъ состава  $(K_2O \cdot Al_2O_3 \cdot ASiO_2)$ , встрѣчается въ природѣ въ кристаллахъ, относящихся къ правильной системѣ, а между тѣмъ подъ поляризационнымъ микроскопомъ даетъ явленія двоякаго лучепреломленія.—Это странное противорѣчіе долгое время не могло быть объяснено удовлетворительно, и только въ 1884 году Клейнъ разъяснилъ его. Поставивъ подъ поляризационный микроскопъ шлифъ этого минерала, онъ нашель, что при нагрѣваніи до  $300-400^{\circ}$  получаютъ свѣтотѣныя явленія, какъ для кристалловъ правильной системы; при охлажденіи же шлифъ опять становится двулучепреломляющимъ. Изъ этого видно, что кристаллы лейцита образовались въ природѣ при высокой температурѣ, когда этотъ минераль имѣеть кристаллическое сложеніе правильной системы. При охлажденіи же молекулярное строеніе измѣнилось, но наружная форма застывшаго кристалла сохранилась прежняя; слѣдовательно кристаллы лейцита суть псевдоморфозы.

17. Подобное же явленіе представляетъ борацитъ  $(2Mg_3 \cdot B_8O_{16} + MgCl_2)$ , который въ природѣ встрѣчается въ видѣ кубическихъ кристалловъ, а между тѣмъ шлифы его показываютъ оптическія явленія одноосныхъ кристалловъ. Малларъ показалъ, что при нагрѣваніи шлифа до  $300^{\circ}$  оптическія явленія измѣняются и дѣлаются такими, какъ для правильной системы, и что явленіе это обратимо.

18. Строеніе многихъ металловъ измѣняется отъ нагрѣванія, причемъ изъ мягкихъ они становятся хрупкими и кристаллическими; эти свойства сохраняются въ нихъ и послѣ охлажденія, т. е. здѣсь мы

имѣемъ случай монотропіи. Болѣе всего изслѣдованъ въ этомъ отношеніи цинкъ, который при нагрѣваніи выше  $150^{\circ}$  получаетъ крупно кристаллическое строеніе и при изгибаніи издаетъ звукъ подобно олову. При вытравливаніи такого измѣненнаго цинка растворомъ мѣднаго купороса, получаютъ фигуры, указывающія на измѣненіе прежняго строенія. Маллетъ описываетъ опытъ съ листомъ мягкаго цинка, который былъ положенъ на чугунную плиту и затѣмъ эта плата была накаливаема почти до температуры плавленія цинка. Вслѣдствіе такого нагрѣванія, въ цинковомъ листѣ развилось ясное кристаллическое сложеніе, и оси кристалловъ были перпендикулярны къ плоскости листа. Онъ же описываетъ другой опытъ кристаллизаціи, вызванной нагрѣваніемъ въ свинцѣ. При этомъ опытѣ цилиндрическая трубка изъ мягкаго свинца была надѣта на желѣзный стержень, который она плотно охватывала, и нагрѣваніе сообщалось трубкѣ этимъ стержнемъ, одинъ конецъ котораго накаливался. Въ свинцѣ получилась кристаллизація, съ осями кристалловъ направленными радіально, и свинецъ сдѣлался весьма хрупкимъ, такъ что отъ удара молоткомъ рассыпался въ порошокъ.

19. Калишеръ нашель, что тонкіе вальцованные листы мѣди, серебра, золота и платины отъ нагрѣванія до красна измѣняютъ свое строеніе, и вытравливаніе указываетъ, что они получили кристаллическую структуру. Переменна состоянія выражается также тѣмъ, что величина электропроводности ихъ замѣтно увеличивается (для серебра на  $10\%$ ). Наконецъ, вспомнимъ извѣстный въ техникѣ фактъ, что разные сплавы мѣди при накаливаніи дѣлаются хрупкими; электропроводность латуни отъ отжиганія увеличивается на  $18\%$ ; очевидно и здѣсь имѣемъ дѣло съ измѣненіемъ структуры.

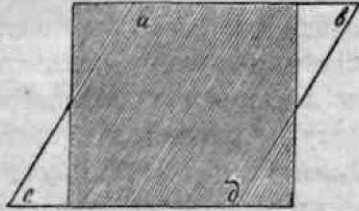
20. Можно было бы привести еще много фактовъ измѣненія структуры тѣлъ, и переменны кристаллической формы, производимыхъ теплотой, но я полагаю, что и вышеприведенныхъ достаточно. Добавлю только, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ можно видѣть не только окончательный результатъ такой перемены, но можно прослѣдить и за самымъ процессомъ измѣненія, т. е. выбранный нами кристаллъ, на глазахъ, въ теченіе самаго короткаго времени, переменить форму свою и получить другую. Это прекрасно видно на кристаллахъ двухъ органическихъ соединеній, о которыхъ говоритъ Леманъ, а именно:

протокатехиновой кислоты, и

эфира хинондвугидропарадвукарбокисильной кислоты.

Вотъ какъ описываетъ Леманъ это явленіе для втораго изъ вышеприведенныхъ тѣлъ: кристаллы его получаютъ изъ горячаго раствора въ анилинѣ, и имѣютъ видъ безцвѣтныхъ листковъ въ формѣ параллелограмма  $abcd$ . Но какъ только температура понизится до извѣстнаго предѣла, кристаллы начинаютъ измѣнять свою форму, такъ что

длинная діагональ замѣтно укорачивается, а короткая удлиняется, и углы контура измѣняются. Вмѣстѣ съ тѣмъ перемѣняется также и цвѣтъ кристалловъ, которые становятся блѣдно-зелеными.



Фиг. 4.

(На фигурѣ видъ и положеніе измѣненнаго кристалла относительно первоначальнаго представлены заштрихованною площадью). При нагрѣваніи кристаллъ измѣняется въ обратномъ направленіи и принимаетъ свою первоначальную форму. Повторя охладженіе и нагрѣваніе, можно заставить одинъ и тотъ же кристаллъ производить произвольное число разъ такое перекашиваніе и обратное возстановленіе первоначальной фигуры.

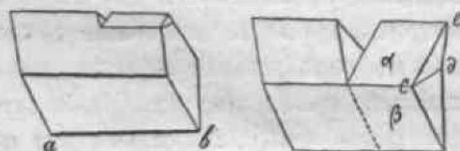
21. Во всѣхъ предыдущихъ примѣрахъ измѣненіе кристаллической формы производилось дѣйствіемъ теплоты, но существуетъ нѣсколько наблюдений, указывающихъ, что того же результата можно достигнуть другимъ путемъ, а именно давленіемъ. — Этимъ путемъ Рейхеръ превратилъ призматическую сѣру въ октаэдрическую.

Еще болѣе интересенъ опытъ Малара и Лешателье надъ превращеніемъ іодистаго серебра. Для этого вещества давно уже были извѣстны двѣ разновидности—обѣ кристаллическія <sup>1)</sup>: желтая, существующая при обыкновенной температурѣ, и красная—имѣющая болѣшую плотность и получающаяся при нагрѣваніи; температура превращенія—около 146°, и при этомъ поглощается 6,25 единицъ тепла.— Такое же превращеніе менѣе плотной разновидности въ болѣе плотную Маларъ и Лешателье произвели при обыкновенной температурѣ, сдавливая винтомъ іодистое серебро; превращеніе происходило при давленіи около 2475 атмосферъ.

22. Къ этому же разряду явленій относится искусственное образованіе двойниковъ давленіемъ, описываемое во всѣхъ курсахъ минералогіи. — Мы посмотримъ на это явленіе съ точки зрѣнія изученія упругихъ явленій, и я позволю себѣ сравнить его съ тѣмъ простымъ опытомъ, который каждому приходилось дѣлать въ дѣтствѣ. Вообразимъ себѣ металлическую цилиндрическую коробочку съ дномъ, имѣющимъ небольшую выпуклость; при надавливаніи снаружи на это дно, оно представляетъ упругое сопротивленіе, но если увеличивать давленіе, то достигнемъ предѣла, при которомъ дно вдругъ уступаетъ давленію, соскакиваетъ съ характеристическимъ шумомъ, и становится вогнутымъ; въ этомъ положеніи оно опять представляетъ упругое сопротивленіе производимому на него давленію. Такимъ образомъ мы

<sup>1)</sup> Красную разновидность прежде считали аморфной, но Леманъ показалъ, что она также кристаллическая, правильной системы (главная форма — октаэдръ), и изоморфна съ іодистымъ серебромъ. См. также Fortschritte der Physik за 1885 г., стр. 189.

здѣсь видимъ два положенія устойчиваго, упругаго равновѣсія, но при нѣкоторомъ давленіи первое изъ нихъ (выпуклое) становится неустойчивымъ и быстро переходитъ во второе. Совершенно такое же явленіе происходитъ при искусственномъ образованіи двойниковъ.—Минералогіи производятъ этотъ опытъ въ трехъ разныхъ видахъ, данныхъ Рейшемъ, Баумгауэромъ и Мюгге <sup>1)</sup>; я для описанія выбираю опытъ Баумгауэра, какъ наиболѣе поучительный.—Его удобнѣе всего произвести съ кристалломъ исландскаго шпата; если удлиненный ромбоэдръ этого минерала положить на горизонтальную плоскость, такъ чтобы онъ опирался ребромъ своимъ *ab*, отвѣчающимъ тупому углу, а на противоположное ребро, перпендикулярно къ нему, надавливать ножомъ, то ножъ входитъ внутрь, отодвигая часть кристалла, какъ это видно на фигурѣ *a*, и наконецъ образуетъ измѣненіе формы, изображенное на фиг. *b*, гдѣ части  $\alpha$  и  $\beta$  кристалла представляютъ то, что въ минералогіи называется двойникомъ. Вновь образовавшаяся грань *cde* оказывается вполнѣ правильной и плоской, что доказывается явленіями отраженія



Фиг. 5.

ею свѣта, изслѣдованными минералогомъ Брезина, и углы наклона новыхъ граней въ точности отвѣчаютъ законамъ двойниковаго образованія кристалловъ. Такимъ образомъ это не есть произвольное измѣненіе формы, подобное тѣмъ, которыя могутъ быть по желанію сообщены мягкимъ, пластическимъ тѣламъ. Здѣсь мы имѣемъ дѣло съ очень хрупкимъ тѣломъ и видимъ передъ собою новое, совершенно опредѣленное положеніе равновѣсія; частицы нашего тѣла были выведены изъ первоначальнаго устойчиваго положенія, но теперь онѣ опять установились, попрежнему прочно, въ новомъ устойчивомъ, совершенно опредѣленномъ положеніи. Новая форма  $\alpha$  есть кристаллъ, въ точности удовлетворяющій всѣмъ условіямъ кристаллической симметріи.—Вдумавшись въ значеніе этого результата, мы должны согласиться съ мнѣніемъ Вильяма Томсона, который называетъ опытъ Баумгауэра «великолѣпнымъ открытіемъ» (*splendide découverte* <sup>2)</sup>).

Такое искусственное образованіе двойниковъ давно уже извѣстно въ минералогіи (опытъ Рейша относится къ 1867 году), и теперь кромѣ исландскаго шпата подобное же измѣненіе произведено и съ разными другими минералами. Либишъ указываетъ на слѣдующіе:

а) кристаллы моноклинической системы: хлористый барій ( $\text{BaCl}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ ), бромистый барій ( $\text{BaBr}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ ), этилмалонамидъ, діопсидъ <sup>3)</sup>;

<sup>1)</sup> См. Liebisch, *Physikalische Krystallographie*.

<sup>2)</sup> См. статью В. Томсона въ *Comptes rendus*, T. CIX, стр. 333. Здѣсь онъ пытается представить себѣ гипотетически тѣ молекулярныя движенія, которыя происходятъ при опытѣ Баумгауэра.

<sup>3)</sup> Силикатъ состава  $\text{CaO} \cdot 2\text{SiO}_2 + \text{MgO} \cdot 2\text{SiO}_2$ .

б) кристаллы ромбической системы: ангидритъ ( $\text{SO}_4\text{Ca}$ ).

в) кристаллы ромбоэдрическіе: сѣрнонатровая соль, желѣзный блескъ, корундъ, сурьма и висмутъ.

23. Предыдущій обзоръ имѣющихся фактовъ даетъ намъ полное право поставить, какъ вполне доказанныя, слѣдующія положенія:

а) Извѣстно много случаевъ измѣненія кристаллическаго состоянія въ твердыхъ тѣлахъ, переходъ кристалловъ одной формы въ другую.

б) Чаще всего этотъ переходъ вызывается теплотою. Механическія силы — давленіе, треніе, сотрясенія способствуютъ переходу.

с) Признаками такого перехода, кромѣ видимаго на-глазъ измѣненія формы кристалловъ, или ихъ оптическихъ свойствъ, служатъ измѣненія другихъ физическихъ свойствъ: плотности, температуры плавленія, проводимости для тепла и электричества. Обыкновенно рассматриваемое нами измѣненіе сопровождается выдѣленіемъ или поглощеніемъ тепла; такая скрытая теплота есть самый вѣрный указатель того, что произошло измѣненіе структуры тѣла.

Посмотримъ, насколько эти положенія примѣнимы къ желѣзу.

24. Прежде всего обратимъ вниманіе на то, что желѣзо и родственные ему чугуны и сталь имѣютъ кристаллическое строеніе. — Крупные кристаллы ковкаго желѣза были получены еще Вѳлеромъ; они имѣли видъ кубовъ до 1 дюйма въ сторонѣ, и выказывали ясную спайность, т. е. легко раскалывались на меньшіе кубы. Для полученія ихъ нужно было долгое время нагрѣвать желѣзо до благаго каленія. Въ желѣзѣ, какъ и въ другихъ тѣлахъ, размѣръ получающихся кристалловъ тѣмъ больше, чѣмъ больше продолжается нагрѣваніе. Поэтому въ крупныхъ поковкахъ, изготовленіе которыхъ продолжается иногда цѣлыя недѣли, легко могутъ получиться кристаллы значительныхъ размѣровъ. Уже въ поковкахъ, вѣсъ которыхъ не превосходилъ семи тоннъ, Маллетъ находилъ кристаллы, грани которыхъ были ростомъ съ монету въ полъ-кроны (около нашего полтинника). Въ чугуны кристаллы образуются тѣмъ большихъ размѣровъ, чѣмъ дольше происходитъ остываніе отливки. Всѣмъ извѣстны относящіяся сюда изслѣдованія Маллета, который показалъ простыя законы расположенія такихъ кристалловъ, сдѣлавшіеся послѣ того общепринятымъ всѣми техниками результатомъ. Изъ дальнѣйшихъ изслѣдованій по вопросу о кристаллизаціи необходимо указать на замѣчательное сообщеніе Д. К. Чернова «о структурѣ литыхъ стальныхъ болванокъ», и на прекрасныя микроскопическія изслѣдованія Сорби, Мартенса, Веддинга и, наконецъ, Осмонда. По Мартенсу, желѣзо кристаллизуется въ двухъ формахъ: ромбическихъ призмахъ и октаэдрахъ правильной системы. Въ разныхъ сортахъ чугуна преобладаетъ та или другая форма и опредѣляетъ видъ излома. Ромбическая форма соответствуетъ желѣзу, соединенному съ углеродомъ (гипотетическій

составъ  $Fe_4C$  или  $Fe_3C$ , т. е. то, что теперь называется карбидомъ). Октаэдрическіе кристаллы представляютъ чистое желѣзо. Осмондъ въ послѣднемъ своемъ докладѣ о микроструктурѣ стали, сообщенномъ Желѣзному Институту на митингъ текущаго года <sup>1)</sup>, описываетъ строеніе стали слѣдующимъ образомъ: очень мягкая сталь состоитъ изъ многогранныхъ зеренъ почти чистаго желѣза; въ каждомъ зернѣ желѣзо имѣетъ кристаллическое сложеніе, съ одинаковымъ направлениемъ кристалловъ для одного и того же зерна, но въ разныхъ зернахъ кристаллы имѣютъ разное направленіе. Зерна окружены постояннымъ веществомъ — карбидомъ.

Вообще всѣ микроскопическія наблюденія надъ строеніемъ чугуна и стали привели къ заключенію, что эти тѣла по строенію своему походятъ на кристаллическія горныя породы, напримѣръ, гранитъ, порфиръ, т. е. представляютъ агломератъ кристалловъ тѣлъ разнаго состава. Такъ въ мягкой стали имѣемъ чистое желѣзо и карбидъ; въ жесткой стали сверхъ того встрѣчается еще другое соединеніе желѣза съ углеродомъ, названное цементитомъ; наконецъ, въ чугунѣ къ этимъ тѣламъ присоединяются пластинки графита и микроскопическіе кристаллы кремнезема. Эти отдѣльныя составныя части соединены между собою подобно тому, какъ полевой шпатъ, кварцъ и слюда въ гранитѣ.

25. Какъ только мы начнемъ ближе знакомиться со свойствами желѣза, сейчасъ необходимо является мысль о существованіи двухъ видоизмѣненій желѣза, и о превращеніи одного изъ нихъ въ другое при обработкѣ. На эту мысль наводитъ прежде всего изученіе стали, ея способности закаливаться и отпускаться; при этомъ всѣ свойства металла глубоко измѣняются, и мы получаемъ какъ бы совсѣмъ другой матеріалъ. Это измѣненіе свойствъ производится теплотою, и иногда для этого достаточно очень небольшого нагрѣванія; закаленная сталь получаетъ уже замѣтное отпусканіе даже отъ нагрѣванія едва превышающаго температуру кипѣнія воды. Сильное и повторенное отжиганіе радикально мѣняетъ свойства стали. Для примѣра укажу, что Викстидъ, отжигая сталь двѣнадцать разъ сряду, сообщилъ ей такую пластичность, что удлиненіе при разрывѣ составляло 80%; Адамсонъ послѣ двѣнадцати отжиганій получилъ удлиненіе въ 76,5%.

Эти измѣненія не ограничиваются сталью; можно закаливать чугунъ, отжигать желѣзо. Многіе сорта желѣза закаливаются подобно стали, требуя для этого или нагрѣванія до очень высокой температуры, или охлажденія до очень низкой температуры. Недавно Болль закаливалъ литое желѣзо съ содержаніемъ 0,12% углерода, и опредѣлилъ, что наибольшая закалка получается, если сталь была нагрѣта до 1300°; закаленное при этой температурѣ желѣзо имѣло сопротивле-

<sup>1)</sup> Engineering, 12 іюня 1891 г.

ніе разрыву 9570 килогр. на квадр. сант. вмѣсто первоначальнаго, составлявшаго 3980. Осмондъ закаливалъ даже чистое желѣзо, въ охладительныхъ смѣсяхъ, и получалъ сильную закалку. Такимъ образомъ всѣ сорта желѣза и стали владѣютъ способностью закаливаться и отжигаться, т. е. измѣнять свое строеніе, превращаться въ другое видоизмѣненіе. Однимъ словомъ, эти факты заставляютъ предположить, что желѣзо получаетъ аллотропическое видоизмѣненіе, подобно сѣрѣ, фосфору и другимъ тѣламъ.

Совершенно такое же измѣненіе свойствъ стали, какъ производимое закалкой, можно вызвать еще другимъ путемъ — давленіемъ, приложеніемъ значительныхъ усилій. Съ этимъ явленіемъ встрѣтились всѣ строители мостовъ, кораблей и машинъ, которые начали употреблять литуую сталь и литое желѣзо. Эти матеріалы получаютъ закалку—дѣлаются жесткими, хрупкими,—отъ пробиванія въ нихъ дыръ, загибанія при образованіи флансовъ, и отъ разныхъ другихъ операций, производимыхъ на холоду, или при слабомъ нагрѣвѣ, и сопровождаемыхъ приложеніемъ значительныхъ усилій. Незнакомство съ этимъ явленіемъ повлекло за собою порчу и даже разрушеніе многихъ, только-что изготовленныхъ предметовъ, которые оказались хрупкими, хотя для изготовленія ихъ употреблены были мягкіе, пластическіе сорта стали и литого желѣза. — Теперь вполне разъяснены обстоятельства, вызывающія такую порчу матеріала, во время изготовленія изъ него различныхъ предметовъ, и найдено средство вернуть испорченному матеріалу его прежнія, хорошія механическія свойства. Средство это состоитъ въ отжиганіи, и всѣ заводчики, имѣющіе дѣло съ литымъ желѣзомъ, отжигаютъ его послѣ окончанія пробивки дыръ, отгибанія флансовъ и т. п. Этимъ путемъ испорченное давленіемъ желѣзо обратно превращаютъ при помощи теплоты въ прежнее его состояніе.

26. Первенство въ точномъ установленіи факта аллотропіи желѣза, т. е. существованія двухъ его видоизмѣненій, изъ которыхъ одно, вслѣдствіе нагрѣванія, превращается при извѣстной температурѣ въ другое, принадлежитъ нашему извѣстному металлургу-сталелитейщику Д. К. Чернову.—Свои изслѣдованія онъ многократно сообщалъ Русскому Техническому Обществу, начиная съ 1868 года, и они помѣщены въ запискахъ Общества <sup>1)</sup>. Работы его были переведены на англійскій языкъ Андерсономъ и напечатаны въ очень распространенномъ журналѣ *Engineering*, а французскій переводъ ихъ помѣщенъ въ Льежскомъ Горномъ Журналѣ. Такимъ образомъ эти труды получили широкую извѣстность, и цѣнятся очень высоко. Новѣйшіе изслѣдователи этихъ вопросовъ: Осмондъ и Вертъ, профессоръ Робертсъ-

<sup>1)</sup> Первое сообщеніе Чернова по этому вопросу смотри въ Запискахъ 1868 г.

Остенъ, Вильямъ Андерсонъ, съ особымъ уваженіемъ отзываются о трудахъ Чернова, признавая его первымъ дѣятелемъ въ этой области, сразу сдѣлавшимъ крупный шагъ по пути изслѣдованія. — И въ самомъ дѣлѣ, температуры превращенія, которыя до сихъ поръ извѣстны подъ данными имъ Черновымъ названіями «температура *a*» и «температура *b*», были первыми примѣрами такъ называемыхъ критическихъ температуръ, занимающихъ такое важное мѣсто во всѣхъ новѣйшихъ изслѣдованіяхъ по металлургіи желѣза.

27. Терминъ «критическая температура» вошелъ въ употребленіе со времени опытовъ Баретта. Наблюдая ходъ постепеннаго охлажденія раскаленныхъ желѣзныхъ и стальныхъ проволокъ, онъ замѣтилъ, что при извѣстной температурѣ происходитъ остановка охлажденія, и вмѣсто того температура повышается на нѣсколько градусовъ. Иногда, а именно для жесткихъ сортовъ стали, это повышение бываетъ настолько быстрое и значительное, что красный цвѣтъ проволоки становится вдругъ замѣтно ярче, получается бликованіе (*recalcescence*). Температура, при которой происходятъ эти явленія, названа критической. Она различна для разныхъ сортовъ желѣза и стали; обыкновенная величина ея около  $700^{\circ}$ . — Пусть испытуемая проволока вытянута во время опыта извѣстнымъ грузомъ, и имѣется чувствительный рычагъ, указывающій измѣненіе длины ея; тогда уменьшеніе длины, происходящее при постепенномъ охлажденіи проволоки, вдругъ замѣняется увеличеніемъ длины, когда температура достигаетъ критическаго предѣла. — Такимъ образомъ, при критической температурѣ происходитъ выдѣленіе тепла, которое, дѣлаясь свободнымъ, повышаетъ температуру, вызываетъ бликованіе и другія явленія. Такое выдѣленіе тепла указываетъ на происходящее при этомъ превращеніе, на измѣненіе состоянія тѣла, переходъ его въ другое аллотропическое видоизмѣненіе. Вотъ почему критическая температура такъ интересна для насъ. Послѣ перехода критической температуры свойства желѣза замѣтно мѣняются: Барретъ нашелъ, что тогда къ нему возвращается способность намагничиваться, потерянная имъ при высокой температурѣ; итакъ, критическая температура служитъ предѣломъ, по одну сторону котораго частицы желѣза могутъ принимать полярное измѣненіе, составляющее причину магнитныхъ явленій, а по другую сторону этой температуры уже невозможно такое полярное расположеніе частицъ. Затѣмъ Пюшонъ показалъ, что при этой температурѣ происходитъ замѣтное измѣненіе теплоемкости желѣза, средняя величина которой между  $1000$  и  $700$  градусами оказывается вдвое больше, чѣмъ величина ея при температурѣ превращенія. Онъ же опредѣлилъ и количество теплоты, выдѣляющейся при такомъ превращеніи ( $5,3$  калоріи). Лешателье показалъ, что при критической температурѣ происходитъ сразу (скачкомъ) значительное измѣненіе электровозбудительной силы желѣза. При охлажденіи раскаленной стали, когда тем-

пература перейдет критическій предѣлъ, сталь сразу дѣлается пластической и получаетъ значительные остающіеся изгибы отъ грузовъ, которые она выдерживала, слегка лишь изогнувшись, пока температура была выше критической.

Всѣ эти явленія обратимы, и если вмѣсто охлажденія наблюдать нагрѣваніе проволоки, то по достиженіи критической температуры получаютъ измѣненія въ обратномъ направленіи, чѣмъ выше описанныя. Однимъ словомъ, мы здѣсь имѣемъ всѣ ясные и точные признаки энантиотропіи.

28. Осмонду принадлежитъ очень полное и подробное изученіе критическихъ температуръ желѣза и стали. Онъ установилъ связь этого явленія съ закалкой и отпусканіемъ стали, а также съ химическими явленіями, происходящими при этомъ—поглощеніемъ и выдѣленіемъ карбида. Этимъ именемъ называется соединеніе  $Fe_3C^1)$ , часто встрѣчающееся въ видѣ многочисленныхъ отдѣльныхъ листовъ въ стали; оно легко различается подъ микроскопомъ отъ остального вещества своимъ цвѣтомъ; листки карбида суть то, что Сорби въ своихъ микроскопическихъ изслѣдованіяхъ называетъ «жемчужная составная часть» (pearly constituent of iron); его можно выдѣлить, растворяя сталь въ слабыхъ, холодныхъ кислотахъ, не дѣйствующихъ на карбидъ.—Въ сильно закаленной стали вовсе нѣтъ карбида, и сама закалка состоитъ въ томъ, что карбидъ входитъ въ химическое соединеніе съ остальнымъ веществомъ стали; при отпусканіи, напротивъ того, карбидъ выдѣляется и дѣлается свободнымъ. Критическая температура есть та, при которой происходитъ такое выдѣленіе или поглощеніе карбида, сопровождаемое выдѣленіемъ или поглощеніемъ тепла, какъ большинство химическихъ явленій.—Иногда выдѣленіе карбида происходитъ въ нѣсколько пріемовъ, и тогда такой сортъ стали имѣетъ нѣсколько критическихъ точекъ.—Нѣкоторые сорта чугуна тоже представляютъ критическія точки, соответствующія выдѣленію карбида; температура ихъ тоже около 700, какъ для стали.—Для извѣстныхъ родовъ чугуна Осмондъ открылъ еще существованіе особыхъ критическихъ точекъ, при которыхъ выдѣляется графитъ; соответствующая температура выше, чѣмъ для карбида, а именно около 1000.

Во всѣхъ этихъ явленіяхъ самое замѣчательное то, что указанные химическія соединенія и разложенія происходятъ въ твердомъ тѣлѣ. Не нужно однако думать, что критическія точки представляютъ явленіе, вызываемое исключительно химическими реакціями карбида или графита. Такія же точки замѣчаются и въ совершенно чистомъ желѣзѣ, вовсе не содержащемъ углерода, напр. въ такомъ, которое

<sup>1)</sup> Или  $Fe^4C$ , такъ какъ составъ еще не опредѣленъ съ полной точностью.

получается, при восстановленіи его изъ солей или въ электролитическомъ желѣзѣ; здѣсь уже не можетъ быть и рѣчи о химическихъ реакціяхъ, а происходитъ только измѣненіе молекулярнаго строенія. Такое же молекулярное измѣненіе происходитъ и въ стали, и сопровождается химическую реакцію карбида.

29. На основаніи разносторонняго изслѣдованія желѣза и стали, Осмондъ и Вёртъ пришли къ твердому убѣжденію, что существуютъ два аллотропическихъ видоизмѣненія желѣза, называемыя ими желѣзо  $\alpha$  и желѣзо  $\beta$ .—При переходѣ изъ состоянія  $\alpha$  въ состояніе  $\beta$  съ желѣзомъ происходятъ слѣдующія измѣненія:

- 1) Оно поглощаетъ тепло.
- 2) Ковкость его очень сильно уменьшается.
- 3) Плотность тоже уменьшается.
- 4) Коэффициентъ расширенія отъ теплоты увеличивается.
- 5) Электропроводность и термическая электровозбудительная сила уменьшаются.

6) Химическія реакціи дѣлаются болѣе энергичными.

Для превращенія желѣза  $\alpha$  въ желѣзо  $\beta$  мы имѣемъ два средства:

А) Ковка или вообще значительное давленіе, производящее остающуюся деформацию, если при этомъ температура ниже темно-краснаго каленія.

В) Нагрѣваніе до температуры выше критической; если затѣмъ желѣзо свободно и медленно остынетъ, то оно опять превратится въ видъ  $\alpha$ . Поэтому, если желаемъ получить видоизмѣненіе  $\beta$ , то нужно помѣшать такому обратному преобразованію при охлажденіи; это достигается быстрымъ охлажденіемъ нагрѣтаго желѣза или стали въ водѣ, маслѣ, свинцѣ и т. п., т. е. закалкою.—При закалкѣ мы, такъ сказать, захватываемъ частицы желѣза въ состояніи  $\beta$ , и быстро охлаждая ихъ, уменьшаемъ подвижность частицъ и препятствуемъ переходу въ состояніе  $\alpha$ . Такой взглядъ на закалку былъ высказанъ Черновымъ еще въ 1868 году и въ настоящее время принятъ многими металлургами.—Закалка и задерживаетъ переходъ желѣза въ состояніе  $\alpha$  не вполне, а только отчасти и, несмотря на закалку, происходитъ превращеніе извѣстной части желѣза  $\beta$  въ  $\alpha$ .—Присутствіе въ стали углерода, марганца, вольфрама, какъ извѣстно, способствуетъ закалкѣ, т. е. способствуетъ сохраненію состоянія  $\beta$ , не смотря на охлажденіе.

Обратный переходъ изъ состоянія  $\beta$  въ состояніе  $\alpha$  получается вслѣдствіе отжиганія, и переходъ этотъ будетъ тѣмъ болѣе полнымъ, чѣмъ долѣе продолжалось отжиганіе и чѣмъ выше была температура при этомъ.—Если пожелаемъ составить себѣ ясное понятіе о томъ, что такое желѣзо  $\alpha$ , то нужно взятый образецъ желѣза подвергнуть многократному отжиганію; результатомъ этихъ операцій получится весьма пластичный матеріалъ, въ родѣ того, какъ полученный Виксти-

домъ и Адамсономъ. Закаленная сталь представляетъ смѣсь желѣза  $\alpha$  и желѣза  $\beta$ ; пропорція послѣдняго зависитъ отъ силы вліяній, вызвавшихъ преобразование, т. е. отъ силы проковки и интенсивности закалки. Во всякомъ случаѣ закаленная сталь при раствореніи въ кислотахъ выдѣляетъ большее количество теплоты, чѣмъ отпущенная, что было доказано опытами Осмонда и Вёрта.

Съ большинствомъ заключеній Осмонда и Вёрта необходимо согласиться, а признавая существованіе двухъ видоизмѣненій желѣза, превращающихся одно въ другое, мы необходимо должны ожидать измѣненія строенія желѣза отъ сотрясеній и приложенія къ нему значительныхъ усилій. Такъ называемая кристаллизація желѣза отъ сотрясеній должна состоять въ переходѣ желѣза изъ состоянія  $\alpha$  въ аллотропическое видоизмѣненіе  $\beta$ .

30. Обращаясь теперь къ практическимъ наблюденіямъ надъ службою машинъ и мостовъ, мы можемъ указать факты, при которыхъ несомнѣнно строеніе и свойства желѣза замѣтно измѣнились во время службы — желѣзо испортилось и сдѣлалось хрупкимъ. Всѣ эти факты относятся къ частямъ, подвергающимся значительнымъ напряженіямъ или ударамъ. Напримѣръ, несомнѣнно кристаллизація получается въ бурильныхъ стержняхъ. Затѣмъ Smyth показалъ, что долго служившіе стальные рельсы имѣютъ сопротивленіе излому меньшее, чѣмъ первоначальное сопротивленіе; имъ можно вернуть прежнюю прочность посредствомъ отжиганія <sup>1)</sup>. Имѣется много указаній на то, что проволочные канаты рудоподъемныхъ машинъ съ теченіемъ времени дѣлаются жесткими и хрупкими, такъ что ихъ для безопасности необходимо перемѣнять черезъ годъ или черезъ два года. — Такая же порча часто замѣчалась въ цѣпяхъ подъемныхъ машинъ, которыя тоже подвергаются значительнымъ усиліямъ, толчкамъ и ударамъ, въ особенности во время спуска груза, при неправильномъ торможеніи. Хотя цѣпи приготовляются всегда изъ самаго лучшаго, пластического желѣза, но съ теченіемъ времени оно дѣлается жесткимъ и хрупкимъ. Такое превращеніе цѣпного желѣза есть многократно наблюденный фактъ. Джонъ Андерсонъ, бывший главный механикъ Вуличскаго арсенала, въ своей книгѣ о Сопротивленіи Матеріаловъ говоритъ, что такая порча цѣпей извѣстна всякому практически занимающемуся этимъ дѣломъ. Поэтому, прибавляетъ онъ, въ военномъ министерствѣ установлено правило, чтобы всѣ цѣпи подъемныхъ крановъ отжигались, по прошествіи извѣстнаго срока службы; этимъ восстанавливается нарушенное равновѣсіе матеріала, и желѣзу возвращаются его прежнія качества. Такимъ путемъ, по мнѣнію Андерсона, срокъ службы цѣпей увеличивается почти безпредѣльно. Авторъ статьи о цѣпяхъ, помѣщенной въ журналъ Engineering (7 іюля

<sup>1)</sup> Взято изъ соч. Jeans, Steel, its history, manufacture and uses.

1887 г.), сообщает, что ему приходилось имѣть много дѣла съ цѣпями при нагрузкѣ угля, и фирма, въ которой онъ служитъ, находитъ нужнымъ перемѣнять цѣпи послѣ 100.000 подъемовъ груза. Тотъ же авторъ, говоря о цѣпяхъ подъемныхъ крановъ, считаетъ необходимымъ отжигать ихъ, примѣрно, каждые два года. Американская желѣзная дорога New York Central and Hudson River Railroad всегда перемѣняетъ вагонныя оси (желѣзныя) послѣ двухъ лѣтъ службы. Нѣсколько такихъ отслужившихъ осей были испробованы ударомъ бабы вѣсомъ въ 1650 фунтовъ, падающей съ высоты 10 футъ, при разстояніи опоръ, поддерживающихъ ось, равномъ 3 футамъ; обыкновенно было достаточно двухъ ударовъ, чтобы сломать ось; изломъ получался рѣзкій, какъ у стекла, и происходилъ не въ мѣстѣ удара, а у концовъ шеекъ; однимъ словомъ всѣ признаки крайне хрупкаго матеріала. По отжиганіи этихъ осей онѣ оказывались настолько же прочными, какъ и новыя <sup>1)</sup>).

Вотъ еще одинъ достовѣрный случай кристаллизаціи желѣза, наблюденный въ шахтѣ Friedenshoffnung около Вальденбурга <sup>2)</sup>). Было испытано цѣпное звено, служившее два года; при первомъ ударѣ молоткомъ въ 5 килограммовъ вѣсомъ звено сломалось на 4 куска, какъ совершенно хрупкое тѣло, и дало кристаллическій изломъ. Другое такое же звено было сначала отожжено, и понадобилось 23 удара, чтобы только отчасти сломать его, и сложеніе оказалось волокнистымъ.— Не указываютъ ли эти факты на то, что во время службы цѣпей и осей произошло превращеніе желѣза  $\alpha$  въ желѣзо  $\beta$ ? Отжиганіемъ производимъ обратное превращеніе.

31. Еще въ 60-хъ годахъ Вильямъ Армстронгъ и Томсонъ производили особые опыты для изученія измѣненія свойствъ желѣза отъ сотрясеній. Армстронгъ подвергалъ желѣзные бруски повторнымъ изгибамъ, по три изгиба въ одну минуту, и такое изгибаніе происходило въ теченіе шести недѣль. У Томсона бруски въ теченіе шести недѣль подвергались ударамъ молоткомъ, по 32 удара въ минуту. Оба изслѣдователя пришли къ заключенію, что желѣзо кристаллизуется отъ сотрясеній. Сопротивленіе изслѣдуемаго желѣза опредѣлялось передъ началомъ повторныхъ изгибовъ и сотрясеній и послѣ окончанія ихъ; поэтому здѣсь не можетъ имѣть мѣста возраженіе, обыкновенно высказываемое по поводу хрупкости и кристаллическаго излома разныхъ частей машинъ, сломавшихся во время службы ихъ, а именно, что эти части и первоначально были хрупки, т. е. что здѣсь по недосмотру было употреблено плохое, кристаллическое желѣзо, и во время службы не произошло никакой перемѣны

<sup>1)</sup> См. статью Томсона объ Американскихъ мостахъ въ *Engineering* 14 сентября 1888 г.

<sup>2)</sup> *Dingler's Polytechnisches Journal*, Bd. CCXXII, стр. 499.

въ строеніи. Для примѣра укажемъ на одинъ изъ испытанныхъ Армстронгомъ брусковъ (длина 2<sup>с</sup>, сторона квадрата 1 дюймъ); этотъ брусокъ передъ началомъ опытовъ выдержалъ безъ порчи изгибающій грузъ въ 80 фунтовъ; послѣ же шести-недѣльнаго испытанія онъ сдѣлался настолько хрупкимъ, что сломался на три куска, когда его, переноса, нечаянно уронили на полъ.—У Томсона бруски самага лучшаго шведскаго желѣза портились отъ ударовъ; напр. послѣ шести-недѣльнаго испытанія брусокъ сломался отъ груза въ 113 килогр., хотя до испытанія онъ выдерживалъ безъ излома 163 килогр.

32. Безъ сомнѣнія можно привести много фактовъ противоположнаго характера, отрицательныхъ; есть много наблюдений надъ частями машинъ, служившими долго, и въ которыхъ тѣмъ не менѣе не произошло измѣненія свойствъ желѣза, не получилось кристаллизаціи. Но такіе отрицательные факты не могутъ считаться возраженіями противъ нашего взгляда. Кристаллизація можетъ произойти только при извѣстныхъ условіяхъ, между которыми на первомъ планѣ стоятъ значительныя напряженія и сильныя сотрясенія; приводимые же отрицательные факты обыкновенно относятся къ частямъ, для которыхъ эти условія не соблюдены. Вотъ на примѣръ, одинъ изъ такихъ фактовъ: проф. Бѣлелюбскій испыталъ долго служившія звенья Кіевскаго цѣпнаго моста; такъ какъ при мостѣ имѣлись запасныя звенья, изготовленныя одновременно со всѣми остальными, но не бывшія въ употребленіи, то оказалось возможнымъ сравнить сопротивленія тѣхъ и другихъ звеньевъ—бывшихъ въ употребленіи и запасныхъ. Разницы между ними не оказалось, и это, вѣроятно, произошло отъ того, что цѣпь такого жесткаго моста, какъ Кіевскій, не подвергается значительнымъ сотрясеніямъ; главные удары и сотрясенія передаются на полотно и подвѣсныя тяги. Такой взглядъ отчасти подтверждается наблюдениемъ надъ проволочными висячими мостами, сдѣланнымъ во Франціи, и приводимымъ Жақменомъ, который говоритъ: «Разбирая нѣсколько висячихъ мостовъ, нашли, что въ тѣхъ изъ нихъ, подвѣсныя канаты которыхъ подвергались значительному напряженію, проволоки этихъ канатовъ оказывались почти совершенно разрушенными и представляли лишь самое незначительное сопротивление; между тѣмъ въ тѣхъ канатахъ, которые подвергались небольшимъ напряженіямъ, проволоки оказывались совершенно неизмѣненными» <sup>1)</sup>.

Къ числу отрицательныхъ фактовъ нужно отнести опыты Тэрстона надъ проволоками, взятыми изъ каната одного висячаго моста въ Филадельфіи, прослужившаго 32 года; сопротивление и пластичность этихъ проволокъ не представляли ничего аномальнаго <sup>2)</sup>. Но

<sup>1)</sup> Ja'cqm'n, Des machines à vapeur, T. II, p. 4.

<sup>2)</sup> Thurston, The Materials of Engineering. Part II, p. 589.

въ томъ же сочиненіи Тэрстона <sup>1)</sup> указывается на случай, когда одинъ изъ раскосовъ моста, подвергавшійся, вслѣдствіе дурной сборки, сильнымъ ударамъ, сломался; испытаніе его послѣ излома дало такіе результаты:

Сопротивленіе разрыву—3093 к. на квадр. сант.

Предѣлъ упругости—2531 к.

Удлиненіе при разрывѣ = 0.

Сжатіе въ мѣстѣ разрыва = 0.

Сложеніе оказалось крупно - кристаллическимъ, и приведенные численные результаты испытанія ясно указываютъ, что во время службы раскоса механическія свойства желѣза совершенно измѣнились. Здѣсь мы имѣемъ несомнѣнный случай кристаллизаціи отъ сотрясеній. У Киркальди же опять встрѣчаемся съ интереснымъ отрицательнымъ фактомъ. Онъ испытывалъ нѣсколько звеньевъ стараго цѣпного моста черезъ Темзу у Гаммерсмита, служившаго болѣе 60 лѣтъ, и нашель, что желѣзо въ этихъ звеньяхъ достаточно прочно, и въ изломѣ показало хорошее сложеніе. На основаніи этихъ опытовъ онъ заключилъ, что желѣзо въ этихъ звеньяхъ не было испорчено, несмотря на долговременную ихъ службу.—Можетъ быть, такое заключеніе вполне справедливо; тогда нужно сказать, что въ звеньяхъ не произошло кристаллизаціи, потому что они не подвергались значительнымъ сотрясеніямъ. Но нельзя оставить безъ вниманія слѣдующій фактъ: старый Гаммерсмитскій мостъ былъ разобранъ, и звенья его отправлены къ мѣсту постройки Фортскаго моста, гдѣ ихъ желали употребить для нѣкоторыхъ временныхъ сооружений. Оказалось, что одинъ процентъ этихъ звеньевъ сломался во время перевозки ихъ на мѣсто; слѣдовательно, звенья оказались хрупкими, и тѣ изъ нихъ, которыя остались цѣлыми, должны считаться подозрительными. Прежде употребленія ихъ въ дѣло, строители Фортскаго моста нашли нужнымъ отжечь всѣ эти звенья,—безъ примѣненія этой операціи ихъ считали небезопасными.

33. Это обстоятельство наводитъ насъ на мысль, что можетъ быть обыкновенное испытаніе желѣза растяженіемъ и разрывомъ не всегда годится для открытія того, получилась ли въ желѣзѣ кристаллизаціи или нѣтъ <sup>2)</sup>. Звенья Гаммерсмитскаго моста при испытаніи у Киркальди дали хорошіе результаты, а между тѣмъ нѣкоторые изъ нихъ оказались настолько хрупкими, что не выдерживали перевозки. Въ Ватертаунскомъ арсеналѣ испытали желѣзо, взятое изъ вагонныхъ осей, пробѣжавшихъ 95.000 миль (т. е. сдѣлавшихъ болѣе

<sup>1)</sup> На стр. 614.

<sup>2)</sup> Если съ этой точки зрѣнія отнести къ опытамъ Баушингера, приведеннымъ въ 13-й тетради его Mitteilungen, то категорическое заключеніе этого ученаго, рѣшительно отрицающаго кристаллизацію отъ сотрясеній, должно быть признано преждевременнымъ.

60 миллионъ оборотовъ); опредѣлили предѣлъ (упругости, сопротивленіе разрыву и удлиненіе при разрывѣ, и оказалось, что металлъ хорошаго качества. Между тѣмъ вышеприведенное испытаніе бабой американскихъ желѣзныхъ осей показываетъ значительную порчу свойствъ металла осей послѣ двухлѣтняго пробѣга.

Если подтвердится высказываемое нами сомнѣніе въ примѣнимои обыкновенныхъ способовъ испытанія металловъ для рѣшенія вопроса о кристаллизаци, то придется искать другихъ способовъ испытанія, которые позволяли бы сдѣлать безошибочно заключеніе о томъ: произошла ли кристаллизаци или нѣтъ? Такъ какъ два видоизмѣненія желѣза  $\alpha$  и  $\beta$  различаются электропроводностью, электровозбудительной силой и другими физическими свойствами, то изученіе этихъ свойствъ можетъ дать указанія на то—произошла ли порча желѣза или нѣтъ. Порча желѣза и стали отъ сотрясеній сопровождается увеличеніемъ твердости; профессоръ Эггльстонъ нашель, что это происходитъ отъ того, что примѣшанный къ металлу углеродъ входитъ въ химическое соединеніе съ желѣзомъ <sup>1)</sup>. Такое увеличеніе твердости тоже можетъ служить указателемъ превращенія желѣза; поэтому Эггльстонъ устроилъ особые приборы для измѣренія степени твердости металла, и надѣялся, что помощью этихъ приборовъ можно будетъ слѣдить за постепеннымъ измѣненіемъ свойствъ желѣза, подвергающагося превращенію въ частяхъ машинъ и построекъ отъ сотрясеній.

34. Неоднократно было высказываемо, что болѣе всего портится отъ сотрясеній самое чистое желѣзо, т. е. волокнистое. Мелкозернистое желѣзо, содержащее въ себѣ болѣе углерода, чѣмъ волокнистое, лучше выдерживаетъ сотрясенія <sup>2)</sup>. Сталь болѣе сопротивляется кристаллизаци, чѣмъ желѣзо; это замѣчено Тведдлемъ, который пробоваль примѣнять для буренія и желѣзные, и стальные стержни <sup>3)</sup>. Также нашель Викарсъ, сравнивавшій литую сталь съ шведскимъ желѣзомъ <sup>4)</sup>.

Наконецъ говорятъ, что менѣе всего измѣняется отъ сотрясеній чугуны. Одинъ французскій инженеръ, Жерарденъ, на этомъ основаніи отдалъ предпочтеніе чугуны передъ желѣзомъ, и при работахъ своихъ для канала между Энъ и Марной, произведенныхъ въ 1869 г., сдѣлалъ арки для всѣхъ мостовъ чугунными <sup>5)</sup>.

<sup>1)</sup> См. The Fatigue of Metals въ Engineering, Т. XXXX, стр. 31 (1885). На основаніи нашихъ современныхъ свѣдѣній о составѣ стали, должно предположить, что здѣсь вмѣсто соединенія углерода съ желѣзомъ слѣдуетъ сказать соединеніе карбида съ желѣзомъ.

<sup>2)</sup> Объ этомъ говорится у Мусспратта, въ статьѣ Eisen.

<sup>3)</sup> См. статьи Тведдли о буреніи въ Engineering 1888 г.

<sup>4)</sup> Bulletin de la Société de l'Encouragement за 1883 г.

<sup>5)</sup> См. Gérardin, Théorie des moteurs hydrauliques etc., стр. 125.

Такимъ образомъ, кристаллизація затрудняется по мѣрѣ увеличенія содержанія углерода въ желѣзѣ, и Амрстронгъ находилъ, что чистое желѣзо должно быть вовсе исключено изъ употребленія въ тѣхъ частяхъ, которыя подвергаются сотрясеніямъ. Естественно составила гипотеза, что при разсматриваемомъ нами явленіи примѣсь посторонняго вещества мѣшаетъ кристаллизаціи такъ же, какъ это имѣетъ мѣсто при кристаллизаціи тѣлъ изъ растворовъ, и что подобнаго же результата можно достигнуть, прибавляя къ желѣзу, вмѣсто углерода, разныя другія вещества. Амрстронгъ и Томсонъ, высказавшіе такое мнѣніе, изслѣдовали его на опытѣ. Амрстронгъ пробовалъ прибавлять кремній, сѣру, фосфоръ, марганецъ, хромъ, никкель и нашель, что наилучшее дѣйствіе оказываетъ никкель. Томсонъ также убѣдился, что прибавка никкеля (въ количествѣ одного процента) дѣйствуетъ весьма благопріятно. Хотя, такимъ образомъ, два изслѣдователя пришли къ одному и тому же результату, но все-таки нельзя считать его вполне доказаннымъ, такъ какъ противъ него поднимаются нѣкоторыя сомнѣнія. Гурльтъ, возражая Амрстронгу, говорилъ, что можетъ быть въ испытанныхъ имъ образцахъ вовсе и не было никкеля, который прибавлялся къ желѣзу въ пудлинговой печи, и могъ весь перейти въ шлакъ; химическаго же анализа пробныхъ образцовъ не было сдѣлано.

Мнѣ кажется, что идея предотвратить кристаллизацію прибавленіемъ къ желѣзу другихъ веществъ, заслуживаетъ полнаго вниманія. Въ металлургіи извѣстно нѣсколько случаевъ, когда самая небольшая примѣсь посторонняго вещества мѣшаетъ образованію кристалловъ; напримѣръ Робертсъ-Остенъ указываетъ, что самая небольшая примѣсь мышьяка уничтожаетъ крикъ олова, т. е. характеристическій звукъ, издаваемый оловомъ при изгибаніи, и зависящій отъ кристаллическаго сложенія этого металла <sup>1)</sup>. Онъ же говоритъ, что небольшое количество теллура уничтожаетъ кристаллическую структуру висмута, и прибавляетъ, что въ прежнее время владѣли искусствомъ устранять хрупкость сурьмы, но что теперь этотъ секретъ потерянъ. Поэтому слѣдуетъ и для желѣза повторить изслѣдованія Амрстронга для нахождения того вещества, которое мѣшаетъ кристаллизаціи этого металла. Въ новѣйшее время многократно приготавливали никкелевое желѣзо, иногда съ очень большимъ содержаніемъ никкеля; оно оказывается очень прочнымъ и тягучимъ, и если такой металлъ понадобится, то фабрикація его въ большихъ размѣрахъ не представитъ затрудненій. Но я сильно сомнѣваюсь, чтобы никкель могъ дѣйствовать какъ элементъ, мѣшающій кристаллизаціи желѣза. Въ самомъ дѣлѣ, хотя для случая растворовъ, вообще говоря, примѣсь посторонняго вещества мѣшаетъ кристаллизаціи, но есть исключеніе изъ этого

<sup>1)</sup> См. лекціи Р. Остенъ «О сплавахъ» въ Engineering, Т. XXXV.

правила: изоморфныя тѣла, смѣшанныя въ одномъ растворѣ, кристаллизуются безъ помѣхи; примѣромъ могутъ служить квасцы. Между тѣмъ никкель и желѣзо изоморфны, и потому нужно думать, что никкель не пригоденъ для той цѣли, для которой на него указали Армстронгъ и Томсонъ. Въ метеорномъ желѣзѣ всегда имѣется значительная примѣсь никкеля, а между тѣмъ строеніе метеорнаго желѣза несомнѣнно кристаллическое, и при вытравливаніи ясно обнаруживается такъ называемыми Видманштетовыми фигурами. Нужно вмѣсто никкеля искать помощи у другихъ тѣлъ, и слѣдуетъ начать съ изученія вліянія ихъ на кристаллическую точку желѣза. Достаточно подробно изучено дѣйствіе примѣси марганца Осмондомъ и другими. Оказывается, что марганецъ задерживаетъ появленіе бликованія при охлажденіи; если содержаніе марганца значительное (болѣе 7<sup>o</sup>/<sub>o</sub>), то при охлажденіи вовсе не замѣчается критической точки. Вмѣстѣ съ тѣмъ сталь съ такимъ содержаніемъ марганца не можетъ быть намагничена, даже при обыкновенной температурѣ. Кромѣ того, она очень тверда и, слѣдовательно, представляетъ всѣ свойства желѣза  $\beta$ ; отпусканіе не измѣняетъ ея свойствъ. Изъ этого нужно заключить, что присутствіе большого количества марганца совершенно препятствуетъ переходу желѣза  $\beta$  въ желѣзо  $\alpha$ . При содержаніи марганца меньшемъ 7<sup>o</sup>/<sub>o</sub>, такой переходъ частью происходитъ, но все-таки онъ значительно затрудненъ. Начиная изучать вліяніе другихъ тѣлъ на превращеніе желѣза, прежде всего слѣдуетъ провѣрить слѣдующія высказанныя Осмондомъ идеи: 1) что всѣ элементы, атомный объемъ которыхъ меньше, чѣмъ у желѣза, находясь въ составѣ этого металла какъ примѣси, задерживаютъ, во время охлажденія раскаленнаго бруска, переходъ желѣза  $\beta$  въ желѣзо  $\alpha$ ; 2) что элементы, атомный объемъ которыхъ больше, чѣмъ у желѣза, наоборотъ—ускоряютъ переходъ желѣза  $\beta$  въ разновидность  $\alpha$ . Такъ, напримѣръ, атомный объемъ марганца (6,9) менѣе, нежели желѣза (7,2), и марганецъ затрудняетъ превращеніе желѣза  $\beta$  въ желѣзо  $\alpha$ ;—съ другой стороны хромъ имѣетъ атомный объемъ 7,7 болѣе, чѣмъ желѣзо, и найдено, что примѣсь хрома повышаетъ критическую температуру, т. е. ускоряетъ переходъ желѣза  $\beta$  въ  $\alpha$ .—Эти факты согласуются со взглядомъ Осмонда, но извѣстны и противорѣчія ему: напримѣръ вольфрамъ имѣетъ атомный объемъ 9,6 — значительно болѣе, чѣмъ желѣзо, а примѣсь вольфрама дѣйствуетъ совершенно одинаково съ примѣсью марганца. Слѣдовательно, этотъ вопросъ требуетъ еще изученія, которое конечно должно вести въ томъ же духѣ, какъ наилучшія новыя металлургическія изслѣдованія, т. е. стараясь установить связь разсматриваемаго явленія съ періодической системой элементовъ.

Вы видите, Мм. Гг., какъ мало еще разъясненъ вопросъ, на который я желалъ обратить Ваше вниманіе, и какъ много еще остается

сдѣлать будущимъ изслѣдователямъ его. Кристаллизація несомнѣнно происходитъ, но лишь при значительныхъ напряженіяхъ, величины которыхъ намъ неизвѣстны; онѣ, вѣроятно, должны превосходить предѣлъ упругости матеріала. Намъ неизвѣстно также—по прошествіи какого времени получается кристаллизація, неизвѣстны признаки, указывающіе на то, что кристаллизація произошла, и мы очень мало знаемъ о томъ, какими средствами можно предотвратить кристаллизацію.

---

## VIII. Новыя изслѣдованія относительно прочности желѣза, стали и мѣди. — Вліяніе постороннихъ примѣсей на сопротивленіе металловъ<sup>1)</sup>).

Сообщеніе В. Л. Кирпичева въ общемъ собраніи Харьковскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества 8 октября 1894 г.

Мм. Гг. Въ многочисленныхъ механическихъ лабораторіяхъ, имѣющихся при заводахъ и высшихъ техническихъ школахъ Европы и Америки, постоянно производятся испытанія металловъ, и получена масса данныхъ. Мнѣ было бы очень трудно изложить Вамъ всѣ найденныя при этихъ опытахъ результаты, да въ этомъ и нѣтъ надобности, потому что многіе изъ нихъ имѣютъ только частное значеніе, и представляютъ интересъ, главнымъ образомъ, для лицъ, производившихъ опыты со спеціальной цѣлью получить отвѣтъ на частный вопросъ, встрѣтившійся имъ при рѣшеніи извѣстной практической задачи. Оставляя это въ сторонѣ, я выбираю болѣе общіе, для всѣхъ интересные вопросы. Изъ числа ихъ въ теченіе нѣсколькихъ послѣднихъ лѣтъ былъ много разрабатываемъ вопросъ о вліяніи постороннихъ примѣсей на сопротивленіе металловъ, и хотя этотъ вопросъ еще не вполне разрѣшенъ, но онъ значительно уяснился, и получилъ многостороннее освѣщеніе. Изложенію полученныхъ при этомъ результатовъ я и посвящаю сегодняшнее сообщеніе; мнѣ казалось, что лучше не откладывать бесѣду объ этомъ, не дожидаться полного разъясненія вопроса, которое можетъ быть получиться еще не скоро. Притомъ для обмѣна мыслей между спеціалистами въ средѣ Техническаго Общества всего болѣе пригодны и интересны вопросы еще не вполне разрѣшенные, надъ которыми задумываются и работаютъ многіе инженеры. А, безъ сомнѣнія, взятый мною вопросъ служилъ предметомъ размышленія многихъ нашихъ членовъ.

### I.

Самый вопросъ этотъ—вліяніе примѣсей на прочность металловъ—очень старый, которымъ давно занимаются. Металлурги, химики и механики не могли оставить его безъ вниманія, потому что самыя небольшія количества посторонней примѣси, т. е. другого металла или

<sup>1)</sup> Записки Харьковскаго Отдѣленія И. Р. Т. О. 1894 г.

металлоида, совершенно измѣняютъ качества металла, иногда улучшаютъ, чаще же радикально измѣняютъ ихъ въ худшую сторону. Самымъ популярнымъ примѣромъ въ этомъ отношеніи служить примѣсь углерода къ желѣзу, превращающая этотъ металлъ въ сталь.— Одинъ процентъ углерода, примѣшанный къ желѣзу, превращаетъ его въ инструментальную сталь, сообщаетъ металлу способность закаливаться и получать почти алмазную твердость, увеличиваетъ сопротивленіе разрыву въ 5 разъ, отнимаетъ у желѣза всю пластичность, почти совсѣмъ лишаетъ его способности свариваться, однимъ словомъ, получается совсѣмъ другой металлъ. Извѣстно, что Парацельсъ даже считалъ, что сталь и желѣзо два разныхъ металла<sup>1)</sup>,—и только много позже получились правильныя понятія о составѣ стали<sup>2)</sup>. Небольшое измѣненіе въ количествѣ этой примѣси существенно вліяетъ на свойства стали; такъ напр., сталь для монетныхъ штамповъ должна содержать въ себѣ отъ 0,8 до 1 процента углерода, и не должна содержать марганца. При такомъ составѣ можно выбить до 40,000 монетъ въ одномъ штампѣ безъ порчи его. Но если содержаніе углерода будетъ на 0,1% больше, чѣмъ выше указано, то штампъ лопнетъ послѣ выбиванія въ немъ не болѣе 100 монетъ<sup>3)</sup>.

Другіе всѣмъ извѣстные примѣры вліянія примѣсей представляютъ холодноломкость желѣза отъ самыхъ малыхъ примѣсей фосфора и красноломкость его же отъ минимальныхъ примѣсей сѣры.

Подобнымъ же образомъ дѣйствуютъ примѣси и на другіе металлы. Красная мѣдь отъ прибавки въ ней 0,1% висмута дѣлается

<sup>1)</sup> И въ новой химіи извѣстны примѣры того, что считали совершенно различными веществами тѣла, отличавшіяся одно отъ другого лишь небольшимъ количествомъ посторонней примѣси. Укажемъ на салиловую кислоту, открытую Кольбе; Бельштейнъ показалъ, что она есть не что иное, какъ нечистая бензойная кислота. Послѣ долгаго спора Кольбе согласился съ этимъ взглядомъ и даже выдѣлилъ ту примѣсь, присутствіе которой превращало бензойную кислоту въ салиловую (см. Физическую Химію Любавина стр. 211, гдѣ приведено еще нѣсколько такихъ же примѣровъ).

<sup>2)</sup> Ломоносовъ уже ясно понималъ средство стали съ желѣзомъ, какъ это можно видѣть по слѣдующимъ двумъ мѣстамъ изъ его металлургіи:

«Въ разсужденіи упругости уступаютъ ему (желѣзу) всѣ металлы, которая ежели въ немъ превозходительна, и съ великою жестокостью совокуплена, то называется такое желѣзо сталью».

«Во время сей передѣлки (кричнаго передѣла чугуна въ желѣзо) плаваютъ по верху чугуна части стали цвѣтомъ отъ прочаго отличные, т. е. нѣсколько бѣлѣе, которыя снимаютъ и особливо сохраняютъ. Всякое желѣзо сталь отъ себя въ огнѣ отдѣляетъ, однако не одной доброты». (Первыя основанія металлургіи, въ 4-мъ томѣ собранія сочиненій Ломоносова, изданія 1803 г.).

<sup>3)</sup> См. Roberts-Austen. On the Hardening and Tempering of Steel. Engineering 27 Sept. 1889. По словамъ Hadfield'a иногда даже измѣненіе содержанія углерода въ стали на 0,05% дѣлаетъ эту сталь непригодной для извѣстнаго употребленія.

крайне непрочною и въ высшей степени краснотомкою. Золото отъ присутствія въ немъ слѣдовъ свинца или висмута дѣлается хрупкимъ какъ сахаръ (R. Austen) и т. д.

Примѣси иногда увеличиваютъ сопротивленіе металла разрыву, иногда уменьшаютъ его. Примѣромъ перваго можетъ служить дѣйствіе углерода на желѣзо; обратные примѣры представляетъ намъ дѣйствіе висмута на мѣдь, а также висмута и калия на золото; для послѣдняго металла примѣсь 0,1% висмута, или калия обращаетъ его сопротивленіе разрыву почти въ нуль. На пластичность же металловъ всѣ примѣси дѣйствуютъ одинаковымъ образомъ, а именно всегда понижаютъ ее. Хорошимъ примѣромъ здѣсь можетъ служить формула Deshayes, для стали завода Terre-Noire; выражая содержаніе примѣсей вѣсовыми процентами, онъ получаетъ:

Удлиненіе при разрывѣ, служащее мѣрою пластичности металла:

$$a_2 = 42 - 36C - 5,5Mn - 6.Si$$

(въ процентахъ первоначальной длины, для брусковъ 4-дюймовой длины).

Уменьшеніе пластичности, неизбежно вызываемое примѣсями, влечетъ за собою ослабленіе способности металла выдерживать перегибы въ ту и другую сторону. Чѣмъ чище металлъ, тѣмъ большее число такихъ перегибовъ онъ выдерживаетъ. Проба такими послѣдовательными перегибами очень часто примѣняется на практикѣ; напр. она установлена для испытанія рудничныхъ проволочныхъ канатовъ, причемъ перегибу подвергаются отдѣльныя проволоки. На этотъ способъ пробы можно смотрѣть, какъ на родъ химическаго анализа; это приблизительное опредѣленіе суммы постороннихъ примѣсей въ металлѣ, или степени чистоты его. Бишофъ давно уже показалъ, что такимъ приемомъ можно въ нѣкоторыхъ случаяхъ опредѣлить содержаніе въ металлѣ самыхъ малыхъ количествъ примѣсей почти такъ же вѣрно, какъ химическимъ анализомъ. Такъ, сплавляя химически чистый цинкъ съ опредѣленнымъ количествомъ примѣси и обозначая условной цифрой 100 число перегибовъ, выдерживаемыхъ чистымъ цинкомъ, онъ нашель для нечистаго металла слѣдующія числа перегибовъ:

Къ цинку прибавлено олова.	Число перегибовъ.
0,1 % . . . . .	53
0,05 » . . . . .	57
0,025 » . . . . .	57
0,00625 » . . . . .	63
0,0015625 » . . . . .	69
0,00039062 » . . . . .	85
0,00019531 » . . . . .	84
0,00004382 » . . . . .	89
0,00001095 » . . . . .	93

Примѣси сильно вліяють не только на прочность металловъ, но и на другія ихъ свойства. Онѣ дѣлають металлъ легкоплавкимъ; напр. по изслѣдованіямъ Робертсъ-Остена надъ золотомъ прибавленіе къ 100 атомамъ золота одного атома другого металла понижаетъ температуру плавленія золота

если прибавленъ	свинець . . . . .	на 19°С
»	»	висмутъ . . . . . » 17°С
»	»	платина . . . . . » 17°С
»	»	кремній . . . . . » 16°С
»	»	марганецъ . . . . . » 8°С
»	»	алюминій . . . . . около 5°С

Извѣстно также, что небольшая прибавка алюминія сильно понижаетъ температуру плавленія желѣза, и на этомъ основанъ способъ полученія мягкаго литого желѣза, а именно такъ называемый способъ «mitis».

Примѣсь можетъ совершенно измѣнить строеніе металла, сдѣлать его кристаллическимъ вмѣсто мелкозернистаго и обратно. Напр.  $\frac{1}{2}$ — $1\frac{0}{10}$  теллура превращаетъ естественное крупно-кристаллическое строеніе висмута въ мелкозернистое; небольшая доза мышьяка уничтожаетъ извѣстный крикъ олова, зависящій отъ кристаллическаго его строенія. Весьма оригинальное дѣйствіе производитъ на олово примѣсь къ нему окисла этого металла; металлъ становится горючимъ и при накаливаніи, не расплавляясь, горитъ какъ трутъ <sup>1)</sup>.

Очень небольшія количества посторонняго вещества замѣтно измѣняютъ электрическую проводимость металла, что хорошо изслѣдовано для красной мѣди. Очищеніе мѣди отъ примѣсей значительно увеличиваетъ ея проводимость, и современные способы очищенія даютъ мѣдь лучше проводящую электричество, чѣмъ установленный Матиссеномъ образецъ, въ свое время считавшійся предѣломъ чистоты, тогда какъ теперь мы имѣемъ мѣдь съ проводимостью на 3 процента большей, чѣмъ этотъ образецъ. Опредѣленіе электрической проводимости сдѣлалось теперь обычнымъ техническимъ приемомъ для испытанія степени чистоты мѣди, часто примѣняемымъ на заводахъ, изготовляющихъ проволоку, листы и т. п. Это очень чувствительный приемъ, указывающій самыя малые слѣды примѣсей. Для примѣра я укажу на результаты сдѣланныхъ на англійской дорогѣ Great Western испытаній восемнадцати паровозныхъ топковъ изъ красной мѣди <sup>2)</sup>. Если выразить степень чистоты металла процентнымъ содержаніемъ въ немъ

<sup>1)</sup> См. замѣтку Sur l'étain, parо V M. Légnon, въ Comptes Rendus T. 107 p. 734.

<sup>2)</sup> См. докладъ объ этихъ испытаніяхъ Обществу Инженеръ-Механиковъ въ Proceedings of the Institution of Mecanical Engineers. April. 1893.

чистой мѣди (за вычетомъ суммы всѣхъ примѣсей), а проводимость измѣрять процентами по отношенію къ проводимости чистой мѣди, то получимъ слѣдующую таблицу:

Содержаніе чистой Cu.	Проводимость для неотожженнаго металла.
98,901%	22,28%
99,250 »	47,6 »
99,750 »	63,11 »
99,630 »	65,09 »
99,486 »	67,20 »
99,440 »	69,26 »
99,828 »	69,95 »
99,810 »	78,10 »

Такимъ образомъ, проводимость довольно правильно и весьма замѣтно растетъ съ очищеніемъ мѣди. При суммѣ примѣсей въ 0,2% проводимость составляетъ около  $\frac{2}{4}$  проводимости чистой мѣди, а содержаніе постороннихъ веществъ въ количествѣ около одного процента уменьшаетъ проводимость въ 5 разъ<sup>1)</sup>.

Несмотря на то, что многіе ученые и практическіе инженеры давно уже занимаются вопросомъ о вліяніи примѣсей на свойства металловъ, это вліяніе еще мало разъяснено, и многіе существенные вопросы не вполне разрѣшены, такъ что различные авторитеты даютъ на эти вопросы противорѣчивые отвѣты. Образчикомъ такого разногласія могутъ служить слѣдующіе вопросы:

Можетъ ли хромъ замѣнить въ стали углеродъ, т. е. придаетъ ли хромъ желѣзу способность закаливаться? Хромовая сталь играетъ теперь видную роль въ технику; изъ нея готовятъ лучшіе бронепробивающіе снаряды, и потому вопросъ этотъ не есть предметъ празднаго любопытства.

Возможно ли допускать въ стали присутствіе мышьяка, и если можно, то въ какомъ количествѣ? Общераспространенный взглядъ таковъ, что самыя малыя количества мышьяка крайне вредны для стали, а между тѣмъ, на послѣднемъ митингѣ желѣзнаго Института (въ настоящемъ году), по поводу опытовъ проф. Арнольда было высказано мнѣніе, что сталь съ  $1\frac{1}{4}\%$  мышьяка, т. е. съ громаднымъ количествомъ этой примѣси, почти годна для паровыхъ котловъ, — а содержаніе  $\frac{1}{2}\%$  мышьяка совершенно безвредно для стали.

Полезенъ ли или вреденъ мышьякъ какъ примѣсь къ красной мѣди для паровозныхъ топокъ? Обыкновенно считаютъ, что онъ очень

<sup>1)</sup> Безъ сомнѣнія здѣсь имѣеть значеніе не только сумма примѣсей, но и составъ ихъ. Въ вышеприведенномъ докладѣ можно найти подробный химическій анализъ изслѣдованныхъ топокъ. Первый изъ образчиковъ, приведенныхъ въ нашей таблицѣ, содержалъ 0,8% мышьяку.

вреденъ, и въ условіяхъ пріемки красной мѣди ограничиваютъ содержаніе мышьяка самой малой дозой. Но на прошлогоднемъ митингѣ Англійскаго Общества Инженеръ-Механиковъ авторитетныя лица высказывали противоположный взглядъ и даже утверждали, что болѣе быстрая порча современныхъ паровозныхъ топковъ происходитъ вслѣдствіе отсутствія въ мѣди мышьяка. Въ прежнее время, указывалъ Joseph Tomlinson, топки служили гораздо дольше, выдерживали пробѣгъ до 460.000 миль, а теперь ихъ нужно замѣнять послѣ пробѣга не большаго 260.000 миль. Это ухудшеніе качествъ онъ приписываетъ излишнему очищенію мѣди, и полному отсутствію въ ней мышьяка, желѣза и олова, которые по его мнѣнію полезны въ малыхъ дозахъ для мѣди, такъ какъ дѣлаютъ ее болѣе твердою.

Не нужно удивляться такимъ разногласіямъ. Вліяніе примѣсей на свойства желѣза и мѣди—вопросъ очень сложный, и главная трудность заключается въ томъ, что почти всегда къ металлу бываетъ примѣшано нѣсколько разныхъ примѣсей; дѣйствіе одной изъ нихъ затемняется, маскируется вліяніемъ другихъ. Наблюдаемая нами свойства металла суть результатъ совокупнаго вліянія всѣхъ примѣсей; мы можемъ изучить эти свойства, и сдѣлать химическій анализъ металла, но трудно придти къ правильному заключенію о вліяніи каждой отдѣльной примѣси. Большинство нашихъ свѣдѣній объ этомъ вопросѣ, до самаго послѣдняго времени, имѣло чисто эмпирической характеръ; брали образчики продажныхъ сортовъ металла, находили ихъ прочность и химическій составъ, и старались по полученнымъ числамъ вывести взаимную зависимость этихъ свойствъ. При этомъ мало занимались вопросомъ о подробностяхъ дѣйствія примѣси, о внутреннемъ механизмѣ, вслѣдствіе котораго получается то или другое измѣненіе свойствъ. Такое чисто эмпирическое разсмотрѣніе можетъ привести къ успѣшному рѣшенію только въ случаѣ очень простыхъ вопросовъ. Сложные вопросы рѣдко могутъ быть рѣшены однимъ опытомъ. Необходима теорія, гипотеза, которая направляла бы опытное изслѣдованіе.

Тѣ изслѣдованія, о которыхъ я буду говорить сегодня, ведены болѣе правильно. Въ нихъ старались открыть внутренній механизмъ явленія, и при этомъ руководились нѣкоторымъ теоретическимъ взглядомъ. Конечно, онъ до извѣстной степени гипотетиченъ, а гипотезы всегда представляютъ слабую сторону, но здѣсь безъ ихъ помощи нельзя будетъ развязать запутанный узелъ явленія. Еще одна особенность этихъ изслѣдованій очень поучительна; при нихъ не ограничивались изученіемъ желѣза и мѣди, а привлекли къ дѣлу и другіе металлы: золото, свинецъ и т. д. Такой пріемъ вполне правиленъ; для трудныхъ задачъ очень часто обобщеніе вопроса облегчаетъ его рѣшеніе и даже иногда представляетъ единственный путь къ рѣшенію.

Первымъ началомъ этихъ изслѣдованій послужила работа профессора Робертсъ-Остена, Химика Англійскаго Монетнаго Двора, надъ вліяніемъ примѣсей на прочность золота. Для этого металла отсутствуютъ многія изъ трудностей, являющихся при изученіи желѣза. Золото можно получить совершенно чистымъ, и къ нему легко примѣшать опредѣленное количество избранной примѣси. Точно отвѣшенное примѣшиваемое вещество завертывалось въ золотой листокъ и погружалось въ тигель съ расплавленнымъ золотомъ. Всегда прибавлялось одно и то же количество примѣси, а именно  $0,2\%$  золота. Такимъ образомъ было изслѣдовано одно за другимъ семнадцать различныхъ простыхъ тѣлъ, примѣшиваемыхъ къ золоту <sup>1)</sup>.

Изъ своихъ опытовъ надъ золотомъ Робертсъ-Остенъ вывелъ крайне простой законъ, а именно: если атомный объемъ примѣшиваемого элемента меньше объема атома золота, то примѣсь увеличиваетъ сопротивленіе золота разрыву. Если же атомный объемъ примѣси больше, чѣмъ объемъ атома золота, то примѣсь уменьшаетъ сопротивленіе золота разрыву. Притомъ это вліяніе примѣси тѣмъ сильнѣе, чѣмъ больше отличается объемъ ея атома отъ атомнаго объема золота; поэтому примѣсь висмута и калия, имѣющихъ атомы весьма значительнаго объема, обращаетъ прочность золота почти въ нуль.

Атомные объемы, о которыхъ здѣсь говорится, получаютъ, раздѣляя химическій вѣсъ атома тѣла на его плотность относительно воды. Напр. для желѣза вѣсъ атома—56, а плотность—7,7; раздѣляя одно на другое, получимъ объемъ атома желѣза—7,2. Такимъ образомъ получаемъ слѣдующую таблицу атомныхъ объемовъ главнѣйшихъ твердыхъ элементовъ. Нѣтъ надобности прибавлять, что она даетъ не безусловныя величины объемовъ атомовъ, а только сравнительныя.

Простота закона Робертсъ-Остена поразительна; если онъ окажется всегда вѣрнымъ и примѣнимымъ не только къ золоту, но и къ другимъ металламъ, то сужденіе о вліяніи примѣсей на данный металлъ приводится къ слѣдующему: отыскавши данный металлъ въ нашей таблицѣ, въ которой элементы расположены по убывающимъ величинамъ атомныхъ объемовъ, получаемъ, что всѣ элементы, находящіеся ниже этого металла, увеличиваютъ его прочность, а всѣ элементы, лежащіе выше даннаго металла, уменьшаютъ его прочность. Для желѣза увеличеніе прочности могутъ вызвать примѣси мѣди, марганца, кобальта, никкеля, бора и углерода. Но такъ какъ атомный объемъ первыхъ четырехъ изъ только-что пересчитанныхъ элементовъ близокъ къ объему атома желѣза, то отъ примѣси ихъ нельзя ожидать значительнаго увеличенія прочности. Остаются два элемента: углеродъ (вліяніе котораго извѣстно, и примѣсь его дѣйствительно за-

<sup>1)</sup> К, Вi, Те, Рb, Sb, Тl, Sn, In, Cd, Li, Al, Ag, Pd, Zn, Rh, Cu, Mn.

Элементы.	Ихъ атомные объемы.	Элементы.	Ихъ атомные объемы.
Rb	56,1	Al	10,7
K	45,4	Au	10,2
Sr	34,9	Ag	10,2
Ca	25,4	Wm	9,6
Na	23,7	Ir	9,3
Zr	21,7	Os	9,3
Bi	21,1	Pt	9,3
Sb	18,2	Ru	9,2
Pb	18,1	Pd	9,2
Tl	17,1	Zn	9,1
Se	16,9	Rd	8,6
Sn	16,1	Cr	7,7
S	15,7	Fe	7,2
Mg	13,8	Cu	7,1
P	13,5	Mn	6,9
As	13,2	Co	6,9
Cd	12,9	Ni	6,7
Li	11,9	B	4,1
Si	11,2	C	3,6
Mo	11,1		

мѣтно увеличиваетъ прочность желѣза) и боръ, вліяніе котораго на прочность должно быть менѣе вліянія углерода. Всѣ остальные элементы вредятъ прочности желѣза. Такимъ образомъ, кромѣ углерода, нельзя ни отъ одного изъ элементовъ ожидать существеннаго увеличенія прочности желѣза.

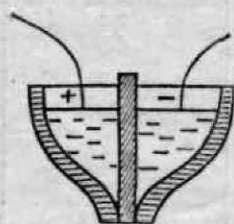
Подобная простота выводовъ и обиліе крайне важныхъ для практики заключеній, къ которымъ приводитъ законъ Робертсъ-Остена, обратили на себя вниманіе инженеровъ, и вызвали сильное желаніе провѣрить примѣнимость этого закона къ желѣзу и другимъ металламъ, отъ которыхъ требуется высокая степень прочности. Изслѣдованія Робертсъ-Остена надъ золотомъ были опубликованы въ 1888 году, а въ 1890 году, по почину президента Англійскаго Общества Инженеровъ-Механиковъ Вильяма Андерсона, это Общество учредило специальную комиссію, для разработки вопроса о примѣнимости закона Робертсъ-Остена къ разнымъ металламъ. Эта «Комиссія для изученія сплавовъ» (Alloys Research Committée), главный работникъ въ которой самъ Робертсъ-Остенъ, выбрала предметами

изслѣдованія желѣзо, мѣдь и свинець. Два доклада ея, касающіеся первыхъ двухъ изъ этихъ металловъ, уже представлены Обществу <sup>1)</sup>, изслѣдованіе же свинца еще не окончено.

## II.

Я не могу касаться здѣсь того важнаго значенія, которое имѣеть понятіе объ атомномъ объемѣ въ химіи; недавно это было намъ изложено съ замѣчательной ясностью академикомъ Бекетовымъ,—и мнѣ достаточно сослаться на его сообщеніе по этому вопросу въ здѣшнемъ Физико-Химическомъ Обществѣ. Но я скажу нѣсколько словъ о физическомъ значеніи этого понятія, и прежде всего заимствую изъ перваго доклада Робертсъ-Остена указаніе на замѣчательный опытъ Warburg'a и Tegetmeier'a <sup>2)</sup>, прекрасно показывающій, что понятіе объ атомномъ объемѣ не есть чисто теоретическая фикція, а ему соотвѣтствуетъ нѣкоторая реальность. Этотъ опытъ показываетъ возможность получить въ стеклѣ такую степень пористости, что элементы, имѣющіе малый атомный объемъ, проходятъ черезъ поры, а элементы съ большимъ

атомнымъ объемомъ задерживаются, и такимъ образомъ происходитъ нѣчто въ родѣ сортировки. Сосудъ (фиг. 1-я) былъ раздѣленъ на двѣ части пластинкою стекла въ нѣсколько миллиметровъ толщиною. Съ одной стороны перегородки была амальгама натрія, а съ другой чистая ртуть, и все было нагрѣто до температуры 200°С, при которой стекло дѣлается нѣсколько проводящимъ электричество. При помощи батареи



Фиг. 1.

Плантѣ атомы натрія (или его окиси), находившіеся въ стеклѣ, были приведены въ движеніе, и по прошествіи 30 часовъ оказалось, что значительное количество натрія перешло во ртуть, которая до начала опыта была вполне чиста. Соотвѣтствующее количество натрія перешло изъ амальгамы въ стекло, и оно попрежнему осталось прозрачнымъ. Такимъ образомъ здѣсь электрической токъ вызвалъ движеніе атомовъ натрія. Когда Тегетмейеръ вмѣсто амальгамы натрія взялъ амальгаму литія и повторилъ опытъ, то попрежнему натрій стекла перешелъ въ чистую ртуть, а стекло перегородки начало дѣлаться непрозрачнымъ съ той стороны, которая обращена къ амальгамѣ литія. При продолженіи опыта эта непрозрачность распространилась на всю толщину стекла и тогда въ ртуть,

<sup>1)</sup> Доклады напечатаны въ Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, за октябрь 1891 года и апрѣль 1892, и перепечатаны въ Engineering и другихъ журналахъ.

<sup>2)</sup> См. Wiedemann's Annalen. Bd. 41.

бывшую до опыта чистой, начали переходить атомы литія. Этотъ металлъ, какъ показалъ анализъ, замѣстилъ въ стеклѣ часть атомовъ натрія, и стекло послѣ такой замѣны сдѣлалось крайне хрупкимъ. Такой результатъ опыта показываетъ, что атомы литія могутъ проходить по молекулярнымъ слѣдамъ или путямъ, оставленнымъ атомами натрія, объемъ которыхъ больше. Но когда вмѣсто литія былъ взятъ металлъ большаго атомнаго объема, чѣмъ натрій, а именно былъ взятъ калий, то уже не получалось замѣщенія имъ натрія въ стеклѣ, и калий не переходилъ въ чистую ртуть, потому что новые атомы были слишкомъ велики для того, чтобы пройти въ пространство, оставленное атомами натрія. Здѣсь мы встрѣчаемся съ молекулярной пористостью, которая до извѣстной степени можетъ быть измѣрена,—и важное значеніе атомнаго объема для физическихъ свойствъ тѣла становится несомнѣннымъ.

Нужно ожидать, что величина атомнаго объема даннаго тѣла имѣетъ большое значеніе для упругихъ свойствъ его, и до извѣстной степени опредѣляетъ эти свойства. Еще въ 1884 году Гербертъ Томлинсонъ занялся опредѣленіемъ зависимости между атомнымъ объемомъ и коэффициентомъ упругости при растяженіи; онъ нашелъ довольно правильную связь между этими величинами. Однако для нѣкоторыхъ металловъ оказываются нарушенія правильности закона, найденнаго Томлинсономъ. Онъ объясняетъ эти отступленія тѣмъ, что металлы не встрѣчаются вполнѣ чистые, а небольшое количество примѣси дѣлаетъ, по его мнѣнію, громадную разницу въ упругости. Но съ такимъ объясненіемъ нельзя согласиться; небольшія количества примѣсей не оказываютъ замѣтнаго вліянія на коэффициентъ упругости; онъ измѣняютъ почти всѣ свойства металла, но коэффициентъ упругости остается нетронутымъ. Онъ представляетъ весьма устойчивое свойство и не только примѣси, но и другія вліянія, напр. способы обработки, прокатка, протяжка металла и т. п. почти не измѣняютъ его упругую растяжимость. Достаточно вспомнить тотъ давно извѣстный фактъ, что коэффициенты упругости всѣхъ сортовъ стали одинаковы съ коэффициентомъ упругости мягкаго желѣза<sup>1)</sup>, и что даже

<sup>1)</sup> Это многократно было доказано опытомъ; не приводя давно извѣстныхъ наблюдений, я здѣсь укажу только на недавнія изслѣдованія Меркадье (Comptes Rendus, T. 107, p. 27), который получилъ коэффициенты упругости:

для очень мягкой стали . . . . .	E=2.070500 кил. на кв. сант.
» стали средней твердости . . . . .	E=2.091100 » » » »
» твердой стали . . . . .	E=2.059900 » » » »

т. е. очень близкія между собою числа. Между тѣмъ это были сильно отличающіеся сорта стали, какъ это видно по различію ихъ предѣловъ упругости и сопротивленій разрыву, оказавшихся слѣдующими:

	Предѣлъ упругости.	Сопротивленіе разрыву.
Очень мягкая сталь . . . . .	отъ 2350 до 2320	отъ 3650 до 3550 кил. на кв. сант.
Средняя сталь . . . . .	» 3180 » 2650	» 5200 » 5050 » » » »
Твердая сталь . . . . .	» 3980 » 4020	» 7010 » 6940 » » » »

закалка стали, рѣзко измѣняющая всѣ ея свойства, не перемѣняетъ этотъ коэффициентъ, служащій мѣрою упругой растяжимости металла. Такимъ образомъ примѣси не могутъ служить объясненіемъ отступленій, оказавшихся у Томлинсона.

Я попробовалъ повторить попытку найти связь между атомнымъ объемомъ и коэффициентомъ упругости, но взялъ въ разсмотрѣніе не коэффициентъ упругости при растяженіи, а другую постоянную, которая еще лучше можетъ служить мѣриломъ упругости твердыхъ тѣлъ, а именно такъ называемый коэффициентъ сдвига (rigidity — англійскихъ авторовъ). Сравнивая величины этого коэффициента для разныхъ металловъ, нужно вспомнить, что онъ (также какъ и всѣ другія постоянныя, измѣряющія упругія свойства тѣлъ) измѣняется съ измѣненіемъ температуры, и потому нужно условиться, для какой температуры мы будемъ производить это сравненіе. Выбрать для этого обыкновенную температуру, около 15° С, неправильно, потому что это совершенно случайная температура. Для нѣкоторыхъ металловъ она близка къ ихъ температурѣ плавленія, т. е. къ температурѣ, при которой совершенно исчезаютъ свойства твердаго тѣла, а для другихъ металловъ температура 15° С. значительно отдалена отъ ихъ точки плавленія. Поэтому нельзя сказать, что сравнивая величины коэффициента упругости при 15° С, мы ставимъ всѣ металлы въ одинаковыя условія.

Взамѣнъ того мнѣ кажется будетъ правильнѣе поступить слѣдующимъ образомъ: Sutherland показалъ<sup>1)</sup>, что для всѣхъ металловъ измѣняемость коэффициентовъ сдвига  $G$  отъ измѣненія температуры можетъ быть выражена одною и тою же формулою:

$$G = G_0 \left\{ 1 - \left( \frac{t}{T} \right)^2 \right\}$$

гдѣ  $t$  — температура, къ которой относится этотъ коэффициентъ, а  $T$  — температура плавленія металла, причемъ обѣ эти температуры должны считаться отъ абсолютнаго нуля. Постоянная  $G_0$  — опредѣляется изъ опытовъ, и величины ея для разныхъ металловъ приведены Сутерландомъ, который для этой цѣли собралъ всѣ изслѣдованія, имѣвшія цѣлью найти измѣняемость  $G$  съ температурой. Постоянная  $G_0$ , очевидно, имѣетъ весьма простое и важное физическое значеніе: это есть коэффициентъ сдвига при температурѣ абсолютнаго нуля. Его я и беру для разсмотрѣнія зависимости коэффициента сдвига отъ атомнаго объема. Оказывается, что если расположить всѣ изслѣдованные металлы въ ряды, сначала по величинамъ  $G_0$ , а потомъ по величинамъ атомныхъ объемовъ, то получимъ:

<sup>1)</sup> A Kinetic Theory of Solids etc. by W. Sutherland, въ Philosophical Magazine 1891 г. Volume 32.

I. Рядъ по величинамъ  $G_0$ :

Bi<sup>1)</sup>, Pb, Mg, Sn, Al, Au, Ag, Zn, Cu, Pt, Fe, Ni.

II. Рядъ по величинамъ атомныхъ объемовъ:

Bi, Pb, Sn, Mg, Al, Au, Ag, Pt, Zn, Cu, Fe, Ni.

Эти два ряда почти вполне согласуются между собою; достаточно въ первомъ ряду передвинуть олово на одинъ членъ влѣво, а платину на два члена влѣво, и согласіе получится совершенное. Я думаю, что такое совпаденіе не можетъ быть случайнымъ, и мы вправѣ придти къ слѣдующему заключенію: чѣмъ больше атомный объемъ, тѣмъ меньшее сопротивленіе представляетъ тѣло измѣненію своей формы.

III.

Въ расплавленномъ металлѣ примѣсь находится въ растворѣ, и поэтому такой металлъ представляетъ большую аналогію съ слабыми растворами солей и другихъ тѣлъ въ водѣ, спиртѣ и т. д. Ученіе о такихъ растворахъ довольно хорошо развито въ современной наукѣ, и является возможность заимствовать извѣстные взгляды изъ современной теоріи растворовъ и примѣнять ихъ къ объясненію дѣйствія примѣсей на металлы. Робертсъ-Остенъ—приверженецъ такъ называемой осмотической теоріи растворовъ, по которой частицы раствореннаго вещества находятся въ свободномъ состояніи въ промежуткахъ молекулъ растворителя, не входя съ ними въ химическое соединеніе. По этому взгляду, слѣдовательно, атомы примѣси не входятъ въ химическое соединеніе съ атомами металла, къ которому онѣ примѣшаны, а прямо механически располагаются между ними. Какъ извѣстно, однимъ изъ важныхъ аргументовъ въ пользу осмотической теоріи растворовъ служить то обстоятельство, что, какъ показалъ Van't Hoff, слѣдствіемъ этой теоріи получаются эмпирическіе законы Рауля для растворовъ. Поэтому для сужденія о примѣнимости теоріи свободныхъ іоновъ къ случаю примѣсей въ металлахъ должно быть провѣрено, справедливы ли законы Рауля для случая, когда растворителемъ служитъ металлъ. Эта провѣрка была сдѣлана; во-первыхъ, Heussok и Neville изслѣдовали растворы разныхъ примѣсей въ натріѣ и въ оловѣ, а во-вторыхъ, Робертсъ-Остенъ сдѣлалъ то же для растворовъ примѣсей въ золотѣ. Эти опыты показываютъ, что хотя и имѣются нѣкоторыя несовсѣмъ объяснимыя неправильности, но въ общемъ законы Рауля приблизительно примѣнимы и къ растворамъ примѣсей въ металлахъ, если количество этихъ примѣсей невелико,

<sup>1)</sup> У Сутерланда нѣтъ величины  $G_0$  для висмута; мѣсто этого металла въ 1-мъ ряду я опредѣляю на основаніи опытовъ Фойгта. (См. Bestimmung der Constanten der Elasticität etc. 1892).

или, другими словами, если растворы слабые. На этомъ основаніи Робертсъ-Остенъ считаетъ возможнымъ держаться выше указаннаго взгляда относительно свободы атомовъ примѣси въ металлѣ <sup>1)</sup>).

Такіе посторонніе атомы, располагаясь между атомами самаго металла и раздвигая ихъ, дѣйствуютъ прежде всего непосредственно на свойства всей массы; но они могутъ сверхъ того оказать еще посредственное вліяніе на эти свойства, а именно:

а) Они вызываютъ ту или другую кристаллизацию или агрегацию частицъ.

б) Если металлъ можетъ имѣть аллотропическое видоизмѣненіе, то примѣси или задерживаютъ или ускоряютъ переходъ металла изъ одного видоизмѣненія въ другое.

Относительно вліянія небольшихъ количествъ постороннихъ примѣсей на форму кристалловъ имѣется много фактовъ, какъ для минераловъ, такъ и для солей, кристаллизующихся изъ водныхъ растворовъ. Напр., калиевы квасцы изъ пересыщеннаго раствора кристаллизуются въ октаэдрахъ, но при небольшой примѣси поташа получаютъ кубическіе кристаллы. Кристаллы нашатыря измѣняются отъ небольшой прибавки поваренной соли и т. д. <sup>2)</sup>). Здѣсь очень малое количество посторонняго вещества оказывается достаточнымъ; оно вѣроятно дѣйствуетъ въ качествѣ первоначальнаго толчка, вызывающаго начальную форму кристалловъ. Такой же результатъ, т. е. измѣненіе структуры, могутъ вызвать примѣси и въ расплавленныхъ металлахъ.

Возможность полученія аллотропическаго видоизмѣненія металла подъ вліяніемъ примѣсей есть вопросъ крайне важный для техники, такъ какъ существованіе подобныхъ видоизмѣненій для нѣкоторыхъ металловъ, широко примѣняемыхъ въ техникѣ, должно быть признано весьма вѣроятнымъ. Высказанный Осмондомъ взглядъ на существо-

---

<sup>1)</sup> Противъ такого заключенія возражаетъ извѣстный противникъ осмотической теоріи Pickering, указывающій, что результаты опытовъ Neusock и Neville, въ нѣкоторыхъ случаяхъ, представляютъ значительныя отступленія отъ законовъ Рауля. См. Phil. Mag. v. 29 p. 490.

<sup>2)</sup> Другіе примѣры можно найти въ статьѣ Ch. Tomlinson. On Some Effects of small Quantities of Foreign Matter on Crystallisation, въ Phil. Magazine. May 1891. Здѣсь авторъ высказывается въ томъ смыслѣ, что небольшія количества постороннихъ веществъ несомнѣнно могутъ произвести измѣненіе молекулярной структуры. Изъ фактовъ, приводимыхъ въ этой статьѣ, особый интересъ представляетъ опытъ Пастѣра, которому удавалось вызвать измѣненіе кристаллической формы, покрывая листками фольги нѣкоторыя грани уже образовавшагося кристалла. Весьма вѣроятно, что небольшія количества постороннихъ веществъ, встрѣчающіяся въ природныхъ кристаллахъ, не представляютъ случайную примѣсь, не имѣющую никакого значенія, а напротивъ того играютъ существенную роль въ образованіи той или другой кристаллической формы. Такъ напр., Тегетмейеръ показалъ, что небольшая посторонняя примѣсь, встрѣчающаяся въ горномъ хрусталѣ, тѣсно связана съ кристаллической структурой этого минерала. См. Wied. Annalen. Bd. 41.

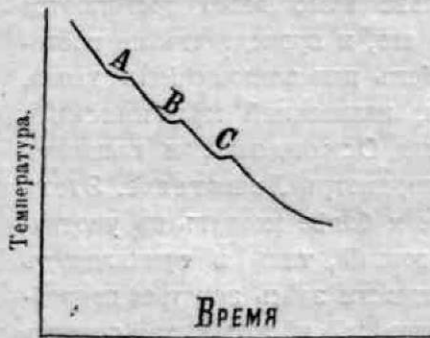
ваніе двухъ разновидностей желѣза, названныхъ имъ: желѣзо  $\alpha$  и желѣзо  $\beta$ , пріобрѣтаетъ все большее число приверженцевъ въ средѣ ученыхъ. Желѣзо  $\alpha$ — есть мягкое и способное намагничиваться, а желѣзо  $\beta$  — твердое и не магнитное; плотность его больше, чѣмъ желѣза  $\alpha$ . Обыкновенное желѣзо, съ которымъ мы имѣемъ дѣло, представляетъ смѣсь этихъ двухъ видоизмѣненій въ разнообразныхъ пропорціяхъ. Для мѣди также весьма вѣроятно существованіе особой разновидности, на которую указываетъ Шютценбергеръ и которая получается электролитически изъ уксусно-кислой мѣди; она имѣетъ меньшую плотность, чѣмъ обыкновенная мѣдь (8—8,2 вмѣсто 8,9) и болѣе активна въ химическомъ отношеніи. И для свинца также есть подобныя же указанія на особую его разновидность. Такія разновидности, какъ имѣющія неодинаковыя плотности, должны различаться по атомному объему; такъ желѣзо  $\beta$  имѣетъ меньшій объемъ атома, чѣмъ желѣзо  $\alpha$ .

Аллотропическія превращенія желѣза всего легче достигаются помощью накаливанія или охлажденія его, и происходятъ не постепенно, а сразу, скачкомъ, съ выдѣленіемъ или поглощеніемъ тепла, по достиженіи нѣкоторой температуры, называемой критической. Явленія эти были подробно изслѣдованы Осмондомъ, и главнымъ орудіемъ при такомъ изученіи служилъ пирометръ Лешателье. Этотъ замѣчательный инструментъ все болѣе и болѣе входитъ въ употребленіе, какъ для чисто научныхъ изслѣдованій, такъ и прикладныхъ работъ по металлургіи. Не имѣя возможности здѣсь заняться подробнымъ описаніемъ этого прибора, напому въ нѣсколькихъ словахъ его устройство. Этотъ пирометръ термоэлектрической, и пара его состоитъ изъ двухъ проволокъ: одна изъ чистой платины, другая изъ сплава платины съ десятью процентами радія. Проволоки эти или спаиваются между собою (припоемъ служитъ золото), или свариваются, или, что всего проще, скручиваются одна съ другою. Указателемъ силы тока служитъ гальванометръ съ большимъ сопротивленіемъ (около 200 омъ), обыкновенно гальванометръ Дѣпре-Дарсонваля. Градуированіе пирометра дѣлается по извѣстнымъ температурамъ кипѣнія и плавленія слѣдующихъ тѣлъ:

100°С	Температура кипѣнія воды.
326°С	» плавленія свинца.
358°С	» кипѣнія ртути.
415°С	» плавленія цинка.
448°С	» кипѣнія сѣры.
625°С	» плавленія алюминія.
665°С	» кипѣнія селена.
945°С	» плавленія серебра.
1015°С	» сѣрно-каліевой соли.

1045°C	Температура плавленія золота.
1054°C	» » мѣди.
1500°C	» » палладія.
1775°C	» » платины.

Въ послѣднее время къ этому пирометру примѣнено весьма важное усовершенствованіе, именно регистрирующій фотографическій приборъ, который автоматически чертитъ діаграмму, изображающую зависимость между временемъ и температурой. Если поставимъ термоэлектрическую пару пирометра на охлаждаемый или нагрѣваемый кусокъ металла, то приборъ начертитъ намъ эту автографическую діаграмму, которая представитъ точную картину происходившаго. Образецъ такой діаграммы для явленій охлаждения мягкой стали представляетъ фигура 2-я. На ней ясно видны три критическія точки *A*, *B*, *C*, т. е. остановки въ охлажденіи; здѣсь слѣдовательно происходитъ выдѣленіе



Фиг. 2.

тепла, прекращающее на нѣкоторое время правильное паденіе температуры. Такое выдѣленіе тепла указываетъ, что въ это время происходитъ въ тѣлѣ молекулярное преобразование. Первая изъ этихъ критическихъ точекъ *A*, отвѣчающая температурѣ около 843°C., получается не только для всѣхъ сортовъ стали, но и для самаго чистаго электролитическаго желѣза <sup>1)</sup>. Она и представляетъ переходъ желѣза  $\beta$ , естественнаго состоянія этого металла при высокихъ температурахъ,

въ желѣзо  $\alpha$ . Остальныя двѣ точки *B* и *C* представляютъ собою моменты выдѣленія карбида. Такая автографическая діаграмма позволяетъ опредѣлить температуры критическихъ точекъ съ большою точностью. Въ этомъ и состоитъ современный, весьма распространенный способъ изучать явленія измѣненія строенія металловъ. Нѣкоторые изъ металлурговъ относятся съ недоувѣріемъ къ теоріямъ Осмонда, даже прямо отвергаютъ ихъ, но они все-таки признаютъ огромное значеніе его метода изслѣдованія. Противники теорій Осмонда пользуются этимъ пирометромъ, подобно защитникамъ взглядовъ знаменитаго французскаго ученаго. Приборъ этотъ въ короткое время завоевалъ себѣ общее сочувствіе и полное довѣріе. И дѣйствительно не существуетъ другого аппарата, который могъ бы показывать съ такою точностью очень высокія температуры, играющія первостепенную роль въ обра-

<sup>1)</sup> Она сохраняется даже по выдѣленіи въ пустотѣ водорода изъ электролитическаго желѣза, какъ показалъ Робертсъ-Остенъ.

боткѣ желѣза, стали и мѣди. Притомъ для наблюденія температуръ этимъ пирометромъ требуются самыя маленькіе кусочки металла.

Между многочисленными работами Осмонда есть одна весьма замѣчательная и прямо относящаяся къ предмету моего сообщенія. Онъ изучилъ вліяніе разныхъ примѣсей на критическія температуры желѣза <sup>1)</sup>. Для этой работы были нарочно приготавливаемы сплавы желѣза съ небольшими количествами примѣсей, напр., бора, никкеля, мѣди, кремнія, мышьяка, вольфрама. На основаніи своихъ опытовъ Осмондъ раздѣлилъ всѣ примѣси по дѣйствию ихъ на желѣзо, на слѣдующія двѣ группы:

I группа.		II группа.	
C.	Ат. объемъ . . . . . 3,6	Cr.	Ат. объемъ . . . . . 7,7
B.	» . . . . . 4,1	Wm.	» . . . . . 9,6
Ni.	» . . . . . 6,7	Si.	» . . . . . 11,2
Mn.	» . . . . . 6,9	As.	» . . . . . 13,2
Cu.	» . . . . . 7,1	P.	» . . . . . 13,5
		S.	» . . . . . 13,7

Онъ нашелъ, что элементы I-ой группы, атомный объемъ которыхъ меньше, чѣмъ для желѣза (7,2), при прочихъ равныхъ обстоятельствахъ задерживаютъ переходъ желѣза  $\beta$ , т. е. жесткаго желѣза, въ мягкое желѣзо  $\alpha$ , и также задерживаютъ переходъ углерода закали въ углеродъ отжига. Вслѣдствіе этихъ двухъ причинъ элементы I-ой группы увеличиваютъ содержаніе жесткаго желѣза  $\beta$  въ окончательно охлажденномъ образцѣ, а потому увеличиваютъ жесткость и твердость этого образца. Присутствіе этихъ элементовъ въ желѣзѣ равносильно болѣе или менѣе энергичной закалкѣ, производимой быстрымъ охлажденіемъ. Наоборотъ элементы II-ой группы, атомные объемы которыхъ больше, чѣмъ желѣза, при охлажденіи стремятся повысить температуру, при которой происходитъ преобразование жесткаго желѣза ( $\beta$ ) въ мягкое ( $\alpha$ ). Т. е. они долѣе поддерживаютъ желѣзо въ мягкомъ состояніи при высокой температурѣ и должны оказывать такое же вліяніе и въ охлажденномъ металлѣ. Дѣйствіе ихъ на желѣзо можно сравнить съ отпусканіемъ; они стараются сдѣлать желѣзо мягкимъ и ковкимъ. Такимъ образомъ существенная сторона дѣйствія примѣсей на желѣзо заключается или въ ускореніи или въ замедленіи перехода желѣза при охлажденіи въ аллотропическое видоизмѣненіе. Такъ какъ атомный объемъ желѣза  $\beta$  меньше, чѣмъ формы  $\alpha$ , то можно сказать, что примѣси съ малымъ объемомъ стремятся задержать желѣзо въ той его формѣ, которая имѣетъ меньшій атом-

<sup>1)</sup> См. Comptes Rendus Tome 110 p. 242 и 346.

ный объемъ. Примѣси же съ большимъ атомнымъ объемомъ производятъ противоположное дѣйствіе.

Итакъ, примѣси, подобно быстрому охлажденію накаливаемаго металла, задерживаютъ переходъ его въ другое аллотропическое видоизмѣненіе и помогаютъ задержать и получить при обыкновенной температурѣ такое видоизмѣненіе тѣла, которое получается при нагрѣваніи до температуры выше критической.

Есть еще третій дѣятель, который оказываетъ такое же задерживающее вліяніе на преобразование тѣла; это значительное давленіе. Давно уже Mallard и Lechatélier показали, что сильное давленіе понижаетъ температуру преобразования іодистаго серебра изъ желтой разновидности въ красную и позволяетъ получить это преобразование при обыкновенной температурѣ, тогда какъ безъ давленія это преобразование происходитъ при  $146^{\circ}$  С. Такое же вліяніе должно оказывать давленіе и на преобразование желѣза. Это ожиданіе подтвердилось на опытѣ; Робертсъ-Остенъ показалъ, что давленіе понижаетъ критическую температуру, отвѣчающую переходу желѣза  $\beta$  въ форму  $\alpha$  <sup>1)</sup>. Этимъ опытомъ получается новое подтвержденіе извѣстнаго факта, что для желѣза и стали давленіе относится къ числу вліяній, производящихъ закалку.

Я счелъ нужнымъ сдѣлать вышеприведенное краткое изложеніе взглядовъ Осмонда и его школы на явленія закалки и вообще на преобразование желѣза. Прибавлю еще, что школа эта, въ подтвержденіе справедливости своихъ взглядовъ, приводитъ тотъ фактъ, что на основаніи этой теоріи удалось въ точности предсказать всѣ условія одного изъ замѣчательныхъ открытій нашего времени, именно полученія искусственныхъ алмазовъ. Дѣйствительно это предсказаніе было сдѣлано Вёртомъ за полгода до полученія алмазовъ Муассаномъ <sup>2)</sup>. Вёртъ исходилъ изъ того положенія, что алмазъ есть форма углерода, получающаяся при высокой температурѣ и преобразующаяся въ другія формы при пониженіи температуры, также какъ желѣзо  $\beta$  при охлажденіи преобразуется въ форму  $\alpha$ . Слѣдовательно, чтобы получить алмазъ изъ углерода, выкристаллизовавшагося изъ какого-нибудь растворителя при высокой температурѣ, нужно примѣнить вышеизложенныя три средства для задержки аллотропическаго измѣненія, свойственнаго высокой температурѣ, т. е.:

- а) быстрое охлажденіе;
- б) сильное давленіе;

<sup>1)</sup> См. вышецитированный второй докладъ комиссіи для изученія сплавовъ.

<sup>2)</sup> См. Comptes Rendus T. 116, т. 323. Это предсказаніе хранилось въ Парижской Академіи Наукъ въ запечатанномъ конвертѣ и было напечатано лишь послѣ опубликованія открытія Муассана.

с) нѣкоторую примѣсь, и такъ какъ алмазная форма углерода имѣетъ атомный объемъ, меньшій, чѣмъ другія формы углерода, то, согласно теоріи Осмонда, эта примѣсь должна имѣть атомный объемъ, меньшій, чѣмъ углеродъ. По мнѣнію Вѣрта эта примѣсь должна быть водородъ.

Какъ извѣстно, при опытахъ Муассана были выполнены первыя два условія, указанныя Вѣртомъ. Весьма вѣроятно, что было выполнено и третье условіе, такъ какъ Муассанъ употребилъ уголь, полученный изъ сахара, и слѣдовательно могущій содержать въ себѣ нѣкоторое количество углеводородовъ. Такія совпаденія условій опыта съ предсказаніемъ, основаннымъ на гипотезѣ, придаютъ ей большое значеніе.

#### IV.

Комиссія для изученія сплавовъ почти не дѣлала опытовъ съ желѣзомъ; Робертсъ-Остенъ взялъ цѣликомъ вышеизложенные результаты Осмонда относительно вліянія примѣсей на желѣзо, и представилъ ихъ въ своемъ докладѣ, какъ вполнѣ вѣрныя и твердо установленныя положенія. Они встрѣтили довольно сильныя возраженія главнымъ образомъ со стороны Гэдфильда, металлурга, извѣстнаго по множеству новыхъ изготовленныхъ имъ сплавовъ желѣза съ марганцемъ, никкелемъ, хромомъ и т. д. и со стороны профессора Шеффилдской технической школы Арнольда. Послѣдній рѣшительно отрицалъ всѣ взгляды Осмонда на преобразование желѣза, на явленія закалки, на вліяніе примѣсей и т. д.

Многія возраженія противъ выводовъ Осмонда и Робертсъ-Остена основаны на недоразумѣніи и неправильномъ расширеніи предѣловъ примѣнимости законовъ, найденныхъ этими учеными. Осмотическая теорія растворовъ и принимаемая ею свобода атомовъ примѣси между атомами металла, справедливы только для очень слабыхъ растворовъ, т. е. для самыхъ малыхъ количествъ примѣсей. У Робертсъ-Остена эти количества обыкновенно составляли всего 0,1 или 0,2 процента, и онъ постоянно указываетъ, что его законъ опредѣляетъ вліяніе лишь очень малыхъ количествъ примѣси, слѣдовъ (traces) посторонняго вещества, какъ онъ многократно выражается. Когда же количество примѣси становится болѣе значительнымъ, приближается къ одному проценту, то уже невозможно допустить свободу атомовъ примѣси; они входятъ въ опредѣленные химическія соединенія съ атомами металла, и явленія прочности опредѣляются этими соединеніями, о чемъ я буду говорить дальше. Между тѣмъ факты, которые приводили возражатели противъ Робертсъ-Остена, въ большинствѣ случаевъ относились къ явленіямъ, вызываемымъ не слѣдами примѣсей, а болѣе значительными ихъ количествами. Одно это замѣчаніе лишаетъ силы многіе аргументы Гэдфильда и Арнольда. Но все-таки нѣкоторыя

замѣчанія такихъ знатоковъ въ дѣлѣ сплавовъ желѣза пролили весьма значительный свѣтъ на весь вопросъ.

Особаго вниманія заслуживаетъ напоминаніе Гэдфильда, что при всѣхъ классификаціяхъ примѣсей желѣза, слѣдуетъ отдѣлять углеродъ въ особую группу, такъ какъ дѣйствіе его совершенно не похоже на дѣйствіе другихъ примѣсей, и этотъ элементъ, какъ давно извѣстно, вліяетъ на свойства желѣза гораздо энергичнѣе, чѣмъ остальные. Одинъ только углеродъ, по мнѣнію Гэдфильда, придаетъ желѣзу способность получать очень сильную закалку, такую, что сталь рѣжетъ стекло. Ни хромъ, ни вольфрамъ, сами по себѣ, не въ состояніи сообщить стали такую способность закаливаться; они дѣйствуютъ только въ присутствіи углерода, а безъ него безсильны. Сталь, содержащая въ себѣ 2% хрома, но въ которой углерода не болѣе 0,12%, вовсе не можетъ быть закалена, какъ бы сильно ее ни нагрѣвали передъ быстрымъ охлажденіемъ. При полномъ отсутствіи углерода, даже 3—4% хрома не придаютъ стали способности закаливаться. Арнольдъ, держащійся того же взгляда, прямо говоритъ «подобно тому какъ безъ крови не можетъ быть жизни, такъ безъ углерода не можетъ быть стали».

По моему мнѣнію такое особенно сильное и замѣтное дѣйствіе углерода должно быть приписано малому атомному объему этого элемента. Если исключить боръ, вліяніе котораго мало изслѣдовано, то въ I-ой группѣ Осмонда остается только одинъ элементъ, котораго атомный объемъ значительно отличается отъ желѣза, именно углеродъ. Онъ и долженъ сильно вліять на свойства желѣза. Атомные объемы Ni, Mn, Cu, мало отличаются отъ желѣза, и потому эти элементы въ небольшихъ количествахъ могутъ оказать лишь незначительное вліяніе, что и подтверждается наблюденіями Гэдфильда.

Самый горячій противникъ взглядовъ Осмонда и Робертсъ-Остена, профессоръ Арнольдъ, желая опровергнуть ихъ, произвелъ весьма обширное и замѣчательное изслѣдованіе вліянія примѣсей на желѣзо. Для этого къ возможно чистому желѣзу, расплавленному въ тиглѣ, прибавлялись опредѣленные количества одной изъ слѣдующихъ примѣсей:

C, Ni, Mn, Cu, Cr, Wm, Al, Si, As, P, S.

Изъ полученныхъ такимъ образомъ сплавовъ готовились бруски, которые подвергались весьма разностороннимъ испытаніямъ, а именно:

а) Механическія испытанія состояли въ употребленіи предѣла упругости при растяженіи, сопротивленія разрыву и удлиненія при разрывѣ, а также сопротивленія сжатію. Опредѣленія дѣлались какъ для брусковъ въ ихъ нормальномъ состояніи, такъ и закаленныхъ, а также для отожженныхъ.

б) Опредѣлялись критическія точки помощью пирометра Лешателье.

с) Дѣлалось микроскопическое изслѣдованіе шлифовъ.

Кажется, это первый примѣръ такого обширнаго и многосторонняго изслѣдованія, при которомъ примѣси нарочно вводились въ желѣзо, и работа профессора Арнольда даетъ возможность сдѣлать множество разныхъ выводовъ относительно вліянія примѣсей на свойства желѣза. Между прочимъ у него очень хорошо выясняется особенно энергичное вліяніе углерода по сравненію со всѣми другими примѣсями. Но эта работа не разрѣшаетъ тотъ вопросъ, который насъ теперь занимаетъ, о вліяніи небольшихъ количествъ, слѣдовъ примѣсей. У Арнольда количества примѣсей почти всегда были больше 1% и часто доходили почти до 2%. Сверхъ того ему никогда не удавалось имѣть въ желѣзѣ одну только примѣсь; кромѣ главной, изслѣдуемой примѣси, всегда были другія. Это происходило отъ того, что хотя для изготовленія сплавовъ было взято желѣзо, славящееся своей чистотой (марка Little S, изготовляемое въ Ланкаширѣ изъ Данеморскихъ рудъ), но оно все-таки не было химически чистымъ и содержало въ себѣ нѣкоторое количество примѣсей, а именно:

C . . . . .	0,03%
Si . . . . .	0,02%
Mn . . . . .	0,07%
S . . . . .	0,005%
P . . . . .	0,01%

Сверхъ того, для облегченія плавленія и для устраненія могущаго получиться окисла, который дѣлаетъ желѣзо красноломкимъ, при плавкѣ въ тигель прибавляли 0,1% алюминія. Наконецъ изъ самаго тигля нѣкоторыя вещества переходили въ сплавъ. Поэтому почти всѣ сплавы Арнольда содержали въ себѣ около 0,1% углерода, также всегда кремній, марганецъ. Количество случайныхъ примѣсей въ его сплавахъ было отъ 0,13 до 0,44%, и эти случайныя примѣси значительно маскировали вліяніе основной примѣси, введенной въ сплавъ съ намѣреніемъ; въ особенности вредить возможности правильныхъ выводовъ постоянное присутствіе во всѣхъ сплавахъ такого энергичнаго дѣятеля, какъ углеродъ.

Такимъ образомъ, вопросъ о дѣйствіи примѣсей на желѣзо нельзя считать разрѣшеннымъ. Но хотя относительно вліянія почти cadaго элемента поднимались споры, тѣмъ не менѣе разногласіе взглядовъ вовсе не велико. Въ этомъ можно убѣдиться, сопоставляя окончательныя группировки примѣсей, сдѣланныя представителями противоположныхъ взглядовъ Гэдфильдомъ и Робертсъ-Остеномъ. Они соединяютъ въ группы тѣ элементы, которые производятъ сходное дѣйствіе,

Если отбросить боръ, вліяніе котораго мало изслѣдовано, то окончательная группировка Робертсъ-Остена, высказанная имъ въ заключительномъ resumé, послѣ выслушанія всѣхъ возраженій, получаетъ такой видъ:

Группы.	Элементы.	Атомные объемы.	Х а р а к т е р и с т и к а.
I . . .	C	3,6	Необходимъ для превращенія желѣза въ сталь.
II . . .	Ni	6,7	Полезны при извѣстныхъ условіяхъ; Ni въ броняхъ Шнейдера; Mn въ снарядахъ Гэдфильда; Cu въ нѣкоторыхъ специальныхъ сортахъ стали Шнейдера.
	Mn	6,9	
	Cu	7,1	
III . . .	Cr	7,7	Полезны при извѣстныхъ условіяхъ, но не сами по себѣ, а своимъ вліяніемъ на углеродъ.
	Wn	9,6	
IV . . .	Al	10,6	Полезны для восстановленія окисловъ, но сами по себѣ слабо дѣйствуютъ.
	Si	11,2	
V . . .	As	13,2	Всегда вредны.
	P	13,5	
	S	13,7	

Гэдфильдъ же даетъ слѣдующую классификацію:

I группа . . . . .	C.
II » . . . . .	Ni, Mn.
III » . . . . .	Cr, Wm.
IV » . . . . .	Al, Si.
V » . . . . .	S, P, As, Cu.

Мы видимъ, что единственное различіе по сравненію съ предыдущей классификаціей заключается въ положеніи мѣди; все прочее вполне согласно <sup>1)</sup>. Замѣчательно, что раздѣленіе на группы соотвѣтствуетъ величинѣ атомныхъ объемовъ, и въ одну группу соединяются элементы съ близкими величинами атомныхъ объемовъ.

Несмотря на это совпаденіе нельзя считать, чтобы изученіе сплавовъ желѣза вполне доказало справедливость закона Робертсъ-Остена относительно вліянія примѣсей на прочность. Мы еще имѣемъ слишкомъ мало опытовъ, при которыхъ въ желѣзѣ была бы только одна примѣсь, притомъ въ количествѣ не болѣе 0,2—0,3%. Вышеприведенныя классификаціи основаны на наблюденіяхъ, при которыхъ

<sup>1)</sup> На такое согласіе указалъ Осмондъ.

содержаніе примѣсей было иногда значительно больше, а при этомъ нельзя и ожидать примѣнимости закона Робертсъ-Остена; тогда вмѣсто свободныхъ атомовъ примѣси получаютъ химическія соединенія ея съ желѣзомъ, и прочность такого матеріала опредѣляется главнымъ образомъ ликвицей, о чемъ я скоро буду говорить.

V.

Вліяніе примѣсей на свойства красной мѣди было предметомъ обширныхъ опытныхъ изслѣдованій Робертсъ-Остена, и результаты ихъ вошли во 2-ой докладъ комиссіи о сплавахъ. Матеріаломъ для изслѣдованія служила чистая электролитическая мѣдь, къ которой прибавлялось опредѣленное количество изучаемой примѣси. Такъ какъ качество мѣди весьма сильно портится присутствіемъ въ ней окисловъ этого металла, то необходимо было устранить ихъ. Обыкновенный способъ, примѣняемый съ этой цѣлью, т. е. очищеніе мѣди помощію раскисляющаго вещества, фосфора или алюминія, здѣсь не могъ быть употребленъ; въ самомъ дѣлѣ, при этомъ непременно осталась бы въ готовой отливкѣ небольшая доза раскисляющаго вещества, и своимъ присутствіемъ она могла совершенно измѣнить дѣйствіе изучаемой примѣси. Поэтому Робертсъ-Остенъ примѣнилъ другой способъ устраненія окисловъ мѣди, а именно у него плавка и отливка велись почти безъ доступа воздуха.

Изслѣдованіе вліянія примѣсей на механическія свойства мѣди затрудняется тѣмъ обстоятельствомъ, что эти свойства очень сильно переимѣняются отъ обработки мѣди; небольшая, иногда незамѣченная разница въ обработкѣ, напр., различіе въ температурѣ и времениковки или отжиганія, можетъ повліять замѣтно на прочность мѣди, и это дѣйствіе легко смѣшать съ вліяніемъ примѣси. Вотъ, напр., какъ измѣнялось отъ обработки сопротивленіе разрыву чистой электролитической мѣди, при опытахъ Робертсъ-Остена:

Отлитые, искованные бруски . . . . .	1292	кил.	на	квадр.	сант.
Бруски хорошо прокованные и отпущенные . . . . .	2863	»	»	»	»
Бруски прокованные при обыкновенной температурѣ и отожженные . . . . .	2120	»	»	»	»
Литые бруски, нагрѣтые до 800° С. и закаленные въ водѣ . . . . .	1778	»	»	»	»
Литые бруски, прокованные, но не отожженные . . . . .	2940	»	»	»	»

Вообще измѣняемость свойствъ мѣди отъковки и отжиганія такъ велика, что невольно приходится вспомнить объ аллотропиче-

скомъ видоизмѣненіи мѣди, найденномъ Шютценбергеромъ. Можетъ быть механическія операціи переводятъ часть мѣди въ это видоизмѣненіе, имѣющее значительно меньшую плотность, чѣмъ обыкновенная мѣдь (около 8—8,2 вмѣсто 8,9). Уже прежде было найдено, что отжиганіе уменьшаетъ плотность мѣди, и M'Farlane, отжигая мѣдную проволоку нѣсколько разъ сряду, измѣнилъ ея плотность съ 8,91 до 8,674; при этомъ проволока сдѣлалась очень хрупкой и ломалась почти отъ одного прикосновенія <sup>1)</sup>. Шютценбергеръ получилъ свое видоизмѣненіе мѣди электролизомъ, и потому нужно ожидать встрѣтить такую форму мѣди въ электролитической мѣди, не подвергавшейся обработкѣ, т. е. отливкѣ, ковкѣ и т. п. Нѣкоторый матеріалъ для сужденія объ этомъ даютъ недавніе опыты Unwin и Kennedy надъ мѣдью, вырѣзанной изъ трубъ, изготовляемыхъ по способу Elmore, т. е. отложеніемъ мѣди на сердечникъ электролизомъ изъ мѣднаго купороса. Если выбрать ихъ испытанія надъ неотожженными полосками, то получимъ слѣдующія механическія свойства:

сопротивленіе разрыву отъ 3868 до 6660 к. на □ ст.  
удлиненіе при разрывѣ отъ 21,2 до 3,3% длины.

Эти числа показываютъ, что мы здѣсь имѣемъ дѣло съ очень жесткой мѣдью: ни одинъ изъ испытанныхъ образцовъ не удовлетворяетъ условіямъ, установленнымъ для пріемки мѣди для паровозныхъ топковъ. Это какъ будто совсѣмъ другая мѣдь; и только послѣ отжиганія получились

сопротивленіе разрыву . . . 2326 к. на □ ст.  
удлиненіе при разрывѣ . . . 62,3% длины,

т. е. знакомыя намъ качества хорошей красной мѣди <sup>2)</sup>.

Относительно вліянія примѣсей на мѣдь Робертсъ-Остенъ изъ своихъ опытовъ приходитъ къ слѣдующимъ заключеніямъ.

Висмутъ, калий и теллуръ — все элементы съ очень большимъ атомнымъ объемомъ, значительно превышающимъ атомный объемъ мѣди, сильно уменьшаютъ прочность этого металла, даже тогда, когда количество ихъ не превышаетъ 0,1—0,2%. Калий,—атомный объемъ котораго очень великъ, вреденъ даже тогда, если примѣсь составляетъ менѣе 0,05%; онъ дѣлаетъ мѣдь слабой и хрупкой. Но мышьякъ и сурьма, несмотря на то, что ихъ атомные объемы также значительно больше, чѣмъ у мѣди, увеличиваютъ прочность ея. Послѣдній результатъ очень интересенъ, въ особенности относительно мышьяка, кото-

<sup>1)</sup> См. написанную В. Томсономъ для Encyclopedia Britannica статью «Elasticity».

<sup>2)</sup> Впрочемъ особыя качества электролитической мѣди могутъ происходить также отъ поглощенія ею какого-либо посторонняго вещества во время электролиза.

рый считается крайне вредной примѣсью для мѣди, и въ условіяхъ для пріемки обыкновенно содержаніе его ограничиваютъ очень малыми количествами. Но во время преній по второму докладу комиссіи, этотъ выводъ Робертсъ-Остена былъ поддержанъ нѣсколькими практиками паровознаго дѣла, утверждавшими даже, что для паровозныхъ топковъ полезно содержаніе мышьяка до  $\frac{1}{2}\%$ . Конечно, къ такимъ мнѣніямъ нужно относиться съ большою осторожностью до полнаго выясненія дѣла.

По моему мнѣнію, самый важный результатъ этихъ опытовъ есть указаніе, что висмутъ представляетъ крайне вредную примѣсь къ мѣди. Уже въ количествахъ, не большихъ 0,1%, онъ дѣлаетъ ее непрочной и въ высшей степени краснотопкой. Такая мѣдь при температурѣ 200° С. представляетъ сопротивленіе разрыву всего 266 к. на кв. сант. и не даетъ никакого замѣтнаго удлиненія при разрывѣ, т. е. представляетъ собою совершенно непригодный ни для какой цѣли металлъ. При изученіи причинъ слабости, хрупкости мѣди нужно слѣдовательно прежде всего искать висмутъ.

## VI.

Изслѣдованіе Робертсъ-Остена о вліяніи висмута на прочность мѣди вызвало на первый планъ явленіе, которое служитъ главнымъ моментомъ, опредѣляющимъ прочность употребительныхъ металловъ, въ тѣхъ случаяхъ, когда количество примѣсей не очень мало, т. е. когда мы имѣемъ дѣло не со слѣдами веществъ, а съ болѣе значительными ихъ количествами, составляющими  $\frac{1}{2}\%$  и выше. Иначе говоря, это случаи, когда уже атомы примѣси нельзя считать свободными, а они связываются съ атомами металла и образуютъ съ ними извѣстныя химическія соединенія. Это явленіе есть ликвиція. Я употребляю это слово въ обширномъ смыслѣ, т. е. включаю въ него всѣ явленія распадѣнія, происходящія при затвердѣваніи металловъ и сплавовъ <sup>1)</sup>.

Крупныя черты этого явленія хорошо видны при отдѣленіи свинца отъ серебра при выплавкѣ серебряно-свинцовыхъ рудъ, когда примѣняется пріемъ, извѣстный подъ именемъ патинсонированія. Въ расплавленной смѣси серебра со свинцомъ, при охлажденіи ея сначала отвердѣваютъ кристаллы чистаго свинца, а остальная масса сплава свинца съ серебромъ остается жидкою. Эти кристаллы вынимаютъ и такимъ путемъ обогащаютъ остающійся расплавленнымъ металлъ, увеличиваютъ въ немъ содержаніе серебра.

Другой извѣстный примѣръ ликвиціи въ крупныхъ размѣрахъ представляютъ оловянные пятна артиллерійской бронзы, т. е. сплава

<sup>1)</sup> См. статьи Kossmann въ Stahl und Eisen 1893 г.

мѣди съ оловомъ. При затвердѣваніи этого сплава онъ раздѣляется на двѣ части: одну — бѣлаго цвѣта, болѣе богатую оловомъ и другую, болѣе бѣдную оловомъ, имѣющую желтый цвѣтъ. Сначала затвердѣваетъ первая часть, а потомъ вторая, болѣе легкоплавкая; будучи неравномѣрно распределена въ общей массѣ, она иногда образуетъ на поверхности отливки очень крупныя, свѣтлыя оловяныя пятна.

Такое выдѣленіе изъ сплава во время отвердѣванія отдѣльных частей его, разнаго состава и твердѣющихъ послѣдовательно одна за другой, по порядку своей тугоплавкости, и есть интересующая насъ ликвиція. Такихъ послѣдовательно выкристаллизовывающихся и затвердѣвающихъ частей можетъ образоваться нѣсколько; при легкоплавкихъ сплавахъ эти послѣдовательныя выдѣленія легко могутъ быть отдѣлены, процѣживаніемъ черезъ азбестъ, и анализированы.

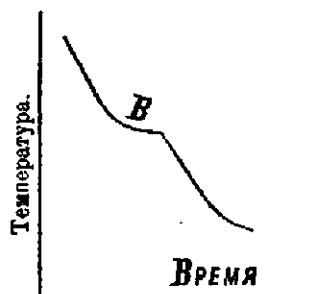
Пріемы, примѣняемые въ техникѣ при отливкахъ, мѣшаютъ образованію ликвиціи въ крупныхъ размѣрахъ; препятствуютъ образованію крупныхъ, бросающихся въ глаза, выдѣленій. Но все-таки ликвиція происходитъ, и въ существованіи ея можно убѣдиться химическимъ анализомъ. Беря пробы въ разныхъ мѣстахъ отливки, напр. на поверхности и внутри ея, убѣждаемся, что отливка имѣетъ разный составъ въ разныхъ мѣстахъ, соотвѣтственно времени ихъ отвердѣванія. Такіе опыты дѣлались уже давно; изъ новѣйшихъ укажу на сдѣланное Робертсъ-Остеномъ изслѣдованіе сплава серебра съ мѣдью.

Химическіе анализы чугуна и стали очень часто показывали различіе состава въ разныхъ мѣстахъ отливки, и было замѣчено, что примѣси обыкновенно сосредоточиваются въ тѣхъ частяхъ отливки, которыя отвердѣваютъ послѣдними. Это очевидно есть явленіе ликвиціи; примѣси образуютъ съ желѣзомъ соединенія болѣе легкоплавкія, чѣмъ чистое желѣзо, твердѣющее раньше всего. Затѣмъ начинаютъ поочередно твердѣть разныя соединенія желѣза съ углеродомъ, сѣрой, фосфоромъ и т. д. <sup>1)</sup>

Кромѣ химическаго анализа мы имѣемъ еще другое средство обнаружить происходящую, но невидимую на глазъ ликвицію. Это — наблюденіе за ходомъ температуры остывающей отливки, для чего очень удобенъ пирометръ Лешателье́, съ вышеописаннымъ фотографическимъ приборомъ для автографированія. Затвердѣваніе каждой отдѣльной составной части сопровождается выдѣленіемъ скрытаго тепла и выразится большей или меньшей остановкой паденія температуры, что на автографической діаграммѣ пирометра изобразится горизонтальной частью кривой, въ родѣ *B* (фиг. 3-я). Число такихъ крити-

<sup>1)</sup> Изъ числа анализовъ, указывающихъ неоднородность состава стальныхъ отливокъ, очень интересны опыты Майтланда и Снеллюса, находившихъ неравномѣрное распределеніе въ болванкѣ углерода и сѣры. См. также изслѣдованіе чугуна, сдѣланное Стэдомъ; Горн. Журн. Февр. 1914 г.

ческих точек будет соответствовать числу различных выделяющихся соединений. Для всех сортов стали ясно получается критическая точка, соответствующая выделению карбида. Для чугуна получается обыкновенно несколько критических точек, соответствующих соединениям железа и марганца с углеродом, кремнием и фосфором. Осмонд<sup>1)</sup> находил их числом до 5<sup>1)</sup>; из них наиболее интересна продолжительная остановка при 900° С, соответствующая ликвации соединения железа с фосфором. Он справедливо указывает, что обилие этих точек свидетельствует о неоднородности и разнообразии строения чугуна и доказывает, что чугунъ есть весьма сложная смесь разных сплавов и соединений.



Фиг. 3.

Робертсъ-Остенъ для сплавовъ мѣди съ висмутомъ показали, что при охлажденіи ихъ, когда они повидимому уже вполне отвердѣли, всегда получается критическая точка, при температурѣ около 268° С, т. е. при температурѣ плавленія висмута. Эта критическая точка указываетъ на ликвацию чистаго или почти чистаго висмута, который слѣдовательно выдѣлился изъ сплава, затвердѣвшаго значительно раньше при гораздо болѣе высокой температурѣ. Такое явление получалось при всякомъ содержаніи висмута въ сплавѣ и было замѣтно даже тогда, когда содержаніе висмута не превосходило одного процента. Оно вполне объясняетъ дурныя качества мѣди, содержащей примѣсь висмута.

Микроскопическія наблюденія металлическихъ шлифовъ прекрасно подтверждаютъ вышеизложенное относительно неоднородности и сложности строения, вызываемыхъ ликвацией. На шлифахъ эта неоднородность можетъ быть сдѣлана ясно на глазъ помощью протравленія кислотами и другими разъѣдающими веществами, дѣйствующими неодинаково на разныя вещества, выдѣлявшіяся при ликвации. Разницу ихъ можно также показать, накаливая шлифъ, который при этомъ покрывается различными побѣжалыми цвѣтами. На шлифѣ можно видѣть разные кристаллы и вещества, располагающіяся между ними, напр. окислы и сѣрнистыя соединенія, которыя располагаются тонкими слоями въ промежуткахъ кристалловъ, образуя нѣчто въ родѣ сѣтки или клѣточекъ. Можно показать различіе въ твердости разныхъ элементовъ микроскопической структуры, пробуя подъ микроскопомъ ца-

<sup>1)</sup> Comptes Rendus Tome 106 p. 1156.

рапать ихъ иглами разной твердости. Этимъ способомъ Беренсъ <sup>1)</sup> нашелъ для артиллерійской бронзы, съ содержаніемъ отъ 7—11% олова, что твердость частей шлифа, болѣе богатыхъ мѣдью, есть 3,2, а твердость болѣе свѣтлыхъ мѣсть, т. е. микроскопическихъ оловянныхъ пятенъ, есть 3,3 <sup>2)</sup>. Въ сырой цементной стали онъ безъ труда опредѣлилъ различіе твердости карбида (5) и остальной массы металла (3,5) и т. д.

Эти микроскопическія наблюденія шлифовъ очень хорошо показываютъ, что строеніе употребительныхъ металловъ и сплавовъ представляетъ весьма сложную мозаику, всего ближе подходящую къ строенію гранита и другихъ родственныхъ ему горныхъ породъ, при образованіи которыхъ ликвація тоже играла весьма важную роль. Такимъ образомъ установлена современная связь металлургии съ петрографіей, и эти двѣ науки уже оказываютъ другъ другу взаимныя услуги по разъясненію многихъ вопросовъ о строеніи.

Очевидно явленія ликваціи должны оказывать весьма сильное вліяніе на прочность металловъ. Число и составъ выдѣленій и характеръ ихъ расположенія въ массѣ остального вещества должны рѣшительнымъ образомъ измѣнять сопротивление и растяжимость металла. Наблюденія Робертсъ-Остена надъ ликваціей висмута въ сплавахъ мѣди съ этимъ металломъ вполне объясняютъ полную порчу механическихъ свойствъ мѣди отъ небольшихъ дозъ висмута, который при отвердѣваніи мѣди выдѣляется и твердѣетъ много позже, располагаясь между частицами мѣди и нарушая ихъ сцѣпленіе. Очень характерный, подобный же фактъ былъ указанъ Гауландомъ во время преній о второмъ докладѣ «комиссіи о сплавахъ». Онъ относится къ дѣйствию висмута на серебро; небольшое количество висмута сдѣлало серебро крайне хрупкимъ, такъ что слитокъ, вѣсившій 1000 унцій, легко можно разбить ударомъ молотка. Изломъ получился крупно-кристаллическій, и легко было выдѣлить нѣсколько отдѣльныхъ кристалловъ; они оказались мягкими и ковкими. Очевидно здѣсь была ликвація висмута, который тонкимъ слоемъ обволакивалъ кристаллы серебра и, такимъ образомъ, сдѣлалъ всю массу хрупкою, тогда какъ каждый отдѣльный кристаллъ серебра остался ковкимъ и легко плющился.

Здѣсь намъ будетъ очень кстати вспомнить давнишнее наблюденіе Бессемера, которое онъ разсказалъ на одномъ изъ митинговъ Желѣзнаго Института <sup>3)</sup>. Была сдѣлана пробная отливка изъ мягкой стали, почти вовсе не содержащей углерода, но заключающей отъ  $\frac{1}{2}$  до

<sup>1)</sup> См. книгу Behrens. *Mikroskopische Gefüge der Metalle und Legierungen*, представляющее очень обширное изслѣдованіе микроскопическаго строенія весьма большого числа металловъ и сплавовъ.

<sup>2)</sup> Числа эти представляютъ твердость по минералогической шкалѣ Мосса.

<sup>3)</sup> См. *Engineering*. V. 41 p. 491.

$\frac{1}{2}\%$  фосфора. Форма была зарыта въ яму, вырытую въ песокъ, отдѣлена отъ него слоемъ угля и хорошо прикрыта сверху; вообще были приняты мѣры, чтобы получить очень медленное охлажденіе отливки и этимъ вызвать образованіе крупныхъ кристалловъ. И дѣйствительно, по прошествіи десятидневнаго охлажденія, строеніе оказалось крупно-кристаллическимъ. Металлъ былъ настолько хрупокъ, что отъ удара по болванкѣ 2-хъ фунтовымъ молоткомъ посыпался дождь кристалловъ, и во всей массѣ почти не было никакой связи между отдѣльными кристаллами. Но самые кристаллы оказались совершенно ковкими и легко плющились на наковальнѣ, т. е. представляли хорошее ковкое желѣзо. Мы можемъ теперь вполнѣ объяснить это любопытное явленіе; очевидно, что здѣсь была ликвація фосфористаго желѣза, облекавшаго тонкой пленкой кристаллы ковкаго желѣза, подобно тому, какъ висмутъ у Гауланда облекалъ кристаллы серебра. Здѣсь мы имѣемъ ключъ къ объясненію вліянія фосфора — главнаго врага хорошей стали.

Въ этихъ примѣрахъ ликвація является въ крупныхъ, паразитическихъ размѣрахъ, и дѣйствіе ея очень сильное; прочность металла почти вполнѣ уничтожена. Я нарочно выбралъ эти характерные случаи, какъ предѣльные. Въ большинствѣ практическихъ случаевъ ликвація происходитъ въ меньшихъ размѣрахъ, но она все-таки остается самымъ важнымъ факторомъ, опредѣляющимъ прочность и растяжимость металла.

Итакъ, роль примѣсей состоитъ въ томъ, что онѣ или сами легкоплавки, или образуютъ легкоплавкія соединенія, причемъ получается ликвація. Вслѣдствіе ликваціи примѣси распредѣляются въ металлѣ крайне неравномѣрно. Химическій анализъ только отчасти показываетъ степень неравномѣрности распредѣленія; болѣе полное понятіе объ этомъ мы получаемъ, разсматривая шлифы подъ микроскопомъ. Приведу здѣсь еще примѣръ, который заимствую изъ сообщеній Стэда, на митингѣ Желѣзнаго Института въ нынѣшнемъ году. Стэдъ, приготавливая шлифы изъ марганцовой стали Гэдфильда (около  $12\%$  марганца и  $1,77\%$  углерода), замѣтилъ, что на поверхности шлифовъ ясно выступаютъ пластинки карбида, гораздо болѣе твердыя, чѣмъ остальной металлъ. Ему удалось выдѣлить эти пластинки и анализировать ихъ; онѣ оказались двойнымъ карбидомъ марганца и желѣза (состава  $70\%$  желѣза,  $17,19\%$  марганца,  $6\%$  углерода). Затѣмъ на шлифѣ подъ микроскопомъ было приблизительно опредѣлено, какую часть всей массы составляютъ эти пластинки, и простой расчетъ показалъ, что весь углеродъ стали заключается въ карбидѣ, составляющемъ  $30\%$  всей массы, а остальные  $70\%$  металла вовсе не содержатъ въ себѣ углерода. Слѣдовательно, найдена была крайняя неравномѣрность распредѣленія углерода, а между тѣмъ ее было бы нельзя открыть химическимъ анализомъ.

Описываемыя нами явленія не кончаются съ отливкою болванки; дополнительныя ликваціонныя явленія могутъ произойти при подогрѣвахъ съ цѣлью проковки и т. п. Слѣдовательно, крайне важно слѣдить за ликваціей, опредѣлять степень интенсивности или развитія ея, а для этого служить прекраснымъ орудіемъ пирометръ Лешателье, пріобрѣтающій такимъ образомъ постепенное практическое значеніе. Онъ представляетъ то большое удобство, что для наблюденія требуетъ очень небольшія количества металла. Значеніе его для техники уже оцѣнено практическими инженерами; В. Андерсонъ, говоря объ орудійной стали, высказалъ, что такъ какъ главная причина разности свойствъ въ разныхъ мѣстахъ стальной отливки есть ликвація и пирометръ Лешателье даетъ возможность опредѣлить эту разницу, то этотъ приборъ позволитъ съ легкостью удостовѣриться, имѣетъ ли металлъ во всѣхъ частяхъ стальной отливки или поковки одинаковыя свойства или нѣтъ. Робертсъ-Остенъ уже дѣлалъ такія наблюденія надъ небольшою стальною болванкой, и ему удалось показать разницу свойствъ внутреннихъ и наружныхъ частей болванки.

## VII.

Въ предыдущемъ моемъ изложеніи, Мм. Гг., Вы, вѣроятно, кромѣ окончательныхъ результатовъ обратили вниманіе на пріемы изслѣдованія свойствъ металловъ. Особенность изслѣдованій послѣдняго времени, въ сравненіи съ прежними, заключается въ обилии и разнообразіи пріемовъ, способовъ, аппаратовъ, которыми пользуются для изученія свойствъ металла и стараются открыть законы, управляющіе его строеніемъ и прочностью. Въ прежнее время ограничивались химическимъ анализомъ и механическимъ испытаніемъ сопротивленія разрыву. Затѣмъ прибавили еще совершенно необходимое опредѣленіе удлиненія при разрывѣ, служащаго мѣрою пластичности матеріала. Послѣ того изслѣдователи убѣдились, какъ важно имѣть полную автографическую діаграмму растяженія, которая даетъ въ нѣкоторыхъ случаяхъ драгоцѣнныя указанія на свойства матеріала <sup>1)</sup>. Теперь къ

<sup>1)</sup> Вспомнимъ напримѣръ, что по автографической діаграммѣ съ полной ясностью получается то замѣчательное явленіе, которое обозначается на нѣмецкомъ языкѣ терминомъ *Streckgrenze*, а на англійскомъ «*Yield point*». По-русски его лучше всего назвать критической точкой или критическимъ періодомъ растяженія. Это внезапное, почти полное прекращеніе въ металлѣ способности уравновѣшивать растягивающую силу, временное разстройство связи между частицами тѣла, нарушеніе устойчивой комбинаціи системъ этихъ частицъ. Затѣмъ мало-по-малу это разстройство прекращается, и вѣроятно частицы образуютъ новыя системы, отличающіяся по своей конфигураціи отъ прежнихъ. Явленіе это замѣчается только у желѣза и стали, и то не у всѣхъ сортовъ. Мѣдь и ея сплавы, чугуны, сильно закаленная сталь и безпузыристая стальныя отливки не показываютъ этого явленія. Осмондъ, Шарпи, Кэрасъ-

этимъ приемамъ прибавляются еще пирометрическія наблюденія съ пирометромъ Лешателье, который, вѣроятно, скоро будетъ очень распространеннымъ техническимъ приборомъ.

Микроскопическія наблюденія шлифовъ давно уже получили права гражданства среди приемовъ изученія свойствъ металловъ. Эти наблюденія часто даютъ очень важныя указанія и помогаютъ объяснить загадочныя явленія, происходящія при обработкѣ металловъ. Нужно во время обработки брать послѣдовательно образчики металла; изготовляя изъ нихъ шлифы и сравнивая ихъ, получаемъ ясную картину послѣдовательности явленій, происходящихъ при обработкѣ. Такъ напр., оказывается, что при продолжительномъ накаливаніи желѣза или стали, сначала происходитъ ликвація карбида, а затѣмъ кристаллизація желѣза въ крупные кристаллы. Такимъ образомъ объясняется порча желѣза и стали отъ пережиганія ихъ, т. е. продолжительнаго накаливанія и затѣмъ медленнаго охлажденія безъковки. Интересныя наблюденія надъ явленіями, происходящими при накаливаніи бронзы. Этотъ металлъ, какъ уже было сказано, подъ микроскопомъ показываетъ неоднородный составъ; видны бѣловатыя мѣста, болѣе богатые оловомъ, и желтыя съ меньшимъ содержаніемъ олова. При продолжительномъ накаливаніи до вишневаго цвѣта бѣлыя мѣста постепенно разрастаются и какъ бы съѣдаютъ желтыя части шлифа <sup>1)</sup>. Этимъ объясняется порча бронзы отъ накаливанія ея. Если и послѣ того продолжается накаливаніе, то начинаются явленія окисленія; конечно, окисляется преимущественно олово.

Желѣзо и большинство его видоизмѣненій магнитны, а потому наблюденіе магнитныхъ явленій представляетъ одно изъ средствъ изучать свойства желѣза и ихъ измѣненія отъ примѣсей, способовъ обработки и т. п. Теперь часто прибѣгаютъ къ этому приему изслѣдованія. Чѣмъ свободнѣе частицы желѣза, чѣмъ менѣе онѣ связаны, тѣмъ болѣе онѣ воспримчивы къ магнитнымъ дѣйствіямъ, иначе говоря, тѣмъ больше ихъ магнитная проницаемость желѣза. Дѣйствіе примѣсей въ количествѣ болшемъ такъ называемыхъ слѣдовъ, по необходимости связываетъ свободу частицъ желѣза и должно выразиться уменьшеніемъ магнитной проницаемости. И въ самомъ дѣлѣ, самая высшая проницаемость получается для чистаго мягкаго желѣза. Другія видоизмѣненія этого металла по степени проницаемости идутъ въ такомъ порядкѣ: ближе всего къ мягкому желѣзу стоитъ мягкая сталь, затѣмъ ковкій чугунокъ, потомъ обыкновенный сѣрый чугунокъ,

---

Вильсонъ и др. связываютъ его съ переходомъ желѣза изъ мягкой разновидности ( $\alpha$ ) въ твердую ( $\beta$ ). Очень интересныя наблюденія и заключенія послѣдняго изъ этихъ ученыхъ относительно измѣненія критическаго періода стали съ измѣненіемъ степени ея закалки. См. его статью въ *Philosophical Magazine*. Февраль 1890.

<sup>1)</sup> См. вышецитированное сочиненіе Беренса.

наконецъ жесткая сталь. Марганцевая сталь вовсе не проницаема для магнетизма, и безъ сомнѣнія это свойство ея должно найти значительныя примѣненія въ электротехническихъ приборахъ. Впрочемъ, нельзя ручаться, что это свойство вызывается именно марганцомъ; можетъ быть причиною служитъ углеродъ, всегда находящійся въ значительной пропорціи въ марганцевой стали и образующій двойной карбидъ желѣза и марганца. Такого мнѣнія придерживается извѣстный металлургъ Стэдъ, который на послѣднемъ митингѣ Желѣзнаго Института показывалъ небольшой образецъ стали, очень богатый марганцемъ (23%), но со слабымъ содержаніемъ углерода (0,3%). Этотъ образецъ прекрасно притягивался магнитомъ.

Изученіе измѣненія магнитныхъ свойствъ представляетъ очень чувствительную пробу для изслѣдованія перемѣнъ въ строеніи желѣза и стали и примѣнялось съ этой цѣлью неоднократно. Чтобы показать степень чувствительности этого приѣма, приведу слѣдующее: Юзъ, при помощи своихъ магнитныхъ вѣсовъ, нашель, что уже одно нагрѣваніе стали до 100° С и послѣдующее затѣмъ охлажденіе производитъ замѣтное временное измѣненіе свойствъ стали, исчезающее по прошествіи нѣсколькихъ часовъ. Здѣсь мы имѣемъ еще одинъ любопытный фактъ, прибавляющійся ко множеству другихъ, доказывающихъ возможность движенія частицъ твердаго тѣла и измѣненія его строенія.

Можно ожидать, что большую помощь въ изученіи свойствъ желѣза и стали доставитъ наблюденіе магнитнаго гистерезиса. Это явленіе представляетъ собою нѣчто въ родѣ магнитнаго тренія, оно указываетъ какъ бы на нѣкоторую вязкость частицъ металла, которыя не поспѣваютъ слѣдить за перемѣнами намагничивающей силы и отстаютъ отъ этой силы. Всякое стѣсненіе свободы частицъ, связываніе ихъ другимъ элементомъ, можетъ повліять на увеличеніе гистерезиса. Какъ извѣстно, это явленіе особенно сильно въ вольфрамовой стали; у этого сорта стали, по изслѣдованіямъ Гопкинсона, потеря энергіи отъ гистерезиса въ 20 разъ больше, чѣмъ у чистаго желѣза. Такое указаніе очень интересно и показываетъ, что вольфрамъ сильно связываетъ частицы желѣза.

Наконецъ, теперь при изученіи свойствъ металловъ пользуются еще опредѣленіемъ ихъ электрическаго сопротивленія. Такъ какъ оно весьма сильно мѣняется отъ различныхъ примѣсей, то примѣненіе этого приѣма при изслѣдованіи вліянія постороннихъ веществъ весьма естественно. Посторонніе элементы углеродъ, сѣра и т. д. образуютъ съ основнымъ металломъ карбиды, сѣрнистыя и другія соединенія, которыя, какъ это видно подъ микроскопомъ, нерѣдко располагаются въ видѣ сѣтки или клѣтокъ, заключающихъ внутри себя металлическую массу. Вѣроятно, такая сѣтка служитъ отчасти изоляторомъ; этимъ можно объяснить значительное уменьшеніе сопротивленія, вы-

зывается примѣсами къ металламъ. А это измѣненіе весьма глубокое, какъ показываютъ недавніе, весьма значительные опыты Дьюара и Флиминга <sup>1)</sup>. Эти ученые опредѣляли электрическое сопротивление при низкихъ температурахъ, доходя до—223 градусовъ по платиновому термометру, т. е. подошли очень близко къ абсолютному нулю. Конечно, съ пониженіемъ температуры электрическое сопротивление металловъ быстро падаетъ; опыты показали, что если металлъ чистый, не содержащій примѣсей, то, съ приближеніемъ температуры къ абсолютному нулю, электрическое сопротивление тоже стремится къ нулю. Но самое небольшое количество примѣсей измѣняетъ этотъ результатъ; нечистый металлъ даже при абсолютномъ нулѣ будетъ представлять замѣтное сопротивление. Для желѣза, напр., такія слабыя количества примѣсей, какъ  $\frac{1}{4}\%$  марганца и  $0,01\%$  сѣры, уже оказываютъ замѣтное вліяніе; если для него продолжить кривую, изображающую зависимость сопротивленія отъ температуры, то продолженіе не пройдетъ черезъ нулевую точку. Между тѣмъ, для всѣхъ совершенно чистыхъ металловъ продолженныя кривыя проходятъ черезъ нулевую точку. Такое различіе чистыхъ металловъ отъ содержащихъ примѣси указываетъ намъ на глубокое измѣненіе строенія, производимое самыми небольшими количествами постороннихъ веществъ.

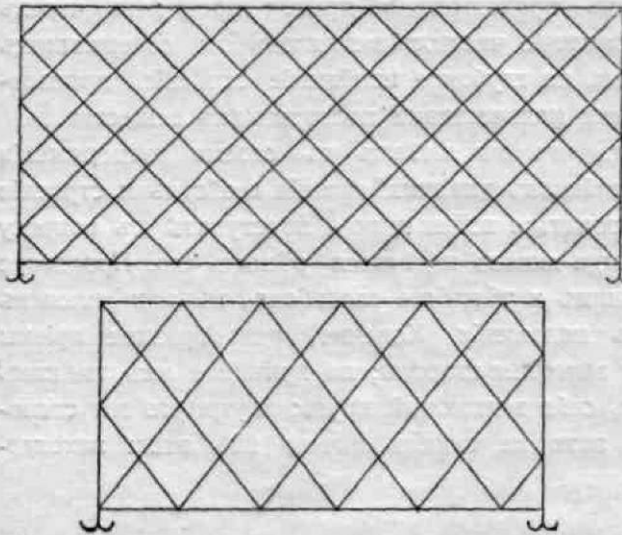
Вы видите, Мм. Гг., что мы имѣемъ въ своемъ распоряженіи много разнообразныхъ приѣмовъ для изслѣдованія свойствъ и строенія металловъ. Нужно пользоваться всѣми ими и подступать къ вопросу съ разныхъ сторонъ; тогда можно надѣяться рѣшить его. Производя же изслѣдованіе все однимъ и тѣмъ же способомъ, мы находимся въ довольно безнадежномъ положеніи. Конечно, однообразные приемы испытанія имѣютъ свои выгодныя стороны; но принимая ихъ, мы какъ будто обводимъ вокругъ себя волшебный кругъ; внутри его мы становимся неуязвимы, но зато не видимъ ничего внѣ этого заколдованнаго пространства.

---

<sup>1)</sup> См. *Philosophical Magazine*, V. 34 p. 326 и V. 36 p. 271.

## IX. Замѣтка о рѣшетчатыхъ фермахъ <sup>1)</sup>.

Въ Извѣстіяхъ Собранія Инженеровъ Путей Сообщенія за нынѣшній годъ помѣщена очень интересная статья профессора Л. Э. Николаи: «Статически опредѣлимая однопролетная рѣшетчатая ферма, съ параллельными поясами и съ нѣсколькими пересѣченіями раскосовъ». Въ этой статьѣ идетъ рѣчь о фермахъ, образцы которыхъ представ-



Черт. 1.

влены на черт. 1 нашей замѣтки. При извѣстномъ расположеніи рѣшетки, такіа фермы оказываются вполне жесткими, статически опредѣлимыми. При другихъ же формахъ рѣшетки, хотя по числу линий ферма можетъ быть считаема статически опредѣлимой, но, при внимательномъ изслѣдованіи ея, она оказывается не вполне жесткой, а имѣющей безконечно малую подвижность.

Рѣшетчатая система съ такой подвижностью мало пригодна для мостовыхъ фермъ; ихъ нужно избѣгать. Поэтому важно имѣть простой признакъ, по которому легко было бы различать вполне жесткія фермы отъ системъ, имѣющихъ безконечно малую подвижность, т. е. не представляющихъ сопротивленія безконечно малому измѣненію своей формы <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> «Инженеръ» 1899 г.

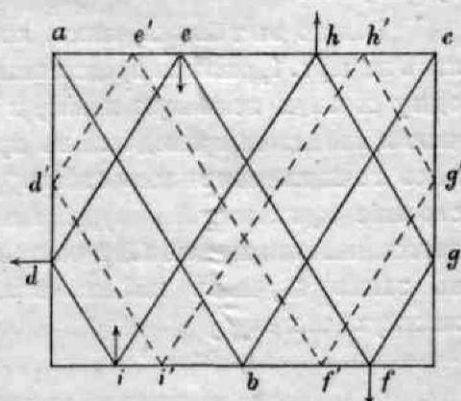
<sup>2)</sup> Точнѣе слѣдуетъ опредѣлить эти фермы, какъ такіа, для которыхъ, когда перемѣщенія ихъ узловъ представляютъ безконечно малыя величины перваго порядка, то удлиненія линий фермы будутъ безконечно малыя 2-го порядка.

Профессоръ Николаи говоритъ, что ему пришлось случайно услышать отъ профессора Мюллеръ-Бреслау бѣглое указаніе на правило различенія этихъ двухъ разрядовъ фермъ, а именно для полученія вполнѣ жесткой фермы: «ферма рѣшетки должна быть такъ составлена, чтобы проводя непрерывную ломанную линію по всѣмъ раскосамъ, начиная отъ верхней или нижней точки опорной стойки, можно было придти къ нижней или соотвѣтственно верхней точкѣ той же или другой опорной стойки».

Заинтересовавшись этимъ правиломъ, профессоръ Николаи занялся доказательствомъ его, и въ упомянутой статьѣ приводитъ два различныхъ вывода, объясняющіе правильность правила Мюллера-Бреслау. Доказательства эти убѣдительны и какъ бы исчерпываютъ вопросъ. Тѣмъ не менѣе, я рѣшаюсь въ этой замѣткѣ еще разъ вернуться къ нему и представить очень простое геометрическое доказательство правила Мюллера-Бреслау, полагая, что этотъ приемъ вывода, до извѣстной степени, будетъ способствовать разъясненію дѣла.

Не трудно видѣть, что правило Мюллеръ-Бреслау есть прямое и непосредственное слѣдствіе той общей теоремы Графической Статики, которая во всѣхъ случаяхъ даетъ геометрической критерій для различенія вполнѣ жесткихъ фермъ отъ системъ, имѣющихъ бесконечно малую подвижность. Признакомъ, указывающимъ на существованіе въ фермѣ бесконечно малой подвижности, служитъ возможность построения для нея критической фигуры, т. е. такой фигуры, у которой всѣ линіи параллельны линіямъ данной фермы, число узловъ и всѣ соединенія линій въ узлахъ согласуются съ данной фермой и которая, тѣмъ не менѣе, не подобна данной фермѣ. Невозможность построения критической фигуры для данной фермы указываетъ, что эта ферма есть вполнѣ жесткая система.

Очевидно, системы, въ которыхъ раскосы не представляютъ одной связной непрерывной ломанной линіи, а раздѣляются на двѣ или болѣе независимыхъ системъ, не будутъ вполнѣ жесткими. Дѣйствительно, независимость системъ раскосовъ позволяетъ построить критическую фигуру. Возьмемъ для примѣра черт. 2. Здѣсь система раскосовъ дѣлится на двѣ независимыя части: одна изъ нихъ будетъ *abc*, другая—*defghi*. Оставляя первую на мѣстѣ, т. е. сохраняя положеніе точекъ *a*, *b*, *c*, *h*, *i* и расположеніе линій въ нихъ сходящихся, пере-

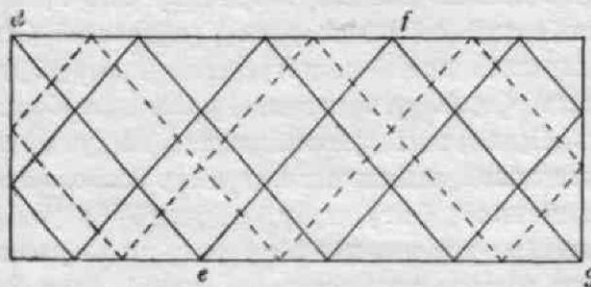


Черт. 2.

двинемъ точки  $d, e, f, g, h, i$ , въ положеніе  $d', e', f', g', h', i'$ . Другими словами, выбросимъ фигуру  $defghi$  и замѣнимъ ее фигурой  $d'e'f'g'h'i'$ , нарисованной пунктиромъ. Результатъ такого преобразованія будетъ фигура, у которой всѣ линіи параллельны линіямъ данной фермы, но которая не подобна данной фермѣ. Такое построеніе критической фигуры указываетъ, что данная ферма неполнѣ жесткая.

Построенныя нами точки  $d', e', f', g', h', i'$ —будутъ изображающія точки. Онѣ изображаютъ возможныя перемѣщенія соответствующихъ узловъ  $d, e, f, g, h, i$ . Ставши въ изображающія точки, мы увидимъ для соответствующихъ узловъ направленія возможныхъ перемѣщеній; всѣ они идутъ по направленію часовой стрѣлки, какъ показано стрѣлками на черт. 2; или всѣ перемѣщенія идутъ въ направленіи, обратномъ часовой стрѣлкѣ. Величины перемѣщеній пропорціональны разстояніямъ  $dd', ee' \dots$  между узломъ и соответствующей ему изображающей точкой.

Другой примѣръ фермы, у которыхъ раскосы состоятъ изъ двухъ независимыхъ, несвязанныхъ между собою системъ,—представляетъ

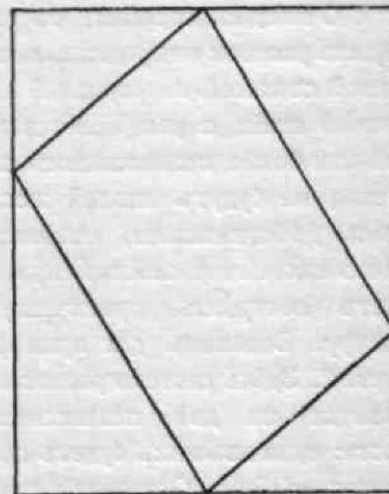


Черт. 3.

черт. 3. Здѣсь  $defg$ —первая часть раскосовъ; остальные раскосы съ этими не связаны. И въ этомъ случаѣ критическая фигура строится непосредственно: оставляя первую часть раскосовъ  $defg$  на мѣстѣ,

передвинемъ вторую часть ихъ въ положеніе, указанное на чертежѣ пунктиромъ.

Только въ тѣхъ случаяхъ, когда, какъ на черт. 1, раскосы представляютъ одну связанную ломанную линію, и начало и конецъ ея приходятся въ крайнихъ точкахъ конечныхъ стоекъ, построеніе критической фигуры оказывается невозможнымъ. Слѣдовательно въ этихъ случаяхъ имѣемъ вполнѣ жесткую систему<sup>1)</sup>.

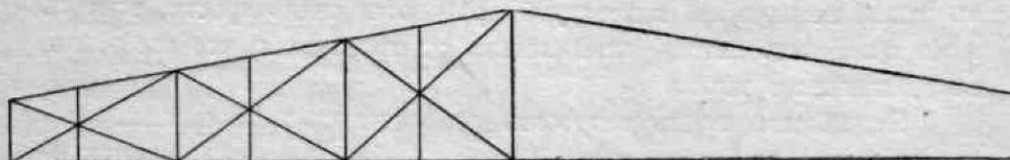


Черт. 3 bis.

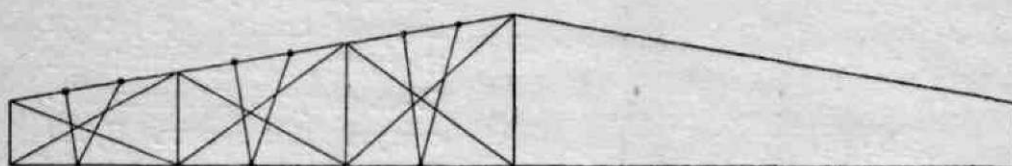
<sup>1)</sup> Мы ничего не говоримъ въ текстѣ о системахъ, въ которыхъ раскосы представляютъ одну связанную ломанную линію, но начало и конецъ ея не приходится въ крайнихъ точкахъ опорныхъ стоекъ. Эти

Такимъ образомъ указанный графическій критерій есть самый простой пріемъ для того, чтобы убѣдиться въ справедливости правила Мюллера-Бреслау. Вѣроятно этотъ ученый такимъ путемъ и нашель свое правило.

Вообще графическій критерій можетъ во многихъ случаяхъ оказаться полезнымъ для оцѣнки раскосныхъ системъ. Для примѣра упо-

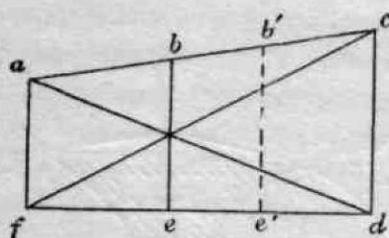


Черт. 4.

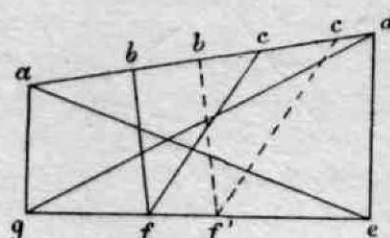


Черт. 5.

мянемъ, что намъ однажды пришлось встрѣтить въ технической литературѣ предложеніе устраивать мостовыя фермы такого вида, какъ на черт. 4 или какъ на черт. 5. Авторъ, предложившій эти системы, думаетъ, что онѣ совмѣщаютъ въ себѣ выгоды многораскосныхъ системъ со свойствомъ статической опредѣлимости. Дѣйствительно, по числу линій и узловъ каждая панель фермы представляется статически



Черт. 6.



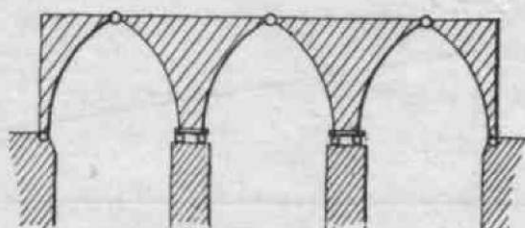
Черт. 7.

опредѣлимой. Первая изъ нихъ (черт. 6) можетъ быть разсматриваема, какъ частный случай шестиугольника  $abcdef$ , съ тремя діагоналями  $ad$ ,  $cf$ ,  $be$ . Вторая (черт. 7)—есть частный случай семиугольника  $abcdefg$  съ четырьмя діагоналями. А многоугольникъ изъ  $n$  сторонъ, скрѣпленный помощью  $n-3$  діагоналей, представляетъ, вообще говоря, жесткую систему. Но въ частныхъ случаяхъ, изображенныхъ на черт. 6 и 7, гдѣ точки  $abe$  или  $abcd$  лежатъ на одной прямой, получаются системы, простѣйшій видъ которыхъ изображенъ на черт. 3 bis, обыкновенно оказываются не жесткими.

системы, имѣющія бесконечно малую подвижность. Критическія фигуры для нихъ сейчасъ могутъ быть построены; для черт. 6 нужно точки  $b$  и  $e$  передвинуть въ  $b'$  и  $e'$ , оставляя прочія точки на своихъ мѣстахъ. Для черт. 7 слѣдуетъ передвинуть точки  $bcf$  въ  $b'c'f'$ , а остальные точки оставить на прежнихъ мѣстахъ.

Въ заключеніе укажемъ, что два вопроса, недавно разбиравшіеся въ нашей технической литературѣ, рѣшаются очень просто, если къ нимъ примѣнить методъ мгновенныхъ центровъ или, что все равно, изображающихъ точекъ.

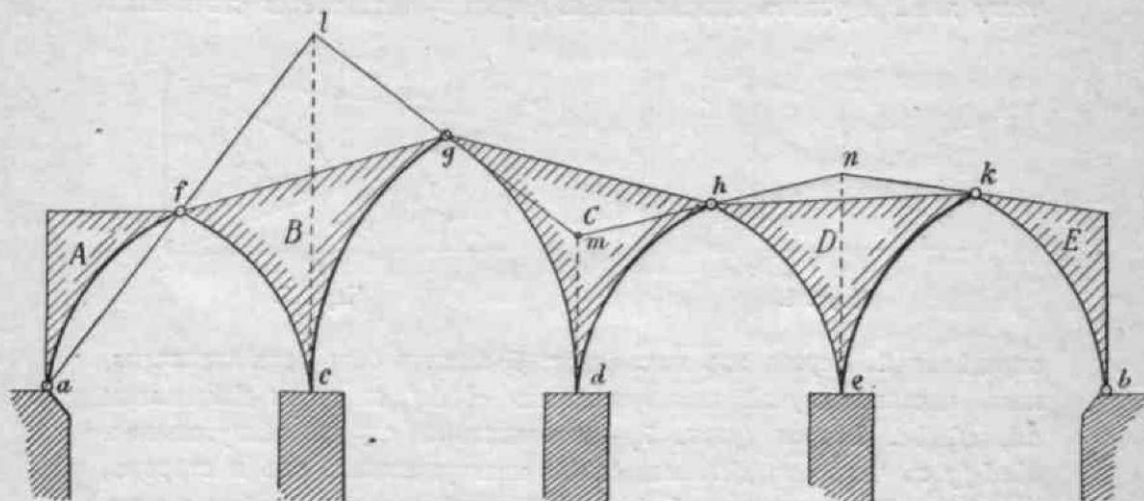
Первый изъ этихъ вопросовъ относится къ такъ называемымъ неразрѣзнымъ трехшарнирнымъ арочнымъ фермамъ, примѣръ которыхъ представленъ на черт. 8.



Черт. 8.

Онѣ служатъ предметомъ обширной статьи профессора Николаи, помѣщенной въ 50-мъ выпускѣ Сборника Института Инженеровъ Путей Сообщенія. Здѣсь между прочимъ разобранъ вопросъ: при какихъ условіяхъ такія системы, которыя, вообще говоря, статически опредѣлимы, оказываются имѣющими бесконечно малую подвижность. Мы разберемъ этотъ вопросъ, пользуясь ученіемъ о мгновенныхъ центрахъ.

На черт. 9 изображена неразрѣзная арка, перекрывающая четыре пролета. Она состоитъ изъ 5 частей  $A, B, C, D, E$ , соединенныхъ



Черт. 9.

между собою шарнирами. Пятки  $a$  и  $b$ —неподвижны; точки опоры среднихъ частей— $c, d, e$ —могутъ скользить по горизонтальной поверхности опоръ.

Вслѣдствіе неподвижности пятки  $a$ , для части  $A$  единственное возможное движеніе есть вращеніе около центра  $a$ . Точка  $f$  арки  $B$ , связанная съ  $A$  шарниромъ, можетъ имѣть только одно движеніе, по перпендикуляру къ  $af$ . Слѣд. мгновенный центръ возможнаго движенія арки  $B$  лежитъ на линіи  $af$ . Но точка  $c$ , принадлежащая тому же тѣлу  $B$ , можетъ двигаться только по плоскости опоры, слѣд. проведя черезъ  $c$  перпендикуляръ къ поверхности опоры, получаемъ другую прямую, на которой долженъ лежать мгновенный центръ части  $B$ . Пересѣченіе этой прямой съ  $af$  даетъ положеніе означеннаго центра  $l$ . Соединяя  $l$  съ  $g$ , получимъ радіусъ, опредѣляющій возможное движеніе точки  $g$ ; оно—перпендикулярно къ радіусу  $lg$ .

Повторяя такое построеніе, получимъ мгновенные центры  $m$  и  $n$  возможныхъ движеній частей арки  $C$  и  $D$ . Точка  $m$  получится въ пересѣченіи прямой  $lg$  съ перпендикуляромъ къ возможной линіи скольженія для опоры  $d$ . Точка  $n$  получится какъ встрѣча прямой  $ml$  съ перпендикуляромъ къ возможной линіи скольженія опоры  $e$ .

Обратимся теперь къ шарниру  $k$ , соединяющему  $D$  съ  $E$ . Его можно разсматривать или какъ принадлежащимъ къ части  $D$ , или какъ принадлежащимъ къ части  $E$  нашей арки. Если наша система не вполнѣ жесткая, а имѣетъ безконечно малую подвижность, то шарниръ  $k$  долженъ получить одинаковое движеніе какъ въ томъ случаѣ, когда считаемъ его принадлежащимъ  $D$ , такъ и въ случаѣ, если его считаемъ принадлежащимъ  $E$ . Но въ первомъ случаѣ  $k$  движется по перпендикуляру къ радіусу  $nk$ , а во второмъ по перпендикуляру къ радіусу  $kb$ . Слѣд. движеніе будетъ возможно лишь тогда, когда линіи  $nk$  и  $kb$  составляютъ продолженіе одна другой.

Итакъ, совпаденіе этихъ двухъ прямыхъ есть критерій, указывающій на существованіе въ фермѣ безконечно малой подвижности. Признакъ этотъ совершенно общъ и одинаковъ для фермъ произвольнаго вида и любого числа пролетовъ, будетъ ли оно четное или нечетное. Этотъ именно признакъ и найденъ профессоромъ Николаи при помощи соображеній совершенно другою рода, чѣмъ изложенныя нами.

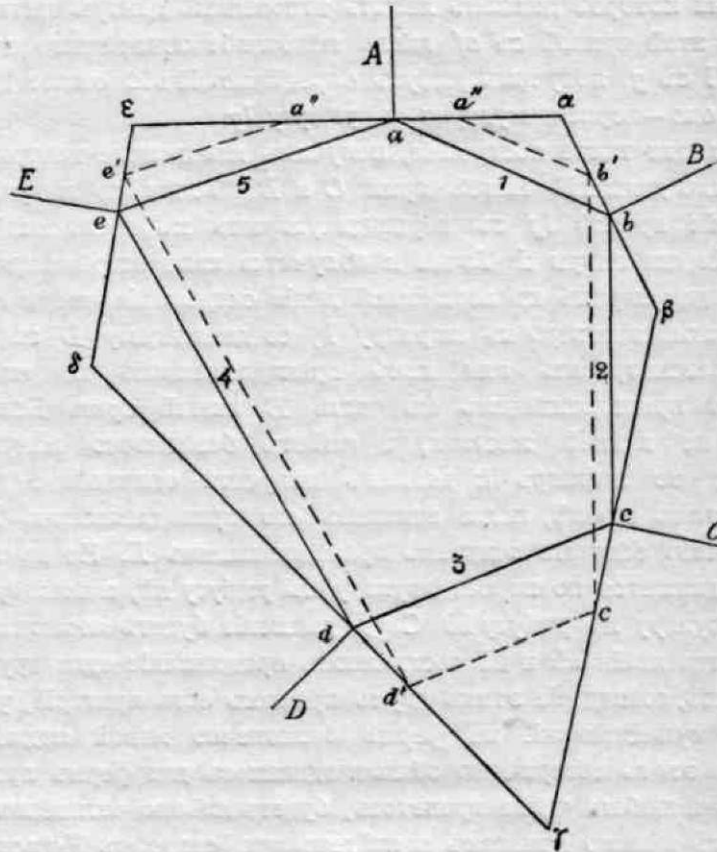
Другой вопросъ, о которомъ мы упомянули, заключается въ слѣдующемъ: мы имѣемъ шарнирный полигонъ  $abcde$ , вершины котораго могутъ скользить по прямымъ  $aA$ ,  $bB$ ,  $cC$ ,  $dD$ ,  $eE$  (черт. 10). Требуется найти условія, при которыхъ эта система окажется вполнѣ жесткой, или, обратно—разыскать условія, при которыхъ она имѣетъ подвижность.

Проведя перпендикуляры  $ax$ ,  $b\beta$ ,  $c\gamma$ ,  $d\delta$ ,  $e\epsilon$  къ линіямъ скольженія  $aA$ ,  $bB$ ,  $cC$ , мы получимъ прямыя, на которыхъ лежатъ мгновенные центры возможныхъ движеній сторонъ нашего шарнирнаго полигона. Въ пересѣченіяхъ этихъ перпендикуляровъ лежатъ самые мгновенные центры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$  сторонъ 1, 2—5 шарнирнаго полигона.

Возьмемъ на прямой  $ax$  произвольную точку  $a'$ , и пусть она изображаетъ движеніе точки  $a$ . Проведя  $a'$ ,  $b'$  параллельно  $ab$ , до

встрѣчи съ  $\alpha\beta$ , найдемъ точку  $b'$ , изображающую возможное движеніе для  $b$ . Это построеніе мы продолжаемъ далѣе, и находимъ послѣдовательно точки  $c'$ ,  $d'$ ,  $e'$ ,  $a''$ , изображающія возможные движенія точекъ  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $a$ , принадлежащихъ сторонамъ 2, 3, 4, 5 нашего полигона.

Такимъ образомъ мы получаемъ для шарнира  $a$  двѣ изображающія точки  $a'$  и  $a''$ . Первая изображаетъ возможное движеніе для  $a$ , когда мы разсматриваемъ эту точку, какъ принадлежащую сторонѣ 1;



Черт. 10.

вторая изображаетъ возможное движеніе для  $a$ , разсматриваемаго какъ часть стороны 5. Если наша система подвижна, то оба эти движенія одной и той же точки  $a$  должны быть тождественны, т. е. точки  $a'$  и  $a''$  должны совпадать между собою.

Слѣдовательно, совпаденіе точекъ  $a'$  и  $a''$  есть критерій, указывающій на подвижность нашей системы. При несовпаденіи ихъ система оказывается жесткой. Это критическое построеніе близко къ тому, которое найдено профессоромъ Ясинскимъ, исходящимъ изъ другихъ соображеній<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Сборникъ Института Инженеровъ Путей Сообщенія, выпускъ 50.

## Х. Формулы сложнаго сопротивленія<sup>1)</sup>.

Небезынтересно сопоставить и сравнить между собою различныя формулы для случаевъ сложнаго сопротивленія, чтобы убѣдиться въ нѣкоторой неопредѣленности этого вопроса и условности предлагаемыхъ рѣшеній. Неопредѣленность происходитъ вслѣдствіе того, что мы не знаемъ въ точности, отъ чего зависитъ прочность тѣлъ; мы не можемъ указать съ полною увѣренностью, какія именно физическія явленія опредѣляютъ прочность. Какъ извѣстно, въ наукѣ въ этомъ отношеніи существуютъ три различныхъ взгляда<sup>2)</sup>: 1) Считаютъ опасными для прочности удлиненія. Поэтому для каждаго частнаго случая должно быть вычислено наибольшее удлиненіе, и нужно наблюдать, чтобы это удлиненіе не превышало извѣстный предѣлъ. Это взглядъ Санъ Венана и его школы. 2) Считаютъ опасными внутреннія силы (напряженія). Поэтому, провѣряя прочность, нужно найти величину наибольшей упругой силы, и наблюдать, чтобы она не превышала извѣстный предѣлъ. Таковъ взглядъ Ламе́ и многихъ другихъ ученыхъ, разрабатывавшихъ теорію упругости. 3) Наконецъ англійская школа, слѣдуя примѣру В. Томсона, придерживается взгляда, совершенно отличнаго отъ двухъ вышеприведенныхъ. В. Томсонъ давно уже указывалъ, что критеріемъ для сужденія о прочности должны служить величины наибольшихъ сдвиговъ, или, что все равно, наибольшихъ касательныхъ напряженій. Поэтому, для провѣрки прочности, нужно найти въ тѣлѣ наибольшую упругую касательную силу, и наблюдать, чтобы величина ея не превосходила нѣкоторый предѣлъ. Но, въ каждой точкѣ упругаго тѣла, наибольшая касательная сила равна полуразности двухъ главныхъ упругихъ силъ (наибольшей и наименьшей), развивающихся у той же точки. Отсюда слѣдуетъ, что, согласно взгляду англійской школы, прочность тѣлъ опредѣляется полуразностью означенныхъ силъ,

<sup>1)</sup> «Технической Сборникъ и Вѣстникъ Промышленности» 1901 г.

<sup>2)</sup> См. мою книгу: Сопротивленіе матеріаловъ, часть II, стр. 104 и слѣд. Англичане означаютъ эти три взгляда терминами:

maximum strain theory.  
maximum stress theory.  
maximum shear theory.

а не максимальной упругой силой, какъ это слѣдуетъ по взгляду Ламѣ.

Замѣтимъ, что, по нашему мнѣнію, наиболѣе правильнымъ слѣдуетъ считать взглядъ англійской школы. Явленія сдвига играютъ существенную роль при разрушеніи, и въ этомъ можно убѣдиться, примѣняя микроскопическое изслѣдованіе, какъ это было сдѣлано профессоромъ Юингомъ<sup>1)</sup>. Разрушеніе чаще всего происходитъ отъ сдвиговъ внутри тѣла. Поэтому тѣла выдерживаютъ громадныя давленія, если сдвиговъ нѣтъ, т. е. въ случаѣ, когда давленіе дѣйствуетъ одинаково со всѣхъ сторонъ; это оказалось при извѣстныхъ опытахъ Шпринга, Кика и др. Опыты Фойгта и Янушкевича<sup>2)</sup> очень хорошо подтвердили, что прочность тѣла опредѣляется разностью упругихъ силъ—максимальной и минимальной, а не отдѣльными величинами этихъ силъ. Недавно J. J. Guest<sup>3)</sup>, производившій опыты со спеціальной цѣлью опредѣлить, который изъ перечисленныхъ нами трехъ взглядовъ ближе къ истинѣ, пришелъ къ такому же результату.

Но, конечно, явленія прочности и разрушенія, въ случаѣ недостатка ея, очень сложны, такъ какъ матеріалы имѣютъ весьма разнообразное строеніе. Для нѣкоторыхъ матеріаловъ вовсе непримѣнима общепринятая схема упругаго тѣла, и всѣ заключенія, выводимыя изъ нея. Поэтому, иногда можетъ оказаться, что взглядъ Санъ-Венана ближе выражаетъ дѣйствительныя явленія, чѣмъ воззрѣнія В. Томсона. Всего хуже согласуются съ опытными данными результаты, къ которымъ приходимъ, придерживаясь взгляда Ламѣ<sup>4)</sup>.

Здѣсь мы ограничимся тѣмъ, что послѣдовательно проведемъ указанные три взгляда одинъ за другимъ, приложимъ ихъ къ обыкновеннымъ случаямъ сложнаго сопротивленія, и выпишемъ соотвѣтствующія формулы.

#### I. Считаемо, что для прочности опасны удлиненія.

Предѣльную величину безопаснаго удлиненія назовемъ буквою  $a$ ; произведеніе ея на коэффициентъ упругости  $E$  означимъ черезъ  $K$ .

Получающіяся при этомъ взглядѣ формулы хорошо извѣстны, и достаточно выписать ихъ. Такимъ образомъ получимъ:

##### а) Сравненіе сопротивленій растяженію и сдвигу.

<sup>1)</sup> Работа его, исполненная совмѣстно съ Розенхайномъ, заслуживаетъ особаго вниманія. Оказывается, что такъ называемая пластическая деформация сводится къ ряду микроскопическихъ сдвиговъ, происходящихъ во всей массѣ металла. См. *Proceedings of the Royal Society*. Vol. 65 p. 85; p. 142. Подобные же результаты были получены для мрамора Адамсомъ и Никольсономъ. См. *Engineering*. 27-го іюля 1900 г.

<sup>2)</sup> *Wiedemann's Annalen*. Bd. 6. (1899 г.). S. 452.

<sup>3)</sup> *Engineering*. 24 Aug. 1900. p. 241.

<sup>4)</sup> См. напр. результаты опытовъ Фойгта и Ковальскаго. *Wied. Ann.* Bd 36. S. 307

Если дѣйствуютъ срѣзающія касательныя силы  $T$  (на единицу площади), то наибольшее удлиненіе происходитъ по направленію, составляющему уголъ въ 45 град. съ  $T$ , и равно половинѣ угла сдвига  $g$ . Поэтому условіе прочности при сдвигѣ приводится къ слѣдующему:

$$\frac{1}{2}g \cong a. . . . . (1)$$

Называя коэффициенты упругости при растяженіи и при сдвигѣ черезъ  $E$  и  $G$ , а Пуассоново отношеніе черезъ  $k$ , имѣемъ:

$$G = \frac{1}{2(1+k)} \cdot E$$

Умножая это уравненіе на (1) получимъ:

$$Gg \cong E \cdot a \cdot \frac{1}{1+k} = \frac{K}{1+k}$$

Но произведеніе

$$Gg$$

представляетъ срѣзающую касательную силу  $T$ ; и такъ для срѣзывающихъ силъ получается безопасный предѣлъ

$$\frac{K}{1+k}$$

Напр. при  $k = \frac{1}{4}$  этотъ безопасный предѣлъ будетъ

$$\frac{4}{5} K$$

т. е. на  $\frac{1}{5}$  меньше, чѣмъ безопасный предѣлъ для растяженія.

б) Сравненіе сопротивленій изгибу и крученію.

Назовемъ радіусъ скручиваемаго или изгибаемаго цилиндра черезъ  $r$ , моменты изгиба и крученія черезъ

$$M_u, M_k,$$

наибольшія натяженія при изгибѣ и крученіи черезъ

$$T_u, T_k$$

Получимъ:

$$T_u = \frac{4M_u}{\pi r^3} . . . . . (2)$$

$$T_k = \frac{2M_k}{\pi r^3} . . . . . (3)$$

Первая изъ этихъ силъ представляетъ растяженіе, а вторая—сдвигъ. Поэтому для прочности должны быть выполнены условія:

$$T_u \cong K$$

$$T_k \cong \frac{1}{1+k} \cdot K$$

Слѣд. формулы (2) и (3) даютъ:

для изгиба:  $\frac{4M_u}{\pi r^3} \cong K \dots \dots \dots (4);$

для крученія:

$$\frac{2M_k}{\pi r^3} \cong \frac{1}{1+k} \cdot K.$$

или

$$\frac{4}{\pi r^3} \cdot M_k \cdot \frac{(1+k)}{2} \cong K \dots \dots \dots (5)$$

Сравнивая формулу (4) съ (5), видимъ, что въ случаѣ крученія можно производить расчетъ по формулѣ для изгиба, но только въ эту послѣднюю формулу нужно вставлять фиктивный моментъ, равный

$$M_k \cdot \frac{1+k}{2}$$

Напр. при  $k = \frac{1}{4}$  этотъ фиктивный моментъ будетъ:

$$\frac{5}{8} \cdot M_k.$$

с) Сложное сопротивленіе растяженію и сдвигу.

Этотъ случай замѣняется растяженіемъ фиктивной силой, которая вычисляется, зная растягивающую силу  $P$  и срѣзающую  $Q$ , по формулѣ:

$$\frac{1-k}{2} P + \frac{1+k}{2} \sqrt{P^2 + 4Q^2}$$

Напр. для  $k = \frac{1}{4}$  получимъ фиктивную силу

$$\frac{3}{8} P + \frac{5}{8} \sqrt{P^2 + 4Q^2}$$

d) Случай сложнаго сопротивленія изгибу и крученію.

Какъ извѣстно, этотъ случай приводится къ изгибу фиктивнымъ моментомъ, величина котораго равна:

$$\frac{1-k}{2} M_u + \frac{1+k}{2} \sqrt{M_u^2 + M_k^2}$$

Напр., для  $k = \frac{1}{4}$  фиктивный моментъ будетъ:

$$\frac{3}{8} \cdot M_u + \frac{5}{8} \sqrt{M_u^2 + M_k^2}$$

е) Формула Ламé.

Положимъ, имѣемъ толстостѣнный цилиндръ, для котораго наружный и внутренней радиусъ означимъ черезъ

$$R_2, R_1.$$

Внутри его дѣйствуетъ значительное давленіе  $p$  кил. на кв. сант. Наружное давленіе не велико, и имъ пренебрегаемъ.

Тогда условіе прочности будетъ:

$$\frac{R_2}{R_1} \cong \sqrt{\frac{K+p(1-k)}{K-p(1+k)}}$$

Напр. при  $k = \frac{1}{4}$ :

$$\frac{R_2}{R_1} \cong \sqrt{\frac{K + \frac{3}{4} p}{K - \frac{5}{4} p}}$$

## II. Критеріемъ прочности считаются наибольшія внутреннія силы.

Основное явленіе представляется здѣсь, какъ и при взглядѣ С.-Венана, простымъ растяженіемъ. Величину безопаснаго предѣла для растягивающихъ силъ назовемъ буквою  $K$ . Во всѣхъ случаяхъ сложнаго сопротивленія наибольшая упругая сила (главная упругая сила) не должна превосходить величину  $K$ .

а) Сравненіе сопротивленій растяженію и сдвигу.

Если при сдвигѣ касательная сила (на ед. площади) есть  $T$ , то соотвѣтствующая наибольшая главная упругая сила идетъ подъ угломъ въ  $45^\circ$  къ направленію сдвигающей силы и имѣетъ ту же величину  $T$ . Она не должна превосходить предѣлъ  $K$ . Итакъ, придерживаясь послѣдовательно взгляда Ламé, мы должны придти къ заключенію, что прочныя сопротивленія растяженію и сдвигу равны между собою.

б) Сравненіе сопротивленій изгибу и крученію.

Для этихъ случаевъ получимъ:

$$T_u \text{ равно } \frac{4M_u}{\pi r^2} \text{ должно быть } \cong K$$

$$T_k \text{ равно } \frac{2M_k}{\pi r^2} \text{ должно быть } \cong K$$

Слѣд, въ случаѣ крученія можно пользоваться формулами изгиба, вставляя въ нихъ фиктивный моментъ, равный половинѣ заданнаго момента крученія. Иначе можно сказать, что при крученіи цилиндры выдерживаютъ съ прочностью вдвое большіе моменты, чѣмъ при изгибѣ. Результатъ этотъ совершенно не согласуется съ опытными данными.

с) Сложное сопротивленіе растяженію и сдвигу.

Если растягивающая сила (на ед. площади) есть  $t$ , а сдвигывающая  $q$ , то наибольшая главная упругая сила будетъ:

$$\frac{t}{2} + \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + q^2}$$

Эта величина не должна превосходить предѣлъ  $K$ . Слѣд, этотъ случай можетъ быть замѣненъ растяженіемъ фиктивной силой, равной

$$\frac{t}{2} + \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + q^2}$$

д) Сложное сопротивленіе изгибу и крученію.

На основаніи только-что выведеннаго въ с) получаемъ, что случай д) приводится къ изгибу фиктивнымъ моментомъ, который вычисляется, зная моментъ изгиба  $M_u$ , и моментъ крученія  $M_n$ , по формулѣ:

$$\frac{1}{2} \cdot \left\{ M_u + \sqrt{M_u^2 + M_n^2} \right\}$$

е) Формула Ламе́.

Здѣсь получаемъ слѣдующее отношеніе радіусовъ цилиндра.

$$\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{K+p}{K-p}}$$

III. Критеріемъ для сужденія о прочности признается наибольшій сдвигъ, или, что все равно, наибольшая касательная сила, т. е. полуразность двухъ главныхъ упругихъ силъ—наибольшей и наименьшей.

Величину безопаснаго предѣла для этой полуразности назовемъ черезъ  $K_1$ .

а) Сравненіе сопротивленій растяженію и сдвигу.

Основное явленіе при этомъ взглядѣ есть сдвигъ, а на растяженіе нужно смотрѣть какъ на производное явленіе. Положимъ, имѣемъ простое растяженіе силой  $p$  кил. на квадр. сант. Тогда наибольшія касательныя силы будутъ возбуждаться въ плоскостяхъ, составляющихъ

углы въ 45 град. съ направлениемъ растяженія. Величины этихъ касательныхъ силъ будутъ равны

$$\frac{p}{2}$$

А такъ какъ онѣ не должны превосходить безопаснаго предѣла  $K_1$ , то получаемъ условіе

$$p \cong 2K_1$$

То-есть: при растяженіи величина безопасной силы вдвое болѣе, чѣмъ при сдвигѣ (считая обѣ эти силы на ед. площади).

б) Сравненіе сопротивленій изгибу и крученію.

При изгибѣ волокна растягиваются, а при крученіи—подвергаются сдвигу. Слѣд. при изгибѣ нужно допускать безопасное натяженіе  $2K_1$ , а при крученіи— $K_1$ <sup>1)</sup>. При этомъ получаемъ слѣдующія формулы для прочныхъ размѣровъ цилиндровъ.

При изгибѣ:

$$\frac{4M_u}{\pi r^3} \cong 2K_1$$

или

$$\frac{2 \cdot M_u}{\pi r^3} \cong K_1.$$

При крученіи:

$$\frac{2M_k}{\pi r^3} \cong K_1.$$

Эти формулы тождественны между собой; слѣд. при расчетѣ прочныхъ размѣровъ въ случаѣ крученія можно пользоваться формулою изгиба и обратно. Другими словами: данный цилиндръ выдерживаетъ съ той же степенью прочности одинаковые моменты изгиба и крученія.

с) Сложное сопротивленіе растяженію и сдвигу.

Если растягивающая сила есть  $p$ , а сдвигающая  $q$  кил. на кв. сант., то наибольшая касательная сила (равная полуразности двухъ главныхъ упругихъ силъ) будетъ

$$\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q^2}$$

И такъ условіе прочности будетъ

$$\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q^2} \cong K_1$$

<sup>1)</sup> Кстати замѣтимъ, что практика машиностроенія давно указывала, что безопасное натяженіе при крученіи должно быть значительно меньше, чѣмъ при изгибѣ.

Т. е. этотъ случай можетъ быть замѣненъ простымъ сдвигомъ фиктивной силой

$$\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q^2}$$

Тотъ же результатъ можно выразить иначе: можно сказать, что этотъ случай сложнаго сопротивленія замѣняется простымъ растяженіемъ силой

$$2\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q^2}$$

d) Сложное сопротивленіе изгибу и крученію.

На основаніи только-что разсмотрѣннаго случая с) получаемъ, что случай d) можетъ быть замѣненъ однимъ изгибомъ фиктивнымъ моментомъ, величина котораго вычисляется, зная моментъ изгиба  $M_u$  и моментъ крученія  $M_k$ , по формулѣ:

$$\sqrt{M_u^2 + M_k^2}$$

Разумѣется, вмѣсто того можно замѣнить этотъ случай сложнаго сопротивленія однимъ крученіемъ, тѣмъ же фиктивнымъ моментомъ

$$\sqrt{M_u^2 + M_k^2}$$

e) Формула Ламе́. Здѣсь получаемъ отношеніе радіусовъ цилиндровъ

$$\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{K_1}{K_1 - p_1}}$$

Итакъ, разсматриваемые нами три взгляда на прочность тѣлъ приводятъ совершенно къ различнымъ формуламъ и заключеніямъ.

## XI. Замѣтка по вопросу о вліяніи температуры на упругія напряженія въ твердомъ тѣлѣ <sup>1)</sup>.

### I.

Въ этомъ вопросѣ имѣеть основное значеніе слѣдующая задача:

При какомъ распредѣленіи температуры внутри тѣла нагрѣваніе не вызываетъ въ немъ никакихъ внутреннихъ напряженій?

Возьмемъ случай свободнаго изотропнаго твердаго тѣла (не подпертаго и не закрѣпленнаго) и разберемъ нашу задачу общимъ образомъ.

Прямое рѣшеніе этой задачи слѣдующее: если напряженій нѣтъ, то каждый элементъ тѣла, имѣющій форму прямоугольнаго параллелоипеда, получитъ по тремъ взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ одинаковое относительное удлиненіе, пропорціональное температурѣ, и не сопровождающееся перекашиваніемъ (сдвигами). Слѣдовательно нужно только убѣдиться, что такое измѣненіе формы возможно; тогда соотвѣтствующее ему распредѣленіе температуры не вызоветъ внутреннихъ напряженій.

И такъ все приводится къ вопросу: возможно ли указанное измѣненіе формы, допускается ли оно связью частей твердаго тѣла, представляющаго *сплошное* тѣло. Это вопросъ чисто кинематическій; въ него не входятъ силы и условія ихъ равновѣсія.

Но конечно при рѣшеніи его можно пользоваться услугами статики, которая иногда облегчаетъ изслѣдованіе. Такъ напримѣръ: положимъ, намъ извѣстенъ нѣкоторый случай дѣйствія внѣшнихъ нагрузокъ, при которомъ ни одинъ изъ элементовъ тѣла не перекашивается, и для cadaго элемента удлиненія его, по тремъ перпендикулярнымъ направленіямъ, одинаковы. Знаніе такого случая дѣйствія силъ указываетъ намъ, что подобное измѣненіе формы возможно. Изъ существованія его заключаемъ, что эта деформація не противорѣчитъ связи отдѣльныхъ частей тѣла, не разстраиваетъ эту связь. Поэтому мы можемъ воспользоваться этимъ случаемъ и для вопроса

<sup>1)</sup> «Извѣстія Кіевскаго Политехническаго Института Императора Александра II» 1903 г.

о температурѣ. Пусть температура въ тѣлѣ измѣняется по тому же закону, которому слѣдуютъ удлиненія разныхъ элементовъ тѣла, при указанномъ случаѣ дѣйствія силъ. Вообразимъ, что каждый элементъ получить то удлиненіе, которое отвѣчаетъ его температурѣ. Такая деформация возможна; притомъ она не вызоветъ никакихъ напряженій, такъ какъ каждый элементъ получилъ свое естественное измѣненіе длины, отвѣчающее его нагрѣванію. И такъ имѣемъ случай распредѣленія температуръ, при которомъ не возбуждаются внутреннія напряженія.

Замѣтимъ, что для пользованія этимъ приемомъ нужно брать точныя рѣшенія вопросовъ объ измѣненіи формы тѣла подѣ дѣйствіемъ нагрузокъ. Образцомъ такихъ точныхъ рѣшеній, удовлетворяющихъ всѣмъ условіямъ Теоріи Упругости, служитъ извѣстное рѣшеніе Санъ-Венановой задачи. Если же будемъ брать столь распространенныя въ Строительной Механикѣ приблизительныя рѣшенія, то можемъ получить невѣрныя указанія относительно искомага закона распредѣленія температуръ, не вызывающихъ напряженій.

## II.

Повторяемъ, задача, поставленная нами въ началѣ этой замѣтки, имѣетъ чисто кинематическій характеръ. Рѣшеніе ея зависитъ отъ того, какія деформации возможны въ упругомъ тѣлѣ. Мы должны задать деформацию, состоящую для каждаго элемента изъ трехъ одинаковыхъ удлиненій по тремъ перпендикулярнымъ направленіямъ, при отсутствіи сдвиговъ; затѣмъ нужно разобрать, возможна ли эта деформация. Если возможна, то соответствующее распредѣленіе температуры не вызоветъ напряженій.

Какъ извѣстно, деформации элементовъ тѣла, т. е. ихъ удлиненія и сдвиги, не могутъ быть задаваемы вполнѣ произвольно, а должны удовлетворять извѣстнымъ условіямъ. Такое ограниченіе вызывается связью различныхъ элементовъ. Дѣйствительно, деформация каждаго элемента опредѣляется шестью величинами, именно тремя удлиненіями его

$$e, f, g$$

по направленіямъ координатныхъ осей  $x, y, z$ , и тремя сдвигами элемента

$$a, b, c$$

въ трехъ координатныхъ плоскостяхъ. Эти *шесть* величинъ не вполнѣ независимы другъ отъ друга. Онѣ опредѣляются *тремя* перемѣщеніями точекъ тѣла по координатнымъ осямъ

$$u, v, w$$

и связаны съ ними слѣдующими извѣстными зависимостями:

$$e = \frac{du}{dx}; f = \frac{dv}{dy}; g = \frac{dw}{dz}$$

$$a = \frac{dw}{dy} + \frac{dv}{dz}$$

$$b = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx}$$

$$c = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy}$$

Между тѣмъ три перемѣщенія

$$u, v, w$$

должны быть непрерывными функциями координатъ. Слѣд. связанныя съ ними шесть деформаций

$$e, f, g, a, b, c$$

не могутъ быть заданы произвольно, а должны подчиняться нѣкоторымъ ограничивающимъ условіямъ.

Такія условныя уравненія, ограничивающія деформации, были выведены Санъ-Венаномъ, и приводятся къ слѣдующей системѣ <sup>1)</sup>:

$$\frac{d^2e}{dy^2} + \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d^2c}{dx \cdot dy}$$

$$\frac{d^2e}{dz^2} + \frac{d^2g}{dx^2} = \frac{d^2b}{dz \cdot dx}$$

$$\frac{d^2f}{dz^2} + \frac{d^2g}{dy^2} = \frac{d^2a}{dy \cdot dz}$$

$$2 \cdot \frac{d^2e}{dy \cdot dz} + \frac{d^2a}{dx^2} = \frac{d^2b}{dx \cdot dy} + \frac{d^2c}{dz \cdot dx}$$

$$2 \cdot \frac{d^2f}{dx \cdot dx} + \frac{d^2b}{dy^2} = \frac{d^2c}{dy \cdot dz} + \frac{d^2a}{dx \cdot dy}$$

$$2 \cdot \frac{d^2g}{dx \cdot dy} + \frac{d^2c}{dz^2} = \frac{d^2a}{dz \cdot dx} + \frac{d^2b}{dy \cdot dz}$$

Такова совокупность необходимыхъ и достаточныхъ условий, которымъ должны удовлетворять деформации твердаго тѣла.

Переходя къ нашей задачѣ относительно распредѣленія температуры, не вызывающаго напряженій, имѣемъ для этого частнаго случая условія:

<sup>1)</sup> См. Navier et S. Venant. Résumé des leçons etc. Appendice III, 32. Также Love. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. V. I p. 121.

а) вездѣ отсутствуютъ сдвиги, т. е. деформаци

$$a, b, c$$

равныя нулю.

б) Удлиненія элемента по тремъ направлениамъ, т. е.

$$e, f, g$$

равны между собою.

При такихъ условіяхъ общія уравненія Санъ-Венана получаютъ слѣдующую частную форму:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2e}{dx^2} + \frac{d^2e}{dy^2} &= 0 \\ \frac{d^2e}{dx^2} + \frac{d^2e}{dx^2} &= 0 \\ \frac{d^2e}{dy^2} + \frac{d^2e}{dx^2} &= 0 \end{aligned} \right\} (A)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2e}{dy \cdot dz} &= 0 \\ \frac{d^2e}{dx \cdot dz} &= 0 \\ \frac{d^2e}{dx \cdot dy} &= 0 \end{aligned} \right\} (B)$$

Изъ уравненій (B) выводимъ:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{de}{dy} \right) = 0 \quad \frac{d}{dy} \left( \frac{de}{dx} \right) = 0;$$

т. е. оказывается, что

$$\frac{de}{dx}$$

не зависитъ отъ координатъ  $y$  и  $z$ . Изъ тѣхъ же уравненій (B) получимъ, что

$$\frac{de}{dy}$$

не зависитъ отъ  $x$ ,  $z$ ; и наконецъ, что

$$\frac{de}{dz}$$

не зависитъ отъ координатъ  $x$ ,  $y$ .

Совокупность этихъ выводовъ указываетъ, что удлиненіе  $e$  есть сумма трехъ отдѣльныхъ функций, изъ которыхъ каждая зависитъ только отъ одной координаты, т. е.

$$e = F(x) + F_1(y) + F_2(z).$$

Чтобы опредѣлить видъ этихъ функцій, обратимся къ уравне-  
ніямъ (А). Изъ нихъ имѣемъ:

$$\frac{d^2e}{dx^2} = -\frac{d^2e}{dy^2} = -\frac{d^2e}{dz^2} = \frac{d^2e}{dy^2}$$

Такія условія могутъ быть выполнены только въ томъ случаѣ, если всѣ эти вторыя производныя равны нулю. Отсюда заключаемъ, что функціи

$$F(x), F_1(y), F_2(z),$$

которыя входятъ въ выраженіе для  $e$ , непремѣнно линейныя. А такъ какъ температура должна быть пропорціональна удлинению  $e$ , то окончательно получаемъ слѣдующій общій отвѣтъ на задачу, составляющую предметъ нашей замѣтки:

Необходимое и достаточное условіе, которому должно удовлетворять распредѣленіе температуры, не вызывающее никакихъ внутреннихъ напряженій въ свободномъ изотропномъ упругомъ тѣлѣ, заключается въ слѣдующемъ:

Температура въ разныхъ точкахъ тѣла должна быть линейная функція Декартовыхъ координатъ этихъ точекъ.

Изъ числа многочисленныхъ частныхъ случаевъ этого общаго вывода укажемъ на слѣдующіе два, относящіеся къ прямымъ призматическимъ брускамъ.

а) Температура по длинѣ бруска (ось  $x$ ) не измѣняется. Въ поперечномъ сѣченіи (оси  $z$  и  $y$ ) температура измѣняется по закону:

$$t = a + by + cz.$$

Въ этомъ случаѣ поперечныя сѣченія бруска сохраняютъ свою плоскую форму. Ось бруска искривляется по дугѣ круга.

Этотъ случай разсматривается между прочимъ Мюллеромъ Бре-слау въ его извѣстной книгѣ о новыхъ методахъ Строительной Механики.

б) Температура измѣняется по длинѣ бруска по закону

$$t = a + bx;$$

но въ каждомъ поперечномъ сѣченіи температура постоянная.

Въ этомъ случаѣ ось бруска остается прямой, но поперечныя сѣченія его искривляются (выпучиваются въ сторону возрастанія температуры). Кромѣ того производящія призматическаго бруска также искривляются. При совокупности искривленія производящихъ и выпучиванія поперечныхъ сѣченій—получается полное отсутствіе сдвиговъ.

Иногда при разборѣ частныхъ вопросовъ Строительной Механики получали результаты противорѣчащіе нашей общей теоремѣ. Но такое несогласіе происходитъ только потому, что вопросъ разбирается неправильно, напр., берутъ приблизительную теорію изгиба и т. п.

## XII. Доказательство теоремы Мориса Леви <sup>1)</sup>.

М. Леви нашелъ для случая плоской деформаци<sup>2)</sup> изотропнаго упругаго тѣла слѣдующую замѣчательную теорему:

При данныхъ внѣшнихъ силахъ распределе<sup>3)</sup>ніе напряженій внутри тѣла вполнѣ опредѣляется фигурой и размѣрами тѣла и не зависитъ отъ его упругихъ свойствъ.

Другими словами, распределе<sup>3)</sup>ніе напряженій внутри тѣла не зависитъ отъ матеріала, изъ котораго состоитъ это тѣло, или что все равно не зависитъ отъ численныхъ величинъ упругихъ постоянныхъ этого матеріала. Эти постоянныя для изотропныхъ тѣлъ приводятся къ двумъ: модулю Юнга и Пуассонову отношенію; каковы бы ни были ихъ величины, распределе<sup>3)</sup>ніе и величины внутреннихъ упругихъ силъ будутъ одинаковы, если внѣшнія силы однѣ и тѣ же <sup>3)</sup>.

Частными примѣрами, иллюстрирующими теорему М. Леви, могутъ служить слѣдующіе случаи:

a) Сопротивленіе цилиндровъ внутреннему и наружному давленію; оно опредѣляется извѣстной формулой Ламе.

b) Сопротивленіе цилиндрическихъ катковъ давленію, которое приложено по производящимъ цилиндра.

c) Распреде<sup>3)</sup>леніе внутреннихъ силъ въ упругой почвѣ, на которую передается нормальное давленіе, приложенное по прямой линіи. Это извѣстный случай, разсмотрѣнный теоретически Буссинэ, выводы котораго провѣрены Кэрасъ Вильсономъ помощью оптической методы.

d) Дѣйствіе центробѣжной силы на вращающійся дискъ, сплошной или съ цилиндрической дырой по срединѣ.

<sup>1)</sup> «Извѣстія Кіевскаго Политехническаго Института Императора Александра II» 1903 г.

<sup>2)</sup> Т. е. для случая, когда во всѣхъ плоскостяхъ, параллельныхъ одной опредѣленной плоскости происходятъ одинаковыя явленія. Въ такихъ случаяхъ достаточно разсматривать одну изъ этихъ плоскостей, и мы будемъ имѣть дѣло только съ двумя координатами, лежащими въ означенной плоскости, а не съ тремя, какъ въ общемъ случаѣ.

<sup>3)</sup> См. статью Mesnager въ Annales des Ponts et Chaussées 1901. 4-e trimestre p. 129.

При рѣшеніи этихъ вопросовъ нѣкоторые авторы дѣлали для простоты допущеніе, что продольное растяженіе свободнаго бруска не сопровождается поперечнымъ сжатіемъ, и несмотря на неправильность такого допущенія, противорѣчащаго свойствамъ упругихъ тѣлъ, все-таки получали вѣрные окончательные результаты, относительно распре- дѣленія упругихъ силъ. Это становится вполне понятнымъ на осно- ваніи теоремы Леви. Такъ какъ распре- дѣленіе внутреннихъ силъ не зависитъ отъ величинъ упругихъ постоянныхъ матеріала, то оно бу- детъ одно и тоже при всякой величинѣ Пуассонова отношенія. А потому оно не измѣнится и для случая, когда это отношеніе равно нулю, т. е. когда растяженіе бруска, имѣющаго свободную боковую поверхность, не сопровождается поперечнымъ сжатіемъ.

Но, конечно, предположеніе, что Пуассоново отношеніе равно нулю, даетъ невѣрныя величины удлиненій и сжатій внутри тѣла. Оно дастъ невѣрные результаты и для упругихъ силъ, если его примѣнять къ случаю не плоской деформации, для которой теорема Леви не имѣетъ мѣста <sup>1)</sup>.

Теорема Леви имѣетъ особое значеніе для экспериментальной провѣрки выводовъ теоріи упругости и вообще для экспериментальной методы изслѣдованія упругихъ явленій. На основаніи ея, если мы сдѣ- лали такую провѣрку для одного какого-нибудь матеріала, то можемъ быть увѣрены, что это справедливо и для всякаго другого изотроп- наго упругаго матеріала. Въ случаяхъ, когда не имѣется теоретиче- скаго рѣшенія вопроса о распре- дѣленіи упругихъ силъ, можно найти это распре- дѣленіе путемъ опыта; найденное для одного матеріала— примѣнимо и для всѣхъ другихъ. Распре- дѣленіе упругихъ силъ легко находится опытомъ для прозрачныхъ тѣлъ (стекла), помощью извѣстной оптической методы, ведущей свое начало отъ Вертгейма и Клеркъ- Мексвелля. Вслѣдствіе теоремы М. Леви, эта метода приобретаетъ особое практическое значеніе. То, что будетъ найдено для стекла, бу- квально повторится и въ желѣзѣ и стали (допуская, что эти мате- ріалы изотропны). Такимъ образомъ оптическая метода даетъ не только общія указанія на характеръ упругихъ явленій, но и детально числен- ные результаты, полученные этой методой, могутъ примѣняться къ металлическимъ тѣламъ, могутъ служить для провѣрки прочности на- шихъ сооружений.

---

<sup>1)</sup> Обычная приближительная теорія изгиба даетъ, что величины вну- треннихъ силъ (растягивающихъ и сръзающихъ), не зависятъ отъ упругихъ постоянныхъ. Этотъ результатъ есть слѣдствіе допущенія, что при изгибѣ имѣемъ дѣло съ плоской деформацией. Допускается, что во всѣхъ сѣченіяхъ изгибаемаго бруска, параллельныхъ плоскости изгиба, происходятъ одинако- выя явленія. Точная теорія Санъ-Венана, не дѣлающая такого допущенія, приводитъ для внутреннихъ силъ къ формуламъ, въ которыя входитъ Пуас- соново отношеніе.

Такое значеніе теоремы Леви побудило меня приискать возможно простое доказательство ея, которое я и предлагаю вниманію инженеровъ.

Разобьемъ наше тѣло на прямоугольные элементы сѣткой параллельной осямъ  $x$  и  $y$ . Измѣненіе формы любого элемента во всѣхъ случаяхъ плоской деформациіи вполнѣ описывается заданіемъ трехъ величинъ

- удлиненія по оси  $x$
- удлиненія по оси  $y$
- сдвига, т. е. измѣненія угла между осями  $x$  и  $y$ .

Эти три деформациіи мы назовемъ буквами

$$e, f, g.$$

Три эти величины не могутъ считаться вполнѣ независимыми одна отъ другой, т. е. нельзя задать ихъ значенія совершенно произвольно въ видѣ трехъ какихъ-нибудь непрерывныхъ функций отъ координатъ. Нужно вспомнить, что мы имѣемъ сплошное тѣло, которое должно остаться сплошнымъ и послѣ деформациіи. Этимъ устанавливается связь различныхъ элементовъ тѣла между собою, и отсюда вытекаетъ условіе, связывающее означенныя три величины  $e, f, g$ .

Для нахождения условія связи замѣтимъ, что при деформациіи каждая частица тѣла получаетъ въ плоскости  $xy$  перемѣщеніе, которое можно опредѣлить двумя его слагающими

$$u, v$$

по направленію осей  $x, y$ . Наши три деформациіи опредѣляются этими перемѣщеніями, а именно слѣдующими уравненіями:

$$\left. \begin{aligned} e &= \frac{du}{dx} \\ f &= \frac{dv}{dy} \\ g &= \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

Такимъ образомъ три деформациіи.

$$e, f, g$$

опредѣляются двумя перемѣщеніями; слѣдовательно между тремя деформациіями существуетъ нѣкоторая зависимость; онѣ не вполнѣ произвольны. Мы можемъ задать для перемѣщеній

$$u, v$$

любыя непрерывныя функціи координатъ. Но величины

$$e, f, g$$

получатся какъ результатъ этого задания и будутъ связаны между собою нѣкоторымъ условнымъ уравненіемъ.

Это условіе связи легко находится въ общемъ видѣ изъ группы уравненій (1). Изъ нея сейчасъ получается зависимость.

$$\frac{d^2e}{dy^2} + \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{dg^2}{dx \cdot dy} \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (2)$$

Таково необходимое и достаточное условіе, связывающее наши деформации. Оно могло бы быть также получено, какъ частный выводъ для случая плоскаго измѣненія формы, изъ тѣхъ общихъ условий, связывающихъ деформации, которыя были найдены Санъ-Венаномъ для любого измѣненія формы упругаго тѣла. Но я предпочелъ получить это условіе изъ непосредственнаго разсмотрѣнія нашего вопроса.

Уравненіе (2) послужитъ основаніемъ нашихъ выводовъ.

Введемъ въ него внутреннія упругія силы. Ихъ будетъ три: растягивающая по направленію  $x$ , растягивающая по направленію  $y$ , и сдвигающая сила. Означимъ ихъ буквами

$$P, Q, T.$$

Зависимость деформаций отъ силъ изображаются извѣстными равенствами:

$$e = \frac{1}{E} (P - kQ)$$

$$f = \frac{1}{E} (Q - kP)$$

$$g = \frac{2(1+k)}{E} \cdot T$$

Здѣсь  $E$ —коэфф. упругости

$k$ —Пуассоново отношеніе.

Пользуясь этими равенствами представимъ уравненіе (2) въ видѣ:

$$\frac{d^2P}{dy^2} + \frac{d^2Q}{dx^2} - k \cdot \left( \frac{d^2P}{dx^2} + \frac{d^2Q}{dy^2} \right) = 2(1+k) \cdot \frac{d^2T}{dx \cdot dy} \cdot \dots \cdot \dots \quad (3)$$

Затѣмъ возьмемъ уравненія равновѣсія элемента, стороны котораго параллельны осямъ  $x, y$ . Полагая, что вовсе нѣтъ такихъ внѣшнихъ силъ, которыя дѣйствуютъ на массы элементовъ, т. е. что

всѣ нагрузки приводятся къ силамъ, приложеннымъ на поверхности тѣла, получимъ эти уравненія въ формѣ:

$$\frac{dP}{dx} + \frac{dT}{dy} = 0 \quad \dots \quad (4)$$

$$\frac{dQ}{dy} + \frac{dT}{dx} = 0 \quad \dots \quad (5)$$

Дифференцируя (4) по  $x$ , а (5) по  $y$  и складывая, найдемъ:

$$\frac{d^2P}{dx^2} + \frac{d^2Q}{dy^2} + 2 \cdot \frac{d^2T}{dx \cdot dy} = 0$$

А подставляя этотъ результатъ въ (3) видимъ, что величина  $k$  сокращается, и окончательно наше условіе связи (2) получаетъ форму:

$$\frac{d^2P}{d^2y} + \frac{d^2Q}{dx^2} = 2 \cdot \frac{d^2T}{dx \cdot dy} \quad \dots \quad (6)$$

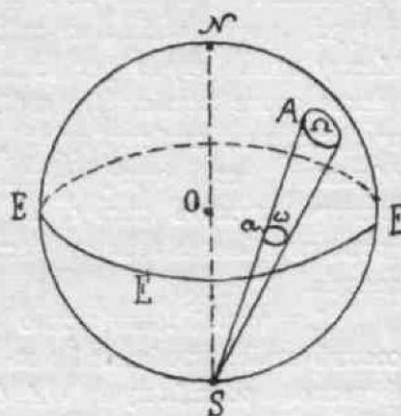
Въ него вовсе не входятъ упругія постоянныя  $E$  и  $k$ , и такое исключеніе ихъ и доказываетъ справедливость теоремы М. Леви.

На самомъ дѣлѣ положимъ, что мы для одного какого-нибудь матеріала знаемъ распредѣленіе упругихъ силъ, вызываемое нѣкоторой внѣшней нагрузкой. Это распредѣленіе должно удовлетворять уравненію (6). Теперь представимъ себѣ второе тѣло такой же формы и размѣровъ какъ первое, но сдѣланное изъ другого матеріала, обладающаго другими упругими свойствами. Вообразимъ, что въ немъ получилась деформация, вызывающая такія же упругія силы, какъ и въ первомъ тѣлѣ. Эта деформация возможна, потому что удовлетворяетъ уравненію (6), которое есть необходимое и достаточное условіе для плоскихъ деформаций сплошнаго упругаго тѣла. Затѣмъ внѣшнія силы, уравновѣшивающія эту деформацию для второго тѣла, конечно такія же, какъ и для перваго тѣла, потому что въ обоихъ случаяхъ нужно уравновѣсить одинаковыя внутреннія силы. Итакъ, и для второго тѣла имѣемъ такія же нагрузки и такія же внутреннія силы, какъ и для перваго. Въ этомъ и состоитъ доказываемая нами теорема, которая такимъ образомъ оказывается слѣдствіемъ условнаго уравненія (2), представляющагося необходимымъ по причинѣ взаимной связи элементовъ сплошнаго упругаго тѣла. Мнѣ кажется, что этимъ приѣмомъ доказательства вполне уясняется смыслъ теоремы.

### XIII. Замѣтка о примѣненіи стереографической проекціи къ расчету купольныхъ фермъ <sup>1)</sup>.

На возможность такого примѣненія я былъ наведенъ чтеніемъ книги профессора Е. С. Федорова: «Новая Геометрія какъ основа черченія». Въ этомъ очень интересномъ сочиненіи, содержащемъ широкія геометрическія обобщенія, съ указаніемъ на ихъ примѣненія, между прочимъ особое вниманіе удѣлено стереографической проекціи. Теперь эта проекція постоянно употребляется въ кристаллографіи для изображенія осей симметріи, граней и реберъ кристалловъ. Профессоръ Федоровъ полагаетъ, что этотъ видъ проекціи могъ бы оказать большія услуги и во многихъ другихъ областяхъ. Между прочимъ онъ указываетъ на маркшейдерское искусство и на разные другіе виды съемки. Я думаю, что стереографическая проекція можетъ оказаться очень полезной при расчетѣ купольныхъ и другихъ пространственныхъ фермъ, и вообще при графическихъ операціяхъ съ силами въ пространствѣ. Для выясненія этого мнѣ придется напомнить основныя свойства стереографической проекціи и описать главныя построенія къ ней относящіяся и служащія для разрѣшенія такихъ вопросовъ, которые часто встрѣчаются въ приложеніяхъ.

Первое знакомство со стереографической проекціей мы получаемъ при урокахъ географіи. Эта проекція была придумана Гиппархомъ (около 130 г. до Р. Х.) для карты звѣзднаго неба; теперь она часто примѣняется при черченіи картъ земныхъ полушарій. Напримѣръ карта сѣвернаго полушарія (фиг. 1) чертится на плоскости экватора  $EEE$  посредствомъ проектированія точекъ земной поверхности лучами, исходящими изъ южнаго полюса  $S$ . Любая точка земной поверхности  $A$  изобразится на экваторѣ проекціей  $a$ , т. е. пересѣченіемъ луча  $SA$  съ плоскостью экватора; нѣкоторая



Фиг. 1.

<sup>1)</sup> «Вѣстникъ Общества Технологовъ» 1908 г.

фигура  $\Omega$ , находящаяся на поверхности шара, изобразится въ проекціи плоской фигурой  $\omega$ .

Стереографическая проекція, какъ извѣстно, обладаетъ слѣдующими двумя основными свойствами:

I. Всѣ круги (какъ большіе, такъ и малые), нарисованные на поверхности шара, въ стереографической проекціи изображаются

тоже кругами. Въ этой проекціи не получается того искаженія круговъ, вырожденія ихъ въ эллипсы, которое происходитъ при ортогональной проекціи.

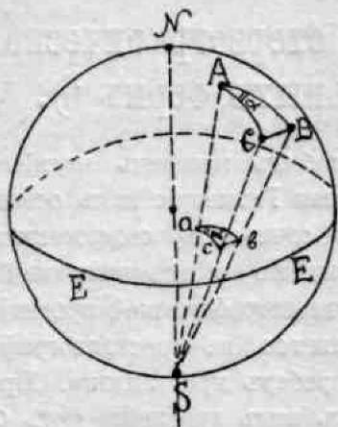
II. Если имѣемъ двѣ линіи  $AB$  и  $AC$  (фиг. 2) на поверхности шара, пересекающіяся между собою подъ угломъ  $\alpha$ , то и проекціи этихъ линій  $ab$ ,  $ac$  пересекаются между собою подъ тѣмъ же угломъ  $\alpha$ . Слѣдовательно стереографическая проекція не искажаетъ углы той фигуры, которая нарисована на поверхности шара. Примѣняя извѣстный терминъ теоріи поверхностей, можно выразить

это свойство словами: стереографическая проекція даетъ конформное изображеніе.

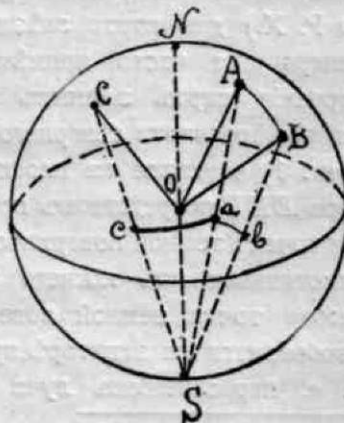
Эти два свойства служатъ причиной примѣненія стереографической проекціи въ картографіи, гдѣ требуется возможно меньшее искаженіе сферическихъ фигуръ при изображеніи ихъ на плоскости.

Но кромѣ этого частнаго значенія стереографической проекціи она имѣетъ общее, широкое значеніе въ геометріи. Проекція эта представляетъ одинъ изъ видовъ геометрическаго преобразованія: фигура, нарисованная на шарѣ, преобразуется въ плоскую фигуру. Между этими двумя фигурами существуетъ опредѣленное геометрическое соотвѣтствіе. По свойствамъ одной изъ этихъ фигуръ можно предсказывать свойства другой, и, такимъ образомъ, стереографическая проекція можетъ служить какъ одинъ изъ методовъ или приѣмовъ геометрическаго изслѣдованія.

Для нашей цѣли важно слѣдующее соотвѣтствіе: изображеніе въ стереографической проекціи лучей  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ ... (фиг. 3), проходящихъ черезъ центръ шара, а также изображеніе плоскостей  $AOB$ ,  $AOC$ ..., проходящихъ черезъ эти лучи. Самые лучи изображаются точками  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ..., т. е. проекціями своихъ



Фиг. 2.



Фиг. 3.

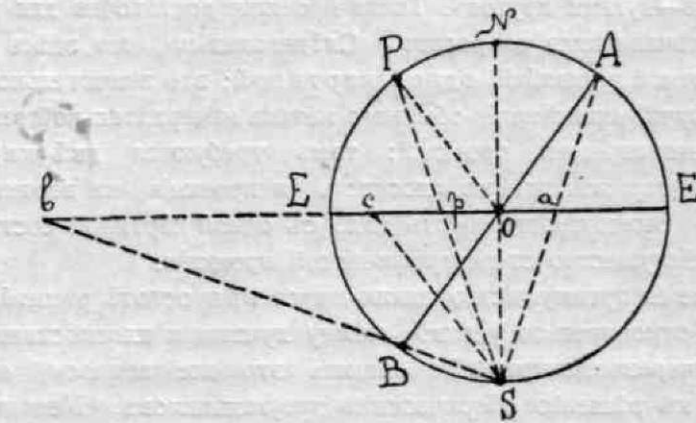
концовъ  $A, B, C \dots$ . Плоскости изображаются дугами  $ab, ac \dots$ , т. е. проекціями дугъ большихъ круговъ  $AB, AC$ . Итакъ, здѣсь имѣемъ слѣдующее геометрическое соотвѣтствіе: лучи — изображаются точками, а плоскости—дугами круговъ. Такая проекція достаточна для рѣшенія всѣхъ встрѣчающихся вопросовъ. Слѣдовательно, мы здѣсь ограничиваемся одной проекціей, одной картиной; это значительно проще, чѣмъ въ случаѣ примѣненія обычнаго метода начертательной геометріи, т. е. ортогональныхъ проекцій: тамъ требуются двѣ картины: проекція на горизонтальную плоскость и проекція на вертикальную плоскость. Возможность имѣть дѣло съ одной картиной составляетъ важное преимущество стереографической проекціи.

Другое ея преимущество заключается въ простотѣ рѣшенія всѣхъ вопросовъ относительно угловъ между лучами и плоскостями, проходящими черезъ центръ. Въ общемъ это все вопросы, имѣющіе отношеніе къ рѣшенію сферическихъ треугольниковъ. Методъ ортогональныхъ проекцій можетъ быть примѣненъ и для рѣшенія сферическихъ треугольниковъ; стоитъ только сообразить, что каждый сферическій треугольникъ есть не что иное, какъ трехгранный уголъ. А обычный методъ начертательной геометріи прямо примѣняется къ трехграннымъ угламъ. Но этотъ методъ даетъ для относящихся сюда вопросовъ рѣшеніе, приводящееся къ довольно продолжительнымъ построеніямъ. Гораздо проще рѣшенія, которыя даетъ методъ стереографическихъ проекцій.

Такъ какъ цѣль этой замѣтки заключается лишь въ томъ, чтобы обратить вниманіе инженеровъ на стереографическую проекцію, то я ограничусь описаніемъ приѣмовъ рѣшенія задачъ, оставляя въ сторонѣ всѣ подробности и доказательства. Замѣчу при этомъ, что всѣ эти выводы очень просты и изученіе ихъ требуетъ очень небольшого труда. Лица, неимѣющія времени изучить «Новую Геометрію» Е. С. Федорова, могутъ ограничиться тѣмъ, что прочтутъ главу III Курса Кристаллографіи того же автора. Этими двумя книгами я и пользовался при составленіи настоящей замѣтки.

Пусть (фиг. 4) точка  $O$  есть центръ шара, и мы рисуемъ стереографическую проекцію изъ полюса  $S$  на плоскость экватора  $EE$ , перпендикулярную къ чертежу. Замѣтимъ слѣдующія простыя соотношенія: если  $AB$  есть большой кругъ, перпендикулярный къ чертежу, то проекціями его точекъ  $A$  и  $B$  будутъ точки  $a, b$ , разстояніе между которыми даетъ діаметръ круга, изображающаго въ проекціи заданный кругъ  $AB$ . Середина  $ab$ , т. е. точка  $c$ , будетъ центръ этого круга. Возставляя перпендикуляръ  $OP$  къ плоскости круга  $AB$ , получимъ на поверхности шара полюсъ  $P$  этого круга; въ проекціи точка  $p$  будетъ стереографическое изображеніе этого полюса. Можно доказать, что линія  $Sc$  будетъ параллельна  $OP$ ; слѣдовательно уголъ  $cSO$  вдвое больше, чѣмъ  $pSO$ . Итакъ, уголъ при вершинѣ  $S$ ,

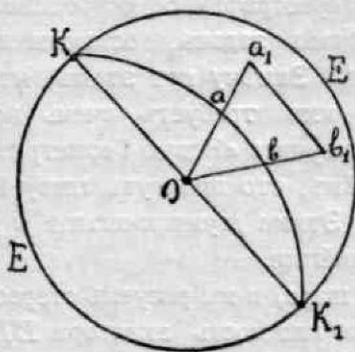
отвѣчающій точкѣ  $c$ , т. е. центру круга  $ab$ , вдвое больше угла, отвѣчающаго полюсу  $P$  того сѣченія  $AB$ , которое изображается кругомъ  $ab$ .



Фиг. 4.

Называя эти углы стереографической мѣрой разстояній точекъ  $c$  и  $p$  отъ центра  $O$ , мы можемъ сказать: въ стереографическихъ мѣрахъ разстояніе центра круга  $c$  отъ  $O$  вдвое больше разстоянія полюса  $p$  отъ  $O$ . Это простое правило позволяетъ легко найти положеніе центра  $c$ .

Пусть намъ даны въ стереографической проекціи экваторъ  $EE$  и (фиг. 5) двѣ точки  $a, b$ , изображающія два луча  $OA, OB$ , идущіе изъ центра шара.



Фиг. 5.

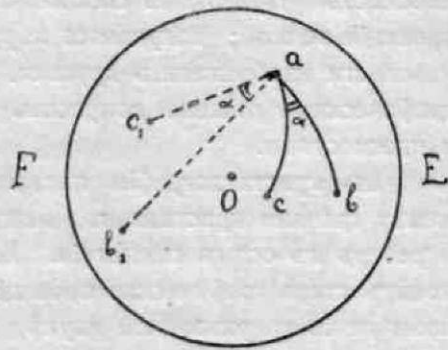
Мы можемъ сейчасъ построить дугу круга  $KabK_1$ , изображающаго проекцію того большого круга, который проходитъ на шарѣ черезъ  $A$  и  $B$ . Для этого по прямой  $Oa$  отложимъ разстояніе  $Oa_1$ , которое стереографически вдвое больше, чѣмъ  $Oa$ ; то же сдѣлаемъ и для точки  $b$ , т. е. отложимъ отрѣзокъ  $Ob_1$ , стереографически вдвое больший, чѣмъ  $Ob$ . Прямая  $a_1b_1$  будетъ параллельна той хордѣ  $kk$  искомаго круга, которая проходитъ черезъ центръ  $O$ .

Слѣдовательно прямая  $a_1b_1$  опредѣляетъ положеніе хорды  $KK_1$ . Теперь мы имѣемъ четыре точки  $a, b, K, K_1$  искомаго круга и легко построимъ его.

Затѣмъ вотъ рѣшеніе слѣдующей задачи: Въ стереографической проекціи (фиг. 6,  $EE$  — экваторъ) даны два круга  $ab$  и  $ac$ , представляющіе проекціи двухъ большихъ круговъ, пересѣкающихся на поверхности шара; требуется найти уголь между этими двумя большими кругами, другими словами — уголь между двумя плоскостями,

проходящими через центр шара и разсѣкающими этотъ шаръ по двумъ большимъ кругамъ.

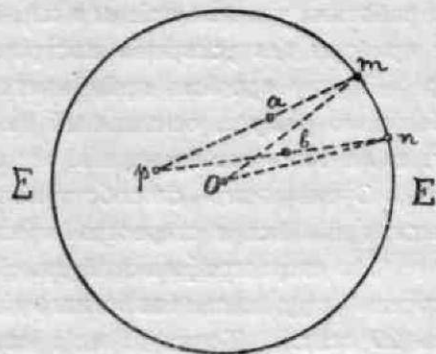
Такъ какъ углы между большими кругами передаются въ стереографической проекціи безъ искаженія, то искомый уголъ будетъ равенъ углу  $\alpha$ , между проекціями  $ab$  и  $ac$ . Слѣдовательно, для нахождения его нужно въ проекціи точку  $a$  соединить съ центрами  $b_1$  и  $c_1$  круговъ  $ab$  и  $ac$ ; уголъ между радіусами  $ac_1$  и  $ab_1$  и будетъ искомый уголъ  $\alpha$ .



Фиг. 6.

Чаще всего приходится рѣшать такую задачу: Въ стереографической проекціи (фиг. 7,  $EE$  — экваторъ) даны двѣ точки  $a, b$ , изображающія два луча  $OA, OB$ , проходящіе черезъ центръ шара. Найти уголъ между лучами  $OA$  и  $OB$ ?

Для этого найдемъ полюсъ  $p$  круга  $ab$ , изображающаго въ проекціи большой кругъ, пересѣкающій нашъ шаръ по  $AB$ . Соединимъ  $p$  съ  $a$  и съ  $b$  и продолжимъ эти прямая до пересѣченія съ окружностью экватора въ точкахъ  $m, n$ . Искомый уголъ будетъ равенъ центральному углу  $mOn$ .



Фиг. 7.

Очень легко рѣшаемъ задачу: найти линію пересѣченія двухъ плоскостей, изображаемыхъ на шарѣ двумя большими кругами. Въ стереографической проекціи каждая плоскость изобразится дугою круга; точка пересѣченія этихъ двухъ круговъ будетъ изображеніе линіи пересѣченія плоскостей.

Эти нѣсколько примѣровъ даютъ нѣкоторое понятіе о легкости, съ которой рѣшаются разныя задачи въ стереографическихъ проекціяхъ, но они не исчерпываютъ всѣхъ ресурсов этого геометрическаго преобразованія. Тѣ же задачи могутъ быть рѣшены на стереографической проекціи и другими приемами. Разнообразіе рѣшеній увеличивается еще тѣмъ обстоятельствомъ, что возможно назначить другой способъ изображенія плоскостей. Въ предыдущемъ плоскости изображались проекціями тѣхъ большихъ круговъ, по которымъ плоскости пересѣкаютъ основной шаръ. Вмѣсто того можно условиться изображать плоскости ихъ полюсами; т. е., черезъ центръ шара проводимъ перпендикуляръ къ плоскости, отмѣчаемъ пересѣченіе его съ поверхностью шара и строимъ стереографическую проекцію этого

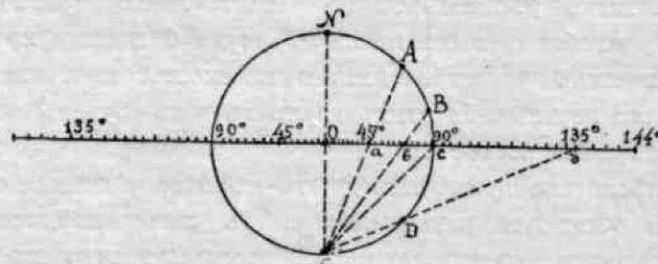
пересѣченія. Полученная такимъ образомъ точка будетъ изображать плоскость. При этомъ способѣ каждая плоскость изображается на проекціи точкой; получается картина отличная отъ предыдущей, гдѣ плоскости изображались кругами. Новая картина даетъ новый рядъ графическихъ рѣшеній вопросовъ относительно угловъ между линиями и плоскостями.

Въ кристаллографіи постоянно приходится опредѣлять углы между гранями кристалловъ, между ихъ ребрами, и наклонъ граней и реберъ къ осямъ симметріи. Для вопросовъ этого рода очень подходитъ стереографическая проекція, почему она и получила широкое примѣненіе въ указанной наукѣ, во многихъ случаяхъ замѣнивъ въ ней прежнія примѣненія сферической тригонометріи. При многочисленныхъ работахъ съ этой проекціей специалисты кристаллографы выработали удачные приемы и выработали очень полезныя приспособленія и приборы для ускоренія построеній.

Между прочимъ примѣняется приборъ для черченія дугъ круга большаго радіуса, основанный на изгибѣ упругой линейки парой силъ, т. е. на томъ же принципѣ, какъ извѣстный приборъ Резаля.

Очень много способствуютъ быстротѣ построеній стереографическая линейка и стереографическія сѣтки.

На стереографической линейкѣ отмѣчаются проекціи разныхъ точекъ окружности извѣстнаго діаметра (обыкновенно діаметръ берется въ 20 сант.). Точки дѣленія на окружности этого круга получаютъ названія того числа градусовъ, которое соотвѣтствуетъ дугѣ круга, считаемой отъ сѣвернаго полюса  $N$  въ обѣ стороны (фиг. 8). Стереографическая проекція этихъ точекъ  $A, B, D \dots$ , т. е. точки линейки  $a, b, d \dots$ , надписываются названіями въ градусахъ одинаковыми съ

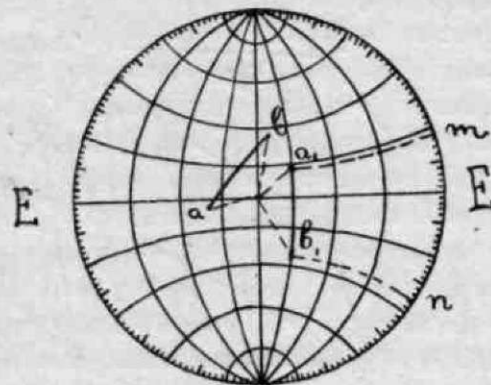


Фиг. 8.

названіями тѣхъ точекъ окружности, которыя изображаются этими проекціями. Такимъ образомъ, стереографическая линейка представляетъ анаморфозу окружности, и съ этимъ приборомъ проектированіе дѣлается очень быстро. Такая линейка облегчаетъ откладываніе на проекціи отрѣзковъ, отвѣчающихъ углу въ  $90^\circ$ , т. е. даетъ очень простое построеніе полюса  $p$  для сѣченія  $AB$  (см. фиг. 4). Она же позволяетъ быстро удваивать отрѣзки, понимая слово удвоеніе въ

стереографическомъ смыслѣ; слѣдовательно, пользуясь ею, быстро находимъ центръ окружности  $ab$  (см. фиг. 5).

Много помогаютъ кристаллографическимъ построениямъ имѣющіяся готовые стереографическія сѣтки. Онѣ исполняются для діаметра въ 20 сант., и представляютъ (фиг. 9) сѣтъ меридіановъ и параллелей, съ дѣленіями на градусы, надписанными на окружности  $EE$ .



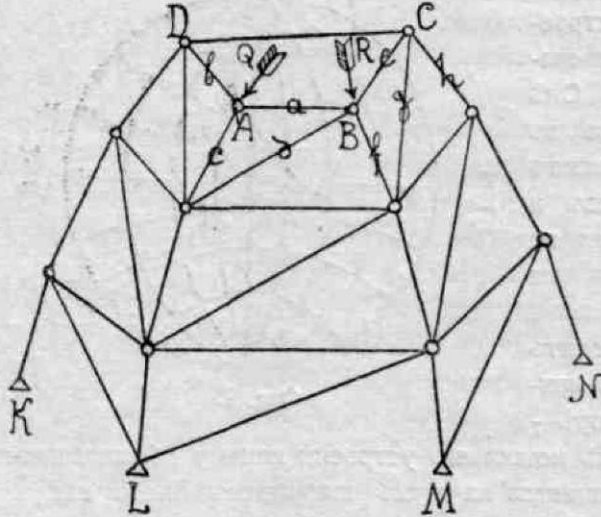
Фиг. 9.

Особую пользу приносятъ выработанный для цѣлей кристаллографіи новый приборъ—трехножный циркуль. Двѣ ножки его устроены какъ у обыкновеннаго циркуля, а третья — вращается на двухъ шарнирахъ около взаимно перпендикулярныхъ осей. Такимъ образомъ третья ножка можетъ быть выведена изъ плоскости первыхъ двухъ; т. е. можно, раздвигая ножки, поставить ихъ острія въ трехъ вершинахъ любого треугольника. Затѣмъ циркулемъ этотъ треугольникъ переносится куда угодно.

Пользованіе стереографической сѣткой и трехножнымъ циркулемъ даетъ самое простое рѣшеніе основной задачи, описанной нами при помощи фиг. 7, а именно: найти уголъ между двумя лучами, проходящими черезъ центръ шара, и изображаемыми точками  $a, b$ . Пусть тѣ же ножки  $a, b$  будутъ отмѣчены на стереографической сѣткѣ (фиг. 9). Помощью трехножнаго циркуля, переносимъ треугольникъ  $Oab$  въ такое положеніе  $Oa_1b_1$ , при которомъ обѣ точки  $a, b$  приходятся на одномъ и томъ же меридіанѣ сѣтки. Затѣмъ, слѣдя отъ  $a_1$  и  $b_1$  по параллелямъ, находимъ соотвѣтствующія имъ точки  $m, n$  на кругѣ  $EE$ . Остается прочесть величину  $mn$  на градусномъ дѣленіи этого круга.

Все предыдущее заимствовано изъ двухъ упомянутыхъ книгъ профессора Федорова и мнѣ остается добавить очень немного о расчетѣ купольныхъ фермъ. Какъ извѣстно, въ этомъ вопросѣ строительной механики главная операція заключается въ разложеніи данной силы на три составляющія, не лежащія въ одной плоскости. Въ случаѣ фермъ такого рода, которыя профессоръ Яссинскій называетъ простѣйшими (примѣръ изображенъ на фиг. 10), повтореніе указанной операціи разрѣшаетъ весь вопросъ окончательно. Въ случаѣ конструкций, не относящихся къ разряду простѣйшихъ, стараются искусственными приемами преобразовать данную ферму въ простѣйшую, или примѣняютъ нѣкоторые другіе приемы. Но и въ этихъ случаяхъ приходится неоднократно разлагать данную силу на три составляющія.

Такимъ образомъ, эта операція во всѣхъ случаяхъ выступаетъ на первый планъ.



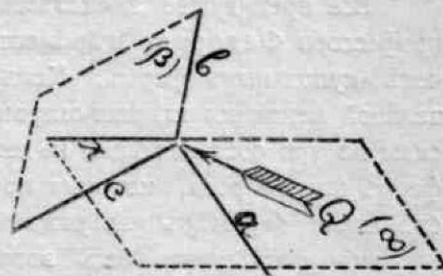
Фиг. 10.

Для примѣра рассмотримъ купольную ферму Шведлера, изображенную на фиг. 10; здѣсь куполь открытъ,  $ABCD$  представляетъ верхнее его отверстіе. Внизу куполь опирается на основаніе въ опорахъ  $K, L, M, N$ . Внѣшнія нагрузки, приложенныя къ узламъ фермы, должны быть извѣстны или заданы.

Разложеніе начинаемъ съ угла  $A$ ; извѣстную нагрузку  $Q$

этого узла разлагаемъ на три составляющія, направленныя по ребрамъ купола  $a, b, c$ , и такимъ образомъ опредѣляемъ напряженія этихъ реберъ. Затѣмъ переходимъ къ узлу  $B$ ; намъ извѣстна внѣшняя нагрузка  $K$  этого узла, и напряженіе  $a$ , дѣйствующее на тотъ же узелъ. Равнодѣйствующую этихъ двухъ силъ разложимъ на три направленія по ребрамъ  $d, e, f$ ; въ результатѣ получимъ напряженія реберъ  $d, e, f$ . Послѣ того переходимъ къ узлу  $C$ , и, повторяя ту же операцію, найдемъ напряженія реберъ  $g, h, k$ ; отсюда къ узлу  $D$ . Покончивъ съ верхнимъ поясомъ купола, переходимъ ко второму поясу, гдѣ повторяемъ тѣ же операціи, и такъ далѣе рассчитаемъ всю ферму.

Въ каждомъ узлѣ фермы, относящейся къ разряду простѣйшихъ, приходится разлагать извѣстную силу на три заданныхъ направленія, не лежащія въ одной плоскости. Это производится слѣдующимъ образомъ (фиг. 11): Чтобы разложить силу  $Q$  на направленія  $a, b, c$  найдемъ линію  $x$ , по которой пересѣкаются двѣ плоскости: 1)  $(\alpha)$  — содержащая  $Q$  и одну изъ двухъ слагающихъ, а именно  $a$ ; 2)  $(\beta)$  содержащую двѣ другія слагающія  $b, c$ . Зная  $x$ , сначала разложимъ данную силу  $Q$  на двѣ составляющія, идущія по  $a$  и  $x$ ; а затѣмъ по-



Фиг. 11.

лученную составляющую  $x$  разложимъ на направленія  $b$  и  $c$ . Этимъ путемъ найдемъ всѣ три составляющія.

Для исполненія этого правила намъ нужно: проводить плоскость черезъ двѣ прямыя, находить пересѣченія двухъ плоскостей, находить углы между двумя прямыми въ пространствѣ. Все это легче всего дѣлается помощью стереографической проекціи. Направленія заданныхъ нагрузокъ и реберъ фермы  $a, b, c, d, e$  — должны быть изображены лучами, исходящими изъ общаго центра стереографическаго шара. Каждое направленіе изобразится точкой, и всѣ потребныя графическія операціи произведутся очень легко.

Можно сказать, что для расчета купольныхъ фермъ стереографическая проекція представляется самымъ естественнымъ пріемомъ. Здѣсь все дѣло заключается въ нахожденіи угловъ между разными направленіями, а углы всего проще и легче опредѣляются въ стереографической проекціи. Общепринятый способъ расчета купольныхъ фермъ при помощи двухъ ортогональныхъ проекцій<sup>1)</sup> значительно сложнѣе, и требуетъ продолжительнаго построенія. Пріемъ Мюллера-Бреслау, основанный на методѣ ложнаго положенія<sup>2)</sup>, ускоряетъ рѣшеніе; но, какъ это часто случается при употребленіи метода ложнаго положенія, здѣсь можетъ потребоваться найти точку пересѣченія двухъ прямыхъ слабо наклоненныхъ одна къ другой; или точка пересѣченія ихъ выходитъ изъ предѣловъ чертежа, а тогда получается усложненіе построенія.

Мнѣ кажется, что въ техническихъ бюро, занимающихся расчетомъ фермъ, слѣдовало бы примѣнить стереографическую проекцію, воспользовавшись при этомъ тѣми приборами и приспособленіями, которые выработаны кристаллографами, т. е. стереографической линейкой, стереографическими сѣтками и трехножнымъ циркулемъ. Эти приборы и пріемы вполне пригодны для указанныхъ строительныхъ расчетовъ, при которыхъ вовсе не требуется особая точность, а можно довольствоваться довольно грубымъ приближеніемъ.

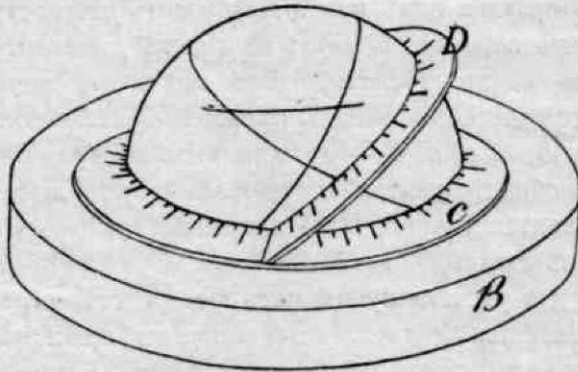
Въ заключеніе обращаю вниманіе еще на одинъ изъ интересныхъ кристаллографическихъ приборовъ, могущій имѣть примѣненіе и въ области механики. Я говорю о примѣненіи шара, какъ модели, на которой можно чертить и отмѣчать точки. При преподаваніи кристаллографіи примѣняются деревянные шары (изъ корельской березы), на которыхъ можно отмѣчать положеніе осей симметріи и граней кристалловъ<sup>3)</sup>. Затѣмъ въ «Извѣстіяхъ Горнаго Института» за 1907 годъ (выпускъ 1) среди новыхъ приборовъ описанъ фарфоровый

<sup>1)</sup> См. собраніе сочиненій проф. Ясинскаго, Т. II, стр. 37.

<sup>2)</sup> См. Мюллеръ-Бреслау, Дополненіе къ теоріи пространственныхъ сочлененій, стр. 7—8, или В. Кирпичевъ, Основанія Графической Статики, 2-ое изданіе, стр. 258.

<sup>3)</sup> Курсъ Кристаллографіи Е. С. Федорова, стр. 158.

полушаръ (А на фиг. 12), на которомъ можно чертить дуги круга, пользуясь круговой линейкой D, связанной шарниромъ съ металлическимъ кольцомъ С.



Фиг. 12.

Послѣднее можно поворачивать и ставить въ любое положеніе на подставкѣ В, поддерживающей полушаръ. Дуги D и С раздѣлены на градусы. Слѣдовательно, мы имѣемъ здѣсь шаровую чертежную доску, на которой можно строить произвольные

сферическіе треугольники, и рѣшать всѣ относящіеся къ нимъ вопросы съ такою же легкостью, съ какой мы строимъ плоскіе треугольники на обыкновенной чертежной доскѣ.

Я упоминаю объ этомъ приборѣ потому, что нахожу полезнымъ распространеніе среди инженеровъ свѣдѣній о самыхъ разнообразныхъ чертежныхъ инструментахъ и приспособленіяхъ. Теперь уже нельзя въ техникѣ попрежнему вращаться въ тѣсномъ кругу чертежныхъ пріемовъ, ограниченныхъ линейкой и циркулемъ, съ примѣненіемъ одного только шаблона прямоугольнаго треугольника. Необходимо разнообразить чертежные инструменты и придумывать новые. Въ этомъ отношеніи большой шагъ впередъ сдѣлали Костъ и Маникѣ, введя въ чертежную практику примѣненіе круговыхъ шаблоновъ, теперь очень распространенныхъ въ заводскихъ чертежныхъ. Можетъ быть и шаровая чертежная доска современемъ найдетъ себѣ примѣненіе въ техническихъ бюро.

## XIV. Новый способ графического расчета купольных и других пространственных ферм, данный профессором Майором<sup>1)</sup>.

1. Въ прошломъ (1910) году вышла книга профессора Лозаннского университета и Лозаннской инженерной школы Майора, посвященная графической статикѣ пространственныхъ системъ<sup>2)</sup>, и содержащая, между прочимъ, очень интересные приемы для расчета купольныхъ фермъ. Чтобы показать научное и прикладное значеніе этого сочиненія, достаточно привести слѣдующій главный результатъ, содержащійся въ немъ:

Авторъ даетъ возможность изображать пространственныя системы, и рѣшать внѣ относящіяся къ нимъ вопросы, на одной плоскости. Между тѣмъ обычные приемы начертательной геометріи требуютъ изображеній и построеній по крайней мѣрѣ на двухъ плоскостяхъ, напр. вертикальной и горизонтальной<sup>3)</sup>. Такимъ образомъ метода автора даетъ значительное упрощеніе: пространственные вопросы сведены къ вопросамъ плоскимъ; система трехъ измѣреній замѣняется плоской системой.

2. Профессоръ Майоръ разсматриваетъ вопросъ о силахъ въ пространствѣ самымъ общимъ образомъ, и постоянно пользуется при своихъ выводахъ линейнымъ комплексомъ Плюкера; этотъ комплексъ представляетъ для него исходную точку. При аналитическихъ выводахъ авторъ всегда пользуется такъ называемой линейной геометріей (*Liniengeometrie*), въ которой прямая опредѣляется шестью однородными координатами. Примѣненіе такихъ математическихъ приемовъ вѣроятно помѣшаетъ многимъ заняться изученіемъ замѣчательной книги Майора. Между тѣмъ большинство его выводовъ можетъ быть получено значительно проще. Я полагаю, что изложеніемъ такихъ

<sup>1)</sup> «Извѣстія Петроградскаго Политехническаго Института Императора Петра Великаго» 1911 г. т. XV.

<sup>2)</sup> V. Mayor. *Statique graphique des systèmes de l'espace*. Paris. Gauthier-Villars.

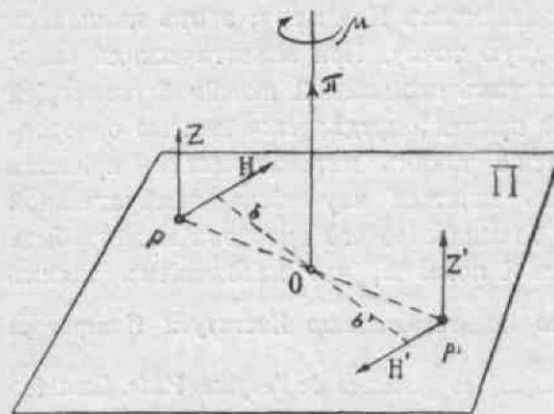
<sup>3)</sup> Предложенный мною приемъ, основанный на примѣненіи стереографической проекціи, тоже приводитъ графическій расчетъ къ построенію на одной плоскости. См. Вѣстникъ Общества Технологовъ 1908 года, стр. 135.

упрощенныхъ выводовъ мнѣ удастся оказать нѣкоторую услугу инженерамъ, интересующимся статикой пространственныхъ системъ. Имѣя въ виду только техническіе вопросы, я ограничусь изложеніемъ того частнаго случая, который Майоръ называетъ специальнымъ приемомъ изображенія (*mode de représentation spéciale*); къ фермамъ авторъ всегда примѣняетъ исключительно этотъ частный приемъ, специально назначенный для ихъ расчета.

Лица, знакомыя со знаменитой работой Кремона:

«О взаимныхъ фигурахъ графической статики<sup>1)</sup>, сейчасъ замѣтятъ сходство, а часто даже и тождество моего изложенія съ выводами Кремона. Хотя работа итальянскаго математика имѣетъ предметомъ не пространственныя, а исключительно плоскія фермы, но Кремона исходитъ изъ фигуръ трехъ измѣреній, и получаетъ плоскія взаимныя фигуры какъ проекціи многогранниковъ. Онъ пользуется такъ называемой нулевой системой Мёбиуса, а эта система находится въ тѣсной связи съ линейнымъ комплексомъ Плюкера и можетъ замѣнять его. Вотъ почему я принялъ нулевую систему за основаніе моего изложенія работы Майора. Но желая получить возможно большее число читателей я буду вести изложеніе, не предполагая первоначальнаго знакомства съ нулевой системой, а пользуюсь исключительно теоремами элементарной статики. За исключеніемъ такой разницы въ исходномъ пунктѣ, я въ остальномъ повторяю выводы Майора.

3. Способъ изображенія, примѣняемый Майоръ, состоитъ въ томъ, что на плоскости изображается не проекція заданной системы силъ, а проекція нѣкоторой другой системы, связанной съ заданной системой соотношеніемъ взаимности, и получающейся изъ данной системы при посредствѣ нѣкотораго дуалистическаго преобразованія. Къ этому приему мы придемъ слѣдующимъ путемъ:



Фиг. 1.

Пусть  $\Pi$  (фиг. 1) будетъ та плоскость, на которой желаемъ изображать наши системы; въ обыкновенныхъ случаяхъ приложенія, это будетъ горизонтальная или вертикальная плоскость. Вообразимъ себѣ систему силъ, состоящую изъ одной силы  $\pi$ , идущей по перпендикуляру къ плоскости  $\Pi$ . и изъ пары  $\mu$ , лежащей въ плоскости  $\Pi$ ;

<sup>1)</sup> См. французскій переводъ этой работы Кремона. *Les figures réciproques en Statique Graphique*.

величину момента этой пары обозначимъ въ видѣ произведенія силы  $\pi$  на плечо  $\alpha$ ; послѣднее можетъ быть взято произвольнымъ.

Здѣсь перпендикуляръ  $\pi$  есть центральная ось выбранной системы силъ. Подошву  $O$  этого перпендикуляра будемъ называть полюсомъ. Плоскость  $\Pi$  у Кремона называется ортографической плоскостью; мы назовемъ ее картинной плоскостью, а чертежъ, который построили на ней, будемъ кратко называть просто картиной.

Вышеупомянутую систему силъ выберемъ разъ навсегда и будемъ примѣнять ее при всѣхъ нашихъ дальнѣйшихъ построенияхъ и преобразованияхъ. Эту систему будемъ называть «управляющей» системой (*système directeur*), она будетъ управлять, руководить всѣми нашими построениями. Какъ уже сказано, величины силы  $\pi$ , и пары  $\pi \cdot \alpha$  выбираются совершенно произвольно и не находятся ни въ какомъ соотношеніи съ тѣми силами, которыя намъ нужно будетъ изображать на плоскости  $\Pi$ , т. е. напр. съ нагрузками купола, или съ натяжениями брусковъ, образующихъ ферму. Чтобы ясно отличить управляющую систему отъ другихъ, мы для нея примѣняемъ греческія буквы, а для другихъ системъ латинскія.

Не лишнее напомнить, что выбранная нами управляющая система такова, что она не можетъ быть замѣнена одной равнодѣйствующей; также нельзя замѣнить ее парой силъ. Но управляющая система можетъ быть замѣнена двумя силами, не лежащими въ одной плоскости, и такую замѣну можно произвести безч. множ. способовъ.

4. Пусть  $P$  будетъ одна изъ силъ, которыя мы желаемъ изображать на картинѣ  $\Pi$ . Прежде всего введемъ другую силу  $P'$ , которую подберемъ такъ, что силы  $P$  и  $P'$  въ совокупности даютъ систему эквивалентную съ выбранной нами управляющей системой. Такую силу  $P'$  будемъ называть сопряженной (*conjugué*) съ силой  $P$ . Какова бы ни была данная сила  $P$ , всегда можно найти ей сопряженную  $P'$ . Если дано нѣсколько силъ  $P, Q, R$ , то для каждой изъ нихъ найдемъ сопряженную и получимъ систему силъ, сопряженную съ заданной системой. Если заданная система образуетъ нѣкоторую геометрическую фигуру (многоугольникъ, многогранникъ и т. д.), то силы сопряженной системы образуютъ нѣкоторую другую фигуру. Такъ напр., легко показать, что если силы первой системы лежатъ въ одной плоскости, то сопряженные съ ними проходятъ черезъ одну точку; обратно, если заданныя силы проходятъ черезъ одну точку, то сопряженные силы лежатъ въ одной плоскости.

Такимъ образомъ, вводя сопряженные силы, мы получимъ двѣ фигуры: одну, образованную заданными силами, и другую—состоящую изъ сопряженныхъ силъ. И такъ здѣсь имѣемъ дуализмъ, двойственность фигуръ<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Сопряженные силы всегда будемъ означать буквами со знакомъ. Такъ напр., для силы названной буквой  $q$  сопряженная получитъ обозначеніе  $q'$ .

Пусть задана сила  $P$  и найдена сопряженная съ нею  $Q$ . Если обратно въ заданную систему входитъ сила  $Q$ , то, очевидно, сопряженная съ этой новой силой будетъ  $P$ . (Это слѣдуетъ изъ того, что  $P$  и  $Q$  представляютъ совокупность силъ, эквивалентную выбранной нами управляющей системѣ). И такъ силы  $P$  и  $Q$  взаимныя. Двѣ фигуры, о которыхъ мы говорили—одна, образованная данной системой силъ, и другая, составленная сопряженными силами, — будутъ взаимныя фигуры.

Взаимное соотношеніе этихъ фигуръ опредѣляется управляющей системой силъ. Она руководитъ этимъ соотношеніемъ, указываетъ для каждой силы ея сопряженную, устанавливаетъ дуалистическое преобразованіе. Но, исполнивъ эту обязанность, управляющая система силъ остается въ сторонѣ, нисколько не измѣнившись. Она дѣйствуетъ какъ судья при гражданскомъ процессѣ, или при раздѣлѣ имущества, который распредѣляетъ спорный капиталъ между двумя сторонами, но самъ ничего не получаетъ изъ раздѣленного имущества. Или, иначе, управляющая (координирующая) система силъ дѣйствуетъ какъ катализаторъ при химическихъ явленіяхъ, производящій разложеніе или соединеніе веществъ, но самъ остающійся неизмѣннымъ.

Конечно, указанное дуалистическое преобразованіе можно примѣнять не только къ силамъ, но ко всякимъ векторамъ; къ любымъ отрѣзкамъ прямой линіи. И для нихъ можно найти сопряженные векторы, сопряженные отрѣзки, т. е. является возможность и въ этихъ случаяхъ для данной фигуры построить взаимную.

5. Посмотримъ ближе, какое будетъ соотношеніе между данной силой  $P$  и ея сопряженной  $P'$ . Продолжимъ силу  $P$  до встрѣчи ея въ точкѣ  $p$  съ плоскостью  $\Pi$ , на которой производится изображеніе, и разложимъ силу  $P$  на двѣ слагающія:  $H$ —лежащую въ плоскости  $\Pi$ , и  $Z$ —перпендикулярную къ  $\Pi$ . Совокупность  $P$  и  $P'$  должна быть эквивалентна съ управляющей системой, т. е. должна приводиться къ силѣ  $\pi$ , и парѣ  $\mu$  съ моментомъ  $\pi \cdot \alpha$ ; поэтому сопряженная сила должна пересѣкать плоскость  $\Pi$  въ точкѣ  $p'$  лежащей гдѣ-то на прямой  $pO$  ( $O$  подошва перпендикуляра  $O\pi$  къ плоскости  $\Pi$ ) и здѣсь можетъ быть замѣнена силой  $H'$ , лежащей въ плоскости  $\Pi$ , и слагающей  $Z'$  перпендикулярной къ  $\Pi$ . При этомъ во-первыхъ—двѣ силы  $H, H'$  должны образовать пару эквивалентную парѣ  $\mu$ , а во-вторыхъ—двѣ слагающія  $Z, Z'$  должны имѣть равнодѣйствующую, совпадающую съ силой  $\pi$ .

Изъ перваго условія мы видимъ, что силы  $H, H'$  должны быть равны и прямо противоположны; и называя черезъ  $b$  и  $b'$  плечи этихъ силъ, т. е. перпендикуляры изъ  $O$  на силы, получимъ условіе, что моментъ пары  $\mu$ , т. е.  $\pi \cdot \alpha$  долженъ равняться общей величинѣ силъ  $H, H'$ , умноженной на плечо пары  $b + b'$ , т. е.

$$\pi \cdot \alpha = H(b + b') \dots \dots \dots (1)$$

Для выполнения второго условия слѣдуетъ еще удовлетворить равенствамъ

$$Z + Z' = \pi, \quad \frac{Z}{Z'} = \frac{b'}{b}$$

отсюда:

$$\frac{Z + Z'}{Z'} = \frac{b + b'}{b} \quad \text{или} \quad \frac{\pi}{Z'} = \frac{b + b'}{b} \quad \dots \quad (2)$$

Изъ уравненій (1) и (2) получимъ

$$Z' = \frac{H \cdot b}{\alpha} \quad \dots \quad (3)$$

Также найдемъ

$$Z = \frac{H b'}{\alpha} \quad \dots \quad (4)$$

Полученныя уравненія показываютъ, какъ просто находится сила сопряженная съ данной силой  $P$ . Мы имѣемъ для сопряженной силы  $H' = H$ . Затѣмъ  $b'$  найдется изъ (1), а  $Z'$  изъ (3).

Тѣ же уравненія рѣшаютъ и обратную задачу: извѣстна сопряженная сила—найти данную силу. Если  $H'$  извѣстно, то горизонтальная слагающая данной силы  $H$  будетъ равна и противоположна  $H'$ ; разстоянiе  $b$  найдется изъ (1), а слагающая  $Z$  изъ (4).

Послѣднее, т. е. (4) уравненiе даетъ слѣдующее правило:

Для нахождения слагающей  $Z$  силы  $P$  нужно взять моментъ горизонтальной сопряженной силы относительно полюса  $O$ , и раздѣлить его на постоянную величину  $\alpha$ .

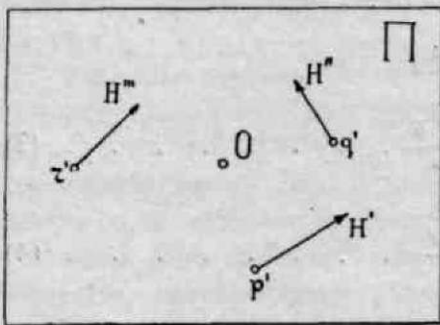
Если имѣемъ нѣсколько данныхъ силъ, то величины ихъ слагающихъ  $Z$  будутъ пропорциональны моментамъ соотвѣтствующихъ сопряженныхъ силъ относительно полюса.

Обратимъ вниманiе на то, что для рѣшенiя задачи: дана сопряженная сила, найти заданную силу—намъ вовсе не понадобилась слагающая  $Z'$ ; она вовсе не нужна, о ней можно забыть. Достаточно знать  $H'$ , имѣть эту  $H'$  на чертежѣ вмѣстѣ съ ея точкой приложенiя  $p'$ . Тогда мы сейчасъ находимъ силы  $H$  и  $Z$  и точку приложенiя  $p$ .

Это послѣднее замѣчанiе очень важно. Оказывается, что если на чертежѣ изображена одна слагающая  $H'$  сопряженной силы, то мы сейчасъ можемъ найти все, что относится къ данной силѣ, т. е. обѣ слагающiя ея  $H$  и  $Z$ , и точку приложенiя ея  $p$ . Для этого должно быть извѣстно положенiе точки  $O$ , которая назначается разъ навсегда при выборѣ управляющей системы силъ. Итакъ, сила  $H'$  и точка  $p'$  вполне опредѣляютъ и изображаютъ данную силу  $P$ . Притомъ это наиболѣе

простое возможное изображение силы  $P$ ; это самая простая картина, графически описывающая все, что относится до силы  $P$ . Эта картина вся находится на плоскости  $\Pi$ , хотя изображается сила, не лежащая в этой плоскости.

То, что сказано о силѣ  $P$ , можетъ быть примѣнено и къ другимъ даннымъ силамъ  $Q, R, \dots$ ; каждая изъ нихъ изобразится со-



Фиг. 2.

ответствующей горизонтальной составляющей сопряженной силы  $H'$ , и ея точкой приложенія  $p'$ . Картина, изображающая на плоскости  $\Pi$  любую систему данныхъ силъ въ пространствѣ  $P, Q, R$ , будетъ имѣть такой видъ, какъ это показано на фиг. 2. Здѣсь нарисованы только слагающія сопряженныхъ силъ; данныя же силы нѣтъ необходимости изображать.

Эта картина и представляетъ рѣшеніе основной задачи, поставленной нами.

Пространственную фигуру изобразить и опредѣлить вполнѣ на одной плоскости.

Въ большинствѣ случаевъ даже не нужно отмѣчать точку приложенія, а достаточно, если извѣстна линия дѣйствія сопряженной слагающей  $H$  и ея величина.

### 6. Частные случаи изображенія силъ.

а) Если изображаемая сила  $P$  вертикальна, то изъ выведенныхъ выше формулъ усмотримъ, что сопряженная  $H'$  бесконечно мала, а плечо ея  $b'$  бесконечно велико. Т. е. сопряженная сила представляетъ пару силъ. Моментъ этой пары (см. уравненіе (4)) равенъ  $Za$ , и слѣд. мы можемъ оперировать съ нею.

б) Если изображаемая сила  $P$  параллельна картинѣ  $\Pi$ , т. е. не имѣетъ вертикальной слагающей, то сопряженная съ ней приводится къ силѣ равной и параллельной  $P$ , проведенной черезъ полюсъ  $O$  <sup>1)</sup>.

Изображеніе точекъ. Дополнимъ сказанное объ изображеніи силъ еще рѣшеніемъ вопроса: какъ на той же плоскости  $\Pi$  изобразить любую точку пространства, напр. узловую точку купольной фермы. Въ этомъ можетъ встрѣтиться надобность.

Рѣшеніе этого вопроса мы приведемъ къ изображенію силъ слѣдующимъ образомъ: изъ точки  $A$  (фиг. 2 bis) опустимъ перпендикуляръ на плоскость  $\Pi$  и отмѣтимъ подошву перпендикуляра  $A_1$ . Мы мо-

<sup>1)</sup> Другая слагающая сопряженной идетъ по оси  $Oz$  и равна  $\pi$ ; но эту слагающую можно забыть.



и построимъ  $A_2'$  — точку встрѣчи, сопряженной съ  $A$ . Затѣмъ соединимъ  $A_2'$  съ указанной бесконечно отдаленной точкой, т. е. изъ  $A_2'$  проводимъ параллель къ  $AO$ ; получается искомая прямая  $a'$ .

Мы можемъ считать, что точка  $A$  вполне опредѣляется своей проекціей  $A_1$  въ совокупности съ прямой  $a'$ . Дѣйствительно пусть  $a'$  дана. Тогда, взявши любую точку  $A_2$ , найдемъ ей сопряженную  $A_2'$ , въ пересѣченіи прямыхъ  $A_2O$  съ  $a'$ . Будемъ разсматривать  $b$ , т. е. векторъ  $AA_2$ , какъ данную силу. Сопряженная съ ней приложена въ  $A_2'$ , и имѣемъ слагающую  $H$  въ плоскости  $A$  равную длинѣ  $A_2A_1$ , т. е. проекціи нашего вектора. Мы знаемъ, что величина слагающей сопряженной силы позволяетъ сейчасъ же опредѣлить слагающую  $Z$  данной силы по формулѣ

$$Z = \frac{M}{a}$$

гдѣ  $M$  — моментъ сопряженной силы относительно полюса — извѣстенъ, такъ какъ извѣстна величина  $H$  этой силы, и ея плечо  $b'$ , т. е. перпендикуляръ изъ  $O$  на  $H$ .

Итакъ, мы знаемъ точку  $A_1$  и длину  $Z$  равную  $AA_1$ , слѣд. положеніе точки  $A$  въ пространствѣ опредѣлено.

Въ этомъ состоитъ предложенный Майоръ способъ изображенія точекъ пространства (напр. узловъ фермы) на картинѣ  $\Pi$ .

Каждая точка  $A$  изображается своей проекціей  $A_1$  и соответствующей прямой  $a'$ .

7. Примѣненіе сопряженныхъ силъ упрощаетъ не только самое изображеніе пространственныхъ системъ силъ, но также и всѣ операціи по сложенію и разложенію силъ, и графическое изслѣдованіе условій равновѣсія ихъ. Мы покажемъ это, разбирая слѣдующую основную задачу: найти условія равновѣсія для четырехъ силъ, сходящихся въ одной точкѣ, но не лежащихъ въ одной плоскости; или что все равно, — данную силу, приложенную въ извѣстной точкѣ, разложить на три составляющія, направленія которыхъ заданы, и которыя всѣ проходятъ черезъ ту же точку. Это основная задача статики въ пространствѣ. Въ большинствѣ случаевъ весь расчетъ пространственныхъ фермъ сводится къ многократному послѣдовательному рѣшенію задачъ этого рода; для каждаго узла фермы приходится произвести такое разложеніе данной силы на три слагающія, направленія которыхъ даны.

Пусть въ точкѣ  $A$  сходятся четыре взаимно уравновѣшивающіяся силы  $P_1, P_2, P_3, P_4$  (фиг. 3). Буквой  $\Pi$  означена плоскость, на которой мы рисуемъ нашу картину;  $O$  — полюсъ. Проектируемъ точку  $A$  на плоскость  $\Pi$  въ  $A_1$ , и перенесемъ въ  $A_1$  наши четыре силы; каждая изъ нихъ можетъ быть разложена на двѣ слагающія  $H$  въ плоскости  $\Pi$ ,

и  $Z$  перпендикулярно къ  $\Pi$  (на фигурѣ показаны слагающія только для одной силы  $P_1$ ). Построимъ сопряженныя силы  $H'$ ; для четырехъ нашихъ силъ это будутъ слагающія

$$H_1', H_2', H_3', H_4'$$

лежащія въ плоскости  $\Pi$ . Покажемъ, что условія, необходимыя и достаточныя для равновѣсія силъ  $P_1 \dots P_n$ , приводятся къ одному слѣдующему:

сопряженныя силы  $H_1' \dots H_n'$  должны взаимно уравновѣшиваться.

Дѣйствительно, равновѣсіе силъ  $P$ , приложенныхъ въ точкѣ  $A$ , требуетъ, чтобы, во-первыхъ, — горизонтальныя слагающія  $H$  должны уравновѣживаться, т. е. должны дать замыкающійся многоугольникъ, если ихъ отложить одну за другой.

Во-вторыхъ, четыре слагающія  $Z$  должны взаимно уравновѣситься между собою, слѣд. алгебраическая сумма этихъ силъ  $Z$  должна быть равна нулю.

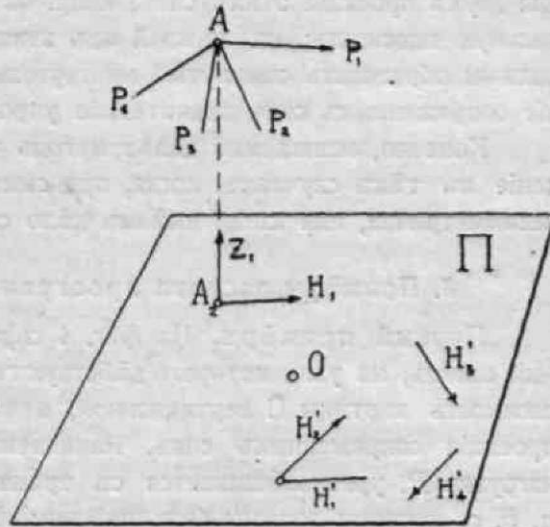
Но вспомнимъ, что сопряженныя силы  $H'$  равны и параллельны слагающимъ  $H$  (а по направленію противоположны  $H$ ). Если сопряженныя силы уравновѣшиваются, то величины ихъ образуютъ сомкнутый многоугольникъ. А слѣд. равныя, параллельныя имъ силы  $H$  тоже образуютъ сомкнутый многоугольникъ. Слѣд. первое условіе будетъ выполнено.

Обращаясь къ силамъ  $Z$ , вспомнимъ, что величины ихъ пропорціональны моментамъ сопряженныхъ силъ  $H'$  относительно полюса  $O$ . Для выполнения условія—сумма  $Z$  была равна нулю—требуется, чтобы сумма моментовъ силъ  $H'$  для точки  $O$  было нулемъ. Но если сопряженныя силы взаимно уравновѣшиваются, то сумма моментовъ ихъ относительно точки  $O$  дѣйствительно равна нулю. Итакъ и второе условіе выполняется.

Такимъ образомъ видимъ, что для равновѣсія силъ  $P_1 \dots P_n$ , сходящихся въ одной точкѣ, достаточно выполнение одного условія:

сопряженныя слагающія  $H'$  должны взаимно уравновѣживаться. Это же условіе необходимо для равновѣсія.

И здѣсь вопросъ о силахъ въ пространствѣ замѣняется задачей о равновѣсіи силъ, лежащихъ въ плоскости. Вводя сопряженныя силы,



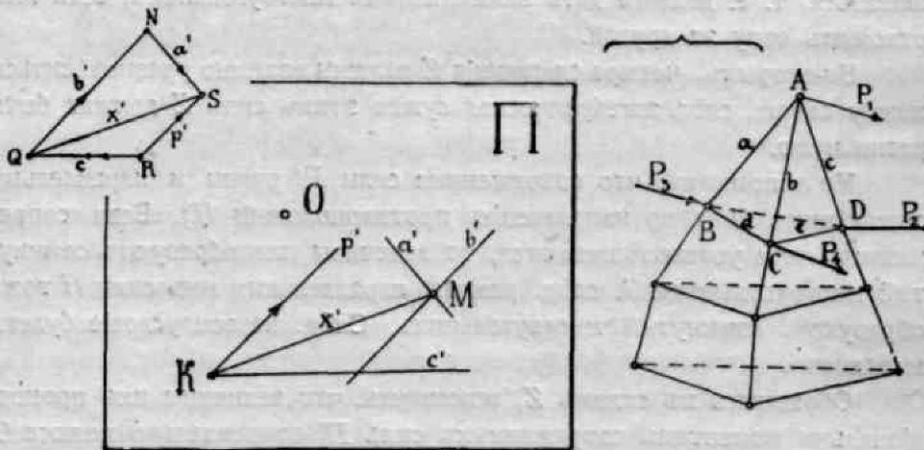
Фиг. 3.

мы получаемъ одно условіе. Тогда какъ разсматривая прямо данныя силы  $P_1 \dots P_4$ , мы получили бы по крайней мѣрѣ два условія равновѣсія для двухъ проекцій этихъ силъ, напр. на вертикальную и на горизонтальную плоскость; на каждой изъ этихъ плоскостей проекціи силъ должны образовывать сомкнутый многоугольникъ. Слѣдовательно введеніе сопряженныхъ силъ значительно упрощаетъ рѣшеніе.

Конечно, излагаемый далѣе методъ расчета имѣетъ главное значеніе въ тѣхъ случаяхъ, когда, при симметричной фермѣ, нагрузка несимметрична, или когда имѣемъ дѣло съ несимметричной фермой.

### 8. Примѣры расчета пространственныхъ фермъ.

Первый примѣръ. На фиг. 4 справа изображенъ пирамидальный шпигъ, на узлы котораго дѣйствуютъ нагрузки  $P_1 P_2 \dots$ . Возьмемъ плоскость картины  $\Pi$  вертикальной; отмѣтимъ на ней полюсь  $O$  и проекціи сопряженныхъ силъ. Начинаемъ съ узла  $A$ ; здѣсь данная нагрузка  $P_1$  уравнивается съ тремя внутренними напряжениями  $a, b, c$ , которыя должны быть найдены. На картинѣ  $\Pi$  отмѣчены направленія  $P_1', a', b', c'$  силъ, сопряженныхъ съ  $P_1, a, b, c$ . Сила  $P_1'$  должна уравниваться съ силами  $a', b', c'$ ; но всѣ эти силы лежатъ въ одной плоскости, слѣд. равновѣсіе ихъ опредѣлится слѣдующимъ



Фиг. 4.

построеніемъ: найду точку  $K$  встрѣчи  $P_1'$  съ  $c'$ , и соединю  $K$  съ точкой  $M$ , гдѣ встрѣчаются  $a'$  и  $b'$ ; линія соединенія означена на чертежѣ буквой  $x'$ . Сначала разложу данную силу  $P_1'$  на двѣ составляющія, идущія по  $c'$  и по  $x'$ , а затѣмъ разложу составляющую  $x'$  на двѣ, направленныя по  $a'$  и  $b'$ . Это исполнено въ лѣвомъ углу нашей фигуры, и опредѣлены силы  $a', b', c'$  уравнивающія силу  $P_1'$ . Зная сопряженныя силы  $a', b', c'$  безъ труда получимъ и дѣйствительныя силы  $a, b, c$ , т. е. напряжения брусковъ фермы, имѣющихъ тѣ же наименованія.

Послѣ узла  $A$  переходимъ послѣдовательно къ узламъ  $B, C, D$ , и въ каждомъ опредѣляемъ по три неизвѣстныхъ напряженія трехъ брусковъ.

Замѣтимъ, что построение направленій силъ, сопряженныхъ съ натяженіями брусковъ фермы, значительно облегчается и ускоряется при помощи слѣдующаго правила.

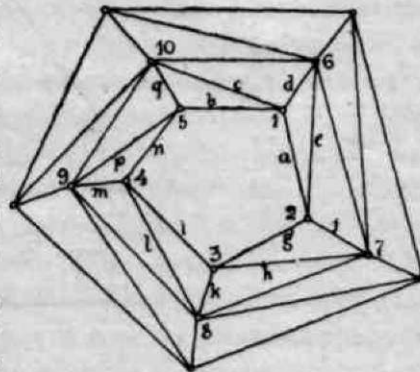
Если нѣсколько данныхъ силъ лежатъ въ одной плоскости, то сопряженные съ ними проходятъ черезъ одну точку.

Напр. въ шпицѣ фиг. 4 имѣемъ, что бруски  $a, b, d$  лежатъ въ одной плоскости. Слѣд. на картинѣ  $\Pi$  линія, сопряженная съ  $d$ , должна проходить черезъ точку  $M$ , гдѣ встрѣчается  $a'$  и  $b'$ , сопряженные съ  $a$  и  $b$ . Затѣмъ  $d'$  должна быть параллельна проекціи  $d$  на картинную плоскость. Такимъ образомъ сопряженная  $d'$  строится очень просто.

Производству этихъ построеній и провѣркѣ правильности ихъ можетъ помочь еще слѣдующее дополнительное построение:

Изобразимъ на картинѣ  $\Pi$  всѣ узлы нашей фермы. Каждый узелъ, напр.  $A$ , изобразится двумя элементами: во-первыхъ, своей проекціей  $A_1$ , во-вторыхъ, нѣкоторой прямой параллельной  $A_1O$ , которую назовемъ  $a_1$ . Другой узелъ  $B$  изобразится проекціей  $B_1$  и прямой  $b_1$ . Если имѣемъ брусокъ  $l$ , соединяющій узлы  $A$  и  $B$ , то линія сопряженная съ нимъ и изображающая этотъ брусокъ должна проходить черезъ точку встрѣчи прямыхъ  $a_1, b_1$ .

Второй примѣръ. Куполъ Шведлера, фиг. 5. Здѣсь изображена въ горизонтальной проекціи купольная ферма съ открытымъ пятиугольнымъ фонаремъ. На узлы фонаря 1, 2 — 5, и на прочіе узлы фермы дѣйствуютъ произвольныя нагрузки, которыя будемъ называть номерами соотвѣтствующихъ узловъ.



Фиг. 5.

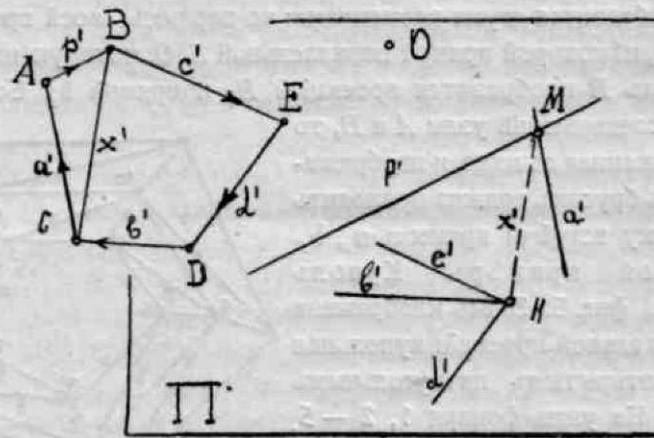
Дуалистическое изображеніе этого купола на горизонтальной картинной плоскости производится очень просто, когда дана горизонтальная проекція купола. Всѣ бруски всѣхъ поясовъ  $a, b$  — горизонтальны, слѣд. изображающія ихъ линіи будутъ проходить черезъ полюсъ  $O$ ; проводя прямыя  $a', b'$  параллельныя  $a, b$  получимъ изображенія послѣднихъ.

Для изображенія остальныхъ брусковъ фермы нужно предварительно построить изображенія узловъ купола. Положимъ, желаемъ изобразить брусокъ  $KL$ , соединяющій узлы  $K, L$ ; пусть эти узлы изображаются прямыми  $k', l'$ . Изображеніе бруска  $KL$  должно проходить черезъ точку встрѣчи  $k'l'$ ; затѣмъ это изображеніе есть прямая

параллельная горизонтальной проекции  $KL$ . Такимъ же путемъ изображаются и другіе бруски.

Взятая нами для примѣра ферма такова, что въ каждомъ узлѣ ея сходится болѣе трехъ брусковъ, т. е. имѣется болѣе трехъ неизвѣстныхъ. Слѣд., она не принадлежитъ къ числу простѣйшихъ. Въ ней нѣтъ узла, подобнаго узлу  $A$  предыдущаго примѣра, гдѣ сходятся только три бруска и гдѣ можно начать рѣшеніе, разлагая нагрузку на три опредѣленные направленія  $a, b, c$ . Однако это обстоятельство не помѣшаетъ рѣшенію нашего второго примѣра.

Начнемъ разсмотрѣніе съ узла 1, въ которомъ нагрузка 1 уравновѣшивается напряжениями четырехъ брусковъ  $a, b, c, d$ . Мы можемъ построить на горизонтальной плоскости  $\Pi$  (фиг. 6) картину, состоящую изъ линій  $p', a', b', c', d'$ , сопряженныхъ съ силами 1,  $a, b, c, d$  фермы. Такъ какъ въ фермѣ бруски  $b, c, d$  лежатъ въ одной плоскости, то сопряженные имъ линіи  $b', c', d'$  должны проходить черезъ одну точку, означенную на чертежѣ буквой  $K$ . Пересчитанныя сопря-



Фиг. 6.

женные силы должны взаимно уравновѣшиваться; равновѣсную фигуру построимъ слѣд. образомъ: продолжимъ силу  $a'$  до встрѣчи въ  $M$  съ  $p'$ , и точку  $M$  соединимъ съ  $K$ , т. е. съ точкой встрѣчи трехъ силъ  $b', c', d'$ . Очевидно линія  $KM$  представитъ направленіе равнодѣйствующей  $x'$  трехъ силъ  $b', c', d'$ . Теперь, зная силу  $p'$ , мы можемъ разложить ее на двѣ составляющія  $a', x'$ ; это сдѣлано на фиг. 6 слѣва, и полученъ многоугольникъ равновѣсія  $ABC$ .

Далѣе переходимъ въ узелъ 2 (фиг. 5), гдѣ имѣемъ три неизвѣстныхъ напряженія брусковъ  $f, g, c$ . Эти напряженія построятся на картинѣ  $\Pi$  такъ же, какъ указано для перваго примѣра. То же относится къ узламъ 3, 4, 5, въ которыхъ встрѣчаются по три неизвѣстныхъ. Эти неизвѣстныя для узла 5 будутъ  $p, q, b$ ; наше построеніе на картинѣ  $\Pi$  дастъ величины ихъ сопряженныхъ; слѣд. между про-

чимъ найдена будетъ и сила  $b'$ , сопряженная съ  $b$ . Теперь вернемся къ узлу 1, въ которомъ уравниваются силы 1,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ . Мы построили на фиг. 6 треугольникъ  $ABC$ , который даетъ силы  $a'$ ,  $x'$ ; послѣдняя изъ нихъ есть равнодѣйствующая трехъ силъ  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$ . Теперь мы знаемъ силу  $b'$ ; отложимъ ее по  $CD$ ; затѣмъ изъ  $D$  проведемъ параллельную  $d'$ , а изъ  $B$  — параллельную  $c'$ ; точка встрѣчи этихъ параллельныхъ  $E$  дастъ величины силъ  $d'$  ( $DE$ ) и  $c'$  ( $BF$ ). Такимъ образомъ найдены всѣ сопряженные силы для узла 1. Многоугольникъ равновѣсія ихъ будетъ  $ABEDC$ ; направленія уравнивающихся силъ означены стрѣлками.

Далѣе нужно перейти къ узламъ 6, 7, 8, 9, 10 (фиг. 5) второго кольца купола и, дѣйствуя попрежнему, найдемъ сопряженные силы для напряженій всѣхъ брусковъ фермы. А зная сопряженные силы, безъ труда получимъ и самыя напряженія, такъ какъ сопряженные силы представляютъ горизонтальныя проекціи напряженій.

Если бы какая-нибудь внѣшняя сила, напр.  $P_1$ , дѣйствующая въ узлѣ 1, была вертикальна, то рѣшеніе нужно измѣнить слѣд. образомъ:

Для вертикальной силы сопряженная получаетъ форму пары, моментъ которой  $M'$  извѣстенъ и плоскость которой совпадаетъ съ  $\Pi$ . Равновѣсіе сопряженныхъ силъ, лежащихъ въ той же плоскости, приводитъ къ тому, что пара  $M'$  должна уравниваться съ силами  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$ . Выразимъ, что сумма моментовъ всѣхъ этихъ силъ (включая и пару) должна быть нулемъ для точки, гдѣ встрѣчаются  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$ . Эти послѣднія силы исключаются изъ уравненія, и остается выразить, что моментъ пары  $M'$  численно равенъ моменту искомой силы  $a'$ ; послѣдняя легко найдется вычисленіемъ или построеніемъ.

10. Эти два примѣра показываютъ, какъ нужно вести расчетъ по тому способу, который профессоръ Майоръ называетъ методомъ Кремона. Такое названіе дано потому, что если изложенный графическій приѣмъ примѣнить не къ пространственной, а къ плоской фермѣ, то получимъ всѣмъ извѣстное построеніе взаимныхъ фигуръ для плоскихъ фермъ, которое въ литературѣ принято называть способомъ Кремона <sup>1)</sup>.

Извѣстно, что для плоскихъ фермъ приѣмъ Кремона позволяетъ найти всѣ напряженія брусковъ и построить всѣ многоугольники равновѣсія узловъ въ видѣ одной связной фигуры, въ которой не встрѣчается ни одного повторенія силъ. Напряженіе каждаго бруска встрѣчается въ этой діаграммѣ одинъ разъ, хотя это напряженіе входитъ въ два многоугольника равновѣсія, для двухъ узловъ, соединяемыхъ этимъ брускомъ. Для пространственныхъ фермъ изложенная метода Майора не достигаетъ вполнѣ такого отсутствія по-

<sup>1)</sup> Правильнѣе называть его способомъ Максвелля.

втореній. Но все-таки, связывая одинъ съ другимъ послѣдовательные многоугольники равновѣсія узломъ, мы можемъ устранить значительное число повтореній.

Такъ, напр. для купола (фиг. 5) придется, въ первомъ кольцѣ его, повторить два раза только одну силу—напряженіе бруска 1,5. Такое повтореніе придется сдѣлать и для другихъ колець купола, а именно для второго кольца придется два раза откладывать напряженіе бруска 6,10.

Въ другихъ случаяхъ, напр. для шпица (фиг. 4) встрѣтится большее число повтореній.

Конечно, всѣ подобныя задачи могли бы быть рѣшены и прежними способами. Но при этомъ потребовались бы болѣе продолжительныя построенія. Интересно было бы на нѣсколькихъ частныхъ случаяхъ выяснить, какъ великъ будетъ выигрышъ времени при примѣненіи метода Майора.

Кромѣ изложеннаго выше способа расчета, профессоръ Майоръ даетъ еще нѣсколько другихъ, для изученія которыхъ отсылаемъ къ его сочиненію.

## ХV. Оптическое изучение упругихъ деформаций<sup>1)</sup>.

Оптика приноситъ значительную пользу какъ при изученіи внѣшнихъ деформаций тѣлъ, т. е. при изслѣдованіи измѣненія формы и размѣровъ внѣшней поверхности тѣла, такъ и при изученіи внутреннихъ деформаций, внутреннихъ напряженій упругихъ тѣлъ. Здѣсь мы будемъ говорить только о внутреннихъ деформацияхъ и напряженіяхъ. При помощи оптическихъ методовъ можно провѣрить выводы теоріи упругости; такія провѣрки уже сдѣланы для нѣсколькихъ случаевъ, при чемъ оказалось очень хорошее согласіе теоріи съ опытами. Въ результатѣ должно получиться усиленіе довѣрія къ теоретическимъ выводамъ въ области упругихъ явленій. Затѣмъ, оптическая метода можетъ дать экспериментальное рѣшеніе, т. е. опредѣлить распределеніе напряженій для такихъ важныхъ практическихъ случаевъ, которые не поддаются теоретическому рѣшенію вслѣдствіе своей сложности. И для новыхъ теоретическихъ изслѣдованій оптической методъ можетъ оказать услуги; онъ укажетъ, хотя приблизительно, видъ искомага рѣшенія, характерныя черты его; т. е. дастъ то, что наиболѣе важно и наиболѣе трудно при теоретическомъ рѣшеніи вопросовъ, приводящихся къ интегрированію дифференціальныхъ уравненій. Имѣя такія указанія на форму рѣшенія, уже будетъ сравнительно легко провѣрить—вполнѣ ли правильно это рѣшеніе, и если нужно, то ввести въ него поправки и дополненія. Вообще теорія упругости и ученіе о сопротивленіи матеріаловъ должны внимательно прислушиваться къ внушеніямъ, совѣтамъ, которые даетъ оптическая метода<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> «Вѣстникъ Общества Технологовъ» 1913 г.

<sup>1)</sup> На конгрессѣ по испытанію матеріаловъ, бывшемъ въ Нью-Йоркѣ въ этомъ году, профессоръ Менаже указалъ одинъ недавній случай, когда возбудились сомнѣнія относительно правильности расчета арочнаго моста съ закрѣпленными концами. Эти сомнѣнія задержали исполненіе проекта. Тогда произведена была повѣрка результатовъ расчета помощью оптической методы; послѣдняя подтвердила выводы теоретическаго расчета, и этимъ были устранены всѣ сомнѣнія относительно проекта. См. докладъ Менаже: XXVIII 5 въ Communications de l'association intern. pour l'essai des materiaux. Vol. II. no 11. На томъ же конгрессѣ профессоръ Кокеръ сообщилъ, что онъ изслѣдовалъ оптическимъ путемъ распределеніе напряженій при растяженіи тѣлъ, имѣющихъ такую

Основанія оптической методы изученія внутренних напряженій въ твердомъ тѣлѣ.

Этотъ приѣмъ изслѣдованія зародился почти сто лѣтъ тому назадъ. Началомъ его нужно считать работу Давида Брустера, который открылъ (1815 г.), что сжатое стекло показываетъ явленія хроматической поляризаціи, аналогичныя тѣмъ, которыя незадолго до того (1811 г.) Араго нашелъ въ кристаллахъ, владѣющихъ свойствомъ двойного преломленія. Брустеръ правильно заключилъ изъ этой аналогіи, что стекло отъ сжатія (или растяженія, вообще отъ деформаціи) дѣлается двояколучепреломляющимъ.

Затѣмъ за этотъ вопросъ взялся Френель (1822); такъ какъ онъ вообще любилъ прямые опыты, то не ограничился явленіями хроматической поляризаціи, которыя косвенно указываютъ на существованіе двойного преломленія; онъ захотѣлъ получить прямо и непосредственно



Фиг. 1.

раздвоеніе луча свѣта на два луча. Для этого Френель устроилъ свой извѣстный приборъ (фиг. 1), состоявшій изъ четырехъ сжатыхъ призмъ *A* (онѣ сжимаются силами перпендикулярными къ длинѣ призмъ,

т. е. перпендикулярными къ плоскости чертежа). Между ними поставлены призмы *B*, а по концамъ — призмы *C*; тѣ и другія короче призмъ *A* и не подвергаются сжатію.

Роль призмъ *B* и *C* второстепенная; онѣ должны ахроматизировать и уничтожить отклоненіе луча свѣта отъ его первоначальнаго направленія; лучъ, пройдя черезъ всѣ 9 призмъ, выходитъ параллельно своему начальному направленію. Смотри черезъ этотъ приборъ на отдаленную щель, Френель получилъ двойное изображеніе ея.

Этими опытами была установлена связь между деформаціей и двойнымъ лучепреломленіемъ прозрачныхъ тѣлъ. Оказалось, что тѣла изотропныя, напр., стекло, дѣлаются отъ деформаціи двояко-преломляющими; что интенсивность двоякаго преломленія тѣмъ больше, чѣмъ сильнѣе деформація; что деформаціи противоположнаго знака (растяженія и сжатія) вызываютъ двоякое преломленіе противоположнаго характера; напр., если сжатіе сообщаетъ стеклу свойства отрицательнаго кристалла (напр., известковый шпатъ), то растяженіе вызоветъ двоякое преломленіе такого характера, какъ въ положительныхъ кристаллахъ (напр., кварцъ). Такимъ образомъ, изученіе оптическихъ явленій въ деформированномъ тѣлѣ даетъ указанія на происходящія

форму, какая принята для пробы цемента (т. наз. восьмерка). Оказалось, что растягивающая сила распредѣляется вовсе не равномерно по площади поперечнаго сѣченія растягиваемаго образца. Напряженіе въ серединѣ его значительно меньше, чѣмъ у краевъ. Отношеніе наибольшаго напряженія къ среднему (т. е. тому, которое получается въ случаѣ равномернаго распредѣленія по всей площади) оказалось отъ 1,7 до 1,95. См. Engineering. 13 дек. 1912 г.

внутри тѣла деформаци, на ихъ величины, ихъ направленія, ихъ знакъ. Получилась цѣнная метода изслѣдованія.

Иногда высказывалось сомнѣніе: возможно ли выводы, сдѣланные изъ опытовъ надъ стекломъ и другими прозрачными тѣлами, примѣнять къ тѣмъ матеріаламъ, которые мы употребляемъ въ технику, — къ желѣзу и стали? Не будетъ ли это неправильно, въ виду рѣзкаго отличія свойствъ прозрачныхъ тѣлъ, отъ свойствъ прочныхъ металловъ?

По этому поводу замѣтимъ, что здѣсь важно сходство или различіе упругихъ свойствъ тѣлъ; различіе всѣхъ прочихъ свойствъ не имѣетъ значенія. Обращаясь къ упругимъ свойствамъ, укажемъ, что особое значеніе имѣетъ изотропія; можно получить стекло вполне изотропное, уничтоживши помощью нагрѣванія и продолжительнаго охлажденія ту закалку, которая получается вслѣдствіе быстрого охлажденія стеклянныхъ предметовъ при ихъ изготовленіи. Итакъ, наблюденія надъ стекломъ дадутъ указанія на упругія свойства изотропныхъ тѣлъ.

Затѣмъ нужно обратить вниманіе на степень совершенства упругости въ разныхъ матеріалахъ, на отступленія ихъ свойствъ отъ полной, идеальной упругости. Одно изъ такихъ отступленій представляетъ упругое послѣдѣйствіе; оно имѣется въ стеклѣ, но не очень значительное <sup>1)</sup>; подобное же отступленіе встрѣчается и въ металлахъ.

Другое, связанное съ предыдущимъ, отступленіе отъ идеальной упругости представляетъ упругій гистерезисъ. Мѣрой такого отступленія служитъ размѣръ петли гистерезиса.

Опыты проф. Кокера для цикловъ въ предѣлахъ 1000—9000 англ. фунт. на квад. дюймъ (70—630 кил. на кв. см.) показали, что желѣзо, сталь и стекло <sup>2)</sup> въ этихъ предѣлахъ всѣ три показываютъ совершенную упругость, т. е. пропорціональность между силами и удлиненіями, и полное отсутствіе петли гистерезиса. Слѣдовательно и въ этомъ отношеніи нѣтъ принципиальнаго различія между стекломъ и сталью.

Другой прозрачный матеріалъ, примѣняемый при оптическомъ изученіи упругихъ явленій, — ксилонитъ — даетъ небольшую петлю гистерезиса. Но подобная же петля получается иногда и у металловъ (напр., у чугуна, а при значительныхъ напряженіяхъ и у стали), т. е. и въ этомъ отношеніи нѣтъ рѣзкой разницы между металлами и ксилонитомъ <sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Какъ извѣстно, кварцъ представляетъ тѣло, въ которомъ, можно считать, нѣтъ упругаго послѣдѣйствія.

<sup>2)</sup> Желѣзо и сталь при растяженіи, а стекло при сжатіи.

<sup>3)</sup> Замѣтно больше петля гистерезиса у каучука, который слѣдовательно менѣе годенъ, чѣмъ стекло и ксилонитъ, для изученія явленій въ металлахъ.

Что касается коэффициентов, определяющих упругія свойства матеріаловъ, то для изотропныхъ тѣлъ имѣемъ двѣ физическія постоянныя: 1) модуль упругости  $E$  и 2) Пуассоново отношеніе  $\eta$ . Численная величина  $E$  для стекла <sup>1)</sup> меньше, чѣмъ для желѣза и стали, но подходит къ значеніямъ  $E$  для чугуна, для нѣкоторыхъ мѣдныхъ сплавовъ, для алюминія; для стекла  $E$  значительно больше, чѣмъ для магнія.

Пуассоново отношеніе имѣетъ для разныхъ сортовъ стекла разнообразныя величины <sup>2)</sup>, между ними встрѣчаются и тождественныя съ тѣми, которыя опытъ даетъ для желѣза и стали (т. е. около  $1/3$ ).

Итакъ, оказывается, что вообще всѣ упругія свойства стекла не представляютъ чего-либо необычнаго, рѣзко отличающагося отъ свойствъ металловъ, и потому можно съ увѣренностью основываться на общихъ результатахъ, полученныхъ для стекла, и примѣнять ихъ къ металламъ.

Разнообразіе величинъ  $E$  и въ особенности величинъ Пуассонова отношенія для разныхъ матеріаловъ въ прежнее время вызывало общее сомнѣніе: можно ли примѣнять результаты опытовъ, сдѣланныхъ съ однимъ матеріаломъ, къ упругимъ явленіямъ, происходящимъ въ другомъ матеріалѣ? Теперь это сомнѣніе въ значительной степени разъясняется теоремой Мориса Леви. Она относится не ко всѣмъ упругимъ явленіямъ, а только къ такъ называемой плоской задачѣ, или, иначе говоря, къ случаю двухъ измѣреній, когда по направленію третьяго измѣренія тѣла не происходитъ никакихъ перемѣнъ въ упругихъ явленіяхъ. Леви доказалъ, что въ случаѣ плоской задачи (если притомъ имѣемъ дѣло съ односвязной фигурой) коэффициенты  $E$ ,  $\eta$  изотропнаго тѣла совершенно исключаются изъ рѣшенія, дающаго распредѣленіе упругихъ силъ внутри тѣла. А во всѣхъ приложеніяхъ оптической методы мы имѣемъ дѣло только съ плоской задачей.

Такимъ образомъ, теорема М. Леви устраняетъ вышеуказанныя сомнѣнія о правильности примѣненія ко всевозможнымъ упругимъ тѣламъ тѣхъ выводовъ, которые получены для нѣкотораго опредѣленнаго матеріала.

Эта теорема сильно споспѣшествовала примѣненію оптической методы, оживила этотъ вопросъ и побудила многихъ современныхъ ученыхъ взяться за эту методу, которая была почти оставлена со времени замѣчательныхъ работъ Вертгейма и Клеркъ Максвелля. Изъ числа новыхъ работъ укажемъ на работы Менажé, Кокера, Филона, Гёнигсберга. Лабораторіи, посвященныя изученію сопроти-

<sup>1)</sup> Отъ 470.000 до 800.000 кил. на кв. сант. См. статью Винкельмана въ *Wiedemann's Annalen*. Bd. 51 (1894 г.) и Bd. 61).

<sup>2)</sup> Отъ 0,197 до 0,319 по опытамъ Штраубеля надъ 29 сортами іенскаго стекла. См. работу *Straubel* въ *Wiedemann's Annalen*. Bd. 68. S. 369 (1899 г.).

вления матеріаловъ, теперь пріобрѣтають приборы для оптическаго изученія упругихъ явленій и дѣятельно занимаются этимъ вопросомъ.

Двойное лучепреломленіе. Вслѣдствіе сложности и разнообразія явленій, вызываемыхъ двойнымъ лучепреломленіемъ, явленія эти трудно описать, не пользуясь какой-либо гипотезой или теоріей свѣта, не взявши изъ этой теоріи многія понятія и выводы ея. При описаніи приходится говорить о свѣтовыхъ колебаніяхъ, ихъ сложеніи и разложеніи, о направленіи этихъ колебаній и т. д. Все это необходимо для описанія изученныхъ явленій, и мы постоянно будемъ пользоваться этими понятіями, не входя въ разсмотрѣніе вопроса о сущности свѣта, о свойствахъ среды, въ которой происходятъ свѣтовые колебанія, не затрагивая электромагнитную теорію свѣта и не касаясь колебанія электроновъ. Однимъ словомъ, мы не будемъ выходить изъ области чистаго описанія явленій; только при этомъ будемъ пользоваться терминами теоріи свѣта, какъ условнымъ языкомъ.

Какъ извѣстно, такое описаніе всего сложнаго комплекса свѣтовыхъ явленій дѣлается удобнѣе всего при помощи модели, данной Френелемъ въ одной изъ раннихъ его работъ<sup>1)</sup>, а именно, при помощи такъ называемаго эллипсоида показателей преломленія, эллипсоида индексовъ, къ которому мы и обратимся.

Въ изотропныхъ тѣлахъ свѣтъ распространяется по всѣмъ направленіямъ съ одинаковою скоростью. Если же тѣло не изотропно, какъ, напр., кристаллы всѣхъ системъ, кромѣ правильной<sup>2)</sup>, то получается нѣкоторая векторіальность, неодинаковость показателей преломленія, неодинаковость скоростей распространенія свѣта по разнымъ направленіямъ. Вполнѣ изотропное стекло отъ сжатія или растяженія, вообще отъ деформации, дѣлается неизотропнымъ, и по отношенію къ распространенію свѣта будетъ аналогично кристаллу.

Модель Френеля, о которой мы говоримъ, т. е. эллипсоидъ индексовъ или эллипсоидъ поляризации состоитъ въ слѣдующемъ:

Въ каждомъ прозрачномъ тѣлѣ существуютъ три главныя взаимно перпендикулярныя направленія  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , и соотвѣтственно имъ три главныя скорости свѣта  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Вообразимъ въ тѣлѣ эллипсоидъ,

<sup>1)</sup> См. мемуары, помѣщенные въ полномъ собраніи сочиненій Френеля подъ №№ 38 и 39 (во II-омъ томѣ). Они были представлены Академіи Наукъ въ 1821 году, но напечатаны лишь послѣ смерти Френеля въ полномъ собраніи его трудовъ.

<sup>2)</sup> Съ точки зрѣнія теоріи упругости кристаллы правильной системы не изотропны; они представляютъ болѣе сложное строеніе, чѣмъ изотропныя тѣла. Это строеніе для кристалловъ правильной системы изображается тремя коэффициентами упругости, а не двумя, какъ для изотропныхъ тѣлъ. Но въ области свѣтовыхъ явленій не оказывается никакой разницы между кристаллами правильной системы и изотропными тѣлами.

оси котораго идутъ по  $X, Y, Z$ , а величины этихъ осей представляютъ обратныя тремъ главнымъ скоростямъ  $a, b, c$ , <sup>1)</sup> или, что все равно, эти оси равны тремъ главнымъ коэффициентамъ преломленія  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ . Этотъ эллипсоидъ дастъ намъ картину движенія плоскихъ волнъ въ тѣлѣ.

Проведемъ любое сѣченіе черезъ центръ этого эллипсоида и зададимъ себѣ вопросъ о движеніи плоской волны прямолинейно поляризованнаго свѣта параллельной этому сѣченію. Отвѣтъ на такой вопросъ будетъ слѣдующій: если проведенное сѣченіе имѣетъ форму эллипса, то волна разложится на двѣ волны, распространяющіяся съ разными скоростями, т. е. будетъ двойное лучепреломленіе. Оси указаннаго эллипса будутъ представлять:

$$\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}.$$

а) своими направленіями—направленія тѣхъ колебаній, которыя распространяются этими волнами.

б) своими длинами—величины обратныя скоростямъ соответствующихъ волнъ.

Для свѣта каждой различной длины волны имѣется свой особый эллипсоидъ индексовъ, т. е. свои особыя величины  $a, b, c$ .

Если же сѣченіе эллипсоида, параллельное плоской волнѣ, есть кругъ, то такая волна не разложится на двѣ, и не получится двойного преломленія.

Въ общемъ случаѣ, когда у эллипсоида индексовъ всѣ три оси не равны между собою, такой эллипсоидъ имѣетъ два круговыхъ сѣченія; слѣдовательно, будутъ два направленія плоскихъ волнъ, проходящихъ черезъ тѣло безъ разложенія на двѣ волны; т. е. будутъ два направленія, по которымъ лучъ свѣта идетъ не разлагаясь на два луча. Такой кристаллъ будетъ двуосный, имѣющій двѣ оптическія оси (напр., топазъ).

Въ частномъ случаѣ, когда имѣемъ эллипсоидъ вращенія, у него есть только одно круговое сѣченіе; это сѣченіе перпендикулярное къ оси вращенія. слѣдовательно будетъ только одно направленіе луча, проходящаго черезъ тѣло безъ разложенія на два, а именно, направленіе оси вращенія эллипсоида. Это будетъ кристаллъ съ одной оптической осью (напр., известковый шпатъ).

Явленія движенія свѣта въ деформированномъ стеклѣ или въ другомъ прозрачномъ тѣлѣ, которое до деформациі было изотропно, получатся, если мы сдѣлаемъ слѣдующую основную гипотезу:

и здѣсь эти явленія описываются эллипсоидомъ индексовъ.

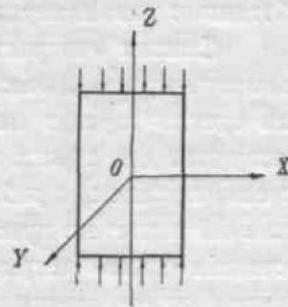
<sup>1)</sup> Скорость свѣта въ пустотѣ принята за единицу.

Притомъ оси этого эллипсоида индексовъ совпадаютъ съ осями того эллипсоида деформаций, который разсматривается въ теоріи упругости. А, какъ извѣстно, эллипсоидъ деформации есть тотъ эллипсоидъ, въ который при деформации превращается шаръ, вообразенный въ тѣлѣ до измѣненія его формы. Оси эллипсоида деформаций называются направленіями главныхъ удлинений въ тѣлѣ; въ изотропномъ тѣлѣ эти направленія главныхъ удлинений совпадаютъ съ направленіями главныхъ упругихъ силъ.

И здѣсь могутъ быть два случая оптическихъ явленій: а) эллипсоидъ индексовъ имѣетъ три неравныя оси; тогда стекло покажетъ явленія, аналогичныя оптически двоуснымъ кристалламъ, б) эллипсоидъ индексовъ окажется эллипсоидомъ вращенія; тогда стекло будетъ вести себя въ отношеніи къ свѣту, какъ оптически одноосный кристаллъ.

Вообразимъ, для примѣра, пластинку стекла, сжатую силами по направленію оси  $Z$  (фиг. 2). Очевидно, здѣсь не представляется никакой разницы между осями  $X$  и  $Y$ ; слѣдовательно, эллипсоидъ индексовъ долженъ быть эллипсоидомъ вращенія около оси  $Z$ . Эта пластинка будетъ вести себя, какъ одноосный кристаллъ, оптическая ось котораго есть  $Z$ .

Но если стеклянная пластинка, кромѣ силъ идущихъ по оси  $Z$ , будетъ сжата еще силами идущими по  $X$ , то эллипсоидъ индексовъ получится трехосный, и пластинка будетъ вести себя, какъ кристаллъ, имѣющій двѣ оптическія оси.



Фиг. 2.

Указанная гипотеза свела свѣтовыея явленія въ деформированномъ стеклѣ къ извѣстнымъ и изученнымъ уже явленіямъ двойного лучепреломленія въ кристаллахъ. Остается только воспользоваться тѣмъ, что было найдено для кристалловъ.

Хроматическая поляризація. Извѣстно, что этотъ родъ свѣтовыхъ явленій былъ найденъ Араго случайно. Араго смотрѣлъ сквозь призму исландскаго шпата на тонкую кристаллическую пластинку слюды, и когда направилъ этотъ приборъ на фонъ голубого неба, то пластинка слюды показала красивое цвѣтное окрашиваніе. Это окрашиваніе исчезло, если фономъ служили облака. Разница явленій происходила оттого, что свѣтъ голубого неба поляризованъ, а свѣтъ облаковъ былъ неполяризованъ. Итакъ, явленіе хроматической поляризаціи получается, когда кристаллическая пластинка помѣщается между поляризаторомъ (небомъ) и анализаторомъ (призмой шпата).

Явленія хроматической поляризаціи, послѣ открытія ихъ Араго, были изслѣдованы съ большою подробностью и послужили средствомъ для изученія кристалловъ, опредѣленія ихъ оптическихъ осей и т. д.

Всѣ эти приемы изученія кристалловъ, почти безъ всякихъ измѣненій, были примѣнены и для изученія упругихъ деформаций въ стеклѣ. Для этой послѣдней цѣли часто примѣнялся поляризаціонный микроскопъ, т. е. основной приборъ, которымъ пользуются минералоги при изученіи кристалловъ и разысканіи ихъ оптическихъ осей. Современные приборы для оптическаго изслѣдованія деформаций строятся по типу поляризаціонныхъ микроскоповъ, съ увеличеніемъ размѣровъ и съ усиленіемъ освѣщенія. Давно уже Senarmont примѣнилъ пластинки слюды въ  $\frac{1}{4}$  волны для изученія явленій въ кристаллахъ. Такія пластинки теперь примѣнены и для оптическаго изученія деформаций. Компенсаторы употреблялись въ минералогіи, и отсюда примѣненіе ихъ распространилось и на упругія явленія. Минералоги рассматриваютъ кристаллическія пластинки иногда въ прямолинейно поляризованномъ свѣтѣ, а иногда въ круговомъ поляризованномъ свѣтѣ. Оба эти вида поляризованнаго свѣта примѣняются и при изученіи деформаций. Однимъ словомъ, для изученія упругихъ явленій примѣнили всѣ приемы, выработанные для минералогическихъ и петрографическихъ цѣлей <sup>1)</sup>.

Сжатая или растянутая пластинка стекла представляетъ полный аналогъ кристаллической пластинки. Но явленія двойного преломленія въ стеклѣ гораздо менѣе интенсивны, чѣмъ въ кристаллахъ. Чтобы получить для стекла видимое на глазъ раздвоеніе изображенія, Френелю пришлось прибѣгнуть къ героическому средству, и все-таки указанный выше его приборъ, состоящій изъ девяти призмъ, даже на разстояніи одного метра производилъ раздвоеніе луча всего на величину около одного миллиметра.

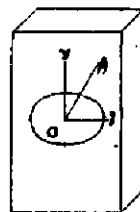
Гипсовые пластинки толщиной въ нѣсколько десятыхъ миллиметра даютъ уже очень яркія явленія хроматической поляризаціи. А для полученія въ стеклѣ явленій такой же интенсивности требуется сильно сжатая пластинка толщиной около 5 мм. Чтобы получить разность хода двухъ лучей въ четверть волны желтаго цвѣта, требуется гипсовая пластинка около 0,01 мм. толщины или слюдяная въ 0,032 мм. А для стекла такая же разность хода получится при толщинѣ его въ

<sup>1)</sup> За исключеніемъ одного приема, а именно: изучая деформации, всегда рассматриваютъ объекты въ параллельномъ свѣтѣ и никогда не примѣняютъ сходящагося свѣта. Но и для цѣлей петрографіи рассматриваніе въ сходящемся свѣтѣ имѣетъ мало значенія; такой приемъ годится въ случаѣ, когда все поле зрѣнія заполнено однороднымъ веществомъ; между тѣмъ шлифы, съ которыми приходится имѣть дѣло въ петрографическихъ изслѣдованіяхъ, обыкновенно не однородны, а состоятъ изъ большаго числа различныхъ мелкихъ кристалловъ; поэтому преимущественное значеніе получаетъ рассматриваніе объектовъ въ параллельномъ свѣтѣ. См. Курсъ Кристаллографіи проф. Федорова, стр. 372.

При изученіи деформаций, однородное поле зрѣнія получится только для случаевъ однородной деформации, которые мало интересны. Для насъ важны только случаи неоднородной деформации; вотъ почему намъ и не приходится прибѣгать къ примѣненію сходящагося свѣта.

5 мм. и нагрузкѣ на него въ 75—150 кил. на квад. сант., смотря по сорту стекла.

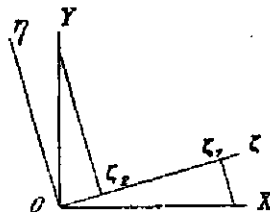
Подробности относительно хроматической поляризаціи въ кристаллахъ. Возьмемъ тонкую пластинку, вырѣзанную изъ двояко преломляющаго кристалла, помѣстимъ ее между двумя николями — поляризаторомъ и анализаторомъ, и будемъ разсматривать ее въ параллельномъ свѣтѣ. Пусть  $OX$ ,  $OY$  (фиг. 3) изображаютъ оси эллипса, по которому эта пластинка пересѣкается со своимъ эллипсоидомъ индексовъ. Направленія этихъ осей будемъ называть главными направленіями этой пластинки. Свѣтъ, поляризованный первымъ николемъ, падаетъ на пластинку перпендикулярно къ ней: онъ поляризованъ прямолинейно, и пусть направленіе колебаній падающаго свѣта есть  $OA$ .



Фиг. 3.

Если  $OA$  не совпадаетъ ни съ  $OX$ , ни съ  $OY$ , то падающій лучъ разложится на два прямолинейно поляризованныхъ луча, колебанія въ которыхъ будутъ идти по  $OX$  и  $OY$ . Эти лучи пройдутъ черезъ толщю пластинки съ разными скоростями, а потому, по выходѣ изъ нея, будутъ имѣть нѣкоторую разность фазъ, т. е. совокупность ихъ представитъ лучъ поляризованный эллиптически.

Далѣе свѣтъ падаетъ на николь-анализаторъ, который, какъ всякій николь, пропускаетъ только колебанія, имѣющія опредѣленное направленіе, напр.  $O\xi$  (фиг. 4), и тушитъ колебанія перпендикулярныя къ этому направленію, т. е. колебанія по  $O\eta$ . Поэтому дѣйствіе анализатора будетъ состоятъ въ слѣдующемъ: выходящія изъ кристаллической пластинки колебанія по  $OX$  и  $OY$  не пройдутъ полностью черезъ николь-анализаторъ, а будутъ пропущены только ихъ слагающія по  $O\xi$ , т. е.  $O\xi_1$  и  $O\xi_2$ .



Фиг. 4.

Эти два колебанія параллельны одной и той же прямой, поэтому способны интерферировать. Слѣдовательно анализаторъ дастъ намъ явленія такой интерференціи.

Таковъ окончательный результатъ всего прохожденія свѣта черезъ приборъ, состоящій изъ николя-поляризатора, кристаллической двояко-преломляющей пластинки и николя-анализатора.

Указанная интерференція двухъ лучей колеблющихся по  $O\xi$  называется тѣмъ, что одинъ изъ лучей колеблющихся по  $OX$ ,  $OY$  запаздываетъ относительно другого, такъ какъ эти два луча движутся сквозь кристаллическую пластинку съ разными скоростями  $V_1$  и  $V_2$ ; величина запаздыванія пропорціональна разности скоростей  $(V_1 - V_2)$  и толщинѣ пластинки  $\delta$ , т. е. измѣряется произведеніемъ  $(V_1 - V_2)\delta$ . Это явленіе аналогично явленію Ньютоновыхъ колець, гдѣ происходитъ интерференція двухъ лучей, пути которыхъ различаются на

двойную толщину тонкаго слоя воздуха, отчего получается запаздываніе, измѣряемое этой двойной толщиной.

Оба эти явленія—Ньютоны кольца и хроматическая поляризація—будутъ не только аналогичны, но даже тождественны, если и для хроматической поляризаціи можно будетъ принять, также какъ для Ньютоновыхъ колець,—что запаздываніе по длинѣ луча не зависитъ отъ длины волны свѣта, что оно одинаково для всѣхъ цвѣтовъ<sup>1)</sup>. Тогда оба эти явленія приведутъ къ одинаковымъ цвѣтнымъ картинамъ, т. е. цвѣта, ихъ оттѣнки и послѣдовательность при хроматической поляризаціи будутъ тождественны съ цвѣтами Ньютоновыхъ колець. Для разъясненія этого вопроса неоднократно производились изслѣдованія, всегда приводившія къ одному и тому же результату, а именно: приблизительно можно считать тождественными цвѣта при хроматической поляризаціи и при Ньютоновомъ явленіи.

Допуская это тождество, мы можемъ для хроматической поляризаціи пользоваться таблицами, дающими послѣдовательность цвѣтовъ Ньютоновыхъ колець. И обратно—таблицу послѣдовательности Ньютоновыхъ колець можно составлять на основаніи явленій хроматической поляризаціи. Такъ, напр., приводимая ниже таблица Rollet'a составлена на основаніи опытовъ съ кристаллическими гипсовыми пластинками.

Ньютоны кольца представляютъ явленіе всѣмъ знакомое, и потому указанная аналогія достаточно ясно описываетъ то цвѣтное явленіе, которое называется хроматической поляризаціей. Таблицы послѣдовательности цвѣтовъ Ньютоновыхъ колець, составленныя разными изслѣдователями, не вполне согласуются между собою; нѣкоторые оттѣнки цвѣтовъ не всегда называются одними и тѣми же именами, но въ общемъ между таблицами, составленными разными наблюдателями, особаго разногласія нѣтъ.

Прежде всего приводимъ таблицу (шкалу) самого Ньютона для случая отраженнаго свѣта; при проходящемъ свѣтѣ получатся цвѣта дополнительныя къ тѣмъ, которыя помѣщены въ этой таблицѣ. Ньютонъ раздѣлилъ послѣдовательность цвѣтовъ на отдѣльныя радуги или порядки, при чемъ каждая радуга оканчивается краснымъ цвѣтомъ. Эти порядки отмѣчены въ таблицѣ.

<sup>1)</sup> Конечно, если запаздываніе, считаемое по длинѣ луча, т. е. линейное запаздываніе, одинаково для всѣхъ цвѣтовъ, то запаздываніе фазы, будетъ не одно и то же, а обратно пропорціонально длинамъ волнъ разныхъ цвѣтовъ. Если назовемъ черезъ  $n_1$  и  $n_2$  число волнъ или долей волны, заключающихся въ этомъ линейномъ запаздываніи  $\Delta$ , а длины волнъ черезъ  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , то будетъ:

$$\Delta = n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2,$$

т. е.

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

### Шкала Ньютона <sup>1)</sup> для случая отраженного свѣта.

1-ый порядокъ.

Совершенно черный, черный, черноватый, голубой, бѣлый, желтый, оранжевый, красный.

2-ой порядокъ.

Фиолетовый, индиго, голубой, зеленый, желтый, оранжевый, свѣтло-красный, ярко-красный (Scharlach).

3-ий порядокъ.

Пурпуровый, индиго, голубой, зеленый, желтый, красный, голубовато-красный.

4-ый порядокъ.

Голубовато-зеленый, зеленый, желтовато-зеленый, красный.

5-ый порядокъ. Зеленовато-голубой, красный.

6-ой порядокъ. Зеленовато-голубой, красный.

7-ой порядокъ. Зеленовато-голубой, красновато-бѣлый.

Соотвѣтственныя толщины воздуха даны Ньютономъ для каждаго изъ цвѣтовъ таблицы въ миллионныхъ доляхъ дюйма. Эти величины составляютъ:

Для 1-го порядка отъ  $\frac{1}{2}$  до 9

» 2-го » » 9 »  $19\frac{2}{3}$

» 3-го » » »  $23\frac{2}{3}$

» 7-го » » 71 » 79 (ок. 0,002 мм.).

Затѣмъ приведемъ составленную въ 1878 г.

### Таблицу Роллета <sup>2)</sup>

(тоже для случая отраженного свѣта).

1 порядокъ.

Черный, темно-лавандово-сѣрый <sup>3)</sup>, свѣтло-лавандово-сѣрый, очень свѣтло-лавандово-сѣрый, зеленовато-бѣлый, соломенно-желтый, коричнево-желтый, оранжевый, красный.

2 порядокъ.

Пурпуровый, фиолетовый, индиго, небесно-голубой, очень свѣтлый голубовато-зеленый, свѣтло-зеленый, желто-зеленый, желтый, оранжевый, красный.

<sup>1)</sup> См. нѣмецкій переводъ Оптики Ньютона (Ostwald's Klassiker № 97) II. Buch, S. 29.

<sup>2)</sup> Изъ оптики Луммера (Pouillet—Müller's Physik. Издание 1897 Bd. III, S. 1061).

<sup>3)</sup> Цвѣты растенія *Lavandula spicata*—фиолетовые.

3 порядокъ.

Пурпуровый, фиолетовый, голубой, зеленый цвѣта морской воды, зеленый, свѣтло желто-зеленый (Fahler Gelb), красный.

4 порядокъ.

Пурпуровый, тускло-пурпуровый (Mattpurpur), сѣровато-голубой, зеленый цвѣта морской воды, зеленый, сѣро-зеленый, красный, тускло-красный (Mattroth).

5 порядокъ.

Голубовато-зеленый, мясо-красный.

Толщины гипсовыхъ пластинокъ, отвѣчающихъ:

1-му порядку, составляютъ отъ	0	до	0,052	мм.
2-му »	»	»	0,052	» 0,105 »
3-му »	»	»	0,105	» 10,56 »

Какъ видно изъ этихъ таблицъ, въ разныхъ порядкахъ встрѣчаются одинаковыя названія цвѣтовъ, напр., пурпуровый, красный, зеленый; но оттѣнки цвѣтовъ и послѣдовательность ихъ неодинаковы въ отдѣльныхъ порядкахъ. Напримѣръ, голубой цвѣтъ во второмъ порядкѣ стоитъ у Роллета между индиго и очень свѣтло голубовато-зеленымъ, а голубой въ третьемъ порядкѣ окруженъ съ одной стороны фиолетовымъ, а съ другой зеленымъ оттѣнка морской воды. Наблюдая послѣдовательность цвѣтовъ, мы можемъ во многихъ случаяхъ узнать, съ какимъ изъ порядковъ имѣемъ дѣло.

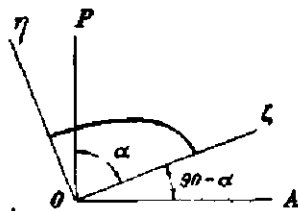
Замѣтимъ, что всѣ цвѣта, приведенные въ таблицахъ, представляютъ не чистые спектральные цвѣта, а смѣси нѣсколькихъ спектральныхъ цвѣтовъ.

Наиболѣе ярки цвѣта 2-го и 3-го порядковъ.

Поворачиваніе николей. Обыкновенно при изслѣдованіи тонкихъ кристаллическихъ пластинокъ примѣняются слѣдующія два расположенія николей поляризатора и анализатора: а) Главныя сѣченія этихъ двухъ николей (опредѣляющія направленіе колебаній свѣта, пропускаемаго николемъ) параллельны между собою. б) Главныя сѣченія этихъ николей взаимно перпендикулярны.

Возьмемъ второе изъ этихъ расположеній.

Пусть  $OP$  и  $OA$  (фиг. 5) означаютъ направленіе колебаній, пропускаемыхъ николемъ поляризаторомъ ( $OP$ ) и николемъ анализаторомъ ( $OA$ ).  $O\xi$  и  $O\eta$ —изображаютъ оси эллипса индексовъ той кристаллической пластинки, которая поставлена между поляризаторомъ и анализаторомъ. (Эти оси эллипса называются главными направленіями пластинки). Тогда колебаніе  $OP$  разложится на два



Фиг. 5.

$$O\xi \text{ равно } OP \cdot \cos \alpha$$

$$O\eta \text{ » } OP \cdot \sin \alpha.$$

Пройдя через кристаллическую пластинку и получивъ нѣкоторую разность хода  $K$ , колебанія разложатся анализаторомъ и дадутъ слагающія:

$$O\xi \sin \alpha, - O\eta \cos \alpha.$$

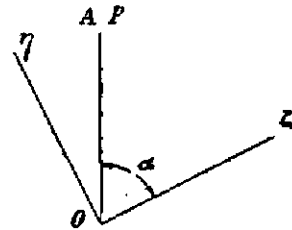
Вторая изъ этихъ слагающихъ имѣетъ знакъ противоположный первой слагающей, а такой знакъ указываетъ, что вторая слагающая отстаетъ отъ первой ровно на половину волны. Такая потеря полуволны прибавляется къ указанной потерѣ хода  $K$ . Явленіе это эквивалентно потерѣ полуволны, получающейся при Ньютоновыхъ кольцахъ, когда они образуются въ отраженномъ свѣтѣ въ воздухѣ между двумя стеклами. Слѣдовательно, хроматическія явленія въ кристаллической пластинкѣ, когда мы ее рассматриваемъ между перекрещенными николями, отвѣчаютъ Ньютоновымъ кольцамъ въ отраженномъ свѣтѣ.

Если же мы поставимъ николи такъ, что главныя сѣченія поляризатора  $OP$  и анализатора  $OA$  совпадаютъ (фиг. 6) между собою, то колебаніе  $OP$  разложится попержнему на два

$$\begin{aligned} O\xi & \text{ равно } OP \cdot \cos \alpha \\ O\eta & \text{ » } OP \cdot \sin \alpha, \end{aligned}$$

а дѣйствіе анализатора дастъ слагающія по  $OA$ :

$$O\xi \cdot \sin \alpha \text{ и } O\eta \cos \alpha.$$



Фиг. 6.

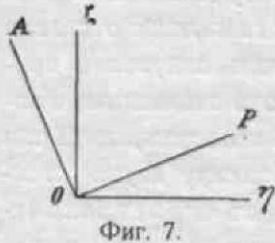
Здѣсь нѣтъ того знака минусъ, который вторая проекція получала въ предыдущемъ случаѣ. Итакъ, теперь не получается потери полуволны. Теперь явленіе получается аналогичное тому, которое даютъ Ньютоновы кольца, когда мы ихъ рассматриваемъ въ проходящемъ свѣтѣ. Цвѣта и оттѣнки колець теперь нужно искать въ тѣхъ таблицахъ, которыя изображаютъ Ньютоновы цвѣта для случая проходящаго свѣта. Мы не приводимъ этихъ таблицъ; цвѣта ихъ, при одинаковой толщинѣ слоя проходимаго воздуха, или при одинаковой толщинѣ кристаллической пластинки, будутъ дополнительные тѣмъ цвѣтамъ, которые указаны въ таблицахъ Ньютоновыхъ цвѣтовъ для случая отраженнаго свѣта.

Въ приложеніяхъ чаще примѣняютъ расположеніе николей на крестъ; при этомъ получаютъ Ньютоновы цвѣта болѣе яркіе и опредѣленные, чѣмъ при параллельномъ расположеніи николей <sup>1)</sup>.

Опредѣленіе главныхъ направленій кристаллической пла-

<sup>1)</sup> Впрочемъ, въ нѣкоторыхъ случаяхъ представляетъ удобство располагать николи параллельно. См. Федоровъ. Курсъ кристаллографіи, стр. 359.

стинки. Поставимъ николи такъ, что ихъ главныя сѣченія взаимно перпендикулярны, и удалимъ кристаллическую пластинку. Тогда колебанія  $OP$  (фиг. 7), вызванныя поляризаторомъ, вовсе не будутъ проходить черезъ анализаторъ, который пропускаетъ только колебанія, идущія по  $OA$ . Слѣдовательно мы получимъ при такомъ расположеніи



николей темноту, полное потуханіе свѣта. Вставивши между поляризаторомъ и анализаторомъ кристаллическую пластинку, съ главными направленіями  $O\xi$ ,  $O\eta$ , мы получимъ колебаніе  $O\xi$ ,  $O\eta$ ; слагающія ихъ, идущія по  $OA$ , пропускаются анализаторомъ, и свѣтъ частью возстановится. Такое частичное возстановленіе свѣта служитъ указателемъ, что мы имѣемъ дѣло съ двоякопреломляющей пластинкой. Интерференція двухъ колебаній, прошедшихъ черезъ анализаторъ, дастъ хроматическое явленіе.

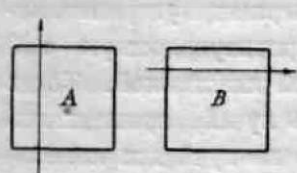
Будемъ теперь поворачивать кристаллическую пластинку около луча, какъ около оси; интенсивность хроматическаго явленія будетъ измѣняться, дѣлаться больше или меньше для разныхъ угловъ поворота, а при нѣкоторомъ опредѣленномъ поворотѣ свѣтъ совершенно потухнетъ. Это произойдетъ, когда  $O\eta$ ,  $O\xi$  совпадутъ съ  $OP$ ,  $OA$ . Дѣйствительно, вѣдь каждый николь пропускаетъ колебанія только одного направленія, опредѣляемаго главнымъ сѣченіемъ николя. Если  $O\xi$  совпадаетъ съ  $OP$ , то кристаллическая пластинка не будетъ разлагать свѣтъ на два луча съ перпендикулярнымъ направленіемъ колебаній, а дастъ только одинъ лучъ съ колебаніемъ, опредѣляемымъ направленіемъ  $OP$ ; но это направленіе перпендикулярно къ  $OA$ , и анализаторъ такія колебанія вовсе не пропускаетъ; слѣдовательно свѣтъ потухнетъ.

Такое потуханіе указываетъ на совпаденіе главныхъ направленій  $O\xi$ ,  $O\eta$  кристаллической пластинки съ осями  $OP$ ,  $OA$ ; слѣдовательно, это явленіе позволяетъ опредѣлить направленіе осей эллипса индексовъ изслѣдуемой кристаллической пластинки.

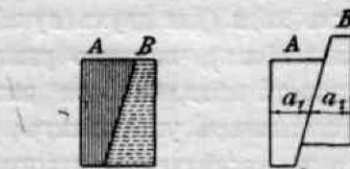
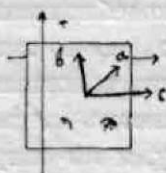
Компенсаторы. Чтобы знать вполнѣ тотъ лучъ, который прошелъ черезъ кристаллическую пластинку, нужно, кромѣ направленія осей эллипса индексовъ, знать еще величину, на которую отстаютъ одинъ отъ другого тѣ два (колеблющіеся по взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ) луча, совокупность которыхъ составляетъ прошедшій лучъ. Это можетъ быть сдѣлано помощью компенсатора. Чаще всего примѣняется компенсаторъ Бабине, измѣненный Жаменомъ. Напомнимъ въ короткихъ словахъ конструкцію этого прибора.

Представимъ себѣ двѣ пластинки  $A$  и  $B$ , вырѣзанныя изъ кварца (фиг. 8), параллельно его оптической оси (кварцъ — кристаллъ одноосный); направленія осей означены на фигурѣ стрѣлками. Наложимъ

одну пластинку на другую и будем пропускать через них, перпендикулярно къ плоскости чертежа, плоско поляризованный лучъ. Если  $Oa$  (фиг. 9) есть направление колебаній этого луча, то онъ раздѣлится



Фиг. 8.



Фиг. 9.

на два луча съ колебаніями по  $Ob$  и  $Oc$ . При прохожденіи свѣта черезъ пластинку  $A$  лучъ, имѣющій колебанія по  $Ob$ , т. е. параллельно къ оптической оси, будетъ отставать отъ луча, имѣющаго колебанія по  $Oc$ . Но когда лучъ перейдетъ на пластинку  $B$ , то колебанія  $Ob$  окажутся перпендикулярными оси кристалла, и лучъ, имѣющій такое направление колебаній, будетъ перегонять лучъ съ колебаніями  $Oc$ . Т. е. пластинки  $A$  и  $B$  производятъ противоположныя дѣйствія;  $A$  замедляетъ передачу колебаній  $Ob$  сравнительно съ  $Oc$ : пластинка  $B$ , обратно, вызываетъ то, что передача колебаній  $Ob$  перегоняетъ передачу колебаній  $Oc$ . Если бы обѣ пластинки были одинаковой толщины, т. е. если бы лучъ свѣта проходилъ по той и другой одинаковые пути, то дѣйствіе одной пластинки вполне компенсировалось бы дѣйствіемъ другой, и не получилось бы перевѣса во времени прохожденія ни того ни другого колебанія. Но пластинки клинчатая, какъ показано на чертежѣ фиг. 9; одна изъ нихъ  $B$ —неподвижна, а другая  $A$  можетъ быть передвигаема вверхъ или внизъ микрометреннымъ винтомъ. При перестановкѣ пластинки  $A$  путь, проходимый лучемъ свѣта по  $A$ , не равенъ пути прохожденія свѣта по  $B$ ; слѣдовательно, не произойдетъ полной компенсаціи замедленія и забѣганія по  $A$  и  $B$ ; т. е. получится нѣкоторое остаточное замедленіе или забѣганіе, зависящее отъ величины передвиганія  $A$  вверхъ или внизъ. Перемѣщеніе пластинки  $A$  указывается микрометреннымъ винтомъ.

Этотъ приборъ представляетъ собою масштабъ для измѣренія запаздыванія одного луча относительно другого. Такъ какъ наклонъ клина дѣлается незначительный, то очень небольшой величинѣ запаздыванія отвѣчаетъ замѣтное передвиженіе пластинки  $A$ , а потому это будетъ очень точный масштабъ.

Имъ пользуются для измѣренія величины запаздыванія въ лучѣ, прошедшемъ черезъ кристаллическую пластинку, слѣдующимъ образомъ: будемъ разсматривать свѣтъ черезъ анализаторъ; такъ какъ лучъ поляризованъ эллиптически, то, на какой бы уголъ мы ни поворачивали николь-анализаторъ, никогда мы не получимъ темноты, полного потуханія свѣта; этимъ лучъ поляризованный эллиптически отли-

чается отъ поляризованнаго прямолинейно. Но поставимъ между анализаторомъ и кристаллической пластинкой, на пути луча, нашъ компенсаторъ и раздвинемъ пластинки его такъ, чтобы онѣ производили у проходящаго черезъ нихъ эллиптически поляризованнаго луча разность хода (для двухъ лучей колеблющихся по перпендикулярнымъ направлѣніямъ), численно равную, но по знаку противоположную той разности хода, которая вызвана кристаллической пластинкой. Тогда компенсаторъ уничтожитъ разность хода двухъ лучей, прошедшихъ черезъ изслѣдуемую пластинку, и мы получимъ въ лучѣ два колебанія по двумъ перекрестнымъ направлѣніямъ, одинаковаго періода, и безъ всякой разницы въ фазахъ, т. е. получимъ лучъ поляризованный прямолинейно. Достиженіе этого результата легко узнать: если лучъ поляризованъ прямолинейно, то его можно потушить поворачиваніемъ анализатора, а потуханія нельзя получить съ лучемъ поляризованнымъ эллиптически.

Итакъ, пользуясь компенсаторомъ и поворачивая николю, достигнемъ потуханія луча, а полученное при этомъ показаніе компенсатора указываетъ, какая разность хода была у двухъ лучей, прошедшихъ черезъ изслѣдуемую пластинку.

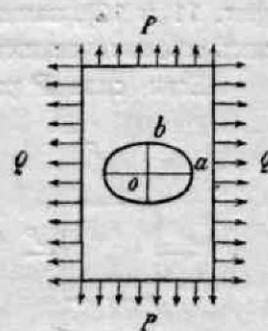
Компенсаторъ Бабине-Жаменъ представляетъ очень точный приборъ, позволяющій измѣрять очень малыя разности хода. Кварцъ въ немъ передвигается микрометреннымъ винтомъ, который позволяетъ отсчитывать передвиженія съ точностью до 0,01 миллиметра. Уголь наклона кварцевыхъ клиньевъ берется очень малый. Пусть уголь этотъ равенъ около 1 градуса, тогда оказывается возможнымъ измѣрять разности хода съ точностью около  $\frac{1}{100}$  длины волны желтаго цвѣта ( $\lambda$ ). Взявши же еще меньшій уголь наклона клиньевъ, получимъ еще болѣшую степень точности. Billet дѣлаетъ въ своей оптикѣ расчетъ для случая, когда уголь клина равенъ 8 минутамъ 44 сек. и достигаетъ возможности измѣрять разности хода съ точностью до  $\frac{1}{5080} \lambda$ ).

Примѣненіе къ деформированному стеклу. Всѣ описанныя явленія, происходящія въ кристаллическихъ пластинкахъ, должны на основаніи первой гипотезы появиться и въ сжатомъ или растянутомъ стеклѣ. И дѣйствительно, пластинка деформированнаго стекла, помѣщенная между двумя николями, показываетъ хроматическія явленія, найденныя, какъ уже было указано, въ 1815 г. Брустеромъ. Ньютонова шкала цвѣтовъ примѣнима и здѣсь.

---

<sup>1)</sup> Еще большая степень точности получается, когда вмѣсто компенсатора Бабине примѣняютъ полутѣневой поляризаторъ Липпиха. Atny и Hill, при изученіи двойного преломленія жидкостей, могли такимъ путемъ довести точность измѣренія до 0,000025 длины волны. См. ихъ работы въ Phil. Mag. 1897 г. Vol. 44 p. 499 и 1899 г. Vol. 48 p. 485.

Чтобы идти дальше, введем вторую гипотезу. Пусть плоско поляризованный луч свѣта падаетъ перпендикулярно на пластинку стекла, растягиваемую по двумъ направлѣнїямъ силами (фиг. 10), которыя распредѣлены равномѣрно по площадямъ своего приложенїя;  $P$  и  $Q$  представляютъ ихъ величины на единицу площади. Мы имѣемъ здѣсь случай однородной деформаци;  $P$  и  $Q$  двѣ главныя упругія силы. Такъ какъ деформаци вызываетъ не очень интенсивное двойное лучепреломленїе, то она произведетъ лишь небольшїя измѣненїя той скорости свѣта  $V$ , которая была до деформаци. Мы поэтому можемъ допустить, что приращенїя скорости, происходящїя отъ деформаци, суть линейныя функціи главныхъ упругихъ силъ  $P$ ,  $Q$  и выразимъ измѣненную скорость, для колебанїй, направленныхъ по  $Oa$ , черезъ



Фиг. 10.

$$V_1 = V + \alpha P + \beta Q,$$

гдѣ  $\alpha$  и  $\beta$  коэффициенты, зависящїе отъ сорта стекла.

По симметріи отношенїй, скорость свѣта для колебанїй, направленныхъ по  $Ob$ , будетъ

$$V_2 = V + \alpha Q + \beta P.$$

Поэтому, запаздыванїе одного луча относительно другого, при прохожденїи толщины пластинки  $\Delta$ , пропорціональное  $\Delta$  и разности  $V_1 - V_2$ , будетъ ( $C$  коэффициентъ пропорціональности):

$$C \cdot \Delta (V_1 - V_2) = C \cdot \Delta \cdot (\alpha - \beta) \cdot (P - Q).$$

Если силы  $P$ ,  $Q$  будутъ сжимающїя, то ихъ нужно взять со знакомъ минусъ.

Получающееся хроматическое явленїе, т. е. оттѣнки цвѣта, зависятъ отъ численной величины запаздыванїя, а знакъ результата

$$C \Delta (\alpha - \beta) (P - Q)$$

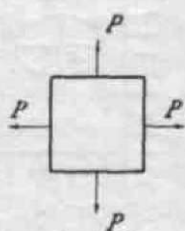
не имѣетъ значенїя; цвѣтъ получится одинъ и тотъ же, будетъ ли эта величина положительная или отрицательная.

Для примѣра сравнимъ два случая: пусть одна и та же стеклянная пластинка въ первомъ случаѣ растягивается силой  $P_1$ , а въ другомъ случаѣ сжимается такой же силой  $P_1$ . Въ обоихъ случаяхъ  $Q = 0$ , и мы получимъ для обоихъ случаевъ одинаковую численную величину запаздыванїя. Слѣдовательно, окраска въ обоихъ слу-

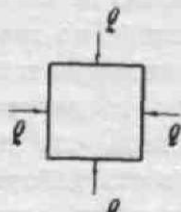
чаяхъ должна быть одинакова. Этотъ выводъ былъ подтвержденъ опытами Вертгейма<sup>1)</sup>.

Въ частномъ случаѣ, когда  $P = Q$ , т. е. когда имѣемъ два равныхъ главныхъ напряженія (оба растягивающія или оба сжимающія) (фиг. 11 и 12), запаздываніе луча равно нулю, и не получится никакихъ хроматическихъ явленій.

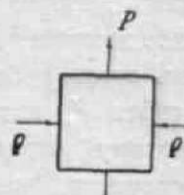
Если сила  $P$  растягивающая, а  $Q$  сжимающая (фиг. 13), то, на-



Фиг. 11.



Фиг. 12.



Фиг. 13.

зывая численную величину послѣдней черезъ  $Q_1$ , получимъ, для запаздыванія луча величину

$$C\Delta \cdot (\alpha - \beta) (P + Q_1).$$

Мы будемъ считать, что абсолютная разница хода двухъ лучей, т. е. запаздываніе  $C(\alpha - \beta)$ , зависитъ только отъ свойствъ стекла, но не зависитъ отъ величины напряженій  $P$ ,  $Q$ , и отъ длины волны свѣта, т. е. одинако для всѣхъ цвѣтовъ спектра. Опыты показываютъ, что такое допущеніе можетъ быть сдѣлано въ качествѣ приближенія, и что, слѣдовательно, совокупность всѣхъ сдѣланныхъ гипотезъ съ достаточною степенью точности описываетъ свѣтовые явленія въ пластинкѣ деформированнаго стекла<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Мы считаемъ, что толщина кварцевой пластинки  $\Delta$  одинакова для этихъ двухъ случаевъ. Но это не совсѣмъ вѣрно: если пластинку, имѣющую первоначальную толщину  $\Delta_0$ , растягивать, то размѣръ  $\Delta_0$  уменьшится и сдѣлается

$$\Delta_1 = \Delta_0 \left(1 - \frac{kP}{E}\right)$$

( $E$ —модуль упругости,  $k$ —Пуассоново отношеніе).

А при сжатіи  $\Delta_0$  увеличится и будетъ

$$\Delta_2 = \Delta_0 \left(1 + \frac{kP}{E}\right)$$

$\Delta_1$  и  $\Delta_2$  представляетъ пути, проходимые свѣтомъ при растяженіи и сжатіи. Какъ видимъ, эти пути не вполне равны между собою. Но различіе ихъ такъ мало, что при такомъ сравненіи явленій растяженія и сжатія на это можно не обращать вниманія.

<sup>2)</sup> По этому вопросу производилъ изслѣдованія Вертгеймъ, который нашель, что отступленія величины  $C(\alpha - \beta)$  отъ постоянства не велики. Опыты Вертгейма повторилъ Mascé de Léripau; онъ получилъ, что для обыкновен-

Замѣтимъ, что наибольшая сръззающая сила въ плоскости пластинки равна

$$\frac{P-Q}{2}$$

Называя ее черезъ  $T$ , а произведение

$$2C \cdot (\alpha - \beta)$$

черезъ  $C_1$ , получимъ, что запаздываніе одного луча относительно другого будетъ:

$$C_1 \cdot \Delta \cdot T.$$

Этимъ запаздываніемъ опредѣляются хроматическія явленія въ деформированномъ стеклѣ. Итакъ, эти явленія зависятъ отъ наибольшей сръззывающей силы  $T$ . Напомнимъ, что одна изъ имѣющихся въ наукѣ теорій прочности <sup>1)</sup> считаетъ наибольшую сръззывающую силу критеріемъ прочности, указателемъ опасности. Это указываетъ на особое значеніе разсматриваемыхъ хроматическихъ явленій для ученія о прочности. Они могутъ оказать значительныя услуги практическому дѣлу—изученію условій прочнаго сопротивленія машинъ и мостовъ.

Направленія главныхъ упругихъ силъ. Они опредѣляются совершенно такъ, какъ находятся главныя направленія кристаллической пластинки. Пусть николи, поляризаторъ и анализаторъ, скрещены, т. е. ихъ главныя сѣченія взаимно перпендикулярны. Будемъ поворачивать нашу стеклянную пластинку около луча свѣта, какъ около оси. Интенсивность свѣтового явленія будетъ измѣняться при такомъ поворачиваніи, и полное потуханіе произойдетъ, когда главныя сѣченія николей будутъ совпадать съ осями эллипса индексовъ изслѣдуемой пластинки, т. е. съ направленіями силъ  $P$ ,  $Q$ , которыя здѣсь представляютъ направленія главныхъ упругихъ деформаций, или главныхъ упругихъ силъ въ стеклѣ. Если мы не знаемъ направленія этихъ деформаций (напр., если бы сжимающія силы  $P$ ,  $Q$  были закрыты отъ насъ), то явленіе потуханія откроетъ намъ эти направленія.

наго стекла отступленія указанной величины отъ постоянства менѣе одного процента. Болѣе значительныя отступленія получаются въ случаѣ тяжелыхъ стеколъ (флинтовъ), содержащихъ въ своемъ составѣ много свинца.

Въ новѣйшее время тѣмъ же вопросомъ занялся Филонъ. Онъ указываетъ на нѣкоторыя отступленія отъ постоянства величины  $C(\alpha-\beta)$ ; она получается разная для разныхъ цвѣтовъ, и нѣсколько увеличивается съ нагрузкой  $P$ . См. работу Filon. Phil. Trans. A. Vol. 207 p. 263—306.

Во всякомъ случаѣ, можно принять постоянство величины  $C(\alpha-\beta)$  какъ первое приближеніе.

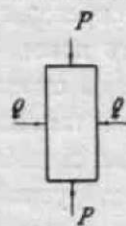
<sup>1)</sup> Такъ называемая англійская теорія, иначе—теорія Джорджа Дарвина (maximum—shear theory). Она ведетъ свое начало отъ Кулона.

Вмѣсто поворачиванія самого стекла около луча, можно, обратно, поворачивать систему обоихъ николей одновременно, сохраняя между ихъ главными сѣченіями уголъ въ  $90^\circ$ . При этомъ относительное перемѣщеніе николей и стекла остается такое же, какъ въ предыдущемъ, при поворачиваніи стекла; слѣдовательно и свѣтотыя явленія остаются прежнія.

Въ приборахъ, въ которыхъ поляризаторъ и анализаторъ состоятъ изъ николей, удобнѣе поворачивать николи, чѣмъ пластинку стекла со всѣми приспособленіями для ея деформации; а потому въ такихъ аппаратахъ поворачиваніе деформированной пластинки почти всегда замѣняютъ поворачиваніемъ николей.

Но если поляризаторомъ и анализаторомъ служатъ отражающія стекла большихъ размѣровъ (напр., въ приборѣ Кокера, о которомъ говорится далѣе), то поворачиваніе этихъ зеркалъ затруднительно. Поэтому ихъ дѣлаютъ неподвижными, а вмѣсто того поворачиваютъ самые объекты изслѣдованія, т. е. тѣ пластинки стекла и ксилонита, которыя подвергаются деформации.

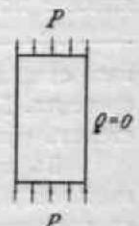
Случай, когда деформация не однородная. Тогда направленія главныхъ упругихъ силъ, растягивающихъ и сжимающихъ, неодинаковы для разныхъ элементовъ тѣла. Но каждый отдѣльный элементъ находится въ тѣхъ же условіяхъ, какъ вышеразсмотрѣнная стеклянная пластинка, т. е. на этотъ элементъ дѣйствуютъ растягивающія или сжимающія силы  $P$ ,  $Q$  (фиг. 14), такъ называемыя главныя упругія



Фиг. 14.

силы, направленія и величины которыхъ разныя для разныхъ элементовъ, и представляются искомыми. Предыдущее даетъ оптическую методу для разысканія направленій и величинъ этихъ главныхъ силъ. Направленія находятся по потуханію свѣта при вращеніи николей. А величины— по хроматическому явленію; цвѣтъ, окраска даетъ хотя не самыя величины  $P$  и  $Q$ , но полуразность ихъ, т. е. срѣзающее напряженіе, которое для практики наиболѣе важно знать. Мѣста и линіи одинаковаго цвѣта—изохроматическія линіи—будутъ мѣста, гдѣ срѣзающее напряженіе одинаково, т. е. это будутъ мѣста одинаковой опасности для прочности.

Чтобы по окраскѣ судить объ абсолютной величинѣ срѣзающаго напряженія, нужно сдѣлать предварительные опыты съ тѣмъ же сортомъ стекла, той же толщины, что наша испытуемая пластинка. Будемъ сжимать его, при условіяхъ слѣдующей фигуры, постепенно увеличивающимися нагрузками, и будемъ записывать получающіеся при этомъ цвѣтовые оттѣнки. Если (фиг. 15)  $P$  есть величина нагрузки на единицу площади, то наибольшее срѣзающее напряженіе равно



Фиг. 15.

$$T = \frac{P - 0}{2} = \frac{P}{2}.$$

Такимъ образомъ, мы получимъ изъ этого опыта таблицу, которая для разныхъ оттѣнковъ цвѣта дастъ соотвѣтствующія величины сръззающихъ напряженій. Ею и нужно пользоваться для нахождения величинъ сръззающихъ напряженій по окраскѣ хроматическихъ линій. Это будетъ хроматическій масштабъ сръззающихъ силъ.

Послѣ этого общаго напомниманія сущности оптической методы, рассмотримъ подробнѣе тѣ ресурсы, которые она даетъ для изученія упругихъ явленій. Будемъ разбирать отдѣльно разные приемы.

А. Опредѣленіе направленія главныхъ деформаций, или, что все равно, главныхъ упругихъ силъ въ разныхъ точкахъ деформированнаго стекла.

Для этого, какъ мы уже видѣли, нужно поступать слѣдующимъ образомъ: поставимъ стекло между поляризаторомъ и анализаторомъ, расположенными накрестъ, т. е. такъ, что главныя сръченія этихъ двухъ николей взаимно перпендикулярны. Черезъ анализаторъ будемъ смотрѣть на опредѣленную, выбранную нами точку стекла. Затѣмъ поворачиваемъ оба николя одновременно, на одинаковые углы поворота, такъ чтобы все время сохранялся прямой уголъ между главными сръченіями николей. То положеніе этихъ сръченій, при которомъ потухаетъ свѣтъ, даетъ направленія упругихъ силъ въ выбранной нами точкѣ стекла.

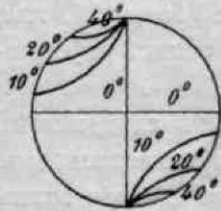
Чтобы получить полную картину расположенія главныхъ упругихъ силъ, ведутъ наблюденія въ слѣдующемъ порядкѣ: для опредѣленнаго положенія николей (назовемъ его первымъ), смотря черезъ анализаторъ на стекло, вычерчиваютъ всю черную линію полученной картины. Эта линія представляетъ геометрическое мѣсто точекъ, въ которыхъ главныя упругія силы параллельны первому положенію сръченій двухъ николей. Затѣмъ поворачиваемъ оба николя на одинъ и тотъ же уголъ, напр., на  $15^\circ$  (это будетъ второе положеніе николей), и для него опять вычерчиваемъ полученную картину, т. е. получившуюся черную линію; она даетъ совокупность точекъ, въ которыхъ главныя упругія силы параллельны главнымъ сръченіямъ николей во второмъ ихъ положеніи. Повторяемъ то же самое для угловъ поворота николей на  $30^\circ$ , на  $45^\circ$ , на  $60^\circ$ , на  $75^\circ$  и на  $90^\circ$  относительно перваго положенія. Такимъ образомъ получимъ карту изоклиническихъ линій, т. е. линій одинаковаго наклона главныхъ упругихъ силъ. Чтобы карта эта близко соотвѣтствовала дѣйствительности, можно чертить ее на желатинномъ листкѣ, наложенномъ на испытуемую стеклянную пластинку. вмѣсто того можно награвировать на пластинкѣ мелкую срътку координатныхъ линій, которая даетъ координаты изоклиническихъ линій; такъ дѣлалъ Вильсонъ <sup>1)</sup>, примѣнявшій срътку квадратовъ со сторонами по 2 миллиметра <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> А также Filon (n 17 списка литературы).

<sup>2)</sup> Гравированіе дѣлается при помощи протравливанія плавиковою кислотой.

Въ тѣхъ приборахъ, которые даютъ объективное изображеніе на матовомъ стеклѣ (см. дальше приборъ Цейсса, имѣющійся въ Электротехническомъ Институтѣ), изоклиническія линіи получаютъ на этомъ стеклѣ въ увеличенномъ видѣ, и фигура ихъ ясно видна и можетъ быть срисована. Или, наконецъ, можно сфотографировать изоклиническія линіи.

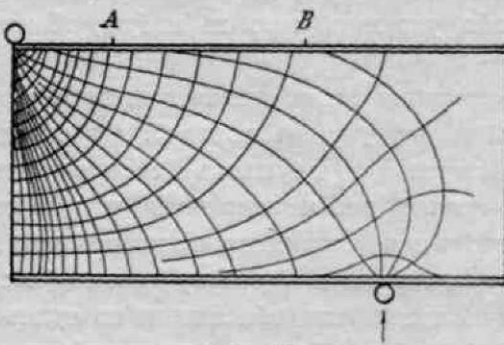
Для примѣра приводимъ изоклиническія линіи, полученныя при сжатіи стекляннаго диска силами, идущими по его вертикальному діаметру (фиг. 16). Здѣсь изображены линіи, отвѣчающія угламъ поворота николей:  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  и  $40^\circ$ .



Фиг. 16.

Изостатическія линіи. Такъ какъ для каждой изоклинической линіи извѣстно направление главныхъ упругихъ силъ, то, зная изоклиническія линіи, можемъ приблизительно построить непрерывныя кривыя, касательныя къ которымъ изображаютъ направленія главныхъ упругихъ силъ, т. е. такъ называемыя изостатическія линіи.

Мы получимъ двѣ системы такихъ изостатическихъ линій, взаимно пересѣкающихся между собою подъ прямыми углами, такъ какъ въ каждой точкѣ имѣются двѣ главныя упругія силы взаимно перпендикулярныя.



Фиг. 17.

Конечно, контуръ свободной (ненагруженной) поверхности тѣла будетъ одна изъ изостатическихъ линій.

Для примѣра приводимъ чертежъ изостатическихъ линій, построенныхъ К. Вильсономъ на основаніи сдѣланнаго

имъ оптическаго изученія бруска, лежащаго на двухъ опорахъ и изгибаемаго по срединѣ (фиг. 17). (Чертежъ изображаетъ правую половину бруска).

При вычерчиваніи изоклиническихъ линій лучше, въ случаѣ возможности, пользоваться монохроматическимъ свѣтомъ (желтымъ).

В. Полученіе изохроматическихъ линій. Николи опять ставятся накрестъ, т. е. такъ, чтобы ихъ главныя сѣченія были взаимно перпендикулярны. При освѣщеніи бѣлымъ свѣтомъ деформированное стекло даетъ линіи разныхъ цвѣтовъ, и мы уже видѣли, что одинаковыя цвѣта указываютъ на одинаковость величинъ разности двухъ главныхъ упругихъ силъ. Или, что все равно, одинаковость цвѣта въ двухъ мѣстахъ стеклянної пластинки указываетъ, что въ этихъ двухъ мѣстахъ одинаковы наибольшія срѣзывающія напряжения. Изохроматическія линіи даютъ мѣста одинаковыхъ срѣзывающихъ на-

пряжений, слѣдовательно мѣста одинаковой степени опасности для прочности.

Чѣмъ дальше отъ начала стоитъ получающаяся окраска въ шкалѣ Ньютона, тѣмъ больше срѣзающее напряженіе, тѣмъ больше опасность для прочности.

Чтобы по цвѣту опредѣлить численную величину напряженія, нужно предварительными опытами составить, для взятаго сорта стекла, такой же толщины какъ испытуемая пластинка, таблицу оттѣнковъ, отвѣчающихъ опредѣленнымъ нагрузкамъ; въ таблицѣ эти оттѣнки могутъ быть означены характерными названіями или таблица должна быть крашеная, съ возможно точнымъ соблюденіемъ цвѣтовъ, получающихся при сжатіи стекла.

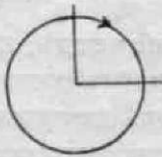
Такимъ путемъ получаемъ оптическій динамометръ, которымъ можно мѣрить силы въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ неудобно поставить какой-либо другой приборъ, измѣряющій силы. Этотъ динамометръ состоитъ изъ небольшого стекляннаго параллелепипеда, расположеннаго между двумя николями; къ нему прилагается таблица цвѣтовъ, отвѣчающихъ разнымъ величинамъ сжимающей силы. Заставимъ искомую силу сжимать нашъ стеклянный параллелепипедъ; замѣчая черезъ анализаторъ, какой при этомъ получится цвѣтъ, и сравнивая этотъ цвѣтъ съ таблицей, найдемъ величину силы. Вертгеймъ устроилъ такой динамометръ и примѣнялъ его для нахождения величинъ давленій, производимыхъ различными прессами. Напр., онъ измѣрилъ, что въ обыкновенномъ копировальномъ прессѣ, при копировкѣ писемъ, доводятъ давленіе до 800—900 килогр.

Компараторъ. Чтобы облегчить опредѣленіе напряженія по цвѣту окраски, полезно примѣнять компараторъ; тогда крашеная таблица цвѣтовъ дѣлается излишней. Компараторъ есть призматическій брусокъ стекла, который можно сжимать грузомъ или предварительно изслѣдованной пружиной, т. е. извѣстными опредѣленными нагрузками. Онъ дѣлается изъ такого же стекла и той же толщины, какъ испытываемая пластинка, и ставится въ полѣ зрѣнія прибора рядомъ съ этой пластинкой. Чтобы оцѣнить величину напряженія въ избранномъ мѣстѣ пластинки, нужно постепенно измѣнять нагрузку компаратора, пока онъ не покажетъ оттѣнокъ окраски, тождественный съ окраской избраннаго мѣста пластинки. Одинаковость окраски указываетъ на одинаковость срѣзывающихъ напряженій пластинки и компаратора. А для послѣдняго такое напряженіе извѣстно, такъ какъ оно равно половинѣ растягивающей или сжимающей нагрузки, считая ее на единицу площади.

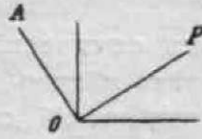
Примѣненіе круговой поляризаціи. Isoхроматическія линіи рисуютъ яркую картину, на которой можно прочесть величины срѣзающихъ силъ въ разныхъ мѣстахъ. Но отчетливость этой картины портится тѣмъ, что изохроматическія кривыя не непрерывны; онѣ

прерываются черными полосами въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ направленія главныхъ упругихъ силъ параллельны главнымъ сѣченіямъ николей. Этотъ недостатокъ устраняется средствомъ, предложеннымъ и примененнымъ еще въ 1850 году Максвеллемъ, а именно: вмѣсто прямолинейно поляризованнаго свѣта нужно применить свѣтъ имѣющій круговую поляризацию.

Модель или описаніе круговой поляризації, дающая всѣ физическія явленія, производимыя такимъ лучемъ, заключается въ слѣдующемъ: свѣтовое колебаніе происходитъ какъ бы по кругу, перпендикулярному къ лучу (фиг. 18<sup>1)</sup>); между тѣмъ въ прямолинейно поляризованномъ свѣтѣ (фиг. 19) колебанія происходятъ по опредѣленной



Фиг. 18.



Фиг. 19.



Фиг. 20.

прямой  $OP$ , перпендикулярной къ лучу. Направленіе этой прямой назначается главнымъ сѣченіемъ николя-поляризатора; это сѣченіе и главное сѣченіе анализатора  $OA$  опредѣляютъ тѣ черныя линіи, которыя нарушаютъ непрерывность хроматической картины. Черныя линіи представляютъ геометрическія мѣста тѣхъ точекъ изслѣдуемой стеклянной пластинки, для которыхъ направленія главныхъ упругихъ силъ параллельны прямымъ  $OP$  и  $OA$ . Введя круговую поляризацию, мы уничтожаемъ отличіе направленій  $OP$ ,  $OA$  отъ всѣхъ остальныхъ прямыхъ той же плоскости; всѣ направленія находятся въ одинаковыхъ отношеніяхъ къ колебанію свѣта, и черныхъ линій не получится.

Полученіе круговой поляризації. Мы можемъ представить еще другую модель или другое описаніе круговой поляризації. И эта модель тоже даетъ всѣ явленія, сюда относящіяся.

Если частица движется по кругу радіуса  $r$  съ угловой скоростью  $\omega$ , то это движеніе можно разложить на два по двумъ взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ  $X$ ,  $Y$ ; будетъ (фиг. 21):

$$x = r \cdot \cos \omega t$$

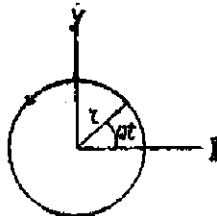
$$y = r \cdot \sin \omega t = r \cdot \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Эти два слагающихъ движенія представляютъ два прямолинейныхъ колебанія, одинаковаго періода, съ равными амплитудами, но различающіяся по фазѣ; колебаніе по  $Y$  остается на  $1/4$  періода отъ колебанія по  $X$ . Совокупность такихъ двухъ колебаній вполнѣ изображаетъ свѣтъ, поляризованный по кругу и вполнѣ его замѣняетъ.

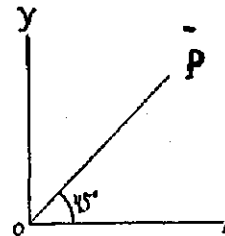
Если колебанія, направленныя по  $Y$ , отстаютъ при своемъ распро-

<sup>1)</sup> Точнѣе по спирали на цилиндрѣ, ось котораго есть лучъ свѣта (фиг. 20).

странении отъ колебаній по  $X$ , то получится круговое колебаніе, которое для наблюдателя, получающаго свѣтъ, направлено по стрѣлкѣ нашей фигуры; это лѣвое колебаніе (*sinistrorsum*). Обратнo, если колебанія по  $Y$  перегоняютъ колебанія по  $X$ , то круговое колебаніе получить направленіе противоположное стрѣлкѣ нашей фигуры 21; это будетъ правое колебаніе (*dextrorsum*).



Фиг. 21.



Фиг. 22.

Эта картина или описаніе даетъ приемъ для полученія круговой поляризаціи. Нужно свѣтъ поляризованный прямолинейно, и имѣющей колебанія по  $OP$  разложить на два колебанія по направленіямъ  $OX$ ,  $OY$ , составляющимъ равные углы съ  $OP$  (фиг. 22). Амплитуды этихъ колебаній будутъ равны между собою, и колебанія будутъ согласны по фазѣ. Затѣмъ нужно достигнуть того, чтобы одно изъ колебаній, напримѣръ  $OY$  отстало отъ другого на  $\frac{1}{4}$  волны. Это достигается пропусканіемъ луча черезъ двупреломляющую кристаллическую пластинку, расположенную такъ, что главныя направленія пластинки, т. е. оси ея эллипса индексовъ, совпадаютъ съ  $OX$  и  $OY$ ; при прохожденіи черезъ пластинку одинъ изъ лучей, напримѣръ,  $OY$  будетъ отставать отъ другого, и полное запаздываніе будетъ пропорціонально толщинѣ пластинки. Можно такъ подобрать толщину, что запаздываніе составляетъ  $\frac{1}{4}$  волны. Тогда получимъ лучъ съ круговой поляризаціей.

Для этого примѣняютъ слюду, которая легко колется по плоскостямъ спайности; изъ нея можно получить очень тонкіе листочки любой толщины. По цвѣту хроматической поляризаціи, руководствуясь шкалой Ньютоновыхъ цвѣтовъ, на которой указаны соответствующія толщины слоя воздуха, можно убѣдиться, что выбрали листокъ, отвѣчающій запаздыванію на  $\frac{1}{4}$  волны. Для предохраненія листочка отъ порчи, его заклеиваютъ скипидаромъ между двумя стеклянными пластинками, заключаемыми въ оправу или рамку. Нужно опредѣлить главныя направленія слюдяного листочка и отмѣтить на оправѣ эти направленія. Такъ изготовляютъ «слюду въ  $\frac{1}{4}$  волны», приборъ очень полезный и примѣняемый во многихъ оптическихъ изслѣдованіяхъ.

Замѣтимъ, что, строго говоря, толщина «слюды въ  $\frac{1}{4}$  волны» неодинакова для разныхъ цвѣтовъ; для лучей красныхъ она нѣсколько больше, для фіолетовыхъ—меньше.

Обыкновенно приготавливаютъ слюду въ  $\frac{1}{4}$  волны для средняго желтаго цвѣта, т. е. для наиболѣе яркой части спектра, т. е. для

длины волны около 550 миллимикронъ. Толщина такого листочка слюды равна 0,032 миллиметра (около 30 микронъ). Онъ же приблизительно пригоденъ въ качествѣ пластинки въ  $\frac{1}{4}$  волны для бѣлаго свѣта, хотя при этомъ всѣ лучи, кромѣ средняго желтаго, будутъ поляризованы не по кругу, а эллиптически. Такой листочекъ, будучи помѣщенъ въ поляризационный приборъ между анализаторомъ и поляризаторомъ, показываетъ цвѣтъ или сѣро-голубоватый или дополнительный ему—свѣтло-желтый. Если же поляризованный свѣтъ пройдетъ два раза толщину этого листочка <sup>1)</sup>, то запаздываніе луча удвоится и разность хода двухъ лучей будетъ  $2\frac{\lambda}{4}$ , т. е. полъ-волны (275  $\mu$ ). Тогда получится соломенно-желтый цвѣтъ или дополнительный ему—очень темно-красный, почти черный. Эти оттѣнки характеризуютъ пластинку въ  $\frac{1}{4}$  волны и позволяютъ провѣрить правильность изготовленія ея. Для такой же провѣрки можно примѣнить компенсаторы <sup>2)</sup>.

Круговые поляризаторъ и анализаторъ. Итакъ, николь-поляризаторъ, съ поставленной за нимъ, какъ было указано, по пути свѣта пластинкой слюды въ  $\frac{1}{4}$  волны даетъ лучъ съ круговой поляризацией, т. е. такая совокупность николя и слюды представляетъ круговой поляризаторъ. Прошедшій черезъ него лучъ можно разсматривать, какъ совокупность двухъ колебаній по двумъ взаимно перпендикулярнымъ направлениамъ, при чемъ одно колебаніе отстаетъ отъ другого на  $\frac{1}{4}$  волны.

Поставимъ далѣе по пути свѣта вторую пластинку слюды, тоже въ  $\frac{1}{4}$  волны, т. е. тоже дающую запаздываніе одного колебанія относительно другого на  $\frac{1}{4}$  волны. Это новое запаздываніе или прибавится къ прежнему запаздыванію, или вычтется изъ него, смотря по тому, дѣйствуетъ ли вторая слюда въ томъ же направленіи какъ первая, или въ обратномъ. По прохожденіи луча черезъ вторую слюду запаздываніе одного колебанія относительно другого будетъ или  $2\frac{\lambda}{4}$ , т. е.  $\frac{\lambda}{2}$  или нуль. Въ обоихъ случаяхъ круговое колебаніе, вызванное первой слюдой, уничтожится, и возстановится прямолинейное колебаніе. Лучъ, выйдя изъ второй слюды, окажется прямолинейно поляризованнымъ.

Разберемъ частный случай: пусть главныя направленія первой слюды идутъ—одно по линіи *A*, другое по линіи *B*, а именно: пусть направленіе *B* отвѣчаетъ запаздыванію колебаній. Вторую слюду расположимъ такъ, чтобы у нея было обратное расположеніе главныхъ направленій, т. е. параллельно *A* расположимъ то направленіе,

<sup>1)</sup> Этого можно достигнуть въ приборѣ Нѣремберга, положивши листочекъ на нижнее зеркало прибора.

<sup>2)</sup> Кромѣ слюды въ  $\frac{1}{4}$  волны есть и другіе приборы для полученія круговой поляризації, а именно — ромбъ Френеля и призма Дове.

для котораго скорость распространения колебаний меньше, чѣмъ для *B*. Тогда вторая слюда возстановитъ первоначальное направлѣніе колебаний, вызванныхъ никодемъ - поляризаторомъ, т. е. выйдетъ, какъ будто бы вовсе не было ни той, ни другой слюды. Если теперь послѣ второй слюды поставимъ другой николь, накрестъ съ поляризаторомъ, то второй николь будетъ вполнѣ тушить свѣтъ, прошедшій черезъ первый николь, и мы получимъ темноту. Второй николь и вторая слюда, взятая вмѣстѣ, представляютъ круговой анализаторъ. Совокупность кругового поляризатора и кругового анализатора дѣйствуютъ здѣсь эквивалентно совокупности тѣхъ двухъ николей, безъ присутствія слюды, которые мы разсматривали прежде подъ тѣми же названіями поляризатора и анализатора. Слюда ничего не измѣнила <sup>1)</sup>.

Поставимъ теперь между двумя пластинками слюды нашего прибора кристаллическую пластинку или деформированное стекло, вызывающія нѣкоторую разность хода двухъ лучей, колеблющихся по главнымъ направлѣніямъ пластинки или стекла; теперь вторая слюда уже не будетъ возстановлять вполнѣ колебаніе николя поляризатора, и, слѣдовательно, анализаторъ не будетъ вполнѣ тушить свѣтъ. Вмѣсто прежней темноты получится свѣтъ, и нѣкоторое хроматическое явленіе.

Вотъ основанія устройства поляризаціоннаго прибора съ круговой поляризаціей. Слѣдовательно, по своему устройству онъ будетъ отличаться отъ обыкновенныхъ поляризаціонныхъ аппаратовъ, дающихъ прямолинейную поляризацію, только въ слѣдующемъ (фиг. 23):



Фиг. 23.

послѣ николя-поляризатора Н. П. ставится первая пластинка слюды Сл. 1, главные направлѣнія которой расположены подъ угломъ въ  $45^\circ$  относительно главнаго сѣченія Н. П. Главное сѣченіе николя-анализатора Н. А. располагается перпендикулярно къ сѣченію Н. П. Передъ никодемъ-анализаторомъ ставится вторая пластинка слюды Сл. 2; ея главные направлѣнія составляютъ углы въ  $45^\circ$  съ главнымъ направлѣніемъ Н. А., притомъ вторая слюда должна производить на свѣтъ дѣйствіе, обратное дѣйствію первой слюды. Это означаетъ слѣдующее: пусть I, II будутъ два главныхъ направлѣнія въ слюдѣ; номеръ I будетъ означать то направлѣніе, которое отвѣчаетъ колебаніямъ распростра-

<sup>1)</sup> Для простоты объясненій, мы ограничиваемся разсмотрѣніемъ описаннаго расположенія николей и слюды и не разбираемъ явленій, получающихся при вращеніи поляризатора и анализатора.

няющимся быстрѣе, чѣмъ колебанія направленныя по II; нужно ставить слюду у анализатора такъ, чтобы ея второе направленіе (II) было параллельно первому направленію (I) той слюды, которая поставлена у поляризатора.

Наблюденія въ этомъ приборѣ дѣлаются попрежнему въ параллельномъ свѣтѣ, и изслѣдуемый объектъ, т. е. деформированное стекло, ставится въ *A* между двумя слюдами.

Получающаяся при этомъ хроматическая картина можетъ быть приблизительно описана слѣдующимъ правиломъ:

Хроматическія явленія будутъ такія же, какъ и для прибора съ прямолинейной поляризацией; оттѣнки цвѣта указываютъ величину разности двухъ главныхъ упругихъ напряженій въ той точкѣ стекла, черезъ которую проходитъ лучъ свѣта.

Но такъ какъ деформированное стекло пронизывается свѣтомъ съ круговой поляризацией, то здѣсь не получится тѣхъ черныхъ линій, которыя были бы въ случаѣ прямолинейной поляризації, и портили картину, нарушая непрерывность изохроматическихъ линій <sup>1)</sup>.

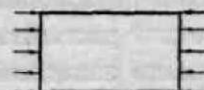
Для оцѣнки величины разности двухъ главныхъ упругихъ силъ по цвѣтовымъ оттѣнкамъ, получаемымъ при круговой поляризації, можно пользоваться раскрашенной таблицей, составленной на основаніи опытовъ. Но конечно и здѣсь будетъ лучше, если вмѣсто такой таблицы примѣняется компараторъ, т. е. сжимаемая пластинка изъ того же стекла и той же толщины, какъ испытываемая стеклянная пластинка. Компараторъ ставится рядомъ съ изслѣдуемой пластинкой стекла и нагружается грузомъ, пока въ немъ не получится тотъ же оттѣнокъ цвѣта, какъ и въ пластинкѣ. Такъ какъ компараторъ пронизывается тѣмъ же свѣтомъ съ круговой поляризацией, какъ и изслѣдуемая пластинка, то нагрузка компаратора указываетъ величину разности двухъ главныхъ напряженій <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> И здѣсь я, для краткости, въ текстѣ не касаюсь вопроса о явленіяхъ, которыя получаютъ при поворачиваніи николей. Симметрія луча, имѣющаго круговую поляризацию, показываетъ, что если, получивъ извѣстную хроматическую картину, будемъ вращать около луча свѣта весь круговой поляризаторъ, какъ одно цѣлое, т. е. николь-поляризаторъ, вмѣстѣ съ его слюдой, то картина эта не должна измѣняться. Также, если будемъ вращать весь круговой анализаторъ (николь съ его слюдой), то не получимъ измѣненія хроматическаго явленія.

<sup>2)</sup> Примѣненіе круговой поляризації къ изученію деформаций имѣетъ любопытную исторію. Оно было сдѣлано Максвеллемъ еще въ 1850 г.; затѣмъ этимъ приѣмомъ пользовались Масе де Лэпинэ (1880 г.), и Вильсонъ (1881 г.). Послѣ того какъ будто бы даже въ Англіи стали забывать этотъ приѣмъ Максвелля. Въ прошломъ году профессоръ Кокеръ, встрѣтивъ указанное нами неудобство при употребленіи свѣта съ прямолинейной поляризацией (т. е. черныя линіи, нарушающія непрерывность изохроматическихъ линій), обратился за совѣтомъ къ профессору С. Томсону, который посоветовалъ примѣнить круговую поляризацию, и Кокеръ сначала излагалъ приѣмъ этотъ какъ новость,

С. Примѣненіе компенсатора. Этотъ приборъ позволяетъ опредѣлить разность хода двухъ лучей, пронизывающихъ опредѣленное мѣсто деформированной стеклянной пластинки. А мы видѣли, что эта разность пропорціональна разности двухъ главныхъ упругихъ силъ  $P$ ,  $Q$ , или, что все равно, пропорціональна срѣзывающей силѣ въ данномъ мѣстѣ пластинки. Слѣдовательно компенсаторъ позволитъ найти распредѣленіе срѣзывающихъ силъ въ испытываемой пластинкѣ, т. е. дастъ такія же указанія, какъ изохроматическія линіи, но съ большей точностью.

Примѣняя компенсаторъ, нужно предварительно опредѣлить для него коэффициентъ пропорціональности, т. е. отношеніе между показаніями компенсатора и отвѣчающими имъ величинами разности  $P-Q$ . Это опредѣленіе дѣлается на образцѣ стекла, подвергающагося одностороннему сжатію (фиг. 24) извѣстной нагрузкой.



Фиг. 24.

При изслѣдованіи деформациі можно примѣнить или компенсаторъ Бабине, или пластинки слюды въ  $\frac{1}{4}$  волны, или въ  $\frac{1}{2}$  волны, или, наконецъ, деформационный компенсаторъ.

Деформационный компенсаторъ. Пластинка стекла, сжатая по одному направленію, можетъ служить компенсаторомъ; измѣняя величину сжимающей нагрузки, можемъ измѣнить по произволу разность хода лучей, проходящихъ черезъ стекло; слѣдовательно, такая пластинка представляетъ масштабъ, подобный тому, какой намъ даетъ компенсаторъ Бабине; только измѣненіе толщинъ двухъ гипсовыхъ пластинокъ, имѣющихся у Бабине, здѣсь замѣняется измѣненіемъ нагрузки. Такая стеклянная пластинка представляетъ деформационный компенсаторъ. Она въ случаѣ надобности можетъ замѣнить слюду въ  $\frac{1}{4}$  волны или въ  $\frac{1}{2}$  волны.

Деформационные компенсаторы неоднократно примѣнялись при

ничего не говоря о Максвеллѣ, и приписывая Томсону это примѣненіе. Только впоследствии, осенью того же года, въ докладѣ Обществу Корабельныхъ Инженеровъ Кокеръ отдалъ справедливость Максвеллу.

Другой еще болѣе любопытный фактъ представляетъ исполненіе фирмой Цейссъ въ лѣнѣ поляризаціонныхъ прибороу для изученія деформаций. Одинъ изъ руководителей этой фирмы, извѣстный физикъ Зидентопфъ, устраивалъ такой приборъ для Гёнигсберга, и, чтобы устранить черныя линіи, придумалъ сообщить быстрое одновременное вращеніе обимъ николямъ. Для этого сначала попробовали примѣнить два синхронныхъ мотора, но получилась неудача. Тогда поставили одинъ моторъ, а одновременность вращенія обоимъ николямъ была достигнута сложной зубчатой передачей между ними. (См. статью Зидентопфъ въ Zeitschr. d. österr. Ingenieuren- und Architekten-Vereines за 1906 годъ н° 33).

Въ настоящее время фирма Цейссъ дѣлаетъ такіе приборы съ круговой поляризацией, вводя слюдяныя пластинки. Конечно, гораздо проще, вмѣсто механическаго вращенія николей, сообщить пластинкой слюды вращеніе свѣтовому лучу.

резныхъ оптическихъ изслѣдованіяхъ. Пользуясь ими можно производить измѣренія съ большей степенью точности. Для примѣра укажемъ, что Мајогана, при изслѣдованіи явленій двойного лучепреломленія, вызываемаго въ жидкостяхъ магнитнымъ полемъ, пользовался такимъ компенсаторомъ, позволявшимъ производить измѣренія съ точностью до  $\frac{1}{150}$  длины волны.

Профессоръ Кокеръ примѣняетъ деформационный компенсаторъ, въ которомъ вмѣсто стекла имѣется узенькая полоска ксилонита; къ ней должно быть приложено не сжимающее усиліе, а растягивающее <sup>1)</sup>. Оно измѣряется небольшими градуированными пружинными вѣсами. Такой пружинный приборъ очень удобенъ; поворачивая его, можно придать растягивающей силѣ любое направленіе, слѣдовательно, можно вызвать замедленіе распространенія свѣта для колебаній любого направленія.

Различіе между компенсаторомъ Бабине и деформационнымъ. Первый изъ нихъ даетъ черную полосу въ томъ мѣстѣ, гдѣ происходитъ полная компенсация; по обѣ стороны этой средней полосы, направо и налево отъ нея получается нѣкоторое освѣщеніе полосами; деформационный компенсаторъ даетъ одинаковую темноту или одинаковое окрашиваніе по всей своей площади, за исключеніемъ мѣстъ около точекъ приложенія къ нему нагрузки, гдѣ получаются нѣкоторыя неправильности, вслѣдствіе невозможности получить вполне равномерное распредѣленіе нагрузки. Онъ аналогиченъ компенсатору Браве, который также даетъ равномерное окрашиваніе по всей площади.

Сравненіе двухъ методъ. При изученіи деформаций нѣтъ необходимости непремѣнно пользоваться всѣми выше перечисленными оптическими приѣмами. Достаточно примѣнить только часть ихъ. Напримѣръ, можно ограничиться нахожденіемъ изоклиническихъ линій. Или опредѣлять только изохроматическія линіи.

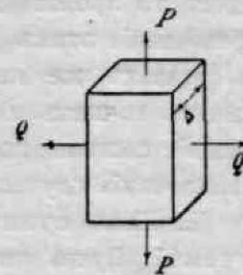
Для сравненія этихъ двухъ методъ, замѣтимъ, что изохроматическія линіи даютъ очень яркую картину явленія, но для полученія ея требуется приложеніе значительныхъ нагрузокъ. Читая Ньютонову таблицу цвѣтовъ (см. выше), мы видимъ, что въ первомъ порядкѣ встрѣчаются сначала лишь малоопредѣленные сѣрые оттѣнки; только въ концѣ перваго порядка и во второмъ порядкѣ имѣемъ яркія, легко опредѣленные окраски. Чтобы вызвать ихъ, нужно получить значительныя разности хода, т. е. нужно примѣнять большія нагрузки. А большія нагрузки могутъ вызвать трещины и разрушеніе испытываемаго образца.

Между тѣмъ для полученія изоклиническихъ линій вовсе не требуются значительныя нагрузки. Можно удовольствоваться разностью

<sup>1)</sup> Сжатіе здѣсь не годится, такъ какъ вызвало бы изгибъ полоски.

хода не превышающей той, которая отвѣчаетъ лишь первымъ цвѣтамъ Ньютоновой шкалы. Слѣдовательно, устраняется опасность разрушенія, и въ этомъ состоитъ большое преимущество метода, ограничивающейся находеніемъ изоклиническихъ линій. Хотя она не даетъ намъ свѣдѣній о величинѣ напряженій, но все-таки, пользуясь ею, мы получаемъ подробныя данныя касательно направленія упругихъ силъ, и иногда это вполне достаточно; напр., этой методой можно съ успѣхомъ пользоваться для провѣрки теоретическихъ выводовъ.

Д. Опредѣленіе величинъ каждой изъ двухъ главныхъ упругихъ силъ. Измѣряя запаздываніе лучей и пользуясь изохроматическими линіями, мы получаемъ разность двухъ главныхъ упругихъ силъ  $P - Q$ . Менажѣ указываетъ приемъ, помощью котораго находится сумма ихъ  $P + Q$ . Зная разность и сумму, получимъ каждую изъ силъ отдѣльно.

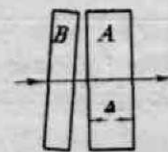


Фиг. 25.

Приемъ, указываемый Менажѣ, заключается въ томъ, что нужно измѣрить измѣненіе толщины пластинки  $\Delta$ , происходящее отъ дѣйствія силъ  $P, Q$ . Пусть силы  $P$  и  $Q$  (фиг. 26) положительныя, т. е. растягивающія, тогда толщина  $\Delta$  уменьшается, и относительное сжатіе ея будетъ

$$\frac{\delta}{\Delta} = \frac{(P + Q)}{E} \cdot \eta,$$

гдѣ  $E$ —коэффициентъ упругости матеріала,  $\eta$ —Пуассоновое отношеніе. Достаточно найти  $\delta$ , чтобы получить искомую сумму  $P - Q$ . А эта малая величина  $\delta$  (внѣшняя деформация, измѣненіе внѣшнихъ размѣровъ) можетъ быть найдена помощью Ньютоновыхъ колець, точно такъ же, какъ измѣряются, по методу Физо, небольшія расширения и сжатія кристалловъ, происходящія отъ нагрѣванія или охлажденія, т. е. нужно положить на испытуемую пластинку  $A$  (фиг. 26) плоское стекло  $B$ , образовать между  $A$  и  $B$  тонкій клинчатый слой воздуха; затѣмъ нужно пропускать по направленію стрѣлокъ параллельные лучи монохроматическаго свѣта (желтаго). Тогда въ клинчатомъ слоѣ воздуха получится интерференціонное явленіе, т. е. рядъ желтыхъ и черныхъ полосъ, перемѣщенія которыхъ при сжатіи или растяженіи пластинки  $A$  укажутъ на измѣненіе толщины  $\Delta$  этой пластинки.



Фиг. 26.

Этотъ способъ находить сумму  $P + Q$  представляетъ значительныя трудности при выполненіи его. Менажѣ, объясняя его, считаетъ

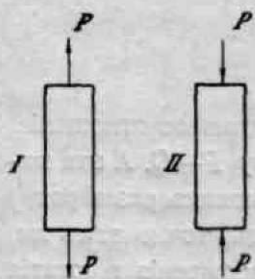
$$E = 700000 \frac{\text{кг.}}{\text{м}^2}, \quad \eta = 0,25.$$

Но мы знаемъ, что для разныхъ сортовъ стекла получаются очень разнообразныя величины  $E$ , отъ 470.000 до 760.000. Штраубель, какъ мы уже указали, для разныхъ сортовъ иенскаго стекла нашель величину  $\eta$  отъ 0,197 до 0,319. Такое разнообразіе численныхъ величинъ указываетъ, что для нахождения вѣрныхъ значеній  $P + Q$  необходимо еще опредѣлить для даннаго стекла величины коэффициента упругости и Пуассонова отношенія, т. е. произвести сложные опыты.

Кромѣ того явится еще одно затрудненіе. Если деформация однородная, то производимое ею въ системѣ желтыхъ и черныхъ полосъ перемѣщеніе этихъ полосъ будетъ простое, и его легко наблюдать. Въ случаяхъ же неоднородной деформации, когда упругія силы въ разныхъ точкахъ пластинки сильно различаются между собою, перемѣщеніе системы полосъ наблюдать труднѣе. А для насъ интересны именно такіе случаи неоднородной деформации<sup>1)</sup>.

Е. Какъ отличить растяженіе отъ сжатія оптически путемъ? Пусть имѣемъ два случая деформации: первый—растяженіе силами  $p$  и второй—сжатіе двумя такими же силами. Въ обоихъ случаяхъ разность хода двухъ лучей, пронизывающихъ пластинку, поставленную между николями, будетъ одна и та же, а потому интерференціонная окраска окажется одинаковой<sup>2)</sup>. Чтобы различить растяженія отъ сжатія, нужно примѣнить компенсаторъ. Для этого годятся всякіе компенсаторы: 1) Бабинѣ-Жамена, 2) деформационный, 3) пластинки слюды или гипса и т. д.

Если желаемъ воспользоваться деформационнымъ компенсаторомъ, то его нужно поставить на линіи луча, пронизывающаго изслѣдуемую пластинку такъ, чтобы разность хода  $\Delta$ , доставляемая компенсаторомъ отъ его сжатія, присоединялась къ разности хода  $\delta$ , даваемой испытываемой пластинкой. Если пластинка (фиг. 27) сжата (случай II),



Фиг. 27.

<sup>1)</sup> Можно оптически путемъ найти для даннаго сорта стекла величины коэффициентовъ  $\alpha$ ,  $\beta$  формулы для скорости свѣта

$$V = V_0 + \alpha P + \beta Q.$$

Затѣмъ, имѣя пластинку такого же стекла и подвергая ее нѣкоторой деформации, мы могли бы найти, при помощи оптическихъ наблюденій, величины обѣихъ главныхъ силъ  $P$ ,  $Q$  въ любомъ мѣстѣ деформированной пластинки. Но этотъ приемъ сложенъ, требуетъ знанія величины Пуассонова отношенія, и къ нему прилагаются тѣ же критическія замѣчанія, какъ и къ приему, предложенному Менаже.

<sup>2)</sup> Мы пренебрегаемъ измѣненіемъ толщины пластинки, происходящимъ при продольномъ растяженіи или сжатіи.

то объ разности  $\Delta$  и  $\delta$  одинаковаго знака, и мы получимъ простое арифметическое сложение, т. е. полная разность хода будетъ

$$\Delta + \delta.$$

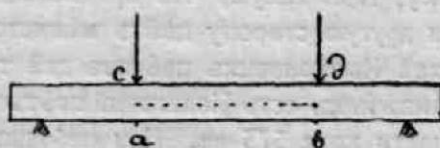
Если же пластинка растянута (случай I), то доставляемая ею разность хода будетъ противоположнаго знака относительно  $\Delta$ , и отъ совокупности компенсатора и пластинки получится разность хода

$$\Delta - \delta.$$

Такимъ образомъ, для случаевъ, названныхъ нами I и II, получаются неодинаковыя разности хода, т. е. получатся различныя окраски. Въ случаѣ I разность хода меньше, чѣмъ во II; слѣд. въ I случаѣ окраска будетъ на шкалѣ Ньютона стоять раньше окраски II случая. Окраска для случая I будетъ стоять раньше окраски, даваемой компенсаторомъ, а для случая II—позже окраски компенсатора. Это обстоятельство позволить намъ отличать, имѣемъ ли дѣло съ растяженіемъ или со сжатіемъ.

Для той же цѣли годится вмѣсто деформационнаго компенсатора просто кристаллическая пластинка. Гёнигсбергъ и Дитнеръ брали для этого пластинку гипса, которая между скрещенными николями давала пурпуровую окраску (первый цвѣтъ во второмъ порядкѣ), что соотвѣтствуетъ разности хода двухъ лучей около 564  $\mu$ . Гипсовая пластинка была поставлена такъ, что разность хода, производимая растяженіемъ стекла (случай I), прибавлялась къ указанной разности, даваемой гипсовой пластинкой; для сжатія (случай II) вмѣсто прибавки получалось вычитаніе<sup>1)</sup>, т. е. для растяженія окраска будетъ болѣе высокаго порядка, чѣмъ указанный пурпуровый цвѣтъ; а для сжатія окраска будетъ менѣе высокаго порядка (ближе къ начальной черной окраскѣ), чѣмъ пурпуръ.

Изгибая стеклянный брусокъ парой силъ, Гёнигсбергъ получилъ въ волокнахъ  $ab$ —голубой цвѣтъ, а въ волокнахъ  $cd$ —желтый



Фиг. 28.

(фиг. 28); нейтральный же слой сохранилъ прежнюю пурпурную окраску. Обращаясь къ таблицѣ Ньютоновыхъ цвѣтовъ, находимъ голубой

<sup>1)</sup> Разумѣется, если повернуть гипсовую пластинку на 90 град. около луча свѣта, то получится обратное: вычитаніе для случая растяженія и прибавка для сжатія.

цвѣтъ во 2-мъ порядкѣ для разности хода около 664  $\mu$ . Желтый же цвѣтъ находимъ въ первомъ порядкѣ, для разности хода 400—500  $\mu$ . Отсюда заключаемъ, что произведенный изгибъ вызвалъ разность хода около 100  $\mu$ , которая прибавилась на растянутой сторонѣ и дала голубую окраску; она же, вычитаясь на сжатой сторонѣ, измѣнила пурпурную окраску въ желтую.

Мы предполагали, въ нашихъ объясненіяхъ, что имѣемъ одно-стороннюю деформацию, т. е. одна изъ двухъ главныхъ упругихъ силъ  $p$ ,  $q$  равна нулю. Это условіе выполнено въ случаѣ изгиба парой. Въ другихъ случаяхъ, когда имѣются обѣ силы  $p$  и  $q$ , вопросъ усложняется. Но и въ этомъ случаѣ мы попрежнему можемъ опредѣлить знакъ разности.

$$p - q.$$

Чувствительные цвѣта. Примѣняя компенсаторъ или кристаллическую пластинку (гипса, слюды), мы можемъ передвинуть хроматическую картину по шкалѣ Ньютоновыхъ цвѣтовъ, можемъ отодвинуть эту картину дальше отъ начала ея, т. е. отъ чернаго и сѣраго цвѣтовъ 1-го порядка. Если нагрузки невелики, и сами по себѣ вызывали бы только мало характерные сѣрые цвѣта перваго порядка, то указаннымъ приемомъ мы можемъ получить яркіе цвѣта 2-го порядка и 3-го. Такимъ путемъ мы можемъ въ томъ мѣстѣ испытываемаго стекла, которое намъ наиболее интересно, получить любую окраску.

Часто стеклянный образецъ не можетъ выдерживать значительныхъ усилій, такъ какъ получается опасность разрушенія. При небольшихъ же усиліяхъ получаютъ тусклые, сѣрые и фіолетовые цвѣта 1-го порядка, которые мало отличаются другъ отъ друга, даже при замѣтной разности хода. Примѣняя компенсаторъ, мы можемъ перевести явленіе въ другую часть Ньютоновой шкалы, гдѣ цвѣта болѣе яркіе и легко различимые другъ отъ друга, даже при небольшой разности хода. Тогда наблюденія можно вести съ болѣею точностью.

Лучше всего постараться получить такъ называемую чувствительную окраску, т. е. такую, что при небольшомъ измѣненіи нагрузки въ ту или другую сторону цвѣтъ мѣняется очень замѣтно. Мы укажемъ на шкалѣ Ньютоновыхъ цвѣтовъ двѣ такія чувствительныя окраски. Первая изъ нихъ есть фіолетовый цвѣтъ во второмъ порядкѣ, отвѣчающій разности хода 575  $\mu$ . При небольшомъ увеличеніи нагрузки онъ переходитъ въ синій (индиго), а при уменьшеніи нагрузки въ пурпуровый.

Еще болѣе чувствителенъ фіолетовый цвѣтъ, находящійся въ началѣ третьяго порядка, при разности хода 1128  $\mu$ . (свѣтлый, голубовато-фіолетовый, у Ньютона онъ названъ «пурпуровый»). При небольшомъ уменьшеніи нагрузки онъ переходитъ въ красный, а при незначительномъ увеличеніи ея—въ синій (индиго). Эти перемѣны цвѣтовъ

очень замѣтны и позволяютъ вести наблюденія съ большой точностью. Вертгеймъ при своихъ извѣстныхъ опытахъ (*n*<sup>o</sup> 3 нашего списка литературы), пользуясь деформационнымъ компенсаторомъ, старался всегда дѣлать наблюденія около чувствительнаго цвѣта, и достигалъ точности въ опредѣленіи нагрузокъ до  $\frac{1}{500}$  ихъ величины.

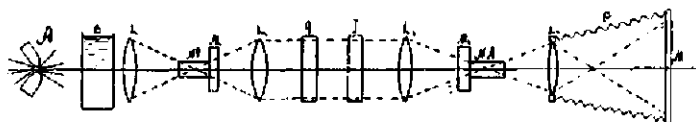
Уменьшеніе величинъ нагрузокъ въ особенности важно при растяженіи стекла. Этотъ матеріалъ слабо сопротивляется растяженію; притомъ, чтобы приложить къ стеклу растяженіе, нужно прикрѣплять къ нему оправы мастикою (въ родѣ сургуча), а сцѣпленіе этой мастики со стекломъ не велико. Здѣсь примѣненіе компенсаторовъ приноситъ большую пользу, позволяя вести наблюденія при слабыхъ нагрузкахъ.

Общее расположеніе приборовъ для оптическаго изслѣдованія деформаций. Чтобы показать его, мы опишемъ приборъ, исполненный фирмой Цейссъ для механической лабораторіи Электротехническаго Института.

Приборъ даетъ объективную картину явленія на матовомъ стеклѣ и снабженъ аппаратомъ для фотографированія этихъ картинъ. Примѣняя люміеровскія пластинки, можно получить цвѣтныя фотографіи.

Всѣ части прибора расположены на прочномъ металлическомъ столикѣ, могутъ быть передвигаемы по длинѣ его и тамъ закрѣплены.

Источникомъ свѣта служитъ сильная дуговая лампа *A* (фиг. 29).



Фиг. 29.

Далѣе идутъ по порядку:

*B* —сосудъ съ водой, для поглощенія тепловыхъ лучей.

*L*<sub>1</sub> —освѣтительная линза.

*NP* —николь-поляризаторъ и

*M*<sub>1</sub> —слюда въ  $\frac{1}{4}$  волны.

*L*<sub>2</sub> — линза.

*q* —аппаратъ для деформации стеклянной пластинки.

*I* —диафрагма (*Iris Blende*).

*L*<sub>3</sub> —линза съ фокуснымъ разстояніемъ въ 420 мм.

*M*<sub>2</sub> —слюда въ  $\frac{1}{4}$  волны.

*NA* —николь-анализаторъ.

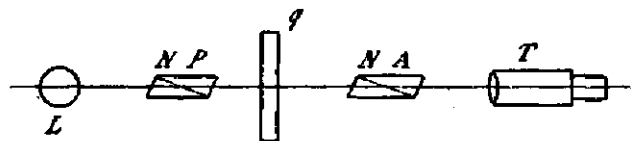
*L*<sub>4</sub> —объективъ съ фокуснымъ разстояніемъ въ 870 мм.

*P* —фотографическая камера.

*M* —матовое стекло, на которомъ получается цвѣтная картина деформации.

Чечевица  $L_1$  сосредоточиваетъ свѣтъ на николь-поляризаторѣ. Чечевица  $L_2$  даетъ такъ называемый параллельный свѣтъ между собою и чечевицей  $L_3$ ; въ промежуткѣ между ними ставится испытываемая пластинка стекла. Затѣмъ чечевица  $L_3$  сосредоточиваетъ свѣтъ на николь-анализаторѣ. Последняя чечевица  $L_4$  служитъ для проектированія изображенія стекла на экранъ въ увеличенномъ (вдвое) размѣрѣ.

Этотъ приборъ предназначенъ для объективнаго демонстраціоннаго и фотографированія. Когда же имѣютъ въ виду разсмотрѣніе картины глазомъ и точное зарисовываніе карты изоклиническихъ линій, то вмѣсто дуговой лампы нужно поставить небольшую лампочку накаливанія  $L$  (фиг. 30) съ матовой оболочкой; затѣмъ идутъ



Фиг. 30.

$NP$ —николь-поляризаторъ.

$q$  —испытываемая пластинка.

$NA$ —николь-анализаторъ.

$T$  —зрительная труба.

Линзы располагаются такъ же, какъ въ предыдущемъ приборѣ.

Новые приборы профессоровъ Кокера и С. Томсона <sup>1)</sup>. Эти приборы назначены для изученія деформаций въ крупныхъ образцахъ, напр., изображающихъ детали машинъ въ натуральную величину. Поле зрѣнія въ этихъ приборахъ очень значительное; въ одномъ изъ нихъ оно представляется кругомъ діаметромъ въ 20 дюйм. (50 сант.), а въ другомъ — прямоугольникомъ со сторонами 40 и 10 дюймовъ (100 сант. и 25 сант.). Вслѣдствіе такихъ большихъ размѣровъ нельзя примѣнить въ качествѣ поляризатора николь; вмѣсто него поляризующимъ аппаратомъ служитъ большая пластинка черного стекла; при отраженіи отъ нея подъ угломъ поляризаціи, почти весь отраженный свѣтъ будетъ поляризованъ прямолинейно. Но такое стекло отражаетъ лишь около  $\frac{1}{7}$  падающаго на него свѣта, и, поэтому, требуется сильный источникъ свѣта. Здѣсь ставится цѣлый рядъ лампочекъ накаливанія, а для равномернаго распредѣленія освѣщенія по всему полю зрѣнія, между лампочками и чернымъ стекломъ располагаютъ или матовое стекло или прозрачную бумагу, равномерно разсѣивающія свѣтъ.

Въ качествѣ анализатора Кокеръ и Томсонъ примѣняютъ или небольшой николь или стопку изъ 2—3 прозрачныхъ стеколъ. Можно

<sup>1)</sup> См. Engineering. July 26 1912.

также примѣнить отражающее зеркало изъ чернаго стекла, поставленное накрестъ съ поляризующимъ зеркаломъ.

Для примѣненія круговой поляризаціи въ этомъ приборѣ имѣются двѣ пластинки слюды въ четверть волны, каждая діаметромъ въ 20 дюймовъ.

Приборъ этотъ представляетъ не что иное, какъ простѣйшій поляризаторъ Нёренберга, выполненный въ большихъ размѣрахъ и снабженный интенсивнымъ освѣщеніемъ. Простота устройства и полное отсутствіе всякихъ оптическихъ чечевиць дѣлаютъ приборъ очень дешевымъ. Всякій можетъ сдѣлать его самъ, если ограничится прямолинейной поляризаціей свѣта. Полученіе большихъ пластинокъ слюды для круговой поляризаціи представитъ затрудненія <sup>1)</sup>.

Примѣненіе целлулоида (ксилонита). Стекло представляетъ нѣсколько неудобствъ въ качествѣ матеріала для деформаціи. Трудно получить стекло значительныхъ размѣровъ вполнѣ изотропное; обыкновенно, вслѣдствіе закалки, полученной при застываніи и охлажденіи, въ толстыхъ стеклахъ имѣются первоначальныя внутреннія натяженія; такое стекло и безъ деформаціи показываетъ въ поляризаціонномъ приборѣ цвѣтную картину, которая накладывается на деформаціонную картину и вредитъ ясности ея. Затѣмъ, изготовленіе изъ стекла пластинокъ сложной формы, изображающихъ модели крюковъ, заклепочныхъ соединеній и другихъ машинныхъ деталей, затруднительно, и такія модели дороги; ихъ нельзя приготовить самому, а нужно заказывать насторонѣ.

Но главный недостатокъ стекла представляетъ непрочность его; желая вызвать яркое хроматическое явленіе, приходится примѣнять такія нагрузки, отъ которыхъ могутъ получиться трещины и полное разрушеніе стекляннаго образца.

Вслѣдствіе этихъ недостатковъ, начали пробовать замѣнить стекло другимъ прозрачнымъ матеріаломъ. Генригсбергъ, а за нимъ Кокеръ примѣнили для этого ксилонитъ, и попытка ихъ увѣнчалась успѣхомъ.

Ксилонитъ есть тотъ видъ целлулоида, который примѣняется для изготовленія чертежныхъ линеекъ и треугольниковъ; для опытовъ надъ деформаціей можно просто вырѣзать пластинку ксилонита изъ линейки.

Еще лучшій матеріалъ представляютъ целлулоидныя пластинки, примѣняемыя для изоляціи въ аккумуляторахъ Тюдора. Затѣмъ цел-

<sup>1)</sup> Въ этомъ родѣ былъ тотъ самодѣльный приборъ, который устроилъ Максвелль, будучи 19-ти лѣтнимъ студентомъ Эдинбургскаго Университета. На этомъ приборѣ онъ сдѣлалъ свои наблюденія надъ закаленнымъ стекломъ. Нарисовавъ раскрашенныя картины, изображающія наблюденныя хроматическія явленія, онъ поднесъ эти рисунки извѣстному профессору Николю, изобрѣтателю николевой призмы.

лулоидныя фабрики могутъ изготовить, по особому заказу, потребныя пластинки этого матеріала.

Целлулоидъ легко рѣжется ножницами и ножомъ, стамеской; въ немъ можно сверлить дыры ручнымъ сверломъ, и вообще онъ можетъ быть обрабатываемъ инструментами, примѣняемыми при обработкѣ дерева. Такимъ образомъ пластинкамъ целлулоида можно съ легкостью придать любую желаемую форму.

Онъ достаточно прозраченъ, хотя иногда нѣсколько окрашенъ, имѣетъ свѣтло-желтую или слабо-лиловую окраску.

Двойко лучепреломляющая способность целлулоида значительно сильнѣе, чѣмъ у стекла; для полученія яркихъ цвѣтныхъ окрасокъ достаточно, чтобы лучъ свѣта прошелъ черезъ пластинку деформированнаго целлулоида около 2 миллиметровъ толщиною.

Профессоръ Кокеръ говоритъ, что тонкія пластинки ксилонита (2—4 м.м. толщиною) можно считать вполне изотропными. Вѣроятно онъ имѣлъ дѣло съ очень хорошимъ матеріаломъ. Тѣ образцы, которые я имѣлъ въ рукахъ, иногда оказывались имѣющими замѣтное первоначальное натяженіе, и въ поляризаціонномъ приборѣ показывали, до приложенія къ нимъ деформации, нѣкоторое первоначальное окрашиваніе; оно налагается на хроматическую картину, получаемую при деформации. Впрочемъ, такое первоначальное окрашиваніе обыкновенно не велико и не вредитъ ясности цвѣтовой картины.

Болѣе вредны тѣ первоначальныя окрашиванія, которыя иногда получаютъ на краяхъ пластинки, вслѣдствіе приложенія здѣсь значительныхъ усилій во время изготовленія образца. Иногда эти окрашиванія настолько интенсивны, что дѣлаютъ образецъ совершенно неподнымъ для оптическихъ изслѣдованій.

Коэффициентъ упругости ксилонита около 21.000 кил. на квадрат. сант. Пуассоново отношеніе, по опытамъ Кокера, равно 0,39. Этотъ матеріалъ можно подвергать дѣйствию повторныхъ нагрузокъ отъ 0 до 280 кил. на квадрат. сант., безъ порчи и безъ измѣненій его упругихъ свойствъ; такъ нашелъ Кокеръ.

Ксилонитъ не совершенно упругъ; уже при небольшихъ напряженіяхъ онъ даетъ нѣкоторую петлю гистерезиса; но это не мѣшаетъ примѣненію его вмѣсто стекла. Профессоръ Кокеръ за послѣднее время сдѣлалъ много испытаній съ пластинками изъ ксилонита.

Главное достоинство ксилонита то, что онъ не хрупокъ.

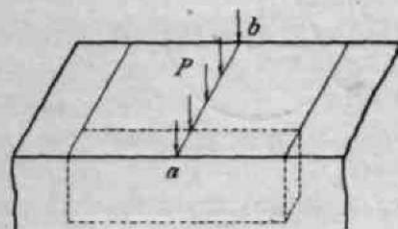
Примѣры результатовъ, полученныхъ оптической методой. Повѣрка выводовъ, полученныхъ въ теоріи упругости и въ ученіи о сопротивленіи матеріаловъ.

1. Задача Буссине. Напомнимъ въ нѣсколькихъ словахъ результаты выводовъ Буссине и Фламана относительно явленій, получающихся въ упругой почвѣ, подверженной давленію силой  $P$ ,

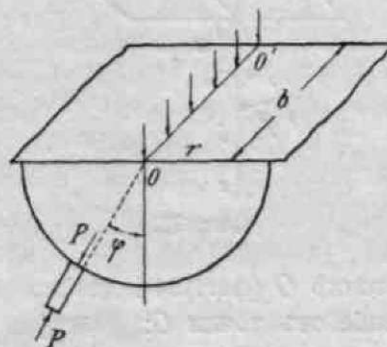
перпендикулярной къ почвѣ и распредѣленной по прямой  $ab$  (фиг. 31). Для облегченія математической стороны рѣшенія, упругая почва предполагается распространяющейся въ безконечность; но такъ какъ напряженія быстро убываютъ по мѣрѣ удаленія отъ мѣста приложенія силы, то выводы Буссине можно примѣнять и къ сравнительно небольшому тѣлу, отмѣченному на чертежѣ пунктиромъ, или къ тонкой пластинкѣ. Эти выводы даютъ общій законъ распредѣленія напряженій около мѣста приложенія силы; можно примѣнять ихъ къ многочисленнымъ случаямъ. Рѣшеніе Буссине даетъ общее правило распредѣленія мѣстныхъ напряженій въ случаѣ плоской задачи.

Это рѣшеніе заключается въ слѣдующемъ:

Опишемъ круговой цилиндръ любого радіуса  $r$  (фиг. 32), около



Фиг. 31.



Фиг. 32.

линіи приложенія силы  $OO''$ ; мы получимъ, что главныя упругія силы въ точкахъ поверхности цилиндра направлены: 1) по радіусу, 2) по элементу касательной къ кругу, и 3) параллельно оси цилиндра.

Первая изъ этихъ силъ равна

$$\frac{2}{\pi} \frac{P}{rb} \cos \varphi,$$

гдѣ  $P$  полная нагрузка на ширинѣ  $b$ , а остальные двѣ силы оказываются равными нулю. Наибольшее скалывающее напряженіе въ элементѣ, показанномъ на чертежѣ, получится какъ полуразность двухъ главныхъ упругихъ силъ

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{2P}{\pi rb} \cos \varphi - 0 \right) = \frac{P}{\pi rb} \cos \varphi.$$

Это напряженіе и будетъ указываться цвѣтами изохроматическихъ линій.

Изъ послѣдней формулы получаютъ два слѣдствія:

а) Если разсматривать точки  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (фиг. 33), находящіяся на

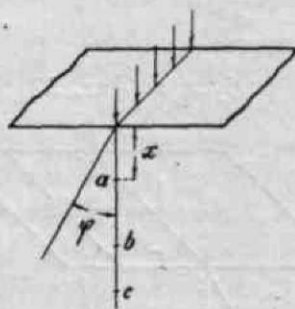
разныхъ глубинахъ  $x$  прямо подъ нагрузкой ( $\text{Cos } \varphi = 1$ ), то величины  $T$  для этихъ точекъ будутъ

$$T = \frac{P}{\pi b} \cdot \frac{1}{x}, \dots \dots \dots (3)$$

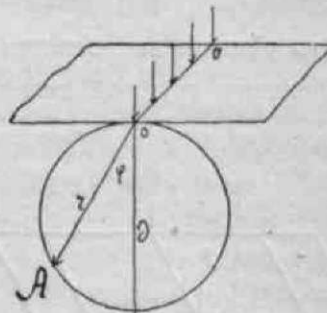
т. е. съизмѣненіемъ  $x$  величина  $T$  мѣняется по гиперболическому закону

$$Tx = \text{const.}$$

b) Опишемъ кругъ нѣкотораго діаметра  $d$ , касательный къ почвѣ



Фиг. 33.



Фиг. 34.

въ точкѣ  $O$  (фиг. 34). Для любой точки  $A$  этого круга имѣемъ разстояніе отъ точки  $O$ :

$$r = d \text{ Cos } \varphi;$$

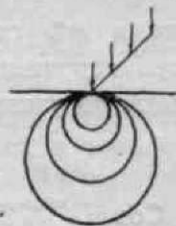
т. е.

$$\frac{\text{Cos } \varphi}{r} = \frac{1}{d} = \text{const};$$

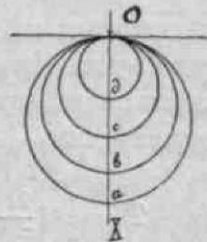
слѣдовательно и напряженія  $T$  одинаковы для всѣхъ точекъ такого круга. Итакъ, здѣсь изохроматическія линіи будутъ круги, касательные къ упругой почвѣ въ точкѣ приложенія нагрузки (фиг. 35).

Оба эти слѣдствія легко повѣряются оптической методой.

Провѣрка была сдѣлана Вильсономъ на тонкой стеклянной



Фиг. 35.

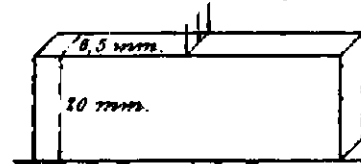


Фиг. 36.

пластинкѣ, опертой своимъ нижнимъ основаніемъ на неподвижную плоскость (фиг. 37). Передняя поверхность пластинки была покрыта мелкой выгравированной сѣткой, которая позволяла выбирать извѣстныя точки и сосредоточивать наблюденіе на нихъ.

Какъ всегда, пластинка была поставлена между двумя перекрестными николями, такъ что при отсутствіи деформации николь-анализаторъ вполне тушилъ свѣтъ, прошедшій черезъ поляризаторъ. При деформации пластинки, вновь появлялся свѣтъ, сообразно съ разностью хода двухъ лучей, колеблющихся по перпендикулярнымъ направлѣніямъ.

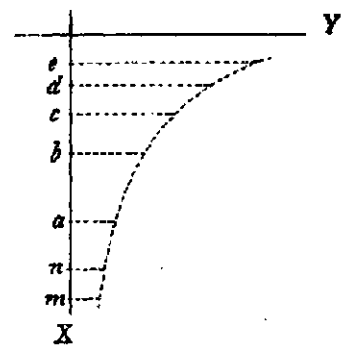
Для повѣрки перваго слѣдствія Вильсонъ дѣлалъ опыты при монохроматическомъ (желтомъ) свѣтѣ. Выбравъ точку *a* (фиг. 36) подъ нагрузкой, онъ увеличивалъ нагрузку, подсыпая дробь на грузовую чашку, пока разность хода двухъ лучей, идущихъ черезъ *a*, сдѣлалась ровно  $\frac{1}{4}$  волны. Наступленіе этого момента онъ опредѣлялъ, поставивъ слюду въ  $\frac{1}{4}$  волны между стеклянной пластинкой и анализаторомъ. Слюда давала разность хода, обратную по знаку той разности, которая вызывается стекломъ. Когда эти двѣ разности взаимно компенсируются, то свѣтъ не будетъ вовсе проходить черезъ анализаторъ, и получится погасаніе луча. Оставляя ту же нагрузку, затѣмъ подыскивали точку *b*, для которой разность хода лучей вдвое больше, чѣмъ для *a*, т. е. противъ которой нужно поставить двѣ пластинки слюды въ  $\frac{1}{4}$  волны, чтобы получить потуханіе свѣта. И такъ, для точки *b* разность хода вдвое больше, чѣмъ для *a*, слѣдовательно срѣзывающее напряженіе *T* въ точкѣ *b* тоже вдвое больше, чѣмъ въ *a*. Такое отношеніе срѣзывающихъ напряженій въ *b* и *a* сохранится и при всякой другой величинѣ нагрузки.



Фиг. 37.

Затѣмъ уменьшали нагрузку до того, что разность хода въ точкѣ *b* составляла только  $\frac{1}{4}$  волны, т. е. достаточно одна пластинка слюды, чтобы потушить свѣтъ въ *b*. Опять отыскивали такую точку *c*, въ которой разность хода, при той же нагрузкѣ, вдвое больше, чѣмъ въ *b*.

Повторяя такія опредѣленія, получили рядъ точекъ *m, n, a, b, c, d, e*. . . (фиг. 38), въ которыхъ срѣзывающее напряженіе для каждой предыдущей вдвое меньше, чѣмъ для слѣдующей, т. е. получали законъ измѣненія этихъ напряженій въ зависимости отъ абсциссъ *x*. Откладывая эти напряженія по ординатамъ *Y*, получили кривую, мало отличающуюся отъ гиперболы. И такъ, гиперболическій законъ распредѣленія напряженій подтвердился опытомъ.



Фиг. 38.

Вильсонъ сдѣлалъ еще другую повѣрку этого закона. Онъ довелъ нагрузку до такой величины, что на поверхности стекла появилось шесть интерференціонныхъ полосъ *a, b, c*. . . Каждая изъ по-

лось отвѣчаетъ разности хода въ  $\frac{1}{2}$  волны, слѣдовательно, называя напряженіе у нижней полосы черезъ единицу, получимъ, что напряженія остальныхъ выразятся числами

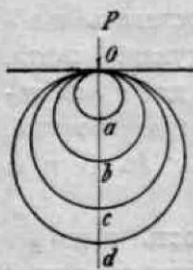
2, 3, 4, 5, 6.

Наблюдая въ микроскопъ, снабженный точнымъ микрометреннымъ приборомъ, дававшимъ тысячныя доли дюйма, Вильсонъ опредѣлилъ разстоянія отъ  $O$  тѣхъ точекъ  $a, b, c, \dots$ , въ которыхъ указанныя полосы пересѣкаютъ линію  $OX$ . Оказалось, что отношенія этихъ разстояній обратно пропорціональны указаннымъ числамъ, которыя выражаютъ напряженія, т. е. опять подтвердился гиперболическій законъ.

Чтобы провѣрить второе слѣдствіе, вытекающее изъ рѣшенія Буссинэ, Вильсонъ дѣлалъ наблюденія въ бѣломъ свѣтѣ. Получилась цвѣтная картина; изохроматическія линіи оказались кругами, касательными одинъ къ другому и касательными къ верхнему ребру стеклянной пластинки, какъ это было предсказано теоріей.

Были получены круги до 8 мм. діаметромъ.

Та же провѣрка была сдѣлана въ другой формѣ: изъ числа цвѣтныхъ круговъ хроматической картины Вильсонъ выбралъ голубой кругъ.



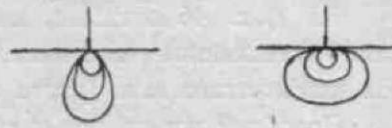
Фиг. 39.

Намѣтивъ подъ нагрузкой  $P$  избранныя имъ точки  $a, b, c, \dots$  (фиг. 39), Вильсонъ опредѣлялъ, какія требуются нагрузки, чтобы заставить голубой кругъ пройти черезъ эти точки. Оказалось, что нагрузки эти пропорціональны разстояніямъ  $Oa, Ob, Oc, \dots$ , какъ и должно быть. Одинаковость цвѣта указываетъ на одинаковость срѣзывающаго напряженія  $T$ , а тогда, какъ видно изъ формулы (3), нагрузка  $P$  увеличивается пропорціонально абсциссамъ  $X$ <sup>1)</sup>.

Павлиньи глаза (глаза Аргуса). Полученная хроматическая картина, состоящая изъ касательныхъ круговъ, характеризуетъ мѣстную деформацію, указываетъ на распредѣленіе напряженій около самаго мѣста приложенія силы; по мѣрѣ удаленія отъ этого мѣста, напряженіе ослабѣваетъ, и окраска исчезаетъ. Въ разсмотрѣнномъ нами случаѣ, который мы назвали задачей Буссинэ, вся совокупность явленій изображается такой мѣстной деформаціей. Но въ другихъ случаяхъ дѣйствія силъ, напр., при изгибѣ и т. п.,

<sup>1)</sup> Во время опытовъ со стекломъ, которое сжимается, какъ на фиг. 38, я получилъ еще одно очень хорошее объективное подтвержденіе выводовъ Буссинэ. А именно, въ одномъ образцѣ, у точки приложенія давленія, съ поверхности стекла откололась чешуя, оставившая на стеклѣ слѣдъ, имѣвшій форму касательныхъ круговъ, совершенно тождественныхъ съ тѣми, которыя указываются теоріей.

указанные круги изменяют свою форму, овализируются, вытягиваются или сплющиваются (фиг. 40), но общий характер явления сохраняется, и оно появляется, съ большей или меньшей интенсивностью и яркостью окраски, во всѣхъ мѣстахъ приложения сосредоточенной нагрузки. На это общее явление обратилъ



Фиг. 40.

вниманіе Леже, производившій много испытаній со стекломъ. Онъ назвалъ эту радужную картину касательныхъ круговъ или оваловъ— павлиньими глазами <sup>1)</sup>, и въ его работѣ приведено значительное число примѣровъ, гдѣ эти глаза появляются <sup>2)</sup>. На слѣдующихъ фигурахъ (41—45) представлено нѣсколько образцовъ изъ Леже, при чемъ указаны только павлиньи глаза, а остальная хроматическая картина опущена.

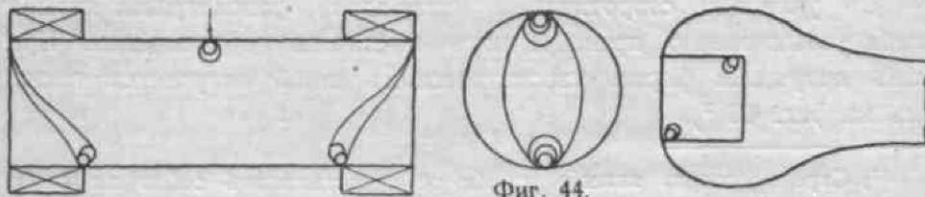


Фиг. 41.

Фиг. 42.

Въ (фиг. 41) имѣемъ случай передачи давления на стекло при помощи жесткихъ металлическихъ подкладокъ; павлиньи глаза указываютъ, что давление передается не по всей площади подкладки,

а сосредоточивается въ двухъ точкахъ.



Фиг. 43.

Фиг. 44.

Фиг. 45.

<sup>2)</sup> Первая работа Леже относится къ 1877 году (Leger. Sur la constitution moléculaire des corps trempés. Она напечатана въ Mémoires de la Société des ingénieurs civils, année 1877 p. 645. Въ томъ же журналѣ напечатана и вторая его работа Transmission des forces extérieures au travers des corps solides; я имѣлъ въ рукахъ только отдѣльный оттискъ ея не и могу указать годъ изданія. Но вѣроятно и вторая работа вышла ранѣе появленія извѣстныхъ работъ Bous-sinesq. Этимъ объясняется полное отсутствіе указаній на Буссинэ въ статьяхъ Леже.

<sup>1)</sup> На основаніи хроматическихъ явленій въ стеклѣ, Леже дѣлаетъ рядъ выводовъ относительно передачи давления въ твердыхъ тѣлахъ. Результатамъ его придаютъ большое значеніе два знаменитыхъ металлурга Черновъ и Осмондъ, примѣнившіе эти выводы къ стали. См. переводъ работы Чернова въ Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale. Décemb. 1902, и статью Ch. Frémont et F. Osmond въ сборникѣ Contribution à l'étude de fragilité dans les fers et les aciers, p. 165.

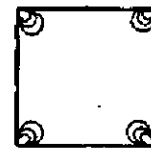
Въ фиг. 42 имѣемъ случай изгиба бруска, лежащаго концами на опорахъ; въ фиг. 43 изгибъ бруска, закрѣпленнаго концами и нагруженнаго по срединѣ; въ фиг. 44 сжатіе круглаго диска; въ фиг. 45 подражаніе дѣйствию ключа, завинчивающаго гайку.

На фиг. 46 показаны мѣста образованія павлиньихъ глазъ при изгибѣ стеклянной пластинки, которая должна была изображать модель колѣнчататаго вала (взято изъ опытовъ Гѣнигсберга).

Подобные же павлиньи глаза оказываются въ исходящихъ углахъ закаленныхъ стеколъ, при разсматриваніи ихъ въ поляризованномъ свѣтѣ; эти глаза указываютъ на характеръ имѣющагося здѣсь внутренняго напряженія (фиг. 47).



Фиг. 46.



Фиг. 47.

Явленія изгиба <sup>1)</sup>. Опыты Вильсона. Онъ изучалъ явленія въ стеклянной пластинкѣ <sup>2)</sup>, лежавшей концами на двухъ опорахъ и нагруженной по срединѣ. При помощи мелкой сѣтки, награвированной на поверхности пластинки, была построена карта изоклиническихъ линій, которая дала возможность вычертить изостатическія линіи, т. е. линіи, указывающія направленія главныхъ упругихъ силъ; эти линіи были представлены на фиг. 28.

Въ ученіи о сопротивленіи матеріаловъ, разсматривая явленія изгиба, обыкновенно пренебрегаютъ мѣстными деформациями. При этомъ допущеніи форма изостатическихъ линій получается такая, какъ на фиг. 48 <sup>3)</sup>.

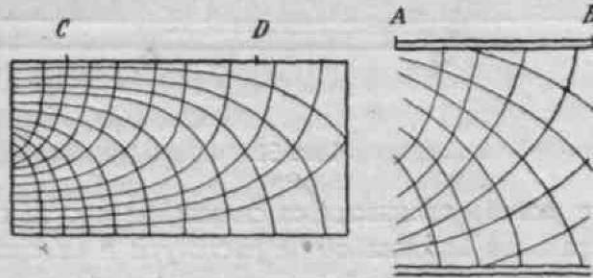
<sup>1)</sup> Строго говоря, явленія изгиба не представляютъ собою плоскую задачу. Срѣзающія силы не одинаковы въ разныхъ точкахъ по ширинѣ бруска, а нѣсколько измѣняются, такъ что мы имѣемъ дѣло съ задачей трехъ измѣреній. Но для неширокихъ поперечныхъ сѣченій такое измѣненіе не велико, и приблизительно можно въ этомъ случаѣ считать изгибъ за плоскую задачу. Поэтому возможно примѣнять оптическую методу къ изученію явленій изгиба.

Самый фактъ появленія ясной хроматической картины при изгибѣ стекла указываетъ, что указанное выше измѣненіе срѣзающихъ силъ по ширинѣ пластинки не велико. Если бы оно было болѣе или менѣе значительно, то оси поляризации свѣта, проходящаго черезъ стекло, замѣтно мѣнялись бы во время такого прохожденія. А это совершенно воспрепятствовало бы тушенію свѣта между перекрещенными николями и полученію опредѣленной картины изохроматическихъ и изоклиническихъ линій.

<sup>2)</sup> Длина 81 мм., поперечное сѣченіе 20×6,5 мм.

<sup>3)</sup> См., напр., Rankine. Applied Mechanics, p. 341, или у Кульмана въ первомъ изданіи Графической Статики § 82. Наша фиг. 48 представляетъ правую половину бруска, лежащаго двумя концами на опорахъ и изгибаемаго по срединѣ одной силой.

Сравнивая ее съ фигурой Вильсона (фиг. 28), середина которой повторена у насъ на фиг. 49, мы замѣчаемъ большое сходство вдали



Фиг. 48.

Фиг. 49.

отъ точекъ приложенія силъ; но около этихъ точекъ мѣстныя деформаци радикально измѣняютъ распредѣленіе напряженій.

Опыты Филона. Для случая изгиба онъ провѣрилъ опытомъ результаты своихъ теоретическихъ выводовъ относительно формы изоклиническихъ линий около мѣста нагрузки. Получилось хорошее согласіе. Опытъ далъ всѣ пять типовъ (фиг. 50) изоклиническихъ



Фиг. 50.

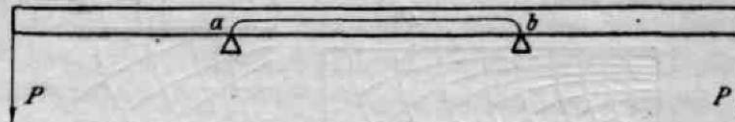
линій, указанныхъ теоріей. Численныя величины (координаты точекъ пересѣченія изоклиническихъ линий съ вертикалью, проведенной черезъ нагрузку, съ горизонтальной осью бруска и т. п.) тоже дали удовлетворительное согласіе опыта съ теоріей.

Вдали отъ точекъ приложенія силъ тоже получилось хорошее согласіе данныхъ опытомъ изоклиническихъ линий, съ теоріей. Между прочимъ оказалось, что тотъ приблизительный выводъ, который всегда дѣлается въ элементарной теоріи изгиба (а именно, что въ случаѣ прямоугольнаго поперечнаго сѣченія сръзывающія силы распредѣляются по высотѣ поперечнаго сѣченія по параболическому закону) достаточно хорошо согласуется съ опытами.

Нейтральный слой при изгибѣ. Слѣдуетъ различать истинный нейтральный слой, т. е. совокупность точекъ, въ которыхъ вовсе нѣтъ напряженія, отъ того, что называютъ нейтральнымъ слоемъ въ теоріи изгиба, т. е. совокупность волоконъ, которая не подвергается продольному растяженію или сжатію.

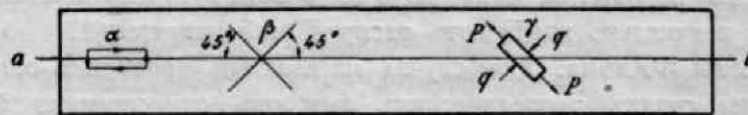
Истинный нейтральный слой получается только въ случаѣ изгиба парой силъ; тогда въ центральной части бруска по средней линіи *ab* (фиг. 51) нѣтъ никакого напряженія, и здѣсь будетъ темнота

при всякомъ углѣ поворота обоихъ николей, если во время вращения сохраняется прямой уголъ между ихъ главными сѣченіями.



Фиг. 51.

Если же изгибъ производится силами, не составляющими пару, то хотя центральныя волокна  $ab$  не растянуты и не сжаты, но тѣмъ не менѣе въ нихъ имѣется нѣкоторое напряженіе, а именно, скалывающее, обозначенное на (фиг. 52) у  $\alpha$ , стрѣлками. Главныя напря-



Фиг. 52.

вленія, т. е. направленія главныхъ упругихъ силъ, для центральныхъ частей бруска идутъ подъ углами въ  $45^\circ$  къ оси бруска, какъ показано у  $\beta$ .

Главныя упругія силы, для центральныхъ частей бруска, будутъ растягивающія ( $p$ ) и сжимающія ( $q$ ), численно равныя между собою (см. у  $\gamma$ ).

Поэтому, при изгибѣ силами, не составляющими пару, нейтральный слой окажется темнымъ только въ тѣхъ случаяхъ, когда главныя сѣченія двухъ николей идутъ по направленіямъ  $p$ ,  $q$ . При всѣхъ другихъ углахъ поворота николей появится свѣтъ и окраска, соотвѣтственная величинѣ разности двухъ главныхъ упругихъ силъ <sup>1)</sup>. Если общая численная величина силъ  $p$ ,  $q$  будетъ  $s$ , то указанная разность составитъ  $2s$ , а срѣзающая сила будетъ половина разности, т. е.  $s$ .

Примѣняя круговую поляризацию, мы получимъ темноту только для истиннаго нейтральнаго слоя <sup>2)</sup>.

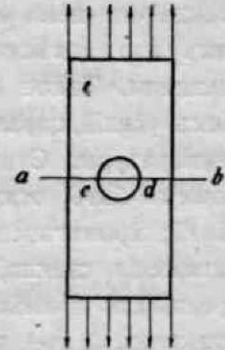
Вліяніе дыръ и вырѣзовъ разнаго рода въ растянутыхъ и сжатыхъ частяхъ. При этомъ нагрузка распределится не равномерно по сѣченію, проходящему черезъ дыру или около нея; только

<sup>1)</sup> Нужно имѣть въ виду эти соображенія при истолкованіи опытовъ, произведенныхъ Гёнигсбергомъ надъ моделью, изображавшей колѣнчатый валъ.

<sup>2)</sup> Въ случаѣ прямолинейной поляризаціи можно отличить истинный нейтральный слой отъ кажущагося, помощью тонкой гипсовой пластинки. Такая пластинка, сама по себѣ, показываетъ въ поляризованномъ свѣтѣ нѣкоторую опредѣленную окраску. Если же ее поставить на пути свѣта, пронизывающаго деформированный объектъ, то окраска измѣнится вездѣ, кромѣ мѣстъ, представляющихъ истинный нейтральный слой.

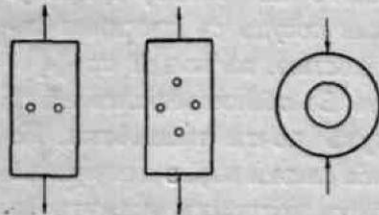
вдали отъ отверстія или вырѣза распределе́ніе нагрузки будетъ близко къ равномерному.

Оптическая метода очень хорошо демонстрируетъ такую неравно мѣрность. Такъ, въ случаѣ одной дыры (фиг. 53), на концахъ *c, d* ея діаметра перпендикулярнаго къ нагрузкѣ, какъ показываетъ теорія, должны получиться значительно большія напряженія, чѣмъ въ другихъ мѣстахъ сѣченія *ab*. При опытѣ около точекъ *c, d* появляется яркое окрашиваніе (синее, красное), указывающее на высокое напряженіе, въ то время какъ остальная часть бруска едва окрашена сѣроватымъ оттѣнкомъ или даетъ бѣлый цвѣтъ Ньютоновыхъ колець 1-го порядка.

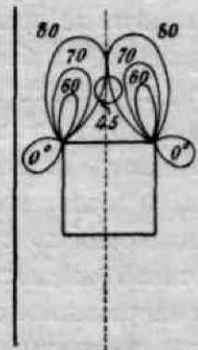


Фиг. 53.

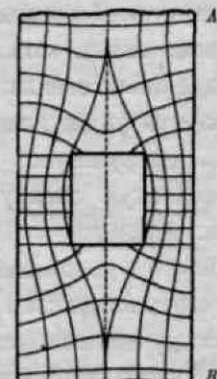
Въ подобныхъ случаяхъ (фиг. 54) оптическая метода даетъ очень цѣнныя указанія. Кромѣ цвѣта хроматической окраски здѣсь даютъ еще полезныя указанія изоклиническія линіи, по которымъ нужно построить изостатическія кривыя. Для примѣра привожу на фиг. 55, 56 одинъ изъ многихъ случаевъ, изслѣдованныхъ проф. Кокеръ.



Фиг. 54.



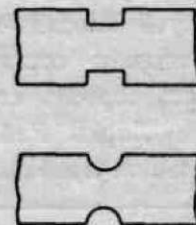
Фиг. 55.



Фиг. 56.

Растягивался брусокъ съ квадратной дырой посрединѣ. Были опредѣлены для него изоклиническія линіи; нѣкоторыя изъ нихъ изображены на фиг. 55; на ней отмѣчены углы поворота николей.

Затѣмъ, приступая къ построению изостатическихъ кривыхъ, замѣтимъ, что въ сѣченіяхъ *A* и *B* (фиг. 56) можно допустить равномерное распределе́ніе напряженія. Это мы изобразимъ тѣмъ, что здѣсь проведемъ изостатическія линіи въ видѣ равно отстоящихъ прямыхъ, параллельныхъ оси бруска. Начиная съ такой исходной точки и пользуясь картой изоклиническихъ линій, вычертимъ изостатическія кривыя по всему бруску. Около дыры онѣ сближаются между собою, и такое тѣсное расположеніе ихъ служитъ указаніемъ на значительное напряженіе въ этомъ мѣстѣ.



Фиг. 57.

Подобные же результаты получаются и в случае брусков с вырѣзами, какъ, напримѣръ, на фиг. 57.

Закаленное стекло. При быстромъ охлажденіи раскаленного стекла въ немъ получаютъ напряженія, иногда очень значительныя, какъ это извѣстно каждому изъ популярнаго опыта съ батавскими слезками. Такое стекло непрочное, и легко трескается отъ небольшихъ усилій, царапинъ или отъ незначительныхъ мѣстныхъ измѣненій температуры. Существованіе въ стеклѣ первоначальныхъ натяженій можетъ быть открыто, при разсматриваніи его въ поляризованномъ свѣтѣ; хроматическая окраска укажетъ на величину первоначальнаго натяженія стекла, вызваннаго его закалкой. Уже давно Гагенбахъ предлагалъ примѣнить этотъ способъ къ приѣмкѣ стеклянной посуды; пользуясь имъ, можно отобрать слабые, ненадежные экземпляры и забраковать ихъ.

Хроматическую окраску въ поляризованномъ свѣтѣ не слѣдуетъ смѣшивать съ той радужной спектральной окраской, которая получается отъ призматическаго преломленія свѣта. Последнюю можно устранить, органичивая прозрачное тѣло параллельными плоскостями, тогда свѣтъ можетъ пройти не преломляясь. На предметахъ изъ закаленного стекла, напримѣръ, на батавскихъ слезкахъ, трудно отшлифовать такія плоскости, такъ какъ шлифовка почти всегда приведетъ къ разрушенію. Но вмѣсто того прибѣгаютъ къ такому средству: батавскую слезку помѣщаютъ въ стеклянный сосудъ съ плоскими параллельными стѣнками, и заливаютъ жидкостью, имѣющей коэффициентъ преломленія одинаковый со стекломъ. Въ обыкновенномъ свѣтѣ очертанія слезки въ такой жидкости будутъ почти незамѣтны. Но между двумя николями напряженное состояніе слезки выразится яркими цвѣтами хроматической поляризаціи, оттѣнки которыхъ укажутъ на величину напряженія. Этимъ путемъ Маскаръ показалъ, что напряженія въ батавскихъ слезкахъ иногда доходятъ до 1600 кил. на квад. сант.

Въ качествѣ жидкости, пригодной для такой цѣли, Маскаръ указываетъ на карболовую кислоту (*acide rhénique*). Небольшая прибавка къ ней воды и чуть замѣтное нагреваніе дѣлаютъ это вещество жидкимъ.

Вудъ <sup>1)</sup> вмѣсто карболовой кислоты рекомендуетъ растворъ 2 частей хлораль-гидрата въ одной части нагрѣтаго глицерина. Конечно пропорцію составныхъ частей придется нѣсколько измѣнять для разныхъ сортовъ стекла, имѣющихъ разные коэффициенты преломленія.

Лордъ Рэйлэй для той же цѣли примѣняетъ бензолъ съ небольшою прибавкою сѣрнистаго углерода <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Wood. Physical Optics.

<sup>2)</sup> Собраніе мемуаровъ Рэйлея. Томъ IV. № 265.

Въ заключеніе укажемъ, что поляризаціонный приборъ даетъ возможность сдѣлать еще нѣкоторыя интересныя демонстраціи упругихъ явленій; на немъ можно показать появленіе упругихъ напряженій въ тѣлѣ вслѣдствіе неравномѣрнаго нагрѣванія, появленіе напряженій при колебаніяхъ.

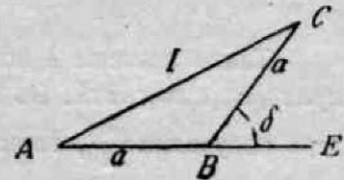
*Прибавленіе I.*

**Формулы интерференціи.**

Для лучшаго уясненія предыдущаго можетъ быть не лишнимъ напомнить нѣкоторыя изъ этихъ формулъ.

А. Интерференція двухъ колебаній одинаковой амплитуды ( $a$ ), одинаковой длины волны и одинаковаго направленія, при разности фазъ  $\delta$ .

По извѣстному правилу Френеля результатомъ интерференціи будетъ колебаніе, амплитуда котораго изображается третьей стороной  $AC$  (фиг. а) треугольника  $ABC$ , имѣющаго стороны  $AB$  и  $BC$  равныя  $a$ , при углѣ  $CBE$  равномъ  $\delta$ . Называя амплитуду  $AC$  черезъ  $I$ , найдемъ напряженіе того свѣтового луча, который получится въ результатѣ интерференціи:



Фиг. а.

$$I^2 = 2a^2 + 2a^2 \cos \delta = 4a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2} \dots \dots (1)$$

Въ явленіи Ньютоновыхъ колець запаздываніе фазы  $\delta$  будетъ разное для лучей, имѣющихъ разныя длины волны, а именно  $\delta$  обратно пропорціонально этимъ длинамъ волны  $\lambda$ .

Если интерферируетъ не монохроматическій свѣтъ, а смѣсь разныхъ цвѣтовъ, напр., бѣлый свѣтъ, то интерференція будетъ происходитъ отдѣльно и независимо для лучей каждой длины волны, т. е. для каждаго спектральнаго цвѣта. Лучи разнаго цвѣта не интерферируютъ между собою, а эти цвѣта только накладываются одинъ на другой, и получается смѣсь нѣсколькихъ цвѣтовъ, при чемъ напряженіе каждаго цвѣта изображается формулой (1), куда нужно вставить для каждаго цвѣта разныя величины  $a$  и  $\delta$ .

Результатъ такого смѣшенія, или накладыванія различныхъ цвѣтовъ, можно выразить символически формулой:

$$4 \Sigma a^2 \cdot \cos \frac{\delta}{2} \dots \dots (2)$$

Эта формула изображаетъ символически, или описываетъ ту

окраску или тотъ оттѣнокъ, который представитъ нашему глазу указанная смѣсь, получающаяся изъ бѣлаго свѣта при интерференціи въ явленіи Ньютоновыхъ колецъ, если амплитуды интерферирующихъ лучей равны между собою. Каждый членъ суммы отвѣчаетъ опредѣленной длинѣ волны  $\lambda$ . Коеффициенты  $a$  пропорціональны содержанию въ бѣломъ свѣтѣ тѣхъ цвѣтовыхъ лучей, которые имѣютъ длину волны  $\lambda$ .

Что касается запаздыванія фазы  $\delta$ , то если толщина слоя воздуха, вызывающаго явленіе Ньютоновыхъ колецъ, есть  $e$ , то линейное запаздываніе будетъ

$$\Delta = 2e,$$

а величина запаздыванія фазы  $\delta$  будетъ

$$\delta_1 = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

Такое значеніе  $\delta$  получаетъ для явленія Ньютоновыхъ колецъ въ *проходящемъ* свѣтѣ. Въ *отраженномъ* свѣтѣ прибавляется еще потеря полуволны  $\frac{\lambda}{2}$ , то-есть здѣсь будетъ

$$\Delta = 2e + \frac{\lambda}{2},$$

слѣдовательно, полное запаздываніе фазы  $\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \left( 2e + \frac{\lambda}{2} \right)$ .

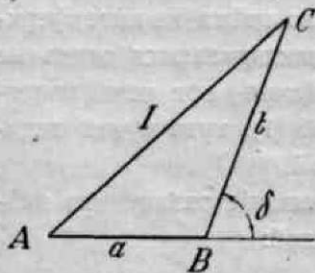
Слѣдовательно, формула (2) дастъ:  
для проходящаго свѣта:

$$4 \cdot \Sigma a^2 \cdot \text{Cos}^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \dots \dots \dots (I)$$

а для отраженнаго свѣта:

$$4 \Sigma a^2 \cdot \text{Cos}^2 \frac{\pi}{\lambda} \left( 2e + \frac{\lambda}{2} \right) = 4 \Sigma a^2 \text{Sin}^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \dots \dots (II)$$

Измѣняя непрерывно толщину слоя воздуха  $e$ , получимъ различные цвѣта, совокупность которыхъ представитъ шкалу Ньютоновыхъ цвѣтовъ. Этихъ шкалъ двѣ; означены онѣ у насъ знаками (I) и (II).



Фиг. б.

I—относится къ случаю, когда разсматриваютъ Ньютоновы кольца въ *проходящемъ* свѣтѣ; II—относится къ случаю *отраженнаго* свѣта.

В) Случай, когда интерферируютъ два луча неодинаковой напряженности. Пусть амплитуды двухъ лучей будутъ  $a$  и  $b$ ; всѣ прочія обозначенія оставимъ прежнія. Тогда, въ построеніи Френеля (фиг. б), стороны  $AB$  и  $BC$  будутъ  $a$  и  $b$ ; амплитуда колебанія, получающагося какъ резуль-

татъ интерференціи, изобразится стороной  $AC$ . Слѣдовательно, напряженіе свѣта окажется теперь

$$I^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \text{Cos } \delta.$$

Съ нимъ можно сдѣлать слѣдующее преобразование:

$$I^2 = a^2 + b^2 - 2ab + 2ab(1 + \text{Cos } \delta) = (a - b)^2 + 4ab \text{Cos}^2 \frac{\delta}{2}.$$

Пусть амплитуда  $b = ka$ , гдѣ  $k$  — дробь меньшая единицы; тогда

$$I^2 = (1 - k)^2 \cdot a^2 + 4k \cdot a^2 \cdot \text{Cos}^2 \frac{\delta}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Эта формула относится къ случаю монохроматическаго свѣта и замѣняетъ формулу (1) предыдущаго случая.

Возьмемъ теперь бѣлый свѣтъ, т. е. совокупность разныхъ цвѣтовъ спектра. Въ результатѣ интерференціи получимъ цвѣтное окрашиваніе, оттѣнокъ котораго изобразится символически формулой:

$$\Sigma(1 - k)^2 a^2 + 4 \cdot \Sigma k a^2 \text{Cos} \frac{\delta}{2}.$$

Если допустить, что коэффициентъ  $k$  одинаковъ для колебаній всякой длины волны, то предыдущая формула дастъ

$$(1 - k)^2 \Sigma a^2 + 4k \Sigma a^2 \text{Cos}^2 \frac{\delta}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

или для случая, когда есть потеря полуволны при отраженіи

$$(1 - k)^2 \Sigma a^2 + 4k \Sigma a^2 \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (4 \text{ bis})$$

Въ обѣихъ формулахъ (4) и (4 bis) буква  $\delta$  означаетъ величину

$$\pi \cdot \frac{2e}{\lambda}.$$

Здѣсь  $\Sigma a^2$  означаетъ символически смѣсь всѣхъ цвѣтовъ спектра въ той же пропорціи, въ какой они входятъ въ бѣломъ свѣтѣ.

А члены

$$\Sigma a^2 \text{Cos}^2 \frac{\delta}{2} \text{ или } \Sigma a^2 \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2}$$

означаютъ смѣсь разныхъ цвѣтовъ въ той же пропорціи, какъ и въ Ньютоновой шкалѣ.

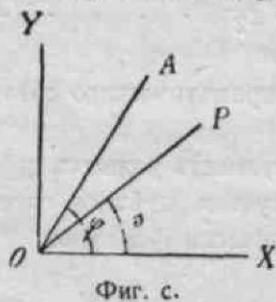
Первый членъ формуль (4) и (4 bis) называется безцвѣтнымъ (бѣлымъ) членомъ, а второй членъ тѣхъ же формуль называется цвѣтнымъ членомъ.

Окончательно выводимъ, что при интерференціи лучей неодинаковой амплитуды мы получимъ прежде указанные оттѣнки цвѣтовъ Ньютоновой шкалы, съ примѣсью бѣлаго свѣта.

Примѣсь бѣлаго свѣта будетъ тѣмъ больше, чѣмъ больше численная величина разности амплитудъ  $(a-b)$ .

### С. Интерференція въ случаѣ хроматической поляризаціи.

Кристаллическую пластинку (фиг. с), у которой главныя направ-



Фиг. с.

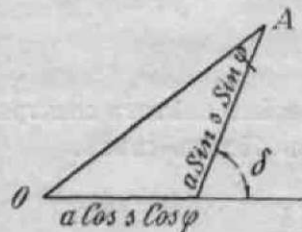
вленія суть  $Ox$ ,  $Oy$ , поставимъ между никодемъ-поляризаторомъ, пропускающимъ колебанія направленія  $OP$ , и никодемъ-анализаторомъ, который пропускаетъ колебанія направленія  $OA$ . Пусть амплитуда колебаній, пропущенныхъ поляризаторомъ, будетъ  $a$ . Это колебаніе, пройдя черезъ кристаллическую пластинку, разложится на два колебанія по  $Ox$ ,  $Oy$  съ амплитудами,  $a \cos s$ ,  $a \sin s$ , при чемъ одно изъ колебаній, напр., по  $Oy$ , отстанетъ отъ колебанія  $Ox$  на нѣкоторую величину. Тогда прошедшія черезъ кристаллическую пластинку колебанія будутъ представляться формулами:

$$x = a \cos s \cdot \sin \omega t$$

$$y = a \sin s \cdot \sin (\omega t - \delta),$$

гдѣ  $\delta$  — величина запаздыванія фазы, пропорціональная толщинѣ кристаллической пластинки.

Анализаторъ пропуститъ только тѣ слагающія указанныхъ колебаній  $x$ ,  $y$ , которыя совпадаютъ съ  $OA$ , и потушитъ колебанія перпендикулярныя къ  $OA$ . Слѣдовательно будемъ имѣть, какъ результатъ дѣйствія анализатора, колебанія по  $OA$ :



Фиг. d.

- 1)  $a \cos s \cdot \cos \varphi \cdot \sin \omega t$
- 2)  $a \sin s \sin \varphi \cdot \sin (\omega t - \delta)$ .

Амплитуды ихъ для 1):  $a \cos s \cos \varphi$   
для 2):  $a \sin s \sin \varphi$

и второе отстаетъ на  $\delta$  отъ первого. Складывая ихъ по правилу Френеля, получимъ, какъ результатъ интерференціи, колебаніе (фиг. d), амплитуда котораго будетъ  $OA$ , и соответствующее напряженіе будетъ

$$\begin{aligned}
 I^2 &= a^2 [\text{Cos}^2 s \cdot \text{Cos}^2 \varphi + \text{Sin}^2 s \cdot \text{Sin}^2 \varphi + \varphi^2 \cdot \text{Cos} s \cdot \text{Cos} \varphi \cdot \text{Sin} s \cdot \text{Sin} \varphi \cdot \text{Cos} \delta] = \\
 &= a^2 [\text{Cos}^2 s \cdot \text{Cos}^2 \varphi + \text{Sin}^2 s \cdot \text{Sin}^2 \varphi + 2 \cdot \text{Cos} s \cdot \text{Cos} \varphi \cdot \text{Sin} s \cdot \text{Sin} \varphi \cdot \\
 &\quad - 2 \cdot \text{Cos} s \cdot \text{Cos} \varphi \cdot \text{Sin} s \cdot \text{Sin} \varphi \cdot (1 - \text{Cos} \delta)] = \\
 &= a^2 [\text{Cos}(\varphi - s)]^2 - a^2 \text{Sin} 2s \text{Sin} 2\varphi \frac{1 - \text{Cos} \delta}{2} = \\
 &= a^2 [\text{Cos}(\varphi - s)]^2 - a^2 \text{Sin} 2s \cdot \text{Sin} 2\varphi \cdot \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2} \dots (5)
 \end{aligned}$$

Сравнивая эту формулу съ (4) и (4 bis), видимъ между ними большое сходство. Только вмѣсто множителей формулы (4) и (4 bis)

$$\left. \begin{aligned} &(1 - k)^2 a^2 \\ &4ka^2 \end{aligned} \right\}, \dots \dots \dots (6)$$

въ (5) стоятъ множители

$$\left. \begin{aligned} &a^2 \text{Cos}^2(\varphi - s) \\ &a^2 \text{Sin} 2s \cdot \text{Sin} 2\varphi \end{aligned} \right\}, \dots \dots \dots (7)$$

которые, такъ же какъ (6), одинаковы для колебаній всякой длины волны.

Прибавимъ сюда, что и въ этомъ явленіи, такъ же какъ въ Ньютоновыхъ кольцахъ, линейное запаздываніе  $\Delta$  одного интерферирующаго луча относительно другого одинаково для всѣхъ длинъ волнъ.

Отсюда слѣдуетъ, что это явленіе хроматической поляризаціи будетъ вполнѣ согласно съ явленіемъ Ньютоновыхъ колець при неравныхъ амплитудахъ.

Цвѣта получатся какъ смѣсь цвѣтовъ Ньютоновой шкалы съ бѣлымъ свѣтомъ.

Эта примѣсь бѣлаго свѣта зависитъ отъ тѣхъ угловъ  $s$  и  $\varphi$ , которые главныя направленія поляризатора и анализатора составляютъ съ главными направленіями  $Ox$ ,  $Oy$  изслѣдуемой кристаллической пластинки, т. е. яркость цвѣта будетъ измѣняться при вращеніи николей поляризатора и анализатора.

Примѣсь бѣлаго свѣта уничтожится если  $\text{Cos}(\varphi - s)$  обратится въ нуль, т. е. если  $\varphi - s = \pm \frac{\pi}{2}$ . Это будетъ, когда николи анализатора и поляризатора поставлены накрестъ подъ прямымъ угломъ одинъ къ другому. Тогда въ выраженіи (5) останется только второй членъ, и оттѣнокъ цвѣта выразится символически формулой, представляющей Ньютонову шкалу для случая отраженного свѣта:

$$\text{Sin} 2s \cdot \text{Sin} 2\varphi \Sigma a^2 \cdot \text{Sn}^2 \frac{\delta}{2},$$

или, такъ какъ  $\varphi - s = \pm \frac{\pi}{2}$ , то

$$\text{Sin} 2\varphi = \text{Sin} 2s,$$

т. е. получимъ

$$\text{Sin}^2 2s \cdot \Sigma a^2 \cdot \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2}, \dots \dots \dots (5 \text{ bis})$$

гдѣ  $a^2$  разное для лучей разной длины волны, и зависитъ отъ пропорціи, въ которой эти лучи входятъ въ составъ бѣлаго свѣта.

Если будемъ поворачивать оба николя, сохраняя между ними прямой уголъ, то, какъ показываетъ выраженіе (5 bis), напряженіе окраски будетъ увеличиваться или уменьшаться съ измѣненіемъ угла поворота, но пропорція лучей разной длины волны остается одна и та же, т. е. окраска будетъ сохранять прежній цвѣтъ, болѣе или менѣе интенсивный. Наибольшая интенсивность окраски получится, когда

$$\text{Sin} 2s = 1, \text{ т. е. } s = 45^\circ,$$

т. е. когда главное сѣченіе поляризатора дѣлитъ пополамъ уголъ между главными направленіями кристаллической пластинки.

Если разберемъ случай  $\varphi = s$ , т. е. когда главныя сѣченія поляризатора и анализатора совпадаютъ, то изъ формулы (5) получимъ символическое выраженіе окраски

$$\Sigma a^2 - \Sigma a^2 \text{Sin} 2s \cdot \text{Sin} 2\varphi \cdot \Sigma a^2 \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2},$$

или, при  $s = \varphi = 45^\circ$ ,

$$\Sigma a^2 - \Sigma a^2 \cdot \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2} = \Sigma a^2 \text{Cos}^2 \frac{\delta}{2}, \dots \dots \dots (5 \text{ bis})$$

т. е. получаемъ другую шкалу Ньютона, отвѣчающую случаю проходящаго свѣта.

Въ общемъ случаѣ, когда будемъ поворачивать николи независимо одинъ отъ другого, такъ что углы  $\varphi$ ,  $s$  могутъ получать произвольныя величины, въ результатѣ интерференціи получится оттѣнокъ, изображаемый формулой

$$\text{Cos}^2 (\varphi - s) \Sigma a^2 - \text{Sin} 2s \cdot \text{Sin} 2\varphi \Sigma a^2 \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2}.$$

Здѣсь  $\text{Cos}^2 (\varphi - s)$  непремѣнно положительный, а членъ  $-\text{Sin} 2s \text{Sin} 2\varphi$  можетъ быть и положительнымъ и отрицательнымъ. Для краткости напишемъ эту формулу такъ:

$$A \cdot \Sigma a^2 \pm B \cdot \Sigma a^2 \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2}.$$

Здѣсь  $\Sigma a^2$  означаетъ бѣлый цвѣтъ, а  $\Sigma a^2 \text{Sin}^2 \frac{\delta}{2}$  есть обозначеніе нѣ-

котораго оттѣнка Ньютоновой шкалы. Имѣемъ *сумму* или *разность* бѣлаго свѣта и цвѣтнаго оттѣнка. Для насъ вполне понятна такая *сумма*; а чтобы выяснитъ себѣ значеніе *разности*, возьмемъ два цвѣта, изображаемые символически формулами

$$A \Sigma a^2 + B \Sigma a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} . . . . . (I)$$

и

$$A_1 \Sigma a^2 - B \Sigma a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} . . . . . (II)$$

и сложимъ эти радіаціи между собою, т. е. наложимъ ихъ одну на другую. Въ результатѣ получимъ цвѣтъ, символически изображаемый формулой:

$$(A + A_1) \Sigma a^2,$$

т. е. бѣлый свѣтъ. Итакъ, значеніе разности (II) вполне объясняется. Это есть цвѣтъ дополнительный тому, который изображается суммой (I).

Такимъ образомъ, при всѣхъ углахъ поворота николей мы можемъ получить только или оттѣнокъ (I) или ему дополнительный; другіе оттѣнки не получатся, какъ бы мы ни вертѣли николи одинъ относительно другого и относительно данной кристаллической пластинки. При измѣненіи угловъ поворота, будетъ измѣняться только пропорція примѣшаннаго бѣлаго свѣта.

Переходъ отъ одной окраски къ другой, ей дополнительной, будетъ происходить при такомъ углу, когда цвѣтной членъ

$$B \cdot \Sigma a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

обращается въ нуль.

Д. Интерференція двухъ лучей, имѣющихъ круговую поляризацію. Также какъ и въ случаѣ прямолинейно поляризованнаго свѣта, лучи съ круговой поляризаціей, имѣющіе одинаковую длину волны, будутъ интерферировать между собою. Мы рассмотримъ только одинъ случай, а именно, когда оба луча имѣютъ одинаковое направленіе вращенія, т. е. или оба правые или оба лѣвые.

Пусть амплитуды будутъ  $a$ ,  $b$ , разность фазъ равна  $\delta$ , т. е. уравненіе колебаній для перваго луча

$$x = a \sin \omega t$$

$$y = a \cos \omega t;$$

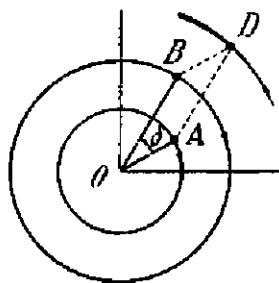
а для втораго луча

$$x = b \sin (\omega t - \delta)$$

$$y = b \cos (\omega t - \delta).$$

Колебанія перваго луча могутъ быть представлены изображаю-

шей точкой  $A$  (фиг.  $t$ ), движущейся равномерно съ угловой скоростью  $\omega$  по кругу радіуса  $OA = a$ .



Фиг.  $t$ .

Колебания второго луча представляются изображающей точкой  $B$ , которая, съ той же угловой скоростью  $\omega$ , движется по кругу радіуса  $OB = b$ . Уголь между  $OA$  и  $OB$  во все время движениа остается постояннымъ и равнымъ первоначальной своей величинѣ  $\delta$ .

Результатъ интерференціи будетъ слѣдующій: построимъ параллелограммъ на радіусахъ  $OA$ ,  $OB$ . Диагональ его  $OD$  дастъ радіусъ круга, по которому должна двигаться равномерно, съ той же угловой скоростью  $\omega$  и въ ту же сторону, какъ  $A$ ,  $B$ , та точка  $D$ , которая изображаетъ колебание, получающееся вслѣдствіе интерференціи.

Итакъ, вслѣдствіе интерференціи, получится свѣтъ тоже поляризованный по кругу. Амплитуда (радіусъ) соотвѣтствующаго колебаниа будетъ

$$OD = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \delta}.$$

Если уголь  $\delta$  равенъ  $90^\circ$ , то

$$OD^2 = a^2 + b^2.$$

Если амплитуды  $a$  и  $b$  одинаковы, то

$$OD = \sqrt{2a^2 + 2a^2 \cos \delta},$$

т. е.

$$OD^2 = 2a^2 (1 + \cos \delta) = 4a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}.$$

Послѣдняя формула показываетъ, что и здѣсь въ случаѣ бѣлаго свѣта результатомъ интерференціи будутъ такіа цвѣтныа явленія, которыа символически изображаются формулой

$$4 \Sigma a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2},$$

т. е. представляются шкалой Ньютоновыхъ цвѣтовъ. Конечно, при этомъ мы предполагаемъ, что запаздываніе  $\delta$  обратно пропорціоально длинамъ волнъ.

Если амплитуды  $a$  и  $b$  не равны, то при прохожденіи бѣлаго свѣта интерференціа дастъ цвѣтное явленіе, образуемое изъ цвѣтовъ Ньютоновой шкалы, съ примѣсью бѣлаго свѣта.

Б. Интерференціа, когда кристаллическая пластинка по-

ставлена между круговымъ поляризаторомъ и круговымъ анализаторомъ.

Въ случаѣ *C* мы имѣли для поляризаціи и для анализа простые николи, дающіе прямолинейную поляризацію. Введемъ теперь вмѣсто того поляризаторъ и анализаторъ круговые, т. е. каждый изъ двухъ николей будетъ снабженъ соотвѣтствующей ему пластинкой слюды въ  $\frac{1}{4}$  волны.

Лучъ, выходящій изъ поляризатора и получившій круговую поляризацію, представляетъ совокупность двухъ колебаній по взаимно перпендикулярнымъ направлѣніямъ съ одинаковыми амплитудами, изъ которыхъ одно отстаеетъ отъ другого на  $\frac{1}{4}$  волны, т. е. это будетъ совокупность колебаній

$$\begin{aligned} x &= \text{Sin } \omega t \\ y &= \text{Sin } \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

(мы считаемъ амплитуду за единицу).

Кристаллическая пластинка вызоветъ при проходѣ черезъ нее еще дополнительное запаздываніе одного луча относительно другого на величину  $\delta$ , пропорціональную толщинѣ пластинки. Колебаніе, выходящее изъ нея, можетъ быть разсматриваемо, какъ совокупность двухъ колебаній, идущихъ по двумъ главнымъ направлѣніямъ пластинки:

$$\begin{aligned} \xi &= \text{Sin } \omega t \\ \eta &= \text{Sin } \left( \omega t - \frac{\pi}{2} - \delta \right) = \text{Sin } (\omega t - \beta), \end{aligned}$$

гдѣ  $\beta$  означаетъ  $\frac{\pi}{2} + \delta$ .

Это колебаніе эллиптическое. Его, какъ всякое эллиптическое колебаніе<sup>1)</sup>, можно замѣнить совокупностью четырехъ круговыхъ колебаній: двухъ правыхъ (по часовой стрѣлкѣ) и двухъ лѣвыхъ (противъ часовой стрѣлки). Эти слагающія будутъ слѣдующія:

П р а в ы я.

$$\text{Первое: } \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} (1 - \text{Sin } \beta) \text{ Sin } \omega t \\ y_1 = \frac{1}{2} (1 - \text{Sin } \beta) \text{ Cos } \omega t. \end{cases}$$

<sup>1)</sup> Каждое прямолинейное колебаніе можно замѣнить двумя круговыми противоположнаго направлѣнія — правымъ и лѣвымъ. А такъ какъ эллиптическія колебанія приводятся къ двумъ прямолинейнымъ по двумъ взаимно перпендикулярнымъ направлѣніямъ, то, разлагая каждое изъ этихъ слагающихъ на два круговыя колебанія, получимъ въ результатѣ, какъ замѣну эллиптическаго колебанія, четыре круговыхъ колебанія—два правыхъ и два лѣвыхъ.

$$\text{Второе: } \begin{cases} x_2 = -\frac{1}{2} \cos \beta \cdot \cos \omega t \\ y_2 = \frac{1}{2} \cos \beta \cdot \sin \omega t \end{cases}$$

Л ъ в ы я.

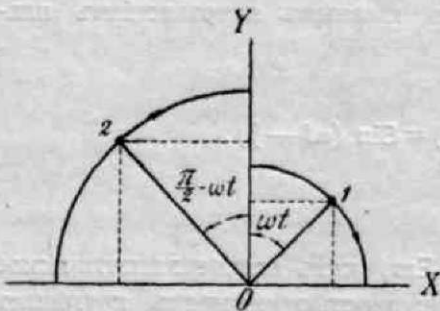
$$\text{Первое: } \begin{cases} x_3 = \frac{1}{2} (1 + \sin \beta) \sin \omega t \\ y_3 = -\frac{1}{2} (1 + \sin \beta) \cos \omega t. \end{cases}$$

$$\text{Второе: } \begin{cases} x_4 = \frac{1}{2} \cos \beta \cdot \cos \omega t \\ y_4 = \frac{1}{2} \cos \beta \cdot \sin \omega t. \end{cases}$$

Справедливость такого разложения не трудно проверить. Действительно, складывая, получимъ, что

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= \xi \\ y_1 + y_2 + y_3 + y_4 &= \eta. \end{aligned}$$

Разсматривая указанные два правых колебания, видимъ, что для нихъ изображающія точки лежатъ на радиусахъ, которые отстаютъ одинъ отъ другого на 90 градусовъ. Это ясно изъ того, что для пер-



Фиг. г.

ваго колебания  $x$  пропорционально  $\cos \omega t$ , а колебание  $y$  пропорционально  $\sin \omega t$ ; для второго же колебания обратно:  $x$ —пропорционально— $\cos \omega t$ , а колебание  $y$  пропорционально  $\sin \omega t$  (фиг. г).

А при такомъ расположении двухъ изображающихъ точекъ, сложение двухъ круговыхъ колебаний дастъ круговое съ амплитудой, ко-

торая равна корню квадратному изъ суммы квадратовъ амплитудъ слагаемыхъ колебаний. Следовательно, амплитуда (радиусъ) кругового колебания, получающагося при интерференции двухъ правыхъ колебаний, будетъ

$$\frac{1}{2} \sqrt{(1 - \sin \beta)^2 + \cos^2 \beta} = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot (1 - \sin \beta)}$$

Напряженіе будетъ пропорционально квадрату этой амплитуды, т. е.

$$\frac{1}{2} (1 - \sin \beta) = \frac{1}{2} (1 - \sin (\frac{\pi}{2} + \delta)) = \frac{1}{2} (1 - \cos \delta) \dots \dots \dots (8)$$

или, иначе, пропорционально

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} \dots \dots \dots (9)$$

Если амплитуда складываемых колебаний не единица, а некоторая величина  $a$ , то результат интерференции будет правое круговое колебание с напряжением

$$a^2 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

Затѣмъ это колебаніе и лѣвыя колебанія воспринимаются круговымъ анализаторомъ. Возьмемъ такой анализаторъ, который вполнѣ тушитъ всѣ лѣвыя круговыя колебанія, а правыя круговыя колебанія превращаетъ въ прямолинейныя, направленія которыхъ указываются главнымъ сѣченіемъ николя-анализатора. По прохожденіи этого кругового анализатора будемъ имѣть прямолинейно поляризованное колебаніе, напряженіе котораго пропорціонально

$$a^2 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

Если имѣемъ не однородный свѣтъ, а бѣлый, то по прохожденіи имъ всей системы, состоящей изъ кругового поляризатора, кристаллической пластинки и кругового анализатора, получимъ цвѣтное окрашивание; оно будетъ представлять результатъ наложенія явленій интерференціи для лучей разной длины, и можетъ быть символически представлено выраженіемъ:

$$\Sigma a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2},$$

гдѣ  $a$  — представляетъ пропорцію содержанія въ бѣломъ свѣтѣ колебаний разныхъ длинъ волнъ.

Опять эта формула представляетъ шкалу Ньютоновыхъ цвѣтвъ.

Итакъ, и въ случаѣ круговыхъ поляризатора и анализатора, хроматическое явленіе опредѣляется шкалой Ньютоновыхъ цвѣтвъ<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Bouasse въ своемъ курсѣ физики (Т.V. 172), найдя выраженіе (8), не дѣлаетъ простаго преобразованія (9) и приходитъ къ заключенію, что въ разсматриваемомъ явленіи получатся не такіе оттѣнки цвѣтвъ, которые даетъ шкала Ньютона, а другіе; а именно, что получится смѣшеніе цвѣтвъ бѣлаго и цвѣтной шкалы, отличной отъ шкалы Ньютона и выражающей символически формулой

$$\Sigma a^2 \cos \delta.$$

Изъ преобразованія (9) слѣдуетъ, что указываемая Bouasse комбинація бѣлаго свѣта и цвѣтной шкалы

$$\Sigma a^2 \cos \delta,$$

окончательно приводится къ Ньютоновой цвѣтной шкалѣ

$$\Sigma a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

и что для указаннаго явленія не представляется надобности въ особой шкалѣ. См. Mascart. Traité d'Optique. II p. 33.

Замѣтимъ, что этотъ выводъ приблизителенъ; въ основѣ его лежатъ слѣдующія два допущенія:

1) Слюдяная пластинка сообщаетъ круговую поляризацию всѣмъ колебаніямъ всякой длины волны.

2) Запаздываніе  $\delta$  обратно пропорціонально длинамъ волнъ.

Мы уже говорили, что оба эти допущенія справедливы не вполнѣ, а только съ извѣстной степенью приближенія.

Особенное вниманіе слѣдуетъ обратить на то, что въ формулахъ (8) и (9) совершенно исключенъ уголъ  $\beta$ . Слѣдовательно, при круговыхъ поляризаторѣ и анализаторѣ, измѣненіе угла  $\beta$  не перемѣнитъ оттѣнокъ интерференціонной окраски.

### *Прибавленіе II.*

**Литература по вопросу о примѣненіи оптики къ изученію внутреннихъ напряженій.**

Здѣсь я указываю только главныя работы, наиболѣ важныя изслѣдованія, и вовсе не предполагаю составить полную библиографію.

Въ курсахъ оптики говорится о занимающемъ насъ вопросѣ, въ тѣхъ отдѣлахъ, которые посвящены хроматической поляризации. Нашъ вопросъ излагается тамъ подъ заглавіемъ: *double réfraction accidentelle*, *Akcidentelle Doppelbrechung*.

Болѣе подробно онъ разсмотрѣнъ въ оптикахъ: *Billet, Verdet, Mascart*; въ курсѣ физики *Bouasse* (Т. 6); въ *Handbuch Winkelmann'a* томъ 6, и въ *Lehrbuch der Kristalloptik Pockels'a*.

Затѣмъ, укажемъ на слѣдующіе отдѣльные мемуары и статьи въ хронологическомъ порядкѣ:

1. *K. Neumann* въ *Poggend. Annalen* 1841 г. Band 54.

Здѣсь содержится сокращенное изложеніе того большого мемуара *Neumann'a*, въ которомъ имѣется первая теорія двойного преломленія, вызываемаго деформацией. Поставивъ двѣ гипотезы, *Нейманъ* показываетъ, что явленія будутъ такія же, какъ въ кристаллахъ.

2. *Clerk Maxwell*. *On the Equilibrium of Elastic Solids*. Въ собраніи мемуаровъ *Максвелля*, въ первомъ томѣ, третій мемуаръ. Написанъ въ 1850 г., когда *Максвеллю* было всего 19 лѣтъ. Въ этомъ мемуарѣ указано примѣненіе изоклиническихъ и изохроматическихъ линий; также примѣненіе круговой поляризации.

3. *Wertheim*. *Mémoire sur la double réfraction temporairement produite dans les corps isotropes etc.* Въ *Annales de Chimie et de Physique* 1854 г. III. Serie, volume 40. Очень важный мемуаръ, и теперь не потерявшій своего значенія.

4. *Macé de Lepinay*. *Recherches sur la Double Refraction Accidentelle* въ *Annales de Chimie et de Phys.* 1880 г. Tome 19.

5. Dr. Kerr. Experiments on the Birefringent Action of Strained Glass. Въ Phil. Mag. V. 26 (1888 года). Керръ первый показалъ невѣрность результатовъ Неймана, получившаго, что будто бы при одностороннемъ сжатіи скорость свѣта увеличивается, а при растяженіи—уменьшается. Керръ нашель, что при сжатіи скорость свѣта или уменьшается или, въ частномъ случаѣ, остается неизмѣнной. Впослѣдствіи этотъ вопросъ былъ подробно изслѣдованъ Покельсомъ (см. №№ 7 и 8).

6. Carus Wilson. The Influence of Surface Loading on the Flexure of Beams. Въ Phil. Mag. V. 32. (December 1891 года). Очень важный мемуаръ.

Затѣмъ работы Pockels'a.

7. Помѣщенная въ Wiedemann's Annalen. Band 37. (1889 года).

8. Помѣщенная въ Annalen der Physik (Drude). Band 7. (1902 г.).

Съ результатами Покельса лучше всего ознакомиться по его Lehrbuch der Krystalloptik. 1906 г.

Очень любопытенъ тотъ результатъ, что можно приготовить стекло, которое при всякой однородной деформациіи остается оптически изотропнымъ, т. е. не будетъ показывать явленій двойного преломленія. Обыкновенное стекло при одностороннемъ сжатіи его получаетъ двоякое преломленіе такого характера, какъ отрицательные кристаллы (напр., известковый шпатъ); стекло съ большимъ содержаніемъ свинца<sup>1)</sup>, при такой же деформациіи, ведетъ себя какъ положительный кристаллъ (напр., кварцъ). Можно подобрать такое содержаніе свинца, при которомъ стекло вовсе не будетъ показывать двойного лучепреломленія при деформациіи. Это и сдѣлалъ Покельсъ.

9. Mesnager. Въ Annales des Ponts et Chaussées. 1901 года.

10. Статья Hönigsberg въ Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. 1904 года, стр. 867.

11. Siedentopf въ Zeitschrift des österreichischen Ingenieuren und Architekten Vereines. 1906 года. № 33.

Затѣмъ работы профессора Coker (у него вмѣсто стекла взять ксилонитъ)<sup>2)</sup>.

12. Статья въ Engineering 1911 года. № 1.

13. Докладъ его въ обществѣ морскихъ инженеровъ, въ Transaction of the Institution of Naval Architects. 1911 года. Part. I. Перепечатанъ въ нѣсколькихъ номерахъ Engineering за 1911 годъ.

14 и 15. Двѣ редакціонныя статьи объ опытахъ Coker'a въ Engineering. 16 Sept. 1910 года, и Engineering, March 8. 1911 года.

<sup>1)</sup> Т. е. очень тяжелый флинтглассъ

<sup>2)</sup> Coker. The Optical Determination of Stress. Phil. Mag. 1910 г., from July to December p. 740. Содержаніе этой статьи почти цѣликомъ вошло въ н<sup>о</sup> 12 и 13.

16. Coker. An Optical Determination of the Variation of Stress in a Thin Rectangular Plate subjected to Stress, въ Proceed. Royal Society A. Vol. 85 p. 291 (1912 г.).

17. Его же статья въ Engineering. 13 December, 1912 г.

18. Статья Filon. The Investigation of Stresses etc. въ Philosophical Magazine. January 1912 года.

Нѣкоторыя изъ этихъ работъ, а именно №№ 1, 2, 5, 10, 11 имѣютъ теперь главнымъ образомъ историческое значеніе. Изъ остальныхъ наиболѣе важны №№ 18, 13<sup>1)</sup>, 9, 6, 3.

### Прибавленіе III.

#### Простой поляризаціонный приборъ.

По моей просьбѣ инженеръ-технологъ А. К. Зайцевъ устроилъ такой приборъ для лабораторіи Прикладной Механики Птгр. Политехническаго Института. Считаю полезнымъ описать детали изготовленія, чтобы показать, какъ легко и просто каждый можетъ изготовить себѣ дешевый аппаратъ, позволяющій наблюдать въ поляризованномъ свѣтѣ крупные объекты, подвергающіеся деформаціи.

Приборъ этотъ представляетъ подражаніе тому аппарату профессора Кокера, о которомъ говорилось выше. Но наша лабораторія не могла получить слюдяныя пластинки въ  $\frac{1}{4}$  волны такихъ большихъ размѣровъ, какіе требуются для такого прибора, и потому мы не можемъ пользоваться круговой поляризаціей свѣта, а принуждены ограничиваться прямолинейной поляризаціей.

Передъ изготовленіемъ прибора А. К. Зайцевъ имѣлъ возможность осмотрѣть подобный же приборъ, устроенный А. Л. Гершуномъ и предназначенный для изученія стеколь, изъ которыхъ должны будутъ шлифоваться чечевицы дальномѣровъ и другихъ оптическихъ аппаратовъ. Осмотръ прибора и свѣдѣнія, любезно сообщенныя А. Л. Гершуномъ, значительно облегчили задачу А. К. Зайцева.

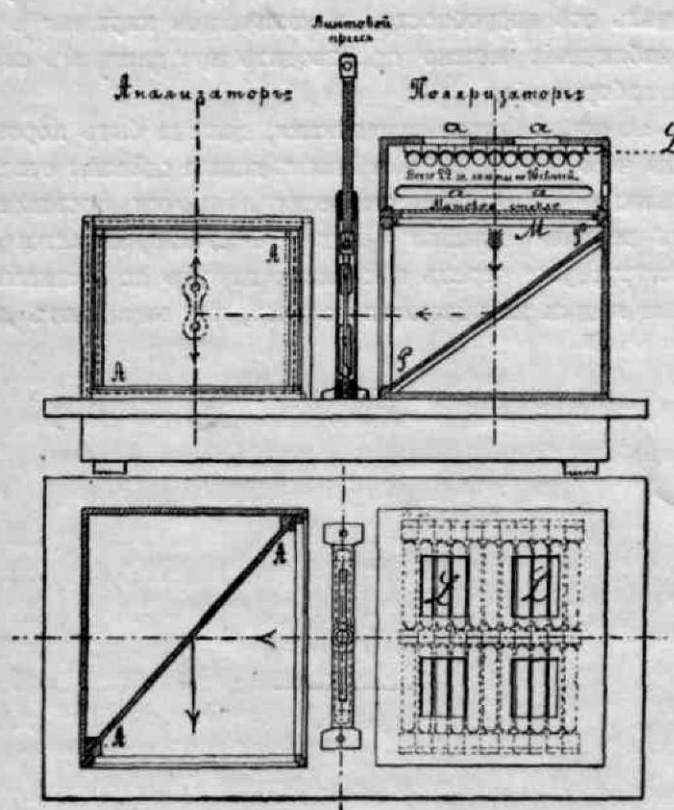
Въ приборѣ, устроенномъ для нашей лабораторіи, поляризація производится наклоннымъ стекляннымъ зеркаломъ *РР*, имѣющимъ размѣры 63,0 × 55,0 сант. Чтобы уничтожить изображеніе отъ задней поверхности стекла, эта поверхность была покрыта черной краской. Предварительно поверхность была сдѣлана шероховатой, помощью наждачной шкурки, чтобы краска прочно держалась на стеклѣ. Была примѣнена такъ называемая «матовая черная аспидная краска для классныхъ досокъ» Петроградской фабрики Кюнь.

---

<sup>1)</sup> Въ № 12 имѣется почти все, что и въ № 13.

Анализаторомъ служить такое же зеркало *АА*, размѣромъ 75 × 40 сант.

Для освѣщенія были взяты такъ называемыя рамповыя электрическія лампочки. Свѣтъ ихъ предварительно проходитъ черезъ матовое стекло *М* и затѣмъ равномерно освѣщаетъ поверхность поляризующаго зеркала.



Очень важно имѣть сильный источникъ освѣщенія, такъ какъ значительная часть свѣта поглощается матовымъ стекломъ и теряется при отраженіи отъ двухъ зеркалъ. Поэтому было взято двадцать двѣ лампочки въ 16 свѣчей каждая; большаго числа лампочекъ нельзя было помѣстить.

Матовое стекло, о которомъ выше сказано, можетъ быть замѣнено молочнымъ стекломъ. Меньше всего поглощаетъ свѣтъ такъ называемое «травленое стекло для фотографическихъ аппаратовъ». Къ сожалѣнію оно не даетъ вполнѣ равномернаго освѣщенія поляризующаго зеркала. Это, однако, не мѣшаетъ примѣненію его для нашей цѣли.

Какъ видно изъ фигуры, лампочки, матовое стекло и поляризующее зеркало укрѣплены въ отдѣльномъ деревянномъ ящикѣ, а анализаторъ—въ другомъ ящикѣ. Эти ящики можно передвигать по столу

и устанавливать какъ угодно. Между ящиками поставленъ винтовой прессъ, которымъ производятся деформации разныхъ образцовъ изъ стекла или целлулоида. Смотря въ зеркало-анализаторъ, мы видимъ весь деформируемый объектъ полностью. Если желательно болѣе подробно осмотрѣть нѣкоторыя мѣста объекта, то можно вовсе убрать ящикъ съ анализирующимъ зеркаломъ, и для анализа примѣнить небольшую николеву призму. Держа ее въ рукахъ близко у объекта, можно изучить всѣ подробности хроматической картины <sup>1)</sup>.

Всѣ наблюденія можно производить при дневномъ свѣтѣ, безъ затемненія лабораторіи.

Часть ящика, занятая лампочками, должна быть хорошо вентилируема, для чего въ боковыхъ стѣнкахъ ящика сдѣланы отверстія *a, a*. Безъ вентиляціи, въ особенности если лампочки поставлены очень близко отъ верхней крышки и матоваго стекла, является опасность вызвать пожаръ; уже черезъ нѣсколько минутъ по зажиганіи лампочекъ, стѣнки ящика нагрѣваются до того, что начинаютъ дымиться.

## XVI. Способъ проф. Н. Е. Жуковскаго <sup>1)</sup> опредѣлять равновѣсіе силъ въ плоскихъ механизмахъ.

Этотъ способъ состоитъ въ пользованіи картиной скоростей, которая даетъ скорости всѣхъ точекъ механизма, когда известна скорость одной точки; если же ни для одной изъ точекъ скорость не дана, то можно назначить для выбранной точки произвольную скорость; картина скоростей тогда дастъ не безусловныя величины скоростей, а ихъ отношенія къ указанной произвольно назначенной скорости.

Зная эти отношенія, мы можемъ примѣнить Начало Возможныхъ Перемѣщеній.

Для примѣненія этого Начала нужно имѣть безконечно малыя возможные перемѣщенія точекъ системы; или, вѣрнѣе сказать, отношенія этихъ перемѣщеній. Самыя эти перемѣщенія могутъ быть выражены, какъ произведенія изъ скоростей точекъ на безконечно малое время; второй изъ этихъ множителей можно сократить, какъ одинаковый для всѣхъ силъ. Тогда Начало Возможныхъ Перемѣщеній будетъ выражать, что сумма работъ всѣхъ внѣшнихъ силъ для перемѣщеній, равныхъ скоростямъ точекъ приложенія этихъ силъ, равна нулю.

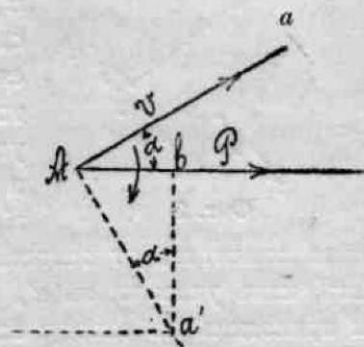
Пусть (фиг. 1)  $P$  есть одна изъ внѣшнихъ силъ,  $v$  — скорость точки ея приложенія,  $\alpha$  — уголъ между силою и скоростью. Тогда работа выразится черезъ

$$P \cdot v \cdot \cos \alpha.$$

Повернемъ скорость  $v = Aa$  на  $90^\circ$  въ сторону часовой стрѣлки, т. е. въ положеніе  $Aa'$ . Если проекція точки  $a'$  на направленіе силы есть  $b$ , то указанная работа равна

$$P \cdot a'b,$$

т. е. выражается моментомъ силы  $P$  относительно точки  $a'$ . Моментъ



Фиг. 1.

<sup>1)</sup> См. Московскій Математическій Сборникъ 1909 г., т. 28, вып. I, статья проф. Н. Е. Жуковскаго.

этотъ  $M$  долженъ быть взятъ со знакомъ плюсь, если сила вращаетъ относительно  $a$  въ сторону часовой стрѣлки, и со знакомъ минусъ, если вращеніе идетъ противъ часовой стрѣлки.

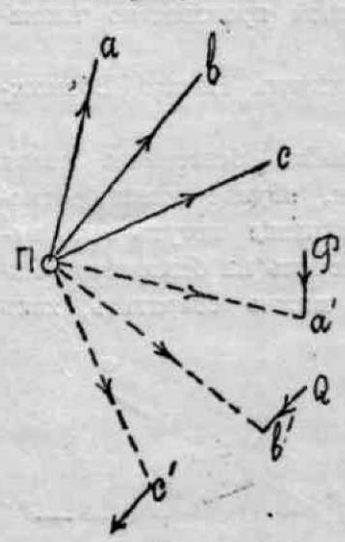
При этомъ Начало Возм. Перем. выразится уравненіемъ

$$\Sigma M = 0, \dots \dots \dots (1)$$

гдѣ сумма распространяется на всѣ внѣшнія силы.

Замѣтимъ, что величина  $M$  не перемѣнится, если силу  $P$  перенесемъ параллельно ей самой въ точку  $a'$  и будемъ брать моментъ ея для точки  $A$ . Только для полного согласованія съ предыдущимъ нужно будетъ считать положительнымъ моментъ, вращающій около  $A$  въ сторону, противную часовой стрѣлкѣ.

Какъ извѣстно, картина скоростей точекъ любой плоской системы изображаетъ скорости всѣхъ точекъ системы  $A, B, C, \dots$ , въ видѣ радиусовъ  $Pa, Pb, Pc, \dots$  (фиг. 2), исходящихъ изъ



Фиг. 2.

общаго полюса  $P$  и изображающихъ своими направленіями и величинами направленіе и величины скоростей.

Повернемъ всю фиг.  $Pa, Pb, Pc, \dots$  на  $90^\circ$  въ сторону часовой стрѣлки, такъ что она займетъ положеніе  $a' b' c', \dots$  и перенесемъ въ точки  $a', b', c'$  внѣшнія силы, дѣйствующія въ системѣ на точки  $A, B, C, \dots$  скорости которыхъ изображаются точками  $a', b', c', \dots$ . Разсматривая какую-нибудь силу, на примѣръ,  $P$ , видимъ, что моментъ ея относительно полюса  $P$  и есть именно тотъ моментъ  $M$ , который входитъ въ условія равновѣсія (1); то же справедливо и для другихъ силъ. Слѣдовательно, условіе равновѣсія (1) приводитъ къ тому, что

сумма моментовъ относительно полюса  $P$  внѣшнихъ силъ, перенесенныхъ, какъ указано, въ  $a', b', c', \dots$  должна быть равна нулю. Т. е. мы приходимъ къ выводу: если разсматривать  $a' b' c'$  какъ рычагъ, имѣющій точкой опоры  $P$ , то должно быть выполнено условіе равновѣсія этого рычага. Такимъ образомъ, получаемъ слѣдующее простое правило.

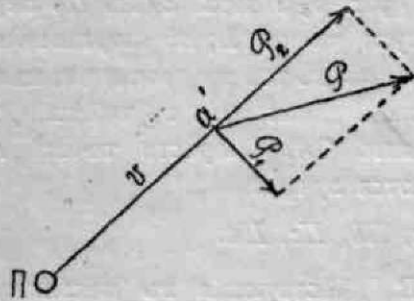
Начертите картину скоростей тѣхъ точекъ системы  $A, B, C, \dots$  въ которыхъ приложены силы, и поверните эту картину около полюса  $P$  на  $90^\circ$  въ сторону часовой стрѣлки. Силы  $P, Q, \dots$  перенесите въ точки  $a', b', c'$ , изображающія скорости точекъ приложенія силъ. Затѣмъ, разсматривайте равновѣсіе рычага

$Pa' b' c', \dots$

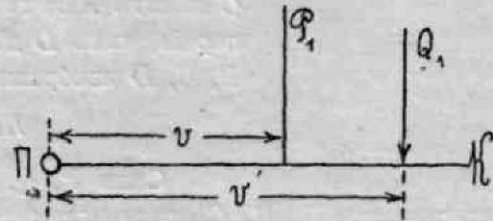
относительно полюса  $P$ .

Этимъ приемомъ условіе равновѣсія всякой плоской системы съ одной степенью свободы приводится къ равновѣсію рычага.

Рычагъ этотъ можетъ имѣть разнообразныя формы, смотря по расположенію точекъ  $a', b', c', \dots$ . Но всегда его можно замѣнить прямолинейнымъ рычагомъ. Для этого (фиг. 3) каждую изъ силъ  $P$  замѣнимъ двумя составляющими, — одной  $P_1$ ,



Фиг. 3.



Фиг. 4.

идущей по линіи, перпендикулярной къ скорости  $\Pi a'$ , а другой  $P_2$ , совпадающей со скоростью  $v$ . Вторая слагающая можетъ быть отброшена, безъ нарушенія равновѣсія, а первая слагающая дастъ моментъ

$$P_1 \cdot v.$$

Слѣдовательно, совокупность моментовъ силъ будетъ такая же какъ будто мы имѣли прямой рычагъ  $\Pi К$ , по длинѣ котораго приложены, перпендикулярно къ рычагу, силы  $P_1, Q_1, \dots$  на разстояніяхъ отъ точки опоры, равныхъ скоростямъ  $v, v', \dots$  тѣхъ точекъ  $A, B, \dots$  гдѣ въ данной плоской системѣ приложены внѣшнія силы.

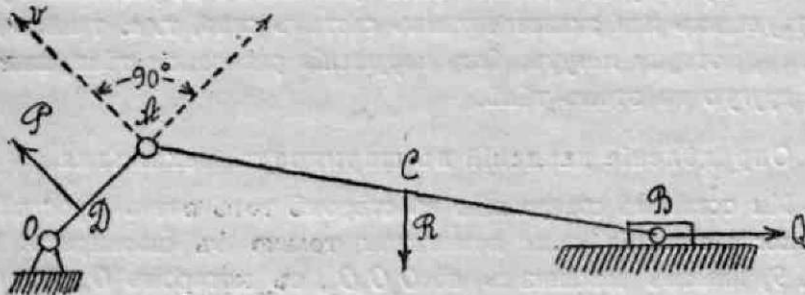
Итакъ, все свелось къ равновѣсію на рычагѣ системы параллельныхъ силъ. При графическомъ рѣшеніи этой задачи полезно примѣнить Вариньоновъ полигонъ.

Конечно, этотъ послѣдній выводъ можетъ быть полученъ прямо и непосредственно изъ Начала Возможныхъ Перемѣщеній. Оно выражается уравненіемъ

$$\Sigma P \cos \alpha \cdot v = 0,$$

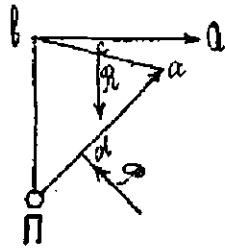
которое можно прочесть, какъ уравненіе равновѣсія прямого рычага, на который дѣйствуетъ система параллельныхъ силъ  $P \cdot \cos \alpha$ , на плечахъ  $v$ .

Примѣръ 1. Кдивошипъ съ шатуномъ (фиг. 5).



Фиг. 5.

Скорость точки  $A$  назначимъ произвольную; тогда скорости другихъ точекъ системы ( $B, C, D$ ) будутъ даны картиной скоростей. Мы будемъ строить ее повернутою на  $90^\circ$ , т. е. скорость точки  $A$  направимъ по кривошипу  $OA$ . Взявши полюсомъ точку  $\Pi$ , получимъ



Фиг. 6.

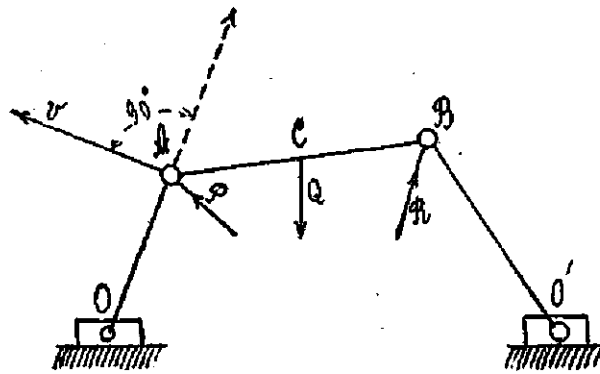
картину скоростей (фиг. 6)  $\Pi abcd$ . Здѣсь  $\Pi b$  перпендикулярна къ пути точки  $B$ ;  $ab$  параллельно  $AB$ . Точка  $c$  дѣлитъ  $ab$  въ той же пропорціи, какъ  $C$  дѣлитъ  $AB$ ; точка  $d$  дѣлитъ  $\Pi a$  въ той же пропорціи, какъ  $D$  дѣлитъ  $OA$ . Скорости точекъ  $A, B, C, D$  изображаются лучами

$\Pi a, \Pi b, \Pi c, \Pi d$ .

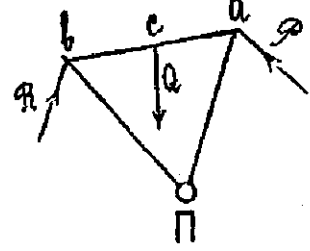
Силы  $P, Q, R$ , дѣйствующія въ механизмѣ въ точкахъ  $D, B, C$ , перенесены въ соответствующія точки  $d, b, c$ . Остается рассмотреть равновѣсіе рычага  $\Pi ab$ .

Примѣръ II (фиг. 7). Шарнирный четырехугольникъ  $OABO'$ .

Назначимъ для точки  $A$  произвольную скорость, которую, повернувъ на  $90^\circ$ , изобразимъ отрезкомъ  $\Pi a$  (фиг. 8).



Фиг. 7.



Фиг. 8.

Картина скоростей будетъ  $\Pi abc$  (здѣсь  $\Pi b$  параллельно  $O'B$ ,  $ab$  параллельно  $AB$ ; точка  $c$  дѣлитъ  $ab$  въ той же пропорціи, какъ  $C$  дѣлитъ  $AB$ ). Силы  $P, Q, R$  нужно перенести въ  $a, c, b$ .

Затѣмъ рассматриваемъ равновѣсіе рычага  $\Pi ab$ .

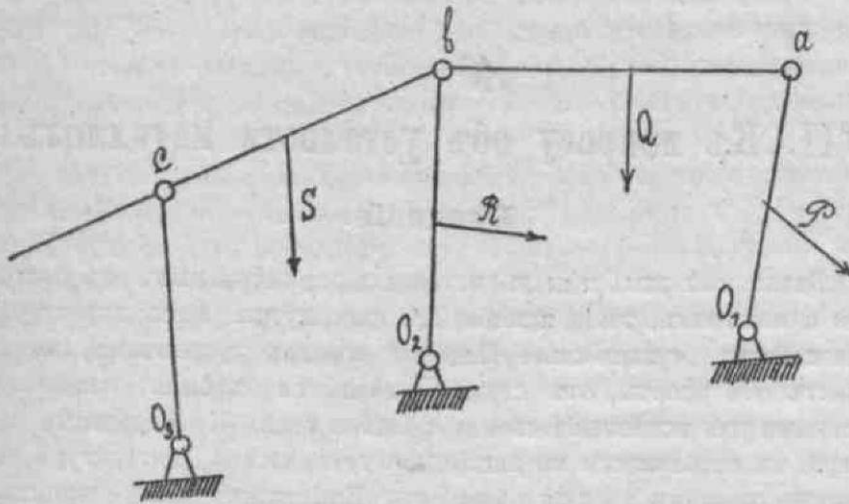
Все предыдущее можетъ быть примѣнено и къ разысканію равнодѣйствующихъ или эквивалентныхъ системъ силъ, т. е. такихъ двухъ системъ, которая могутъ, безъ нарушенія равновѣсія тѣла, замѣнить одна другую на этомъ тѣлѣ.

Опредѣленіе давленій въ шарнирахъ механизма.

Мы оставимъ совершенно въ сторонѣ тотъ очень простой случай, когда внѣшнія силы приложены только въ шарнирахъ. Пусть (фиг. 9) имѣемъ механизмъ  $abcO_1O_2O_3$ , въ которомъ  $O_1, O_2, O_3 \dots$  неподвижныя точки. Внѣшнія силы  $P, Q, R, S$ —приложены гдѣ-либо

на звеньяхъ  $O_1a$ ,  $ab$ ,  $O_2b$ , и т. д. Трениемъ пренебрегаемъ. Пусть механизмъ находится въ равновѣсїи. Требуется опредѣлить давленіе въ шарнирахъ  $a$ ,  $b \dots O_1, O_2, O_3 \dots$

Начнемъ съ разсмотрѣнія части  $b, a, O_1$ . Она представляетъ собою трехшарнирную систему, съ шарнирами  $b, a, O_1$ . Давленія въ



Фиг. 9.

нихъ получатся (см. Графическую статику В. Кирпичева  $n^{\circ}$  63) если построить для нагрузокъ  $P, Q$  такой Вариньоновъ полигонъ, три стороны котораго проходятъ черезъ три заданныя точки  $b, a, O_1$ . Напряженія сторонъ этого полигона и дадутъ давленія въ шарнирахъ  $b, a, O_1$ .

Затѣмъ отбросимъ часть механизма  $baO_1$ , замѣнивъ ее давленіемъ въ шарнирѣ  $b$ , которое причислимъ къ внѣшнимъ нагрузкамъ. Опять придется построить Вариньоновъ полигонъ, три заданныя стороны котораго проходятъ черезъ три заданныя точки  $c, b, O_2$ , и опять напряженія сторонъ этого полигона дадутъ давленія въ шарнирахъ системы и т. д.

При рѣшенїи этой задачи можно обойтись и безъ построения Вариньонова полигона, рассматривая дѣйствїя каждой нагрузки отдѣльно. Тогда нужно поступать такъ, какъ дѣлаютъ при расчетѣ трехшарнирныхъ арокъ (см. Графическая статика В. Кирпичева  $n^{\circ}$  34).

## XVII. Къ вопросу объ усталости металлов<sup>1)</sup>.

### Введение.

Давно уже замѣчены въ металахъ, примѣняемыхъ въ постройкахъ и машинахъ, такія явленія, которыя лучше всего характеризуются словомъ «усталость». Подобно живымъ существамъ, металлы устаютъ отъ работы, отъ службы, дѣлаются слабыми, непрочными, негодными для исполненія своихъ обязанностей. Къ металламъ часто теперь, въ особенности въ англійской технической литературѣ, примѣняютъ терминъ выносливость (Endurance). Есть выносливые металлы, которые могутъ работать долго, переносятъ интенсивную работу безъ усталости, безъ порчи своихъ свойствъ. И, обратно, бываютъ мало выносливые металлы, которые, даже исполняя сравнительно легкую работу, скоро устаютъ, дѣлаются слабыми, негодными къ дѣлу, и разрушаются.

Часто говорятъ о томъ, что металлъ состарился, отъ старости получилъ трещины (age cracks). Свойство быстро стариться чаще встрѣчается у сплавовъ мѣди, алюминія, вообще у нежелезистыхъ металловъ, рѣже у желѣза и стали<sup>2)</sup>. Сплавъ изъ равныхъ количествъ алюминія и никкеля уже черезъ мѣсяць по его изготовленіи, не производя никакой работы, далъ трещины, а черезъ два мѣсяца рассыпался<sup>3)</sup>. Про такой металлъ можно сказать, что онъ умираетъ очень скоро послѣ рожденія. Это чисто лабораторный продуктъ, не пригодный для практическаго употребленія. Но и между примѣняемыми въ практикѣ мѣдными сплавами встрѣчаются такіе, для которыхъ старость наступаетъ очень скоро, въ особенности если изготовленіе предмета заключается въ холодной протяжкѣ, что имѣетъ мѣсто, напр., для ружейныхъ гильзъ; очень вредно для нихъ, если въ составъ

<sup>1)</sup> „Вѣстникъ Общества Технологовъ“ 1914 г.

<sup>2)</sup> Впрочемъ, Hadfield указываетъ, что онъ констатировалъ такую быструю порчу (degradation) у нѣкоторыхъ сплавовъ желѣза съ никкелемъ и желѣза съ марганцемъ. См. пренія по поводу 10-го доклада Комиссіи о сплавахъ въ Proc. Inst. Mec. Eng.

<sup>3)</sup> См. Zeit. d. Ver. deut. Ing. Band. 43, стр. 337.

сплава (состоящего из мѣди и цинка) входит примѣсь свинца <sup>1)</sup>. Теперь при изученіи новыхъ сплавовъ мѣди считаютъ необходимымъ изслѣдовать, не будутъ ли они скоро стариться <sup>2)</sup>.

Профессора Carpenter и Edwards, стараясь найти нежелѣзистые металлы, настолько прочные, чтобы они годились для гидравлическихъ цилиндровъ, получили отъ разныхъ фирмъ много образцовъ; одна изъ фирмъ доставила однородный сплавъ, который «имѣлъ такую сильную склонность кристаллизоваться», что уже черезъ годъ по изготовленіи цилиндры, отлитые изъ такого металла, дѣлались пористыми, пропускали воду <sup>3)</sup>.

Затѣмъ, продолжая сравненіе металловъ съ живыми организмами, замѣчаемъ еще одну аналогію — а именно, находимъ и у металловъ болѣзни разнаго рода. Есть даже заразительныя болѣзни; можно прививать ихъ, какъ это показалъ Cohen <sup>4)</sup>. Ищутъ средства лечить больные металлы; иногда горячая ванна (кипятокъ) въ теченіе  $\frac{1}{4}$  часа поправляетъ металлъ <sup>5)</sup>; въ другихъ случаяхъ требуется болѣе сильное нагрѣваніе, до 850—900°C.

Въ живомъ организмѣ иногда происходитъ перерожденіе тканей. Аналогично этому и металлъ можетъ переродиться, хотя отъ другихъ причинъ. Чаще всего это происходитъ отъ высокой температуры, а иногда отъ низкой температуры, которая въ оловѣ вызываетъ болѣзнь перерожденія, такъ называемую оловянную чуму (peste de l'etain), часто замѣчаемую на старыхъ оловянныхъ предметахъ въ музеяхъ, отъ которой металлъ разсыпается въ порошокъ <sup>6)</sup>.

Наиболѣе неблагоприятныя условія работы, вызывающія скорѣе всего, и притомъ значительную, усталость въ металлахъ, не таковы какъ для людей, и отчасти даже противоположны имъ. Однообразіе

<sup>1)</sup> См. статью Age Cracks in Copper Alloys въ Proceed Inst. Civ. Eng. Vol. 167 p. 167.

<sup>2)</sup> См. десятый докладъ Комиссіи о сплавахъ и пренія по этому докладу.

<sup>3)</sup> Proc. Inst. Mec. Eng. 1910. Oct.-Dec.

<sup>4)</sup> См. очень важное изслѣдованіе Die Metastabilität unserer Metallwelt, v. Ernst Cohen und Katsui Inoui въ Zeit. f. phys. Chemie 1910 г. Band II. Здѣсь разсмотрѣна такъ называемая Forcier-Krankheit, т. е. болѣзнь отъ перенапряженія, отъ переутомленія. Авторы приходятъ къ общему заключенію, что многіе металлы, встрѣчаемые въ ежедневной жизни, находятся въ состояніи ложнаго равновѣсія (метастабильномъ). Измѣненіе температуры и прививка, т. е. прикосновеніе съ металломъ, частицы котораго находятся при этой температурѣ въ устойчивомъ равновѣсіи, могутъ нарушить это ложное равновѣсіе, тогда строеніе металла измѣняется, переходитъ въ болѣе устойчивое. Конечно, если такой переходъ произойдетъ во время службы, то это съ практической точки зрѣнія равносильно полному разрушенію.

<sup>5)</sup> См. Muir. On the Recovery of Iron from Overstrain въ Engineer. 28 Apr. 1899.

<sup>6)</sup> Это явленіе давно было найдено Эрдманомъ (1851 г.), а послѣ него подробно изслѣдовано Фритше, а потомъ въ 1881 г. Морковниковымъ. Болѣе новое изслѣдованіе произвелъ Ernst Cohen; см. въ Revue de Métallurgie, № 4.

работы, неподвижность при ней почти невыносимы для человека. Стоять неподвижно на часахъ, поддерживая тяжелый грузъ (ранецъ, ружье)—самая неприятная работа для человека; всякое разнообразіе, возможность по временамъ снимать грузъ, облегчаетъ эту работу. Совершенно обратно—неподвижность, отсутствіе перемѣнъ, постоянство нагрузки представляютъ наиболѣе благопріятныя условія для металла; при этихъ условіяхъ металлъ можетъ держать крупныя нагрузки въ теченіе долгаго времени, нисколько не уставая, сохраняя свою прежнюю прочность. Для металла вредно разнообразіе, измѣняемость нагрузки; если нагрузка къ нему то приложена, то снята, или если нагрузка по одному направленію замѣняется противоположной, напримѣръ, послѣ растяженія слѣдуетъ сжатіе, затѣмъ идетъ опять растяженіе, и эти перемѣны чередуются быстро одна за другой, повторяясь почти безъ перерыва сотни тысячъ и миллионы разъ, что нерѣдко приходится переносить частямъ машинъ. Сюда же относятъ попеременно чередующіеся изгибы или крученія, то въ ту, то въ другую сторону, и тому подобныя условія напряженія въ металлѣ. Такія чередующіяся напряженія металлы выносятъ дурно, могутъ выдерживать ихъ только въ случаѣ, если величины напряженій не превышаютъ сравнительно меньшихъ предѣловъ; въ случаѣ превышенія этихъ предѣловъ металлы скоро устаютъ, получаютъ внезапные изломы, разрушенія, притомъ безъ предварительнаго предупрежденія, т. е. безъ замѣтной на глазъ деформации, хотя бы металлъ самъ по себѣ былъ очень пластичный и при лабораторномъ испытаніи на разрывной машинѣ разрывался только послѣ полученія значительнаго удлиненія, составляющаго 20, 30 и болѣе процентовъ первоначальной длины. Поэтому, кромѣ обыкновенной пробы металла на сопротивленіе разрыву, полезно сдѣлать еще пробу на выносливость (Endurance Test), т. е. на способность его выдерживать болѣе или менѣе долго перемѣнныя усилія.

Экспериментальное изученіе явленій усталости металловъ начато уже давно, а именно съ половины прошлаго столѣтія. Прежде всего началъ такіе опыты Фербернъ; затѣмъ идетъ работа Годчкинсона, а потомъ (въ 60-хъ годахъ прошлаго столѣтія) Вѳлеръ произвелъ обширныя изслѣдованія, результаты которыхъ постоянно цитируются и теперь. Не пересчитывая всѣхъ послѣдующихъ работъ по этому вопросу, замѣчу, что за послѣдніе годы замѣчается оживленіе интереса къ этому дѣлу; новыя работы, новые приемы изслѣдованія быстро появляются одинъ за другимъ. Такъ, въ конгрессѣ по испытанію матеріаловъ, происходившемъ въ 1912 году въ Нью-Йоркѣ, доклады по вопросу объ усталости и выносливости были представлены слѣдующими лицами:

Stanton (въ англійской Национальной Физической Лабораторіи), Roos oï Hjeimräter, Kommers, Boudouard (при Collège de

France), Lawson and Carr (термо-электрические приемы для изучения усталости) <sup>1)</sup>. Кроме докладовъ, представленныхъ на конгрессѣ, слѣдуетъ отмѣтить нѣсколько наиболее важныхъ работъ послѣдняго времени, а именно Stanton and Bairstow <sup>2)</sup>, Bairstow <sup>3)</sup>. Turner, The Strength of Steels etc. <sup>4)</sup> Upton and Lewis <sup>5)</sup>. Eden Rose and Cunningham. <sup>6)</sup>. Bertram Hopkinson. <sup>7)</sup>. Последняя работа очень интересна, такъ какъ въ ней получился неожиданный результатъ относительно значенія скорости переменъ напряжений, частоты этихъ переменъ. Прежде думали, что для наступленія усталости имѣетъ значеніе только полное число переменъ, а не быстрота, или частота этихъ переменъ. Осборнъ Рейнольдсъ и Смитъ нашли, что быстрота переменъ влияетъ неблагоприятно, т. е. при частыхъ переменнахъ, металлъ устаетъ отъ меньшаго абсолютнаго числа ихъ, чѣмъ при рѣдкихъ, медленныхъ переменнахъ. Послѣдующіе изслѣдователи (напримѣръ, Eden, Rose and Cunningham) не получили подтвержденія этого закона; и теперь многие считаютъ, что для наступленія усталости требуется опредѣленное абсолютное число переменъ напряжений, независимо отъ ихъ частоты. Если-бы это оказалось общимъ закономъ, то этимъ значительно упростились бы лабораторныя и заводскія испытанія по усталости, а именно, значительно сократилось бы время для производства такихъ испытаній. Считаютъ нужнымъ для такого изученія свойствъ металла приложить къ нему не менѣе одного милліона переменъ напряжений <sup>8)</sup>. При небольшой быстротѣ переменъ, такое испытаніе требуетъ очень значительнаго времени—у Вёлера, который примѣнялъ 60—80 переменъ въ минуту, иногда опытъ продолжался нѣсколько лѣтъ. Увеличивая частоту переменъ, уменьшаемъ продолжительность опыта. При 500 циклахъ переменъ въ минуту, для полученія милліона цикловъ потребуется время около 33 часовъ. Уже у Осборна Рейнольдса число переменъ въ минуту доходило до 2500. Гопкинсонъ пошелъ еще дальше, и въ его магнитной машинѣ испытываемый брусокъ попеременно растягивается и сжимается, подвергаясь такому циклу опе-

<sup>1)</sup> См. эти доклады въ отчетахъ Конгресса, а также въ *Revue de Métallurgie* за 1913 г. № 1.

<sup>2)</sup> *Proc. Civ. Eng.* Vol. 166 (1906 г.).

<sup>3)</sup> *Philos. Trans. A.* Vol. 210 (1911 г.).

<sup>4)</sup> Въ *Engineering* 1911 г. July 28 и слѣд.; обращаю вниманіе на эту очень важную работу, исполненную въ лабораторіи Кембриджскаго Университета. Тернеръ разсматриваетъ въ ней вопросы усталости, выносливости, а также вопросъ о критеріи прочности, т. е. о теоріяхъ прочности.

<sup>5)</sup> *American Machinist* 1912, Nov. 9, Nov. 16.

<sup>6)</sup> *Proceed. Inst. Mec. Eng.* Oct. 20 1911 г.

<sup>7)</sup> *Proc. Royal Soc. Lond.* 1912 A vol. 86 p. 131.

<sup>8)</sup> Вёлеръ прилагалъ еще большее число переменъ; въ одномъ опытѣ у него это число доходило до 132 000 000.

рацій 7000 разъ въ минуту; слѣдовательно, для полученія одного милліона цикловъ перемѣнъ достаточно  $2\frac{1}{2}$  часа.

Но опыты его показали, что такія частыя перемѣны гораздо менѣе опасны, чѣмъ медленныя. Такъ, для мягкой стали, содержащей 0,18% углерода и 0,7% марганца, получилось: когда производилось около 1000 перемѣнъ напряженій въ минуту, то при разности напряженій до 30 тоннъ на квадратный дюймъ, достаточно было 50000 перемѣнъ, чтобы произвести разрушеніе; продолжительность опыта составляла около 50 минутъ. А на приборѣ Гопкинсона, гдѣ число перемѣнъ въ минуту составляетъ 7000, когда разность напряженій была 32 тонны на квадратный дюймъ, требовалось для разрушенія отъ 2,8 милліоновъ до 11,5 милліоновъ перемѣнъ. Для полученія разрушенія на этомъ приборѣ требуется время не менѣе 400 минутъ. Слѣдовательно, несмотря на увеличеніе частоты перемѣнъ, время, потребное для разрушенія, значительно больше, чѣмъ на приборѣ, работающемъ съ небольшою частотой перемѣнъ. Значительное увеличеніе частоты здѣсь не только не ускоряетъ опыта, но, обратно, замедляетъ его въ 8 разъ, а иногда и еще больше.

Итакъ, вопросъ объ усталости оказывается сложнымъ, имѣющимъ много различныхъ сторонъ; каждая изъ нихъ требуетъ отдѣльнаго изслѣдованія и изученія. Здѣсь я ограничусь рассмотрѣніемъ только одной стороны, а именно связи усталости съ кристаллическимъ строеніемъ металловъ.

Постараюсь резюмировать то, что до сихъ поръ найдено въ этомъ отношеніи.

#### Кристаллическое строеніе.

Всѣ металлы и сплавы, съ которыми намъ приходится имѣть дѣло въ техникѣ, не исключая даже и такихъ мягкихъ, какъ свинецъ, и въ литомъ, а также и въ кованномъ или тянутомъ состояніи имѣютъ кристаллическое строеніе. Современные металлурги или вовсе не признаютъ существованія аморфнаго состоянія въ металлахъ, или допускаютъ его появленіе лишь въ нѣкоторыхъ исключительныхъ случаяхъ. Профессоръ Юингъ, которому мы обязаны замѣчательнымъ разъясненіемъ сущности явленія усталости, въ своей работѣ 1899 года даже говорилъ: «вѣроятно, ни одинъ металлъ ни при какихъ обстоятельствахъ не перестаетъ быть кристаллическимъ. Теперь нужно нѣсколько смягчить категоричность такого утвержденія.

За послѣдніе годы Veilby многократно указывалъ, что послѣ шлифовки и полировки, вся поверхность шлифа состоитъ изъ частицъ металла, имѣющихъ аморфное сложеніе, и что такое же строеніе можетъ проявиться и внутри металла, вслѣдствіе скольженій и тренія кристалловъ между собою.

Затѣмъ онъ принимаетъ, что въ чистомъ металлѣ на границѣ кристаллическаго зерна, т. е. на поверхности прикосновенія его со смежнымъ зерномъ, лежитъ какъ бы тонкій слой цемента, состоящаго изъ того же металла, но находящагося въ аморфномъ состояніи.

Къ этимъ взглядамъ присоединяются нѣкоторые выдающіеся металлурги, въ томъ числѣ Осмондъ, Юингъ и Розенгайнъ. Но, во всякомъ случаѣ, если и существуетъ аморфное состояніе, то въ очень небольшой массѣ металла.

При протравленіи металлическихъ шлифовъ для микроскопа верхній (аморфный) слой снимается, и металлъ обнаруживаетъ подъ микроскопомъ, что онъ состоитъ изъ отдѣльныхъ соприкасающихся зеренъ, каждое изъ которыхъ имѣетъ кристаллическое сложеніе. Зерна образуются вслѣдствіе того, что при остываніи отлитаго жидкаго металла кристаллизація начинается одновременно въ большомъ числѣ центровъ. Около каждаго центра нарастаетъ во всѣ стороны кристаллическое вещество; это и есть зерно; оно увеличивается, пока поверхность его не встрѣтится съ поверхностями другихъ смежныхъ нарастающихъ зеренъ. Поверхности встрѣчи и образуютъ контуры зерна. Эти поверхности имѣютъ форму случайную, произвольную; онѣ могутъ быть не плоскими, а кривыми. Онѣ вовсе не представляютъ правильныя грани кристалловъ, т. е. плоскія грани, имѣющія опредѣленные наклоны и образующія тѣ опредѣленныя симметрическія формы кристалловъ, которыя такъ подробно изучены современной кристаллографіей.

Мы ясно представимъ себѣ сущность этихъ зеренъ, если возьмемъ правильный кристаллъ и произвольно обломаемъ его углы или испортимъ его поверхность. Тогда его уже не назовутъ кристалломъ, въ тѣсномъ, общепринятомъ значеніи этого слова. Но порча, обламываніе поверхности не измѣняетъ внутренняго строенія; это все-таки будетъ настоящее кристаллическое вещество, со всѣми его физическими свойствами, съ прежними отношеніями къ свѣту, теплу, электричеству, магнетизму, съ опредѣленной оріентировкой частицъ. Такovy кристаллическія зерна, кристаллиты, изъ которыхъ состоятъ металлы.

Какъ мы увидимъ дальше, кристаллическое строеніе имѣетъ очень важное значеніе для явленій усталости, и потому необходимо изучить общія свойства такого вещества, по отношенію его къ деформаціямъ.

Такое предварительное изученіе лучше сдѣлать не на металлахъ, кристаллы которыхъ очень малы, а на такихъ минералахъ, которые можно встрѣтить въ природѣ въ видѣ крупныхъ кристалловъ, удобныхъ для наблюденія.

#### Явленія скольженія кристаллическаго вещества.

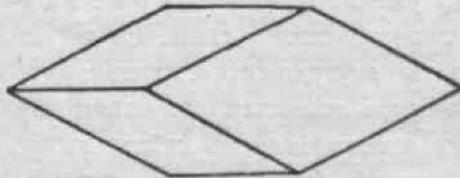
Въ кристаллахъ давно уже замѣчали явленія скольженія, или сдвига, происходящія безъ нарушенія цѣлости кристалла. Лучше всего

они наблюдаются въ кристаллахъ исландскаго шпата и каменной соли, которые можно имѣть въ крупныхъ размѣрахъ и вполне прозрачными. Первые указанія, намеки на такія явленія въ исландскомъ шпатѣ имѣются еще у Бартолина (1670 г.), который раньше всѣхъ изучалъ двойное преломленіе этого минерала, и у Гюйгенса (1678 г.). Затѣмъ послѣдовало довольно большое число работъ и открытій въ этой области <sup>1)</sup>.

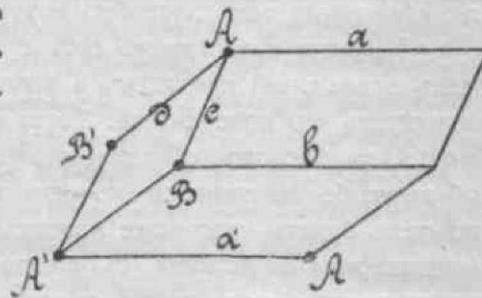
Среди всѣхъ этихъ работъ наиболее поразителенъ и ярокъ такъ называемый опытъ Баумгауэра (1879 г.), который В. Томсонъ называетъ «великолѣпнымъ открытіемъ»<sup>2)</sup>. Баумгауэръ далъ простой и легко удающійся способъ получения кристаллическихъ двойниковъ исландскаго шпата при помощи механическаго давленія.

Двойники, т. е. два сросшихся симметрическихъ кристалла, которые такъ расположены взаимно, что одинъ представляетъ какъ бы зеркальное изображеніе другого, нерѣдко встрѣчаются въ природѣ или получаютъ при кристаллизаци изъ растворовъ. Но при опытѣ Баумгауэра двойникъ получается давленіемъ изъ вполне твердаго кристалла. Это явленіе такъ поразительно и имѣетъ такое важное значеніе для вопроса объ усталости, что я остановлюсь на немъ подробно.

Извѣстно, что исландскій шпатъ представляетъ вполне прозрачный кристаллъ, имѣющій въ простѣйшемъ случаѣ форму ромбоэдра, т. е. параллелепипеда, у котораго всѣ шесть граней представляютъ равные между собою ромбы (фиг. 1).



Фиг. 1.



Фиг. 2.

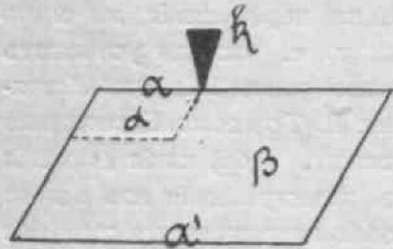
Плоскости этихъ ромбовъ суть плоскости спайности, и, раскалывая кристаллъ параллельно этимъ плоскостямъ, мы можемъ получить болѣе или менѣе вытянутые параллелепипеды, которые продолжаютъ

<sup>1)</sup> Объ этихъ явленіяхъ говорится почти во всѣхъ курсахъ кристаллографіи; наиболее подробно въ курсѣ: Liebisch, *Physikalische Krystallographie*. На русскомъ языкѣ имѣется обширная монографія по этому вопросу: В. И. Вернадскій, «Явленія скольженія кристаллическаго вещества», 1897 г., въ которой собрана масса фактовъ. Эта брошюра представляетъ отдѣльный оттискъ изъ Ученыхъ Записокъ Императорскаго Московскаго Университета. Отдѣлъ естественно-исторической, вып. 13.

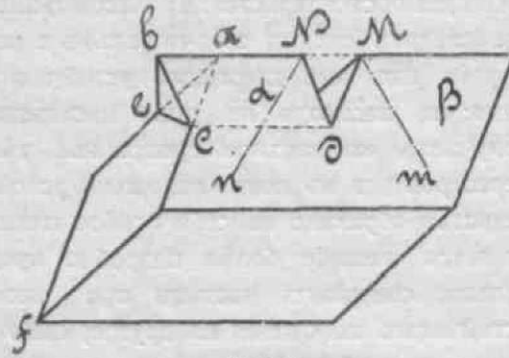
<sup>2)</sup> «Splendide decouverte», см. статью Томсона въ *Comptes rendus*. T. 109. p. 333.

называться ромбоэдрами, хотя уже у них не всѣ шесть граней одинаковы (фиг. 2). Въ такомъ ромбоэдрѣ слѣдуетъ обратить вниманіе на тѣ двѣ вершины  $A, A'$ , въ которыхъ сходятся три одинаковыхъ плоскихъ тупыхъ угла. Проведя черезъ  $A$  прямую, расположенную симметрично относительно реберъ  $a, c, d$ , получимъ направление оптической оси кристалла. Ребра  $a, a'$  называются тупыми ребрами ромбоэдра, ребро  $b$  и параллельное ему, идущее черезъ  $B'$ , — будутъ острые ребра ромбоэдра.

Вотъ какъ производится опытъ Баумгауэра (фиг. 3). Поставимъ ромбоэдръ тупымъ ребромъ  $a'$  на подставку и будемъ надавливать тупымъ ножомъ  $k$  перпендикулярно на другое тупое ребро  $a$  (полезно примѣнить для этого небольшой винтовой прессъ). Тогда ножъ, постепенно входя въ кристаллъ, сдвинетъ влѣво часть кристалла  $\alpha$  и образуетъ въ лѣвой части двойникъ (фиг. 4).



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Плоскость скольженія  $cd$  параллельна ребру  $a$ , т. е. имѣетъ совершенно опредѣленное направление относительно плоскостей спайности, ограничивающихъ ромбоэдръ. Уголъ сдвига, т. е. уголъ поворота части  $\alpha$ , имѣетъ совершенно опредѣленную величину, а именно 52,5 градуса, и грани  $cde, cef$  образуютъ одинаковые углы съ плоскостью сдвига  $cd$ .

Изслѣдуя оптическія свойства сдвинутой части  $\alpha$ , Покельсъ нашелъ, что онѣ остались прежнія, но только направление оптической оси, которое до сдвига было  $Mm$ , теперь перевернулось вмѣстѣ съ частью  $\alpha$  на такой же уголъ, и новой оптической осью будетъ уже направленіе  $Nn$ . Однимъ словомъ, часть  $\alpha$  подверглась въ точности такой деформаци, которая называется сдвигомъ.

Если на боковой поверхности  $\alpha$  до деформаци былъ нарисованъ кругъ, то онъ превратится въ эллипсъ, т. е. выполняется геометрическое условіе сдвига. Несмотря на значительный уголъ сдвига, несмотря на такое насильственное выворачиваніе частицъ, кристаллъ оказывается имѣющимъ прежнія оптическія свойства, онъ попрежнему остается прозрачнымъ, и грани его даютъ прежнее зеркальное отраженіе. Единственная происшедшая отъ такого выворачиванія перемѣна

состоить въ томъ, что поверхность вывернутаго кристалла нѣсколько сильнѣе разѣдается кислотами, чѣмъ въ неизмѣненномъ кристаллѣ.

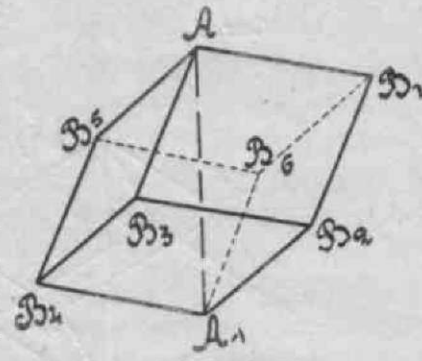
Обратнымъ давленіемъ можно вернуть часть  $\alpha$  въ прежнее положеніе. Но если съ нею повторить такую операцію—сдвигъ и возстановленіе формы—нѣсколько разъ, то часть  $\alpha$  совсѣмъ отколется по плоскости *cde*.

Вотъ въ чемъ состоитъ поразительное явленіе механическаго образованія двойниковъ. Оно встрѣчается и во многихъ другихъ минералахъ, но съ исландскимъ шпатомъ легче всего получить его, и теперь опытъ Баумгауэра представляетъ самую обыкновенную демонстрацію, показываемую всегда на лекціяхъ по кристаллографіи и минералогіи.

Съ точки зрѣнія ученія объ упругости въ этомъ опытѣ интересны два обстоятельства: а) Несомнѣнно при такой деформациі должны происходить весьма значительныя перемѣщенія частицъ тѣла, выведеніе ихъ изъ прежнихъ устойчивыхъ положеній въ совершенно инныя; и, несмотря на такія насильственныя перемѣщенія, мы опять получаемъ компактное прозрачное тѣло, т. е. частицы успѣваютъ перестроиться въ новыя положенія устойчиваго равновѣсія. Это обстоятельство обратило на себя особое вниманіе В. Томсона. Естественно является желаніе болѣе подробно представить себѣ, какія движенія должны совершить частицы при такомъ перестраиваніи изъ одного устойчиваго положенія въ другое; само собою напрашивается сравненіе такихъ перемѣщеній съ тѣми, которыя производятся въ войскахъ при переходѣ изъ одного правильнаго строя въ другой. В. Томсонъ поэтому называетъ такое явленіе терминомъ: «молекулярная тактика кристалловъ». Въ указанной выше статьѣ онъ даетъ догадку относительно такой тактики. Принимая, что частицы тѣла суть эллипсоиды, онъ указываетъ, какіе деформациі, повороты и перемѣщенія должны совершить эти эллипсоиды, чтобы воспроизвести опытъ Баумгауэра. Здѣсь мы имѣемъ еще одну изъ тѣхъ многочисленныхъ моделей, которыя предлагалъ этотъ знаменитый ученый для выясненія какъ упругихъ, такъ и разныхъ другихъ физическихъ явленій. Особый складъ ума Лорда Кельвина и другихъ ученыхъ англійской школы требовалъ непременно ясной простой механической модели, безъ которой явленіе представлялось имъ темнымъ, непонятнымъ. Но, конечно, догадка В. Томсона есть не болѣе какъ модель въ современномъ физическомъ значеніи этого слова. Не слѣдуетъ думать, что она въ точности, или хотя приблизительно, представляетъ картину того, что происходитъ въ дѣйствительности, и не надо забывать, что если имѣемъ одну какую-нибудь механическую модель, объясняющую нѣкоторое физическое явленіе, то навѣрное существуетъ еще множество другихъ механическихъ моделей, которыя тоже годны для объясненія того же явленія. б) Опытъ Баумгауэра показываетъ намъ существо-

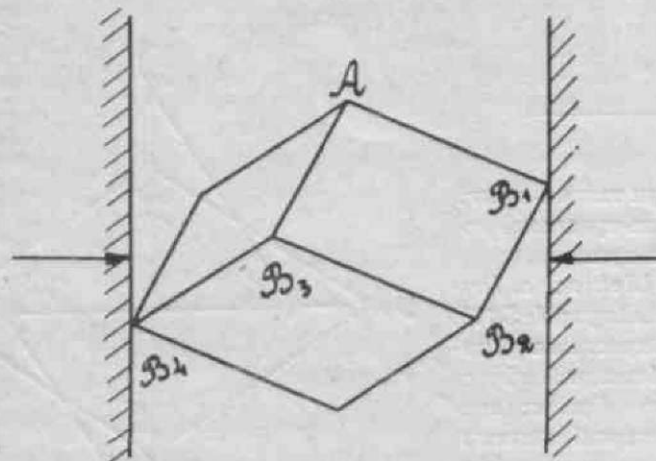
ваніе двухъ положеній устойчиваго равновѣсія для одного и того же тѣла (т. е. для деформированной части кристалла). Это какъ бы противорѣчитъ основной теоремѣ теоріи упругости, а именно теоремѣ Кирхгофа о единичности рѣшенія упругой задачи. Но такое противорѣчіе только кажущееся, такъ какъ теорема Кирхгофа относится только къ очень малымъ (теоретически къ бесконечно малымъ) перемѣщеніямъ, а въ опытѣ Баумгауэра перемѣщенія вовсе не малы по сравненію съ размѣрами самаго тѣла. Основаніемъ вывода теоремы Кирхгофа служитъ задание, что потенциальная энергія упругаго тѣла есть квадратичная функція деформацій и что коэффициенты этой функціи суть величины постоянныя. Но для условій опыта Баумгауэра мы не можемъ считать эти коэффициенты постоянными, и слѣдовательно выводъ Кирхгофа не применимъ къ этому случаю.

Въ опытѣ Баумгауэра, въ той формѣ, какъ онъ былъ выше описанъ и изображенъ на фиг. 4, деформация подвергается не весь кристаллъ, а только часть его, меньшая половины. Но можно такъ видоизмѣнить опытъ, что указанной деформации подвергнется весь кристаллъ, весь ромбоэдр известковаго шпата. Такую форму опыта придумалъ Мюгге. Для объясненія ея возьмемъ правильный ромбоэдръ, ось котораго есть  $AA_1$  (фиг. 5).



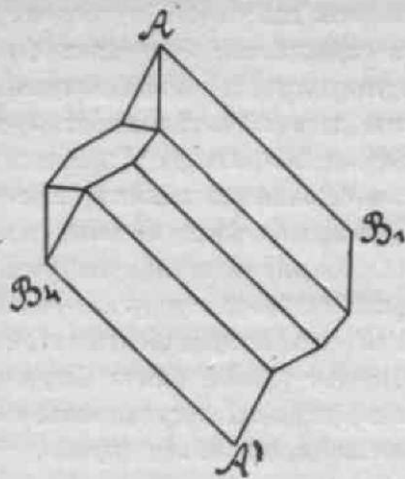
Фиг. 5.

Въ немъ нужно различать главные или правильные трехгранные углы  $A, A_1$  отъ среднихъ угловъ  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$  (правильными назы-



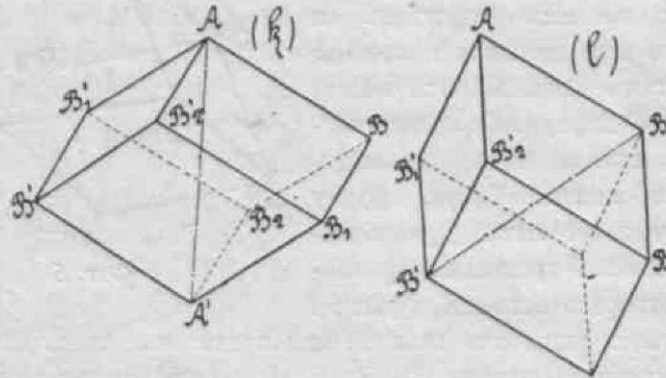
Фиг. 6.

ваются тѣ, гдѣ сходятся три равныхъ плоскихъ угла). Если давить двумя площадками на два противоположныхъ боковыхъ угла  $B_1, B_4$



Фиг. 7.

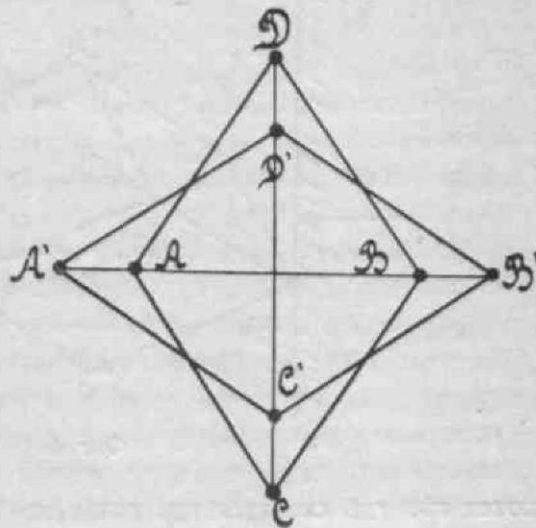
(фиг. 6), то получится сначала такая деформация, какъ на фиг. 7, а затѣмъ при продолжающемся давленіи весь кристаллъ выворотится, и мы получимъ ромбоэдръ, у котораго теперь  $B_1, B_2$  главные углы, а  $A, A'$  — сдѣлаются боковыми (средними) углами <sup>1)</sup>. Такимъ образомъ данный ромбоэдръ  $k$  (фиг. 8) превратился опять въ ромбоэдръ, но въ другой  $l$ , съ другими осями симметріи. Оптическая ось его теперь будетъ  $B, B'$ , вмѣсто первоначальной  $A, A'$ . Прежній ромбоэдръ превратился въ свой двойникъ, въ зеркальное изображеніе прежней формы <sup>2)</sup>.



Фиг. 8.

<sup>1)</sup> Но при такомъ опытѣ почти всегда въ кристаллѣ получится много трещинъ.

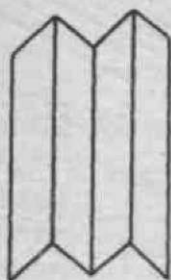
<sup>2)</sup> См. у Liebisch'a, *Physikalische Krystallographie* S. 115, примѣръ для кристалла ангидрита (т. е. безводной сѣрнокислой извести). Призма (кристаллъ ромбической системы) съ ромбическимъ основаніемъ  $ABCD$  (фиг. 9) можетъ быть механической деформацией превращена въ призму съ основаніемъ  $A'B'C'D$ .



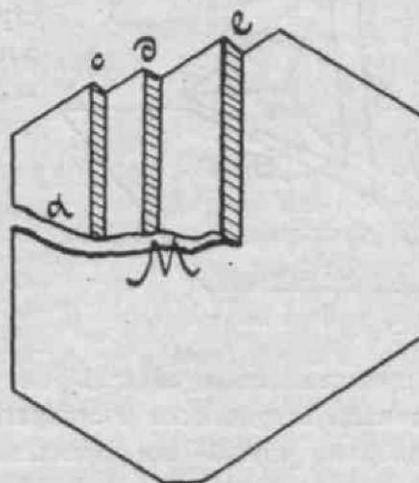
Фиг. 9.

### Многоратные двойники.

При повторении указанных операций могут произойти многократные двойники, схема образования которых представлена на фиг. 10. Для примера я беру у Liebisch'a (S. 114) образчик кристалла (фиг. 11) моноклинической системы, в котором давлением ножа у *M* образованы двойники *c*, *d*, *e*; при этом получилась трещина *a*. Многократные двойники, обыкновенно микроскопических размеров, часто встречаются в горных породах; они образовались вследствие давлений, которым подвергаются породы в земной коре. Когда их очень много, так что весь кристалл состоит как бы



Фиг. 10.



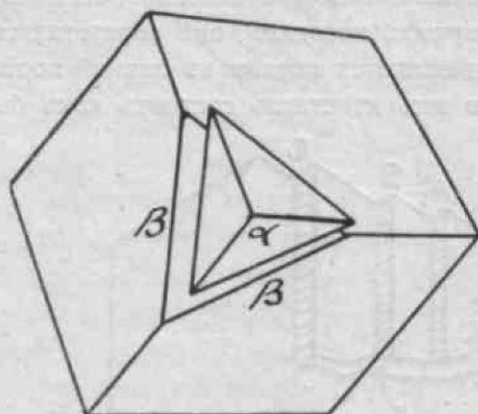
Фиг. 11.

изъ тонких пластинок, сросшихся между собою по одноименнымъ кристаллографическимъ плоскостямъ и каждая пластинка, какъ индивиду, образуетъ определенный уголъ съ пластинкой, представляющей сосѣдній индивиду, то такое образование называется полисинтетическимъ повторнымъ двойникомъ. Обыкновенно эти пластинки такъ тонки, что отдѣльные индивидуумы видны лишь подъ микроскопомъ въ шлифахъ, какъ тонкая штриховка <sup>1)</sup>.

Образование двойниковъ мы будемъ называть первой формой скольженія въ минералахъ. Это не единственная форма скольженія въ минералахъ, а еще чаще ея встрѣчается другая, которую мы будемъ называть второй формой. Лучшимъ образчикомъ, гдѣ эта форма представляется вполне наглядно, въ крупномъ видѣ, можетъ служить кристаллъ исландскаго шпата, имѣющійся въ музеѣ Москов-

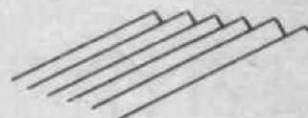
<sup>1)</sup> См. рисунки у Hirschwald'a, Handbuch der bautechnischen Gesteinsprüfung. I Band. Напримеръ, плагиоклазъ, который въ поляризованномъ свѣтѣ показываетъ «äusserst markante polysynthetische Zwillingsbildung», или дюритъ, въ которомъ кристаллъ полевого шпата „eine feine Streifung zeigt, hervorgerufen durch polysynthetische Zwillingsbildung“.

скаго Университета и приведенный въ книгѣ академика Вернадскаго на фиг. 1. Это крупный прозрачный ромбоэдръ, на одномъ изъ трехгранныхъ угловъ котораго, какъ показано на нашей фиг. 12, сдвинуть тетраэдръ  $\alpha$ , такъ что образовались ясныя полоски скольженія  $\beta, \beta$ , безъ нарушенія связи этого тетраэдра съ остальной массой кристалла. Если не обращать вниманія на нѣкоторыя второстепенныя подробности деформации этого кристалла (на нѣкоторое крученіе или поворачиваніе



Фиг. 12.

части  $\alpha$ ), то здѣсь мы имѣемъ прекрасный образчикъ деформации, называемой въ нѣмецкой литературѣ—Translation. Это поступательное передвиженіе безъ поворота на нѣкоторую конечную величину, но безъ нарушенія связи.



Фиг. 13.

На представленномъ образцѣ мы имѣемъ одиночное передвиженіе; но чаще встрѣчаются многократныя передвиженія частей кристалла одной по другой, по параллельнымъ плоскостямъ, въ родѣ того, какъ показано на схемѣ фиг. 13.

Это явленіе описывается минералогами, напримѣръ, въ слѣдующихъ выраженіяхъ: «въ средней части кристалла (при сжатіи его вдоль по оси) образовалось утолщеніе, состоящее изъ цѣлаго ряда узкихъ плоскостей, образующихъ рядъ входящихъ и исходящихъ двугранныхъ угловъ». «Иногда эти узкія плоскости ясно видны на глазъ; иногда же онѣ представляются только какъ штрихи. Въ извѣстныхъ случаяхъ этотъ видъ скольженія переходитъ въ трещины».

Описанныя явленія скольженія легче всего наблюдаются въ исландскомъ шпатѣ и въ каменной соли; оба эти вещества легко могутъ быть получены въ видѣ крупныхъ прозрачныхъ кристалловъ, и потому очень удобны для опытовъ и демонстрацій. Но область явленій скольженія не ограничивается этими двумя минералами, а это явленіе широко распространено по всему царству минераловъ. Академикъ Вернадскій, въ цитированной выше книгѣ своей, указываетъ, что въ настоящее время для семидесяти семи различныхъ кристаллическихъ веществъ «съ большей или меньшей точностью констатировано явленіе скольженія». Оно встрѣчается во всѣхъ кристаллическихъ системахъ—правильной, квадратной гексагональной, ромбической, моноклинической и триклинической. Его наблюдали какъ для полногранныхъ формъ

(голоэдрическихъ), такъ и для неполногранныхъ (геміэдрическихъ, гемиморфныхъ, тетартэдрическихъ). Оно существуетъ и у очень мягкихъ кристалловъ (напримѣръ, каменная соль) и у очень твердыхъ (кварцъ, топазъ, корундъ). Скольженіе это вызывается, кромѣ механическаго дѣйствія, т. е. неравнобѣрнаго давленія, еще и при посредствѣ неравнобѣрнаго нагрѣванія. Съ большой степенью вѣроятности можно ожидать, что такія же явленія могутъ быть и во многихъ другихъ кристаллахъ, кромѣ указанныхъ семидесяти семи и что вообще такая склонность къ скольженію представляетъ общее свойство кристаллическаго вещества: «подъ вліяніемъ внѣшней силы, твердое, однородное вещество получаетъ способность... перемѣщаться, двигаться по извѣстнымъ направленіямъ, безъ разрыва связи между частицами... Эти направленія... находятся въ тѣсной и опредѣленной связи съ симметріей строенія кристалла». «Какъ въ жидкости, подъ вліяніемъ нарушенія внѣшнихъ условій, чрезвычайно легко происходятъ скольженія, сдвиги по всѣмъ возможнымъ направленіямъ, такъ въ твердомъ веществѣ они могутъ идти лишь по немногимъ опредѣленнымъ направленіямъ. Не разрушая связи между частями твердаго тѣла, они въ то же время мѣняютъ его внутреннее строеніе <sup>1)</sup>».

Конечно, все это мы должны встрѣтить и у металловъ. У нихъ должны оказаться скольженія двухъ родовъ: второго рода, т. е. безъ поворота, и перваго рода, т. е. съ поворотомъ, съ образованіемъ двойниковъ.

Нѣкоторыя вещества, и въ числѣ ихъ извѣстные металлы, даютъ скольженія съ большой легкостью: напримѣръ, академикъ Вернадскій характеризуетъ графитъ, какъ необыкновенно способное къ скольженію вещество. Онъ же говоритъ: «кристаллы висмута даютъ чрезвычайно легко явленія скольженія, совершенно аналогичныя найденнымъ Баумгауэромъ для кальцита»; «явленія скольженія выражены также рѣзко въ сурьмѣ»; «вещество сурьма до такой степени подвижно при малѣйшихъ измѣненіяхъ внѣшнихъ условій, что мы едва ли можемъ имѣть дѣло съ недеформированными кристаллами».

#### Явленія скольженія въ металахъ.

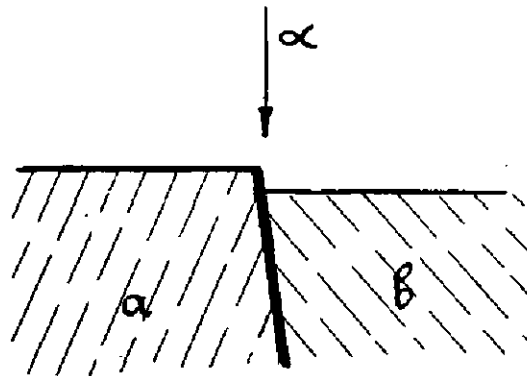
Такъ какъ всѣ металлы имѣютъ кристаллическое строеніе, то при деформаци ихъ должны получиться явленія скольженія, указанныя выше, какъ общія для всякаго кристаллическаго вещества. Нужно ожидать, что мы встрѣтимъ въ металахъ и скольженія перваго рода, и скольженія второго рода. Но такъ какъ кристаллическія зерна металловъ почти всегда очень мелки, то явленія скольженія въ металахъ приходится обыкновенно разсматривать подъ микроскопомъ, при

<sup>1)</sup> Изъ упомянутой статьи академика Вернадскаго. (Курсивъ мой).

сильномъ увеличеніи <sup>1)</sup>. Въ особенности значительныя увеличенія требуютъ желѣзо и сталь, отличающіяся мелкостью своихъ зеренъ. Для нихъ нужно линейное увеличеніе въ нѣсколько сотъ разъ, иногда до 800—1000 діаметровъ. Для мѣди, свинца и разныхъ сплавовъ иногда достаточно увеличеніе въ 80—100—150 діаметровъ. Предыдущее разсмотрѣніе явленій въ исландскомъ шпатѣ, каменной соли и другихъ минералахъ служитъ намъ подготовкой, указаніемъ на то, чего можно ожидать, что мы должны увидѣть въ микроскопъ; описанныя явленія въ минералахъ даютъ прямо на глазъ, непосредственно, макроскопически то, что для металловъ мы увидимъ микроскопически.

### Изученіе подѣ микроскопомъ.

Изученіе подѣ микроскопомъ явленій скользянія въ металлахъ при деформацияхъ началось сравнительно недавно. Началъ это изученіе профессоръ Кембриджскаго Университета Юингъ вмѣстѣ съ Розенгайномъ, въ 1899 году <sup>2)</sup>. Изслѣдуемая поверхность металлической полоски была очень хорошо отполирована (какъ это всегда дѣлаютъ при металлографическихъ изслѣдованіяхъ подѣ микроскопомъ), и затѣмъ протравлена, чтобы уничтожить слой изъ мелкихъ частицъ металла, образующихся при полировкѣ <sup>3)</sup>. Тогда подѣ микроскопомъ на поверхности металла сдѣлались ясно видны очертанія полигональныхъ зеренъ, т. е. отдѣльныхъ кристаллитовъ. Выбравши одно изъ этихъ зеренъ, въ микроскопъ можно было слѣдить за этимъ зерномъ, во время растяженія или сжатія полоски металла, и наблюдать, какія происходятъ перемѣны въ зернѣ.



Фиг. 14.

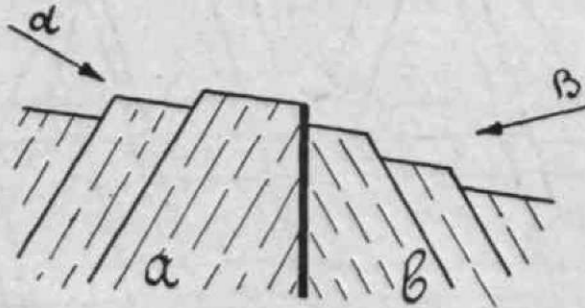
<sup>1)</sup> Иногда удается получить металлъ въ формѣ крупныхъ кристалловъ, и прямо повторять съ ними такіе же опыты образованія двойниковъ, какъ сдѣланные Баумгауэромъ и Рейшемъ съ кальцитомъ. Такъ Мюгге повторилъ ихъ для сурьмы и висмута.

<sup>2)</sup> Phil. Trans. Vol. 193.

Также въ Proc. Roy. Soc. Vol. 65.

<sup>3)</sup> Иногда дѣлались наблюденія безъ протравленія поверхности.

Оказалось, что при деформации оно покрывается рядом темных линий, или тонких полосок. Явление это объясняется тѣмъ, что въ металлѣ появляются внутри зеренъ многочисленные сдвиги, или скольженія такого вида, какъ названныя нами скольженіями второго рода. Представимъ себѣ (фиг. 14), что *a* и *b* два смежныхъ кристаллита; пунктирная штриховка въ нихъ показываетъ возможныя для нихъ плоскости кристаллическаго скольженія, направленныя конечно неодинаково въ смежныхъ зернахъ, такъ какъ въ каждомъ зернѣ направление кристаллическихъ осей и возможныхъ плоскостей скольженія—случайны и неодинаковы. При деформации получатся скольженія, и плоскія поверхности зеренъ превратятся въ ступенчатыя (фиг. 15). Смотри въ микроскопъ, установленный попережнему, съ освѣщеніемъ направленнымъ нормально къ первоначальной полированной поверхности зеренъ, мы увидимъ эти ступеньки въ формѣ темныхъ линий, т. е. узенькихъ полосочекъ. Появленіе такихъ линий констатируетъ, что произошли сдвиги.



Фиг. 15.

Для подтвержденія того, что здѣсь имѣемъ именно сдвиги, прежде нормальное освѣщеніе было замѣнено боковымъ. При освѣщеніи по направленію  $\alpha$  ярко освѣщаются ступеньки зерна *a*, и соответствующія имъ темныя линіи дѣлаются свѣтлыми. Освѣщеніе по направленію  $\beta$  дѣлаетъ свѣтлыми линіи зерна *b*.

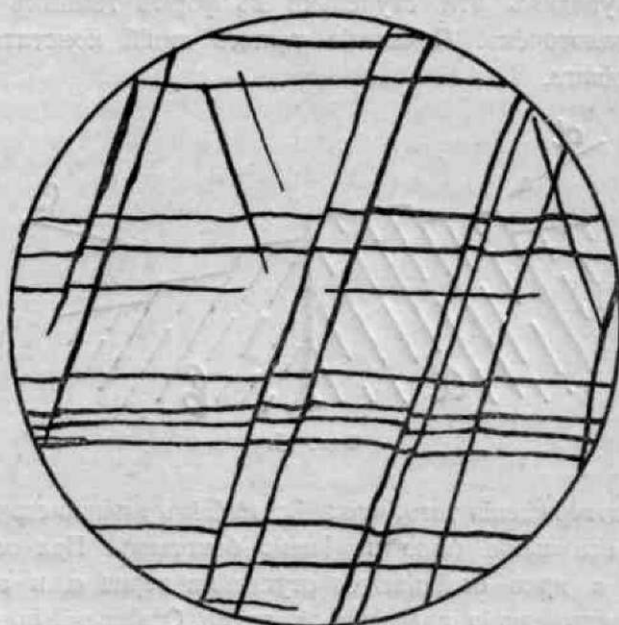
Можно, измѣняя направленіе, по которому падаетъ свѣтъ, по произволу превращать темныя линіи въ свѣтлыя и обратно.

Розенгайнъ еще иначе подтвердилъ, что здѣсь имѣемъ дѣло со ступенчатыми сдвигами. Послѣ деформации онъ покрылъ поверхность испытаннаго металла (желѣза) толстымъ слоемъ электролитической мѣди, и затѣмъ разрѣзалъ испытанную пластинку по плоскости нормальной къ прежней полированной поверхности. Въ разрѣзѣ, подъ микроскопомъ можно было видѣть, что границы между желѣзомъ и мѣдью имѣютъ зубчатое очертаніе, совершенно какъ показываютъ ступеньки на фиг. 15.

Итакъ, при пластической деформации металловъ получаютъ многочисленные сдвиги или скольженія второго рода, т. е. скольженія безъ

поворота. Они начинаются съ нѣкоторыхъ зеренъ, конечно, съ тѣхъ, у которыхъ направленіе возможныхъ плоскостей скольженія относительно растягивающей или сжимающей силы наиболее благопріятны для появленія скольженія. Съ увеличеніемъ растягивающей (или сжимающей) силы, черныя линіи начинаютъ показываться и въ другихъ зернахъ, гдѣ направленія возможныхъ плоскостей скольженія менѣе благопріятны для сдвига. По мѣрѣ увеличенія растягивающей силы, число темныхъ линій увеличивается.

Иногда въ одномъ и томъ же зернѣ появляется не одна система параллельныхъ темныхъ линій, а двѣ взаимно пересѣкающіяся, какъ это показано схематически на фиг. 16 для свинца (увел. 1000  $D$ ), въ которомъ линіи сдвига получаютъ особенно правильныя, прямыя и взаимно параллельныя. Появленіе двухъ или нѣсколькихъ системъ линій



Фиг. 16.

указываетъ, что въ кристаллѣ имѣются два или нѣсколько возможныхъ направлений скольженія, соотвѣтственно его кристаллической формѣ,—напримѣръ, одно параллельное гранямъ куба, другое—параллельное гранямъ октаэдра, если имѣемъ дѣло съ кристалломъ правильной системы <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> По своимъ кристаллическимъ формамъ металлы, большею частью, принадлежатъ къ правильной системѣ. Сюда относятся: желѣзо во всѣхъ трехъ своихъ видоизмѣненіяхъ  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , мѣдь, серебро, золото, платина, иридій, осмій, хромъ, никкель.

Нѣкоторые изъ извѣстныхъ металловъ кристаллизуются въ гексагональной системѣ (цинкъ, кадмій, магній).

Во всякомъ случаѣ мы здѣсь имѣемъ дѣло со скольженіемъ второго рода, которое ясно характеризуется словами Юинга: «Это явленіе разрывное; это не однородное скольженіе, а рядъ конечныхъ сдвиговъ, при которыхъ часть кристалла, заключающаяся между однимъ сдвигомъ и другимъ, смежнымъ съ первымъ, ведетъ себя какъ жесткое тѣло». «Происшедшій сдвигъ заключаетъ въ себѣ потерю работы, израсходованной необратимымъ образомъ».

Кромѣ такого скольженія второго рода, Юингъ и Розенгайнъ неоднократно замѣчали въ металлахъ при ихъ деформации еще и скольженіе первого рода, т. е. образованіе двойниковъ (сдвиги съ поворотомъ).

Въ металлахъ двойники микроскопическіе. Они появляются не у всѣхъ металловъ. Указанные изслѣдователи нашли ихъ послѣ деформации у красной мѣди, золота, никкеля, серебра, кадмія, свинца, олова, цинка. Для примѣра я привожу два схематическихъ рисунка. Первый (фиг. 17) изображаетъ двойники красной мѣди<sup>1)</sup> при увеличеніи около



Фиг. 17.

1000 D, а на второмъ (фиг. 18) представлены двойники въ такъ называемомъ инварѣ, т. е. сплавѣ желѣза съ большимъ количествомъ никкеля (36<sup>0</sup>/<sub>0</sub>)<sup>2)</sup>. Въ обоихъ этихъ примѣрахъ двойники существовали въ металлахъ раньше ихъ растяженія на разрывной машинѣ, т. е.

<sup>1)</sup> Взять изъ майской лекціи Юинга. *Journal of the Inst. of Metals*. 1912. Vol. VШ.

<sup>2)</sup> Взять изъ статьи Osmond et Cartand. *Sur la cristallisation du fer*. *Revue de Métall.* 1906. Tome III p. 687.

двойники образовались вследствие деформаций, которымъ подверглись металлы при ихъ изготовленіи. Послѣ небольшого растяженія на машинѣ получились многочисленныя полоски скольженія, направленія которыхъ очень ясно проявили имѣвшіеся уже прежде двойники въ формѣ поперечной штриховки на нихъ.



Фиг. 18.

Желѣзо въ обыкновенномъ его видоизмѣненіи, т. е. желѣзо- $\alpha$  по современной металлографической номенклатурѣ при обыкновенной температурѣ не даетъ двойниковъ, а также не даетъ ихъ и желѣзо- $\beta$ . Но двойники легко образуются у такъ называемаго  $\gamma$ -желѣза. Для чистаго желѣза такая форма его получается только при высокой температурѣ, при накаливаніи. Но если имѣемъ сплавъ желѣза съ большимъ количествомъ никкеля (напримѣръ, около 25%) или марганца (около 10%), образующихъ съ желѣзомъ твердые растворы, то форма  $\gamma$  сохраняется и при обыкновенной температурѣ, а потому въ этихъ сортахъ стали при деформации образуются двойники въ большомъ количествѣ. Есть указанія, что желѣзо- $\alpha$  даетъ двойники при температурѣ жидкаго воздуха, въ особенности при деформации ударомъ<sup>1)</sup>.

Чтобы видѣть двойники въ чистомъ желѣзѣ формы  $\gamma$ , нужно растягивать его при высокой температурѣ (около 1100°—1200°) и принять мѣры къ тому, чтобы поверхность шлифа не покрылась слоемъ окисла и чтобы сохранилась та структура, которую желѣзо имѣетъ при высокой температурѣ. Это было достигнуто при слѣдующемъ за-

<sup>1)</sup> См. ст. Rebin въ *Revue de Métallurgie*. 1911. VIII p. 439.

мѣчательномъ опытѣ, сдѣланномъ Розенгайномъ и Гемфри<sup>1)</sup>. Шлифованная полоска желѣза растягивалась пружиной въ пустотѣ, гдѣ степень разрѣженія превосходила то разрѣженіе, которое примѣняется въ лампочкахъ накаливанія. Указанная пластинка накаливалась электрическимъ токомъ, при чемъ, вслѣдствіе теплопроводности, по длинѣ пластинки устанавливалась неодинаковая температура, а именно: въ серединѣ пластинки была температура, которая отвѣчаетъ формѣ  $\gamma$  (отъ  $1100^{\circ}$ — $1200^{\circ}$ ), далѣе къ краямъ температура понижалась сначала до  $750^{\circ}$ , т. е. желѣзо должно было перейти въ форму  $\beta$ , и, наконецъ, еще далѣе къ краямъ температура понижалась до  $700^{\circ}$  и ниже, т. е. желѣзо должно было перейти въ форму  $\alpha$ .

Послѣ полного остыванія изслѣдуемой пластинки въ пустотѣ, она была поставлена подъ микроскопъ, при чемъ оказалось:

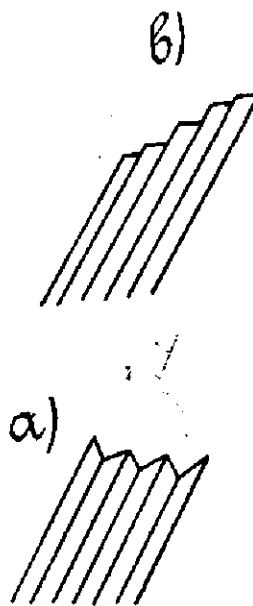
1) въ области желѣза- $\alpha$  получились многочисленныя полоски скольженія;

2) въ области желѣза- $\gamma$ , кромѣ полосокъ скольженія, появились двойники;

3) въ области желѣза- $\beta$  не получалось ни тѣхъ ни другихъ; это объясняется тѣмъ, что желѣзо- $\beta$  значительно жестче, чѣмъ  $\alpha$  и  $\gamma$ , и пластичность его, даже при высокой температурѣ, не велика.

Нѣкоторые металлы съ особой легкостью или готовностью образуютъ двойники<sup>2)</sup>. Такова красная мѣдь. Юингъ говоритъ, что если проковать брусокъ красной мѣди и затѣмъ изготовить изъ него шлифъ, то иногда все поле зрѣнія микроскопа оказывается наполненнымъ двойниками, хотя доковки ихъ не было.

Итакъ, и въ металлахъ мы, какъ и слѣдовало ожидать, встрѣчаемъ двѣ формы скольженія, которыя схематически изображены (на фиг. 19 *a* и *b*)<sup>3)</sup>. Надо полагать,



Фиг. 19.

<sup>1)</sup> См. его лекцію о стали въ Proc. Inst. [Mec.] Eng. 1911. Также Proc. Roy. Soc.

<sup>2)</sup> «Twin readily» говоритъ Розенгайнъ въ своихъ лекціяхъ о стали.

<sup>3)</sup> Явленія, замѣчаемыя подъ микроскопомъ, я вездѣ изображаю лишь схематически. Желаящіе видѣть явленія скольженія на настоящихъ микрограммахъ, сфотографированныхъ съ микроскопическихъ объектовъ, могутъ найти прекрасные образцы въ лекціи Юинга и Розенгайна. Phil. Trans. A. V 193 (1900) и въ лекціяхъ профессора Юинга, напечатанныхъ въ The Journal of the Institute of Metals T. VIII. Много прекрасныхъ микрограммъ приложено къ лекціямъ о стали, читаннымъ Розенгайномъ въ англійскомъ обществѣ Инженеръ-Механиковъ. См. Proc. Inst. Mec. Eng. 1911.

что въ кристаллическомъ веществѣ, склонномъ къ скольженію по извѣстнымъ параллельнымъ направле ніямъ, произойдетъ та изъ двухъ формъ скольженія, которая представитъ меньшее сопротивленіе данной деформирующей силѣ, въ зависимости отъ ея направленія.

#### Опыты Фауста и Таманна.

Изъ числа послѣдующихъ работъ, которыя подтвердили главные выводы Юинга и Розенгайна, мы остановимся на недавней работѣ, исполненной въ Гёттингенскомъ Университетѣ, Фаустомъ и профессоромъ Таманномъ<sup>1)</sup>. Приготовивъ изъ металла кубъ, они одну изъ граней его полировали до высокой степени совершенства (Hoch Glanzpolitur, конечно, въ томъ родѣ, какъ для металлографическихъ шлифовъ); эту поверхность разсматривали въ микроскопъ въ то время, какъ кубъ подвергался постепенно увеличивающемуся давленію (подобно этому изучали и растяженіе). Во время опыта отмѣчали ту величину нагрузки, при которой только-что начинала исчезать высокая степень зеркальной полировки. Эту нагрузку они называютъ низшимъ предѣломъ упругости. Она, вѣроятно, отвѣчаетъ тому, что мы называемъ критическимъ давленіемъ. Высшимъ предѣломъ упругости Таманнъ и Фаустъ называютъ то, что мы называемъ нагрузкой, вызывающей состояніе текучести, т. е. когда получается непрерывная деформация, теченіе металла, безъ увеличенія соответствующаго напряженія, при чемъ металлъ потерялъ основное свойство твердаго тѣла—съ увеличеніемъ деформации уравнивать все большія и большія напряженія,—и сдѣлался въ отношеніи деформации похожимъ на жидкость.

Таманнъ и Фаустъ нашли, что, при достиженіи низшаго предѣла упругости, подъ микроскопомъ появляются въ зернахъ темныя линіи того же рода, какъ у Юинга, т. е. линіи или полосы скольженія. Они нашли, что низшій предѣлъ упругости одинаковъ для случаевъ растяженія и сжатія, какъ и должно быть, если этотъ предѣлъ связанъ съ появленіемъ сдвиговъ, которые имѣютъ одинаковое отношеніе къ растяженію и къ сжатію. Изъ подробностей отмѣтимъ, что для нѣкоторыхъ металловъ, незадолго до низшаго предѣла упругости, слышатся звуки, подобные всѣмъ извѣстному крику олова. Это замѣчено для цинка, магнія, кадмія; звукъ, конечно, связанъ съ появленіемъ остающихся сдвиговъ. Еще интересно наблюденіе Фауста и Таманна, что когда, кромѣ прежняго осевого сжатія куба, прибавля-

---

<sup>1)</sup> Eine Methode zur Bestimmung der unteren und oberen Elasticitätsgrenzen etc. въ Zeit. f. phys. Chemie Bd. 75 (1911).

лось еще гидростатическое давленіе на кубъ, т. е. одинаковое со всѣхъ сторонъ, то никакого измѣненія въ величинѣ низшаго предѣла упругости не происходило, хотя давленіе продолжалось долго, иногда до двухъ мѣсяцевъ. Это, конечно, происходитъ вслѣдствіе того, что гидростатическое давленіе не можетъ произвести сдвига <sup>1)</sup>).

### Пластическія деформаціи.

Указанныя явленія скольженія происходятъ при каждой пластической деформаціи. Они объясняютъ возможность значительныхъ пластическихъ деформаций для кристаллическихъ тѣлъ. Такія деформаціи происходятъ изъ накопленія сдвиговъ. И такъ какъ сдвиги первого и второго рода происходятъ въ кристаллахъ безъ разрыва или разъединенія, то пластическія деформаціи могутъ достигать значительной величины. Такимъ образомъ, кристаллическое строеніе вещества не только не уничтожаетъ для него возможности пластическихъ деформаций, но, наоборотъ, именно кристаллическое сложеніе, общія свойства кристаллическаго вещества, способность его давать скольженія, дѣлаютъ возможными значительныя пластическія деформаціи. Здѣсь мы подошли къ старому вопросу физической кристаллографіи. Давно уже минералоги задавали себѣ вопросъ: можетъ ли кристаллъ получить пластическую, остающуюся деформацію,—или для кристалла допустимы только очень небольшія упругія измѣненія, исчезающія немедленно съ прекращеніемъ дѣйствующей силы? Въ прежнее время на этотъ вопросъ всегда отвѣчали: не можетъ. Форма кристалла считалась необходимой принадлежностью кристаллическаго вещества. Считали, что кристаллъ можно сломать, обломать, раздробить на мелкіе куски, но что ему нельзя придать остающихся измѣненій формы, какъ мы это дѣлаемъ съ пластической глиной.

Мы видимъ теперь, что этотъ взглядъ невѣренъ, а также объясняется и самый механизмъ полученія пластическихъ измѣненій въ кристаллахъ <sup>2)</sup>).

<sup>1)</sup> Это послѣднее наблюденіе представляетъ еще одинъ изъ аргументовъ въ пользу такъ называемой англійской теоріи прочности, которая считаетъ, что величина сдвига опредѣляетъ условіе прочности.

<sup>2)</sup> Напомнимъ здѣсь извѣстные опыты Ф. Кика, который помѣщалъ отдѣльные кристаллы въ металлическую трубку, заполняя промежутки между стѣнками трубки и кристалловъ какимъ-нибудь веществомъ (для этой цѣли годятся—стеаринъ, парафинъ, сѣра, легкоплавкіе сплавы) и затѣмъ подвергалъ трубку значительному осевому давленію подъ молотомъ, или прессомъ. Кристаллы получали пластическую деформацію; на примѣръ, кристаллъ каменной соли получалъ форму бочки и т. д. Подобные же опыты производилъ съ минералами и профессоръ Левинсонъ-Лессингъ. См. Извѣстія Петроградскаго

Вслѣдствіе такихъ явленій твердыя каменные породы часто оказываются пластическими, какъ бы текучими, чему мы видимъ многочисленные примѣры въ складкахъ земной коры.

Остановимся нѣсколько на опытахъ надъ текучестью мрамора, произведенныхъ въ 1900 году Адамсомъ и Никольсономъ<sup>1)</sup>. Цилиндръ каррарскаго мрамора они помѣщали въ желѣзную трубку, плотно его охватывающую (она была насажена въ нагрѣтомъ состояніи) и затѣмъ подвергали значительному осевому давленію до 13000 атмосферъ, продолжавшемуся иногда короткое время (10 минутъ), иногда же дѣйствіе нагрузки было продолжительное (до 64 дней). Въ результатѣ получалась значительная деформация; цилиндръ получалъ замѣтное распучиваніе по срединѣ (въ родѣ бочки). Разрѣзавши желѣзную трубку, изслѣдовали мраморный цилиндръ снаружи, опредѣлили его сопротивленіе раздробленію, и приготовили изъ него нѣсколько шлифовъ для изученія внутренняго строенія.

Это изслѣдованіе интересно для насъ потому, что здѣсь мы имѣемъ дѣло съ такимъ строительнымъ матеріаломъ, котораго составъ и кристаллическая форма одинаковы съ исландскимъ шпатоомъ

Мраморъ представляетъ собою кальцитъ, т. е. безводную углекислую известь, кристаллизованную въ гексагональной системѣ.

Кристаллическое вещество въ немъ образуетъ соприкасающіяся зерна, почти безъ всякаго связывающаго цемента между ними. Въ этомъ отношеніи строеніе его очень похоже на строеніе чистыхъ металловъ.

Изученіе результатовъ опыта показало, что мраморъ (а также известнякъ, съ которымъ дѣлали такіе же опыты) получаетъ остающуюся деформацию; она происходитъ частью отъ излома и измельченія зеренъ (катакластическая структура), частью же отъ явленій сдвига и образованія въ отдѣльныхъ зернахъ мрамора двойниковъ совершенно такихъ, какъ найденные Юингомъ для металловъ. Подобная же структура встрѣчается и въ природныхъ известнякахъ и мраморахъ, взятыхъ въ тѣхъ мѣстахъ каменоломень, гдѣ имѣются значительныя деформации наслоенія.

Если во время опыта поддерживать температуру около 400° С, то никакихъ катакластическихъ явленій (излома и измельченія зеренъ) не замѣчается, и все ограничивается явленіями сдвига и двойниковаго

---

Политехническаго Института, 1905 г. III. Т., стр. 115. У него тоже получались пластическія деформации; напримѣръ, кристаллъ каменной соли обтекалъ съ двухъ сторонъ встрѣтившееся ему препятствіе такъ же, какъ обтекаетъ свинецъ, подверженный давленію, и т. д.

<sup>1)</sup> См. The Flow of marble, by F. Adams und I. Nicolson. Engineering. July 27, 1900. Одинъ изъ этихъ экспериментаторовъ — геологъ, другой — инженеръ.

образования; при этомъ сопротивленіе раздробленію образца, послѣ того, какъ онъ подвергался давленію, остается такое-же, какое онъ имѣлъ до приложенія давленія. Если же опытъ производился при обыкновенной температурѣ, т. е. если получились катакластическія явленія, то сопротивленіе раздробленію падало очень значительно (уменьшалось въ 2—3 и даже 4 раза). Согласно съ этимъ результаты получилъ М. Карманъ <sup>1)</sup>; онъ, изслѣдуя шлифы мрамора, подвергавшагося въ лабораторіи усиленному давленію, нашелъ въ нихъ значительное количество вновь образовавшихся полисинтетическихъ двойниковъ. Скольженіе въ металлахъ, о которомъ мы говорили, появляется сначала въ наиболѣе слабыхъ мѣстахъ, и поэтому должно способствовать укрѣпленію металла, если это скольженіе не велико и если послѣ приложенія силы, послѣ полученія деформаций, мы дадимъ металлу нѣкоторый отдыхъ, время, для того чтобы передвинутыя частицы могли установиться въ новыхъ положеніяхъ равновѣсія, или, другими словами, чтобы частицы могли перестроиться въ прочную связанную группу. Такое укрѣпленіе матеріала, желѣза, стали <sup>2)</sup> при помощи остающихся деформаций представляетъ давно извѣстное явленіе, къ которому еще со временъ Навье примѣняется терминъ *écrouissage*. Рядъ слѣдующихъ одна за другой остающихся деформаций постепенно уничтожаетъ слабыя мѣста металла одно за другимъ, по порядку, начиная съ наиболѣе слабыхъ, и переходя къ нѣсколько болѣе прочнымъ. Въ результатѣ можетъ получиться значительное увеличеніе прочности, если все время напряженіе дѣйствовало въ одну и ту же сторону и не замѣнялось по временамъ напряженіемъ противоположнымъ (напримѣръ, растяженіе—сжатіемъ или обратно). Все это давно извѣстные факты. Связь ихъ со скольженіемъ хорошо выяснилась при упомянутыхъ выше опытахъ Фауста и Таманна. Они опредѣляли, какъ выше указано, начало скольженія, названное ими низшимъ предѣломъ упругости и затѣмъ продолжали сжатіе до полученія замѣтной остающейся деформации. Послѣ того, прекративъ нагрузку, вновь полировали поверхность, потускнѣвшую вслѣдствіе полученія деформации и повторяли опытъ постепенно увеличивая нагрузку до появления вновь потускнѣнія зеркальной поверхности. При этомъ второмъ опытѣ предѣлъ упругости оказывался значительно большимъ, чѣмъ при начальномъ опытѣ; слѣдовательно произошло замѣтное укрѣпленіе металла. Такое укрѣпленіе можно было повторять нѣсколько разъ сряду. Но наконецъ достигали предѣла, послѣ котораго такое укрѣпленіе отъ деформации пре-

<sup>1)</sup> Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck, въ Z. d. V. D. I. 1911 г. Bd. 55. S. 1749.

<sup>2)</sup> Оставляю въ сторонѣ вопросъ о томъ, для всѣхъ ли матеріаловъ происходитъ такое укрѣпленіе отъ пластической деформации.

кращалось. Этотъ предѣлъ Фаустъ и Таманнъ называютъ высшимъ предѣломъ упругости; онъ значительно больше низшаго предѣла упругости, а именно, отношеніе между ихъ величинами оказалось:

для олова . . . . .	1,64
» желѣза . . . . .	2,64
» свинца . . . . .	4,08
» цинка . . . . .	6,85
» никкеля . . . . .	7,78
» красной мѣди . . . .	13,7

Получившіяся отъ деформации полоски сдвига могутъ быть уничтожены посредствомъ отжига, при опредѣленной температурѣ, въ теченіе нѣкотораго времени. Такъ, Фаустъ и Таманнъ нашли, что для красной мѣди нуженъ отжигъ при 1000°С, въ теченіе около двухъ часовъ. При этомъ металлъ перекристаллизовывается (т. е. частицы его перестраиваются), полоски сдвига исчезаютъ, и возстановляется прежнее строеніе, такъ что новое испытаніе даетъ тотъ же низшій предѣлъ упругости, какъ и первоначальный. Температуры меньшія 1000°С дѣйствуютъ менѣе энергично; замѣтная перекристаллизація начинается только при 700°, а при 600° перекристаллизаціи не происходитъ.

Эти опыты показываютъ, что полоски сдвига не представляютъ трещинъ полнаго разъединенія металла, которое не могло бы быть уничтожено нагрѣваніемъ до 1000°. Полоски сдвига—это нѣчто совершенно своеобразное, опредѣляемое кристаллическимъ строеніемъ вещества.

#### Испытанія на выносливость.

Какъ извѣстно, эти испытанія заключаются въ томъ, что противоположныя дѣйствія силъ (растяженіе, чередующееся со сжатіемъ, попеременный изгибъ или крученіе въ ту и другую сторону) прилагаются послѣдовательно къ металлу большое число разъ, пока не получится разрушеніе, или пока не будетъ ясно, что брусокъ можетъ выдержать безпредѣльное число разъ такія приложенія силы. Этимъ путемъ стремятся разъяснить явленіе усталости.

Такіе опыты дали результаты очень цѣнные въ одномъ отношеніи, а именно, указали численныя величины тѣхъ напряженій, которыя могутъ сколько угодно разъ прилагаться къ металлу, безъ опасенія его порчи или разрушенія. Но сущность самаго явленія усталости не была разъяснена этими опытами, пока Юингъ не примѣнилъ къ этому дѣлу микроскопическое изученіе структуры металла.

Дѣлая послѣдовательно рядъ наблюдений надъ этой структурой во время обыкновеннаго испытанія на выносливость, Юингъ получилъ слѣдующіе важные результаты <sup>1)</sup>.

Прежде всего появляются извѣстныя намъ полоски скользянія (Slip-bands); онѣ становятся замѣтными сначала только на небольшомъ числѣ зеренъ (кристаллитовъ), затѣмъ постепенно и на другихъ зернахъ. Далѣе число полосокъ увеличивается, онѣ дѣлаются болѣе рѣзкими, яснѣе выраженными, постепенно расширяются. Потомъ края ихъ становятся неровными, повидимому вслѣдствіе перетирания одной поверхности о другую по той плоскости, на которой произошелъ сдвигъ. Если опытъ продолжать, то нѣкоторыя изъ полосокъ скользянія превращаются въ трещины. Такой характеръ ихъ можно выяснитъ, остановивъ приложеніе усилий, и вновь шлифуя ту поверхность металла, которая наблюдается подъ микроскопомъ. Тогда тѣ полоски сдвига, которыя еще не превратились въ трещины, исчезаютъ, а образовавшіяся уже трещины остаются, не уничтожаются новой полировкой.

Если затѣмъ продолжать прикладываніе попеременныхъ усилий, то образовавшіяся трещины распространяются, переходятъ съ одного зерна на другое и наконецъ происходитъ разрушеніе. Такъ, напримеръ, происходило съ полоской шведскаго (т. е. очень чистаго) желѣза, при напряженіи въ 9 тоннъ на квадратный дюймъ. Хотя эта нагрузка значительно меньше сопротивленія разрыву (23,6 тонны на квадратный дюймъ) и даже меньше предѣла упругости (13 тоннъ на квадратный дюймъ), но все-таки послѣ нѣсколькихъ милліоновъ растяженій брусокъ сломался.

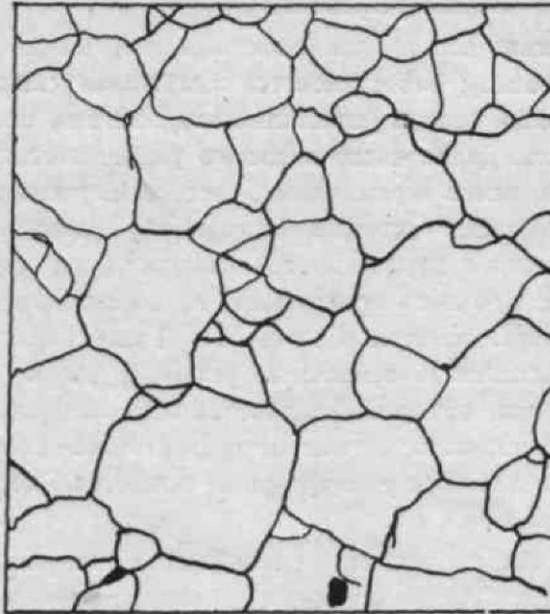
Это описаніе мы иллюстрируемъ слѣдующими рисунками. На фигурѣ 20 представленъ шлифъ желѣза, протравленный до приложенія къ нему ряда попеременныхъ усилий (увеличеніе около 150 діаметровъ); на немъ видны только границы зеренъ.

Полоски скользянія, получившіяся на томъ же образцѣ отъ переменныхъ усилий, изображены на фиг. 21. Слѣдующая фигура 22-я показываетъ случай, когда появляется нѣсколько системъ полосокъ сдвига. Затѣмъ, на фиг. 23 изображено, при сильномъ увеличеніи, одно зерно, на которомъ уже образовалось значительное число трещинъ.

---

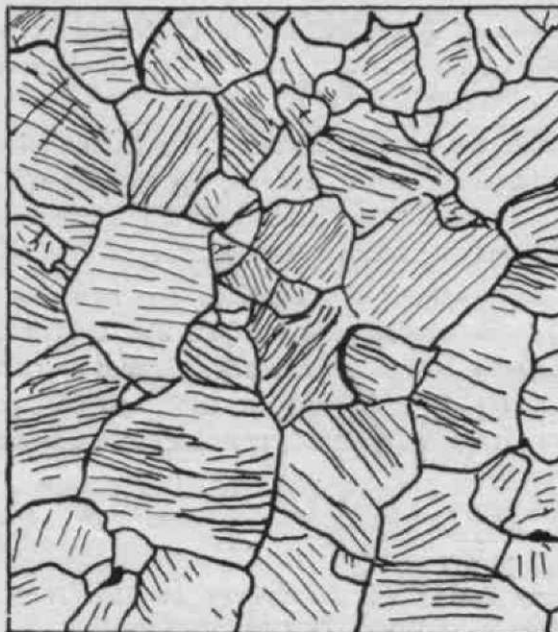
<sup>1)</sup> См. работу Ewing and Humphrey въ Phil. Trans. 1903. Vol. 200. Краткое изложеніе полученныхъ результатовъ въ Proc. Roy. Soc. Vol. 71. Кроме того по этому вопросу много интереснаго имѣется въ двухъ лекціяхъ Розенгайна о стали, напечатанныхъ въ Proceed. Inst. Méc. Eng. 1911 г. и въ лекціи Юинга, напечатанной въ The Journal of the Institute of Metals. Vol. VIII. 1912.

Эти результаты, полученные Юингомъ, были подтверждены другими изслѣдователями, напримѣръ, Роджерсомъ надъ сталью съ со-



Фиг. 20.

держаніемъ  $C$  отъ 0,27 до 0,58% и другими. Между прочимъ Стэн-тонъ и Бэйрстоу дополнили ихъ указаніемъ, что не всегда трещины

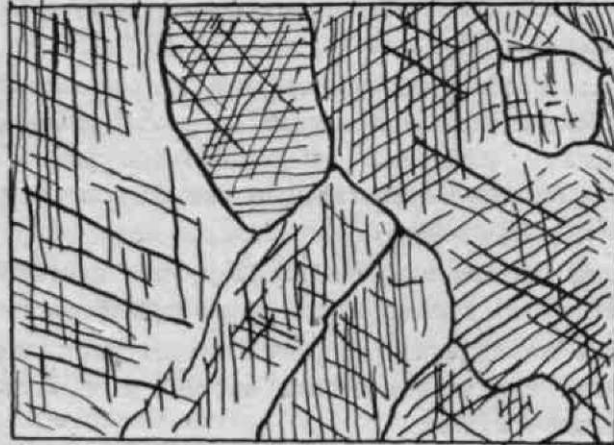


Фиг. 21.

образуются на тѣхъ полоскахъ сдвига, которыя появились раньше остальныхъ полосокъ. Бываетъ, что первыя полосы не разрастаются,

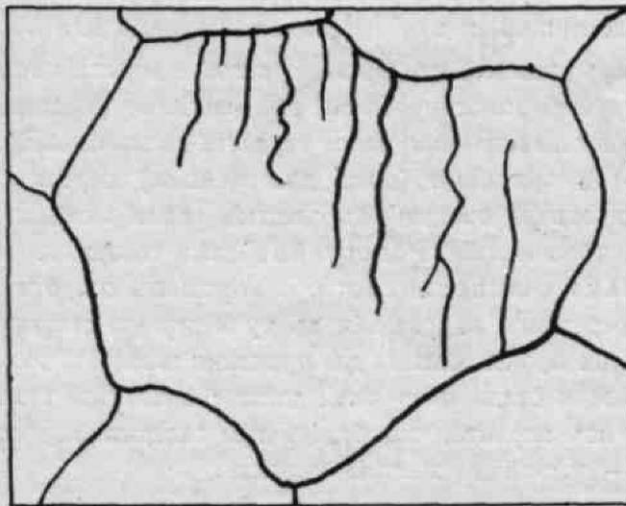
а разрастаніе и образованіе трещинъ получается на нѣкоторыхъ послѣдующихъ полоскахъ.

Иногда образуется до 10—20 системъ полосокъ сдвига, и напередъ нельзя предсказать, которыя изъ этихъ системъ превратятся въ



Фиг. 22.

трещины; это опредѣлится только незадолго до разрушенія. И такъ, при испытаніи того рода, который мы называемъ пробой на выносливость, разрушеніе есть послѣдствіе мѣстнаго явленія—образованія и разрастанія нѣкоторыхъ трещинъ, получающихся на нѣкоторыхъ изъ многочисленныхъ полосокъ сдвига.



Фиг. 23.

Такое описаніе явленій усталости выясняетъ много сторонъ этого явленія, прежде казавшихся непонятными и странными. Сюда относится слѣдующее:

а) Прежде удивлялись тому, что при испытаніи на выносливость, а такъ же и при разрушеніи отъ усталости дѣйствующихъ частей

машинъ (напримѣръ, осей вагоновъ и паровозовъ) вовсе не проявляется пластичность матеріала, т. е. при разрушеніи не получается замѣтной, крупной, видной на глазъ деформациі, хотя бы мы имѣли дѣло съ очень пластичнымъ матеріаломъ, напримѣръ, литымъ желѣзомъ, которое при статической пробѣ на разрывъ даетъ удлиненіе, составляющее 20—30% первоначальной длины.

Для самыхъ мягкихъ сортовъ стали и желѣза характеръ излома получается такой же, какъ для жесткой стали; напримѣръ, ось рѣзко ломается пополамъ, раздѣляясь на двѣ части по плоскости поперечнаго сѣченія, и не получается сильнаго изгиба, или вытягиванія, суживанія у мѣста разрушенія.

Теперь мы понимаемъ, что все это есть слѣдствіе того, что порча происходитъ въ одномъ мѣстѣ, а не по всей массѣ тѣла.

b) По той же причинѣ разрушеніе происходитъ внезапно, безъ предварительныхъ предупреждающихъ явленій, т. е. безъ крупныхъ пластическихъ деформаций.

c) Такъ какъ порча мѣстная сосредоточена въ одномъ мѣстѣ, то остальной металлъ сохраняетъ свои прежнія качества, оказывается имѣющимъ высокое сопротивленіе и достаточную пластичность. Такой результатъ очень часто находили при изслѣдованіи сломавшихся частей машинъ и подвижнаго состава желѣзныхъ дорогъ. Онъ прежде очень удивлялъ изслѣдователей, которые затруднялись объяснить себѣ, какимъ образомъ можетъ произойти рѣзкій внезапный изломъ, если металлъ прочный и пластичный, и это выяснилось опытами Юинга.

Мы теперь знаемъ, что высокая степень пластичности не обезпечиваетъ хорошей выносливости; и неоднократно указывали, что въ отношеніи выносливости или вовсе теряется различіе между мягкими (пластичными) и жесткими (мало пластичными) сортами стали, или даже, прямо противно ожиданіямъ, жесткіе сорта оказываются болѣе выносливыми, чѣмъ мягкіе. Розенгайнъ даже говоритъ, что если заботиться только о выносливости, о хорошемъ сопротивленіи большому числу перемѣнъ напряженія въ ту и другую сторону, не обращая вниманія на прочія важныя для практики свойства, то среди всѣхъ сортовъ желѣза и стали наилучшей должна оказаться сталь, которая вся состоитъ изъ перлита, что будетъ при содержаніи углерода около 0,9%, а это—достаточно жесткій металлъ.

d) При изслѣдованіи внезапно сломавшихся частей, неоднократно производили микроскопическое изученіе строенія металла около самаго мѣста излома, для чего на поверхности излома отшлифовывали небольшую площадку, полировали ее и ставили подъ микроскопъ. Но, конечно, трещины, которыя вызвали изломъ, не попадутъ въ этотъ шлифъ и не будутъ открыты, ихъ никогда и не находили при подобныхъ испытаніяхъ. Также обыкновенно не находятъ никакого измѣ-

ненія въ микроскопическомъ строеніи металла, никакого перерожденія его, вдали отъ мѣста излома.

e) Давно замѣчено, что для выносливости металла очень вредны рѣзкіе переходы въ формѣ испытываемаго предмета, быстрыя измѣненія величины поперечнаго сѣченія, винтовья нарѣзки и т. п. Въ этихъ мѣстахъ, какъ показываетъ теорія упругости, должны получиться очень большія внутреннія напряженія, слѣдовательно здѣсь должны раньше всего получиться замѣтныя полосы сдвига, которыя потомъ, разрастаясь, поведутъ къ разрушенію.

f) Экспериментаторы, производившіе изслѣдованіе на выносливость, неоднократно указывали, что для правильности результатовъ необходимо очень тщательно изготовлять пробный брусокъ и хорошо полировать его, иначе онъ окажется слабымъ. Даже небольшія царапины, остающіяся отъ обработки наждачнымъ камнемъ, сильно уменьшаютъ выносливость бруска, такое же дѣйствіе оказываютъ и тонкія черточки, которыя ставятъ на пробныхъ брускахъ для отмѣтки на нихъ опредѣленной длины. Это явленіе объясняется такъ же, какъ и для пункта e.

g) Теперь становится понятнымъ наблюденіе, сдѣланное Коммерсомъ <sup>1)</sup> при испытаніи на выносливость на приборѣ Ландграфъ-Турнера (поперемѣнные изгибы, въ ту и другую сторону). Коммерсъ указываетъ, что звукъ, который получается при этомъ, замѣтно измѣняется незадолго до разрушенія. Это происходитъ оттого, что уже получились трещины, которыя для звука имѣютъ такое же значеніе, какъ измѣненіе длины звучащаго тѣла.

h) Тотъ же наблюдатель указываетъ, что незадолго до разрушенія испытываемаго бруска, онъ такъ ослабѣваетъ, что его можно сломать руками, сдѣлавши нѣсколько перегибовъ; это указываетъ, что уже образовались и развились трещины. И въ самомъ дѣлѣ, снявши брусокъ незадолго до его разрушенія, замѣчали въ немъ трещины у мѣста закрѣпленія (фиг. 24).

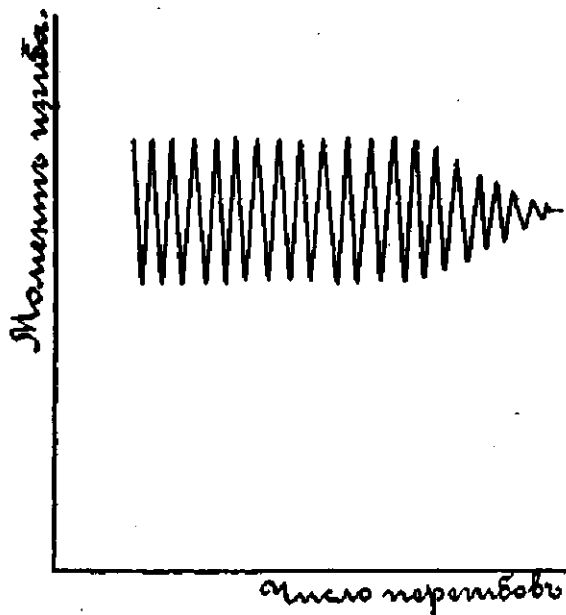
i) Приведемъ еще слѣдующій фактъ, замѣченный Уpton'омъ и Lewis'омъ при испытаніи на выносливость. У нихъ полоски металла перегибались въ ту и другую сторону, при чемъ величина перегиба, перемѣщеніе, оставалась постоянной, а на приборѣ измѣрялась и автографически записывалась величина напряженія, т. е. момента изгиба. Форма діаграммы получилась слѣдующая (фиг. 25). Мы видимъ, что долгое время моментъ изгиба остается постояннымъ; металлъ не ослабѣваетъ. Только подъ конецъ опыта моментъ, а слѣдовательно и сопротивленіе изгибу, постепенно падаетъ; это періодъ образованія и развитія трещинъ.



Фиг. 24.

<sup>1)</sup> Revue de Métallurgie 1913. № 1, Отчетъ о Конгрессѣ въ Нью-Йоркѣ.

к) Мартенсъ и другіе наблюдатели указывали, что видъ поверхности разрушенія при повторныхъ напряженіяхъ сильно отличается отъ вида, получающагося при разрушеніи сразу, однимъ приложеніемъ силы. Различіе это настолько характерно, говоритъ онъ, что по виду поверхности разрушенія можно отгадать былъ ли брусокъ разрушенъ сразу или большимъ числомъ повторныхъ напряженій.



Фиг. 25.

Это вполне понятно, такъ какъ при разрушеніи статической нагрузкой происходятъ совсѣмъ другія явленія и внутреннія деформации, чѣмъ описанныя Юингомъ для случая повторныхъ напряженій.

г) Какъ извѣстно, опыты надъ выносливостью металловъ неоднократно (хотя не всегда, и не для всѣхъ матеріаловъ) подтверждали справедливость теоріи Баушингера о такъ называемомъ естественномъ предѣлѣ упругости <sup>1)</sup>; по Баушингеру этотъ предѣлъ опредѣляетъ ту величину измѣняемости напряженій (range of stress), которая вполне безопасна, металлъ выдерживаетъ произвольное число перегибнъ напряженій безъ порчи, если измѣняемость (т. е. разность между наибольшимъ и наименьшимъ напряженіями) не превосходитъ естественнаго предѣла упругости. (Самый этотъ предѣлъ представляетъ нѣчто близкое къ низшему предѣлу упругости по опредѣленію Таманна и Фауста. Чтобы получить естественный предѣлъ упругости, нужно передъ опытомъ отжечь металлъ). Все это позволяетъ сдѣлать заключеніе о тѣсной связи безопасной величины измѣняемости силы съ явленіями скольженія кристаллическаго вещества.

<sup>1)</sup> См. выше цитированныя работы Turnera и Bairstow'a.

### Отжиганіе для возстановленія свойствъ уставшаго металла.

Мы видѣли, что первоначально образовавшіяся полоски сдвига могутъ быть уничтожены надлежащимъ отжиганіемъ, при чемъ возстановляются прежнія свойства металла. Отсюда можно заключить, что періодическое отжиганіе полезно для увеличенія выносливости, для увеличенія срока службы металлическаго предмета, для увеличенія того числа перемѣнъ силы, которое онъ можетъ выдержать до разрушенія. Въ практикѣ неоднократно съ успѣхомъ прибѣгали къ отжиганію для увеличенія выносливости желѣзныхъ и стальныхъ частей машинъ, для поправки тѣхъ изъ нихъ, которыя уже устали, для возстановленія ихъ силъ и здоровья. Это въ родѣ климатическаго леченія для усталыхъ людей, которыхъ въ случаѣ неврастенія посылаютъ въ теплые края. Но прописывать такое леченіе уставшимъ металламъ нужно съ большой осторожностью и осмотрительностью. Во-первыхъ, нужно назначать такое леченіе во-время, пока болѣзнь еще не развилась очень сильно, т. е. когда появились полоски сдвига, можетъ быть многочисленныя, но еще нѣтъ трещинъ. При развитіи послѣднихъ трудно ожидать большой пользы отъ отжиганія, и дѣйствительно Роджерсъ <sup>1)</sup> нашель, что если сталь устала больше извѣстнаго предѣла, то отжиганіе не возстановляетъ ея прежняго сопротивленія. Это въ родѣ того, что въ медицинѣ знаютъ относительно усталости нервовъ, когда она перешла извѣстныя границы.

Тотъ же Роджерсъ замѣтилъ, что если, послѣ большого числа перемѣнъ напряженія, отжечь брусокъ и затѣмъ продолжать приложеніе попеременныхъ силъ до разрушенія, то на поверхности излома видны кое-гдѣ пятнами, побѣжалые цвѣта, указывающіе, что здѣсь при отжиганіи были уже трещины, покрывшіяся при накачиваніи тонкимъ слоемъ окисла. Во-вторыхъ, температура отжига и продолжительность его должны быть взяты опредѣленныя, отвѣчающія свойствамъ поправляемаго металла.

Слишкомъ высокая температура, и слишкомъ продолжительный отжигъ могутъ, вмѣсто исправленія, совершенно испортить металлъ, вполне измѣнить его строеніе, сдѣлать его крупнозернистымъ. Въ этомъ состоитъ пережогъ желѣза <sup>2)</sup>. Для желѣза и стали правильный отжигъ долженъ производиться при температурѣ немного выше такъ называемой точки  $A_{r_2}$  Осмонда; нужно поддержать металлъ нѣкоторое

<sup>1)</sup> См. Journal of the Iron Institute № 1. 1905 г.

<sup>2)</sup> Нагрѣваніе до  $1000^{\circ}$  С. портитъ желѣзо, дѣлаетъ его хрупкимъ. Чѣмъ дольше держать желѣзо при такой температурѣ, тѣмъ хрупче оно дѣлается; наконецъ, получается матеріалъ, который ломается отъ паденія на полъ съ небольшой высоты, отъ котораго можно молоткомъ отбивать куски. См. Heun, Krankheitserscheinungen in Eisen und Kupfer, въ Zeit d. Ver. Deut. Ing. 1902 S. 1115. Указанія Heun'a относятся къ желѣзу, почти вовсе не содержащему углерода и другихъ примѣсей.

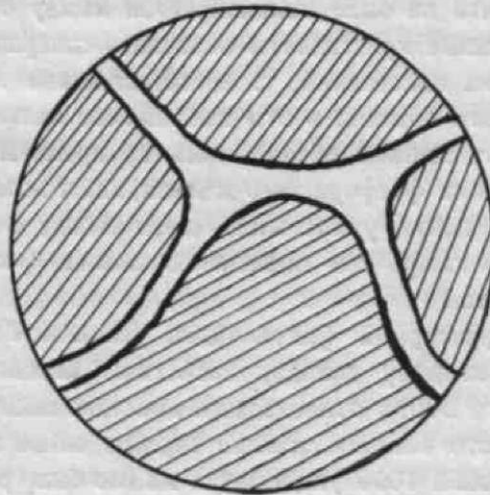
время при этой температурѣ, затѣмъ быстро охладить до температуры точки  $A_{г_1}$ ; послѣ того должно слѣдовать медленное охлажденіе. Самая температура точки  $A_{г_2}$  измѣняется съ измѣненіемъ содержанія углерода. Если углерода очень мало, то точкѣ  $A_{г_2}$  отвѣчаетъ температура около  $900^{\circ} C$ .

Затѣмъ не нужно возлагать на отжигъ неумѣренные надежды. Иногда онъ даетъ хорошіе результаты. Джонъ Андерсонъ, который долго былъ механикомъ Вуличскаго Арсенала, и потому имѣлъ много дѣла съ цѣпями подъемныхъ машинъ, говоритъ въ своемъ старинномъ курсѣ сопротивленія матеріаловъ, что цѣпи нужно отжигать периодически, и что такимъ путемъ можно значительно продлить срокъ ихъ службы. Напримѣръ, отжигаютъ цѣпи черезъ  $1\frac{1}{2}$ —2 года службы. Но сколько разъ и какъ часто можно повторять такое отжиганіе? Мнѣ пришлось встрѣтить въ технической литературѣ совѣтъ отжигать цѣпи подъемныхъ машинъ каждый мѣсяць. Не говоря уже о томъ, какія хлопоты и помѣхи ходу заводскаго дѣла получатся отъ такого частаго отжиганія, нужно еще изслѣдовать, какія переменныя строенія произойдутъ въ желѣзѣ, которое будетъ отожжено, напримѣръ, въ теченіе 2-хъ лѣтъ двадцать четыре раза. Безъ предварительнаго опыта нельзя въ точности предсказать результаты; я опасаюсь, что они будутъ неблагоприятны для прочности. При лабораторныхъ испытаніяхъ иногда отжигали желѣзо или сталь до 12 разъ сряду, послѣдовательно, одинъ отжигъ за другимъ (напримѣръ опыты Викстида, Адамсона). При этомъ пластичность металла очень увеличивалась и удлиненіе его при разрывѣ составляло до  $80\%$  первоначальной длины, т. е. въ этомъ отношеніи онъ сдѣлался какъ воскъ: слѣдовательно произошло радикальное измѣненіе свойствъ металла, и безъ дальнѣйшихъ испытаній и пробъ ничего нельзя сказать о пригодности его для цѣпей и т. п.

Тѣ явленія усталости, о которыхъ сказано выше, происходятъ въ чистомъ видѣ на однородныхъ матеріалахъ, не содержащихъ почти вовсе примѣсей, вредно вліяющихъ на прочность. (Юингъ и Гѣмфри дѣлали свои опыты съ очень чистымъ шведскимъ желѣзомъ). Структура такихъ матеріаловъ представляется непосредственно прикасающимися между собою многогранниками (кристаллитами, зернами, клѣтками); прикосновеніе этихъ зеренъ непосредственное, почти безъ всякой прослойки посторонняго вещества, безъ междуклѣточного вещества. При такихъ условіяхъ связь между отдѣльными зернами (клѣтками) оказывается, какъ показываетъ опытъ, очень прочная, и порча, разрушеніе начинается внутри зерна; въ одномъ изъ кристаллитовъ получаютъ первыя полоски сдвига, потомъ распространяющіяся. Разрушеніе, трещины, происходятъ внутри зерна, а не состоятъ въ отрываніи одного зерна отъ другого; связь зеренъ между собою не нарушается. Это тотъ видъ разрушенія, который Осмондъ характеризуетъ

названіемъ внутриклѣточного (intracellulaire), въ отличіе отъ разрыва, состоящаго въ раздѣленіи зеренъ однихъ отъ другихъ; къ послѣднему случаю относится терминъ Осмонда intercellulaire. Итакъ, теперь можно считать установленнымъ, что въ чистыхъ металлахъ связь между отдѣльными зернами сильнѣе, чѣмъ связь внутри зерна, что границы между зернами представляютъ не мѣста слабости, какъ думали до опытовъ Юинга, а наоборотъ эти границы представляютъ наиболѣе прочныя мѣста въ металлѣ, Юингъ первый указалъ на это <sup>1)</sup>).

При существованіи примѣсей структура измѣняется и получается другой результатъ. Примѣси (въ формѣ сѣрнистыхъ соединений, или нѣкоторыхъ сплавовъ, или эвтектики, состоящей изъ FeS и Fe или же FeO и Fe, и т. д.) вытѣсняются изнутри зерна наружу, располагаются по оболочкѣ зерна, образуютъ междуклѣточную прослойку,



Фиг. 26.

или оболочку зеренъ; такъ какъ эти прослойки обыкновенно слабѣе металла, заключающагося въ зернахъ, то разрушеніе начинается съ нихъ, трещины образуются въ этихъ прослойкахъ, отдѣляютъ одно зерно отъ другого. Схематически можно изобразить такую структуру фигурой 26, гдѣ прослойки не заштрихованы.

<sup>1)</sup> Такой результатъ можетъ показаться страннымъ. Скорѣе можно было бы ожидать обратнаго—значительной прочности внутри зерна и нѣкоторой слабости на контурѣ его. Чтобы объяснить указываемое опытомъ увеличеніе прочности на контурѣ зерна, дѣлаютъ слѣдующую гипотезу: полагаютъ, что на границѣ прикосновенія зеренъ имѣется тонкій слой связующаго цемента, который состоитъ изъ того-же металла, но находящагося не въ кристаллическомъ состояніи, а въ аморфномъ видоизмѣненіи; какъ мы уже говорили выше, къ этой гипотезѣ присоединились выдающіеся металлурги—Юингъ, Розенгайнъ, Осмондъ и др. См. статью Rosenhain and Donald Ewen Intercrystalline Cohesion in Metals въ журналѣ Intern. Zeit. für Metallographie. Feb. 1913 г.

Иногда такое строение появляется весьма резко и определенно: отдельные зерна видны на глаз и могут быть отделены. Напомню здесь несколько примеров:

а) Вспомним давнишнее наблюдение Бессемера, которое он рассказал на одном из митингов Железного Института <sup>1)</sup>. Была сделана пробная отливка из мягкой стали, почти вовсе не содержащей углерода, но заключающей от  $\frac{1}{2}\%$  до  $\frac{3}{4}\%$  фосфора. Форма была зарыта в яму, вырытую в песок, отделена от него слоем угля, и хорошо прикрыта сверху; вообще были приняты меры, чтобы получить очень медленное охлаждение отливки и этим вызвать образование крупных кристаллов; и, действительно, по прошествии десятидневного охлаждения, строение оказалось крупнокристаллическим. Металл был настолько хрупок, что от удара по болванке 2-х фунтовым молотком посыпался дождь кристаллов (т. е. зерен), и по всей массе почти не было никакой связи между отдельными кристаллитами. Но самые кристаллиты оказались совершенно ковкими и легко плосились на наковальне, т. е. представляли хорошее ковкое железо. Мы можем объяснить это любопытное явление тем, что на поверхности зерен железа образовалась во время медленного охлаждения тонкая пленка фосфористого железа, или тонкий слой твердого раствора его, что почти уничтожило связь между зернами железа. Здесь мы имеем ключ к объяснению влияния фосфора—главного врага хорошей стали.

б) Очень характерный факт был указан Гоуландом во время прений по второму докладу известной английской Комиссии о Сплавах <sup>2)</sup>. Факт этот относится к действию висмута на серебро; небольшое количество висмута сделало серебро очень хрупким, так что слиток, весивший 1000 унций, легко можно было разбить ударом молотка. Излом получился крупнокристаллический и легко было выдлить несколько отдельных кристаллов; они оказались вполне мягкими и ковкими. Очевидно здесь была ликвиция висмута (или его соединения с серебром), который тонким слоем обволакивал зерна серебра и таким образом сделал слиток хрупким; а отдельные зерна серебра остались ковкими.

в) Профессор Арнольд сообщил подобные же данные для золота, содержащего в себе примесь висмута <sup>3)</sup>. Количество этой примеси около 0,1 процента делает золото абсолютно хрупким. На

<sup>1)</sup> См. Engineering V. 41 p. 491.

<sup>2)</sup> Alloys Research Committee. Она учреждена при Обществе Инженер-Механиков в 1890 году и продолжает работать и теперь. В 1912 году был представлен десятый доклад ее, и каждый из докладов представляет замечательный вклад в науку.

<sup>3)</sup> Сообщено во время прений по поводу десятого доклада Комиссии о Сплавах. См. Proc. Inst. Mec. Eng. 1912.

микрограммахъ видно, что сплавъ золота съ висмутомъ (эвтектика) образовалъ оболочку кругомъ зеренъ чистаго золота. При небольшомъ нагрѣваніи эта оболочка размягчалась, такъ что можно было выдѣлить кристаллы золота, которые оказались мягкими; ихъ можно было расплющить въ листокъ.

Подобные случаи усиленнаго развитія междуклѣточной оболочки представляютъ рѣдкость; для полученія ихъ нужно принимать особыя мѣры. Но въ практикѣ безпрестанно случается образованіе очень тонкой междуклѣточной оболочки между микроскопическими зернами. Такъ какъ вещество оболочки значительно слабѣе и хрупче, чѣмъ остальной металлъ, то при усталости металла трещины появятся раньше всего въ этой оболочкѣ.

Таковы тѣ микроскопическія трещины (*microflaws*), на которыя постоянно указываетъ Т. Андрусъ въ своихъ многочисленныхъ статьяхъ<sup>1)</sup>. Онъ ихъ находилъ во многихъ случаяхъ въ рельсахъ, гребныхъ валахъ, паровозныхъ осяхъ и т. п. предметахъ, неожиданно разрушившихся во время службы.

Иногда ихъ оказывалось такъ много, что на одномъ квадратномъ дюймѣ можно было сосчитать до сотни трещинъ. Андрусъ приписываетъ эти трещины присутствію сѣры въ желѣзѣ.

Изъ новыхъ наблюденій остановлюсь на докладѣ профессора Менаже, представленномъ въ Нью-Йоркѣ Конгрессу по испытанію матеріаловъ<sup>2)</sup>. Менаже указываетъ, что часто на головкахъ рельсовъ, прослужившихъ извѣстное время, оказываются трещины, которыя и служатъ указателями усталости. Глубина ихъ доходитъ до 4 и даже 8 миллиметровъ. Иногда ихъ нельзя сразу замѣтить, такъ какъ онѣ закрываются, заполняются металломъ рельса, текущимъ подъ давленіемъ колесъ подвижнаго состава. Для проявленія ихъ нужно снять небольшой верхній слой металла около 0,1 миллиметра толщиною; онъ удаляется пилой, наждачнымъ колесомъ или наждачной бумагой. Если затѣмъ протравить поверхность въ теченіе нѣсколькихъ минутъ слабой соляной кислотой, то становятся видны даже тонкія трещины. Ихъ можно сфотографировать. Такія трещины очень ослабляютъ рельсъ, и при пробѣ на изломъ сопротивление оказывается значительно меньше (иногда вдвое), въ случаѣ если эти трещины приходятся на растянутой сторонѣ, чѣмъ когда онѣ придутся на сжатой сторонѣ рельса.

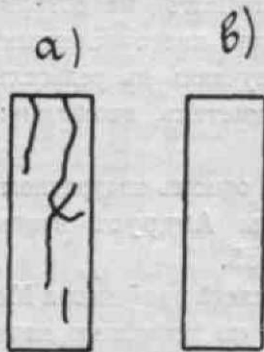
Въ нѣкоторыхъ каменныхъ породахъ зернистаго сложенія связь между зернами очень слаба. При сжатіи такихъ породъ разрушеніе состоитъ въ полномъ отдѣленіи зеренъ, и камень рассыпается, обращаясь въ крупный песокъ или хрящъ. Мнѣ однажды пришлось получить такой результатъ для крупно-зернистаго гранита изъ Кременчуга.

<sup>1)</sup> См. T. Andrews. *Engineering*. Vol. 63, 64. 65.

<sup>2)</sup> *Revue de Métallurgie* 1913. № 1.

Итакъ, въ металахъ встрѣчаются двѣ формы разрушенія: а) внутри-клѣточное, т. е. скольженія и трещины внутри зерна; б) между-клѣточное, при которомъ одно зерно отдѣляется отъ другого. Появленіе первой или второй формы опредѣляется иногда, какъ мы только что видѣли, тѣмъ обстоятельствомъ: существуютъ или отсутствуютъ между-клѣточные включенія между зернами.

Но кромѣ этого обстоятельства на полученіе той или другой формы значительно вліяетъ еще характеръ напряженія, вызваннаго въ металлѣ нагрузками, а этотъ характеръ опредѣляется распредѣленіемъ внѣшнихъ силъ. Если нагрузка односторонняя, напримѣръ, простое сжатіе, по извѣстному направленію, то она легче произведетъ отдѣленіе одного зерна отъ другого, чѣмъ нагрузка, дѣйствующая съ нѣсколькихъ



Фиг. 27.

сторонъ, напримѣръ, когда, кромѣ давленія, по оси бруска есть еще значительное давленіе на его боковую поверхность. Въ послѣднемъ случаѣ разъединеніе зеренъ одного отъ другого затруднено, и нужно ожидать, что получится разрушеніе, состоящее во внутреннихъ сдвигахъ внутри кристаллитовъ, безъ разъединенія зеренъ. Вліяніе бокового давленія очень хорошо изслѣдовано въ недавнее время Карманомъ, производившимъ опыты съ мраморомъ и известнякомъ. Отсылая читателя къ работѣ этого ученаго<sup>1)</sup>, я приведу изъ нея только одинъ примѣръ, ярко показывающій различіе явленій въ зависимости отъ того, присутствуетъ ли боковое давленіе или нѣтъ. На фиг. 27 показаны результаты сжатія призмы известняка; форма разрушенія (а) относится къ случаю, когда нѣтъ бокового давленія; мы видимъ на поверхности многочисленныя трещины. Между тѣмъ, когда есть значительное боковое давленіе (см. б), то на поверхности призмы никакихъ трещинъ не замѣтно.

#### Случай неоднородности.

Часто приходится имѣть дѣло съ металами, которые не представляютъ собою однороднаго тѣла, а при разсматриваніи подъ микроскопомъ оказываются состоящими изъ двухъ или болѣе компонентовъ, имѣющихъ различныя механическія свойства. Явленія усталости и разрушенія при этомъ усложняются и получается различіе для двухъ случаевъ: а) медленнаго разрушенія; б) разрушенія ударомъ. Разсмотримъ эти явленія для наиболѣе интереснаго для техника случая, а именно, когда имѣемъ дѣло съ мягкой сталью, т. е. металломъ, который чаще всего примѣняется для построекъ и машинъ. Этотъ мате-

<sup>1)</sup> Karman. Festigkeitsversuche въ Z. d. V. d. I. Bd. 55, S. 1749 (1911 г.).

ріалъ подь микроскопомъ показывается, главнымъ образомъ, двѣ составныя части структуры: 1) ферритъ, болѣе пластичный, 2) перлитъ, болѣе жесткій. При медленномъ разрывѣ, явленія начинаются съ того, что въ ферритѣ получаютя полоски скольженія; при этомъ ферритъ увлекаетъ съ собою зерна перлита, а этотъ послѣдній сначала не получаетъ деформациі. Затѣмъ перлитъ не выдерживаетъ и начинаетъ давать трещины, которыя распространяются и переходятъ съ одного зерна на другое, прорѣзая какъ перлитъ, такъ и ферритъ. Окончательно поверхность разрыва проходитъ какъ черезъ ферритъ, такъ и черезъ перлитъ.

При разрывѣ ударомъ не получается большой деформациі; трещины и поверхность разрушенія проходятъ только по ферриту; трещины какъ бы избѣгаютъ перлита, который какъ будто тщательно изолированъ отъ разрыва. Трещины и поверхность разрушенія идутъ по плоскостямъ скольженія феррита, представляющимъ слабыя мѣста, и минуютъ почти вполнѣ жесткій перлитъ, хотя онъ гораздо болѣе хрупокъ, чѣмъ ферритъ.

Такое же избѣганіе трещинами перлита замѣчается и при пробѣ на выносливость, когда дѣйствуютъ попеременные усилія. И въ этомъ случаѣ, какъ въ случаѣ удара, трещины должны тщательно обходить перлитъ; изрѣдка онѣ идутъ по контуру перлитовыхъ зеренъ, а гораздо чаще между контуромъ перлита и трещиной остается полоса феррита, въ которомъ ясно опредѣляются плоскости скалыванія <sup>1)</sup>. Таковы результаты, полученные многими наблюдателями <sup>2)</sup>.

#### Гистерезисъ.

Въ машинахъ и приборахъ для изслѣдованія выносливости металловъ подвергаютъ испытумый образецъ большому числу приложений внѣшней силы, напримѣръ, то растягивающей то сжимающей, или изгибающей то въ ту, то въ другую сторону. Внѣшняя сила измѣняется, то увеличивается, то уменьшается, затѣмъ достигаетъ своей первоначальной величины. Такія измѣненія и возвращеніе къ первоначальной величинѣ представляютъ циклъ, круговой процессъ. Этотъ циклъ, круговой процессъ, повторяется много разъ.

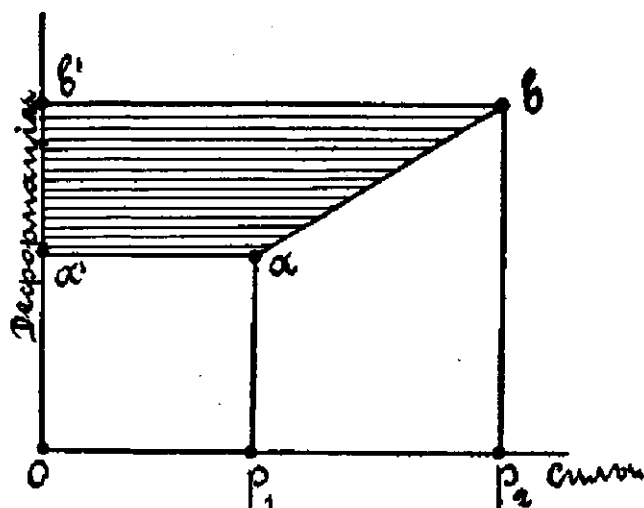
Если для одного цикла построить кривую, изображающую зависимость между внѣшними силами и деформациями, то при небольшихъ внѣшнихъ силахъ получаютъ (фиг. 28) одну прямую или кривую линію *a b*.

Когда внѣшняя сила увеличивается отъ  $OP_1$  до  $OP_2$ , то измѣненіе деформаций изображается точками, лежащими на прямой отъ *a* до *b*;

<sup>1)</sup> См. лекціи Rosenhain'a о стали, въ Proc. Inst. Mec. Eng. 1911 года.

<sup>2)</sup> Rosenhain, Rogers, Stanton and Bairstow, Seaton and Judd.

когда же начнется уменьшение силы от  $OP_2$  до  $OP_1$ , то деформации изображаются точками той же линии  $ab$ , от  $b$ , до  $a$ . Внутренние упругие силы при увеличении внешней нагрузки сопротивляются деформированию и дают отрицательную работу, измеряемую площадью  $abb'a'$ . При обратном уменьшении нагрузки и восстановлении формы внутренние силы дают положительную работу, величина которой измеряется той же площадью  $abb'a'$ .



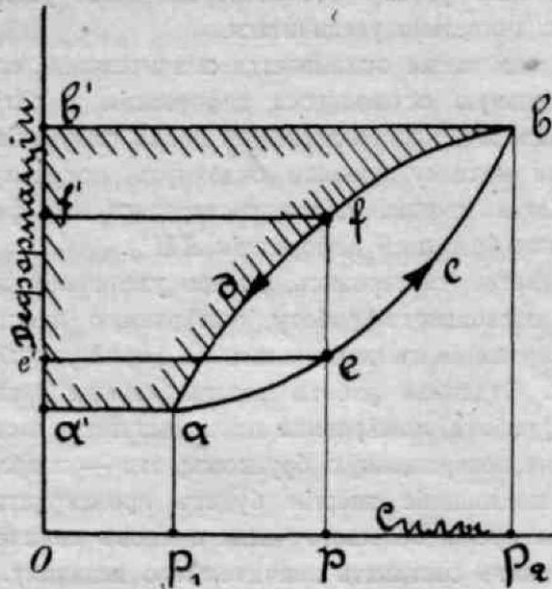
Фиг. 28.

Следовательно, по окончании цикла, полная работа внутренних сил оказывается нулемъ, такъ какъ состоитъ изъ двухъ одинаковыхъ по величинѣ частей: одной положительной, другой отрицательной. Испытываемый образецъ за весь циклъ ничего не приобрѣлъ; ему не сообщено никакой энергии извнѣ. Весь круговой процессъ, въ этомъ случаѣ, вполне обратимъ.

Но этотъ случай получается только при небольшихъ нагрузкахъ. При болѣе значительныхъ силахъ, процессъ окажется необратимымъ. Когда сила (фиг. 29) увеличивается отъ  $OP_1$  до  $OP_2$ , то точка, изображающая деформацию, движется по линіи  $acb$ . При уменьшении же нагрузки отъ  $OP_2$  до  $OP_1$ , точка, изображающая деформацию, идетъ не по прежней кривой  $bca$ , а по другой  $bda$ , т. е. величина деформации отстаетъ, запаздываетъ, не успѣваетъ слѣдить за уменьшеніемъ силы. Напримѣръ, когда, уменьшаясь отъ  $OP_2$ , сила дойдетъ до  $OP_1$ , то величина деформации отъ  $Ob'$  не дойдетъ до значенія  $Oe'$ , какое она имѣла при той же силѣ  $OP$  въ періодъ увеличенія силы, а окажется  $Of'$ , т. е. отстанетъ, запаздаетъ на величину  $fe'$ .

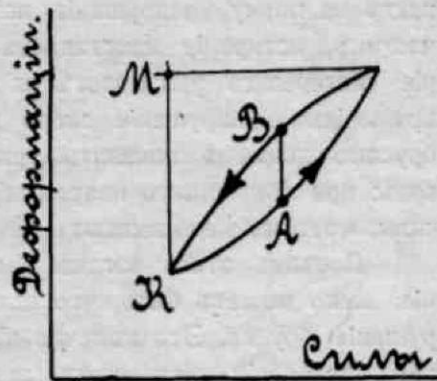
Здѣсь имѣемъ необратимое явленіе. Линіи, изображающія деформацию въ зависимости отъ силы, т. е.  $acb$  для увеличенія силы и  $bda$ — для уменьшенія ея не совпадаютъ между собою. Образуется петля упругаго гистерезиса (запаздыванія),  $acbdba$ . Величина петли упру-

гаго гистерезиса у металловъ, если они не устали и не получили замѣтнаго остающагося удлиненія, не велика <sup>1)</sup>. Такъ, Юингъ нашель, что



Фиг. 29.

для желѣза и стали наибольшая ширина этой петли, т. е. линия *AB* (фиг. 30), не превышаетъ одной сотой доли полной деформации *KM*. Поэтому, для того, чтобы при указанныхъ условіяхъ измѣрить гистерезисъ, нужно примѣнять очень точные измѣрительные приборы — экстензометръ Юинга, поворачивающіяся зеркала, или комбинацію этихъ двухъ аппаратовъ. Недавно Б. Гопкинсонъ, помощью такой комбинаціи, опредѣлилъ гистерезисъ при растяженіи и сжатіи даже для короткаго бруска, имѣвшаго длину всего четыре дюйма, для котораго линейная величина гистерезиса не превышала  $\frac{1}{50000}$  дюйма <sup>2)</sup>. Прежде это явленіе не замѣчалось, вслѣдствіе недостаточной точности приборовъ. Теперь же опредѣленіе его представляетъ вполнѣ возможную задачу, которая иногда



Фиг. 30.

<sup>1)</sup> Она болѣе значительна для резины. Предлагаютъ опредѣлять величину гистерезиса для резины въ качествѣ ея испытанія. Хорошая резина уже послѣ шести цикловъ должна давать постоянную площадь петли. См. Engineering. Редакціонная статья. Feb. 11 1910, p. 183.

<sup>2)</sup> См. Proc. Royal. A. Vol. 87 p. 502.

даже ставится какъ одно изъ нормальныхъ упражненій для студентовъ <sup>1)</sup>).

Когда металлъ усталъ отъ попеременныхъ усилій, то гистерезисъ можетъ значительно увеличиться.

Величина его также оказывается значительной, если металлъ получилъ значительную остающуюся деформацию, и затѣмъ испытаніе дѣлается сейчасъ же, непосредственно послѣ полученія такой деформации, не давши металлу времени отдохнуть, поправиться отъ перенапряженія. Тогда ширина петли гистерезиса  $AB$  (фиг. 30) можетъ дойти до  $\frac{1}{12}$  наибольшей деформации  $KM^2$ ).

Когда имѣется гистерезисъ, то при увеличеніи деформации внутреннія силы поглощаютъ работу, измѣряемую площадью (фиг. 29)  $a'icbb'$ , при возвращеніи къ первоначальной формѣ упругія силы отдають работу  $b'bdaa'$ . Отданная работа теперь меньше поглощенной. Разность ихъ, т. е. работа, измѣряемая площадью петли гистерезиса  $acbdba$ , даетъ работу не возвращенную брускомъ; это — энергія поглощенная имъ, и такое поглощеніе энергіи будетъ происходить при каждомъ циклѣ. При повтореніи большого числа цикловъ количество поглощенной энергіи можетъ составить значительную величину.

Куда дѣвается эта поглощенная брускомъ энергія? Во что она превращается въ брускѣ? Въ какомъ видѣ она проявится? Когда сдѣлалось извѣстнымъ существованіе упругаго гистерезиса, то нѣкоторые изслѣдователи полагали, что поглощенная при этомъ работа цѣликомъ идетъ на порчу, разрушеніе испытываемаго бруска, на разъединеніе частицъ, истираніе кристалловъ и т. д. Поэтому думали, что появленіе гистерезиса указываетъ на опасность; что при повторныхъ напряженіяхъ, разрушеніе скоро достигнетъ замѣтныхъ размѣровъ, и брусокъ долженъ показать признаки усталости. Отсюда дѣлали выводъ: при повторныхъ напряженіяхъ можно допускать только такія силы, которыя не вызываютъ петлю гистерезиса.

Противъ этого взгляда было представлено слѣдующее возраженіе: легко можетъ быть, что поглощенная работа тратится не на разрушеніе бруска. Это конечно не исключаетъ возможности того, что, при увеличеніи гистерезиса, значительная часть его работы пойдетъ прямо на порчу металла, на разрушеніе его, на разстройство связи частицъ. Но меньшія петли гистерезиса могутъ быть безвредны, и появленіе ихъ не указываетъ на неминуемую опасность.

<sup>1)</sup> См. Searle. Experimental Elasticity, гдѣ приведены упражненія въ лабораторіи Кембриджскаго Университета. Тамъ, для опредѣленія гистерезиса при растяженіи, берутъ довольно длинную изслѣдуемую проволоку (2,85 метра длиною). Легче опредѣлить гистерезисъ при крученіи, и для этого достаточна проволока длиною въ 40 сант.

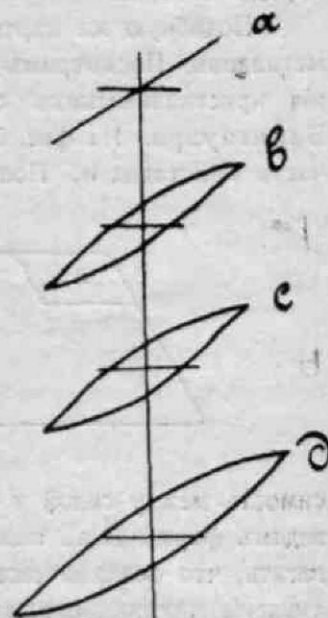
<sup>2)</sup> См. T. Muis. On the Recovery of Iron from Overstrain. Phil. Trans. A. Vol. 193 (1900 г.).

Новѣйшіе опыты заставляютъ склониться къ послѣднему мнѣнію. Турнеръ при опытахъ на выносливость убѣдился, что существованіе петли гистерезиса вполне совмѣстимо съ тѣмъ, что брусокъ окажется выносливымъ, можетъ выдержать произвольное число цикловъ напряженій безъ всякой порчи. Иногда при первыхъ сотняхъ цикловъ замѣчается нѣкоторое увеличеніе петли. Но затѣмъ металлъ получаетъ аккомодацию, приспособляется къ прилагаемому циклу напряженій, и увеличеніе петли прекращается, послѣ чего брусокъ выдерживаетъ, не уставая, миллионы цикловъ. Тоже получилъ и Bairstow (1911 г.), который послѣ обширныхъ опытовъ на выносливость, указываетъ, что полученіе петли гистерезиса не представляетъ непремѣннаго признака того, что при большомъ числѣ повтореній неминуемо должно произойти разрушеніе. Но при значительной величинѣ измѣненій напряженія металлъ не приспособляется, петля гистерезиса не получаетъ установившейся постоянной величины, и тогда, конечно, металлъ скоро устанетъ, и брусокъ будетъ разрушенъ послѣ нѣсколькихъ тысячъ, или даже сотенъ тысячъ приложенныхъ къ нему цикловъ.

Несомнѣнно, работа гистерезиса въ значительной части превращается въ теплоту. Это слѣдуетъ изъ опытовъ Турнера, и недавно тоже получилъ Б. Гопкинсонъ, который даже сдѣлалъ попытку сравнить численную величину выдѣлишагося тепла съ той потерянной энергіей, величина которой указывается площадью петли гистерезиса. Иногда у него температура бруска поднималась до 60—70 градусовъ С.

Все это хорошо выясняется изъ одного примѣра, который я заимствую изъ опытовъ Bairstow'a. беру испытанія на выносливость стали, которая примѣняется для вагонныхъ осей. Ея сопротивленіе разрыву равно 38,2 тонны на квадратный дюймъ, а критическая точка получается при 24,9 тонны на квадратный дюймъ. Брусокъ этой стали подвергался попеременнымъ растягивающимъ и сжимающимъ силамъ одинаковой величины, т. е. наибольшее напряженіе было численно равно, а по знаку противоположно наименьшему; слѣдовательно полная величина измѣненія напряженій была вдвое больше растягивающей силы. Результаты показаны схематически на слѣдующей фигурѣ 31, гдѣ представлены діаграммы, съ силами отложенными по оси абсциссъ, и съ удлиненіями—и со сжатіями—по оси ординатъ.

Когда силы измѣнялись въ предѣлахъ отъ +14,1 тонны на квадратный дюймъ до —14,1 тонны, то сначала получалась



Фиг. 31.

діаграмма форми  $a$  (фиг. 31), въ видѣ прямой линіи; но послѣ нѣсколькихъ повтореній этого цикла образовалась небольшая петля  $b$ , которая, затѣмъ, при увеличеніи числа перемѣнъ оставалась неизмѣнной.

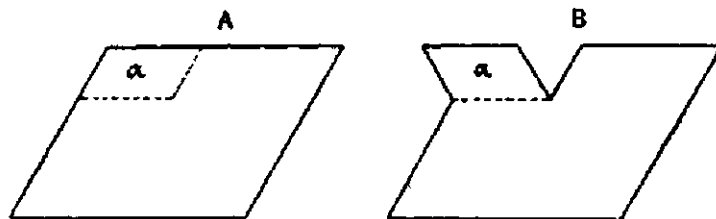
Нужно думать, что если бы предѣлъ напряженій былъ еще меньше, то петли не получилось бы вовсе, и мы бы имѣли прямую ( $a$ ) при произвольномъ числѣ повтореній. Bairstow полагаетъ, что это получилось бы, если бы силы измѣнялись въ предѣлахъ  $\pm 13$  тоннъ.

При слѣдующемъ опытѣ силы мѣнялись въ предѣлахъ  $\pm 15$  тоннъ на квадратный дюймъ. Петля получилась какъ у  $c$ , т. е. значительно большая, чѣмъ для  $b$ , но разрушенія не произошло.

При измѣненіи силъ въ предѣлахъ  $\pm 20,2$  тонны на квадратный дюймъ, петля еще больше расширилась, какъ показано у  $d$ , но все-таки разрушенія не послѣдовало. Наконецъ, при измѣненіи напряженій въ предѣлахъ  $\pm 21,1$  тоннъ на квадратный дюймъ, брусокъ такой же стали выдержалъ всего 1.200 цикловъ и разрушился.

Въ качествѣ другого примѣра укажемъ на опытъ со шведскимъ желѣзомъ, сопротивленіе разрыву котораго было 19,6 тоннъ на квадратный дюймъ, а критическая нагрузка 14,5 тоннъ на квадратный дюймъ. Нагрузка при пробѣ на выносливость мѣнялась между  $+8,9$  и  $-8,3$  тонны на квадратный дюймъ. Въ теченіе каждой минуты происходило 1.200 перемѣнъ знака нагрузки. Послѣ 100.000 перемѣнъ появилась петля гистерезиса, и она оставалась неизмѣнной при повтореніи такихъ перемѣнъ 100.000.000 разъ. Такъ какъ брусокъ при этомъ не разорвался, то такая нагрузка, несмотря на петлю, должна считаться безусловно безопасной, сколько бы разъ ни происходила перемѣна знака.

Подобную же картину измѣненій нужно ожидать и для другихъ металловъ. Посмотримъ теперь на явленіе гистерезиса съ точки зрѣнія кристаллическихъ скольженій, сдвиговъ. Обратимся къ опыту Баумгауэра. На фиг. 32 показаны два положенія равновѣсія  $A$  и  $B$  части кристалла  $a$ . Попробуемъ предсказать, какая получится зави-



Фиг. 32.

симость между силой и перемѣщеніемъ, когда мы давленіемъ  $P$  переведемъ форму  $B$  въ положеніе указанное  $A$  или обратно. Нужно полагать, что сначала часть  $a$  представитъ значительное упругое сопротивленіе, пропорціональное величинѣ перемѣщенія, т. е. диаграмма получится похожая на прямую линію  $ab$  (фиг. 33). Но затѣмъ, когда

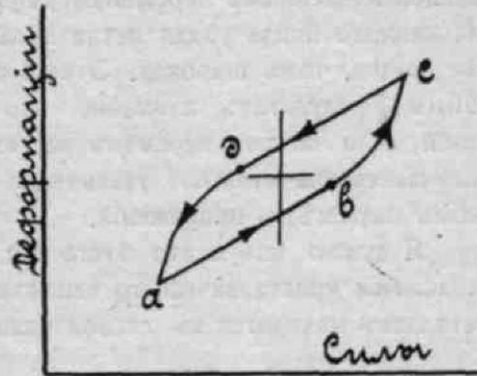
часть  $a$  будет уже замѣтно выведена изъ своего устойчиваго положенія, на примѣръ, когда  $a$  станетъ въ положеніе около средняго между случаями  $B$  и  $A$ , то деформация уже будетъ увеличиваться не пропорціонально силамъ, а замѣтно быстрее, т. е. вмѣсто прямой будетъ поднимающаяся кверху кривая  $bc$ , пока не получится положеніе равновѣсія, означенной буквой  $A$ .

Если теперь пойдемъ обратно изъ положенія  $A$  въ  $B$ , то сначала будетъ пропорціональность между перемѣщеніями и силами, которая изобразится прямою  $cd$ , и надо думать, что  $cd$  будетъ приблизительно параллельна  $ab$ . Далѣе перемѣщенія будутъ увеличиваться быстрее силъ, что представится кривою  $da$ .

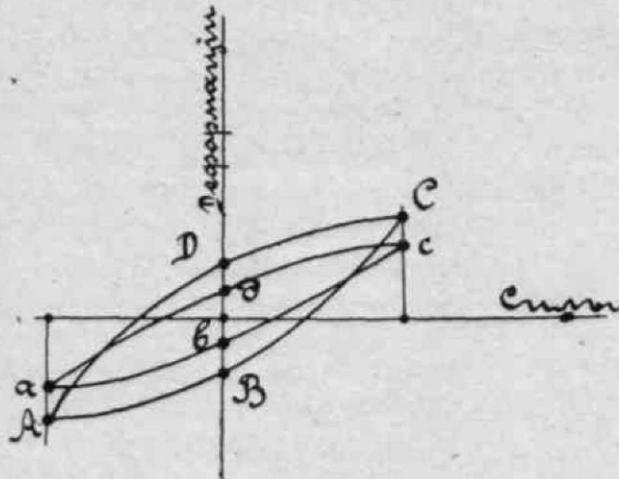
Итакъ, петля гистерезиса должна имѣть такой видъ, какъ на фиг. 33. Она должна состоять изъ двухъ прямыхъ  $ab$ ,  $cd$  параллельныхъ между собою, и двухъ кривыхъ  $cb$ ,  $da$ .

Замѣчательно, что Bairstow, работая въ Англійской Національной Лабораторіи въ 1911 году, нашелъ для металловъ именно такую форму петли гистерезиса, т. е. двѣ параллельныя прямыя и двѣ кривыя.

Пусть напряжения мѣняются очень быстро, т. е. частота повторенія цикловъ очень велика (на примѣръ, при опытахъ Б. Гопкин-



Фиг. 33.



Фиг. 34.

сона, частота доходила до повторенія цикла 7.000 разъ въ минуту). Тогда можно ожидать, что за короткое время одной перемѣны цикла не успѣетъ раскрыться на полную свою ширину, получающуюся при

медленныхъ переменъ. Произойдетъ то, что схематически представлено на фиг. 34, т. е. вмѣсто широко раскрытой петли  $ABCD$ , отвѣчающей медленнымъ переменамъ, при частыхъ переменъ получится для каждаго цикла узкая петля  $abcd$ . Конечно, такая узкая петля меньше вредна, чѣмъ широкая. Этимъ объясняется полученный Гопкинсономъ результатъ, а именно, что при тѣхъ же величинахъ напряженій, если частота переменъ растетъ, то, послѣ известнаго предѣла, получается значительное увеличеніе числа выдерживаемыхъ брускомъ переменъ напряженій.

Я думаю изъ всего этого мы вправѣ заключить, что явленіе скольженія кристаллическаго вещества, петля гистерезиса и усталость металловъ находятся въ тѣсной взаимной связи.

Отдѣль II-й.

---

**Отдѣльно изданные труды  
и руководства.**