

Таким образом, для выполнения условий отсутствия вековых членов в решении (3) системы (1) при внешнем возбуждении  $F(t)$  вида (6) необходимо и достаточно удовлетворить равенства

$$(\sqrt{A})^{-1}Q = 0; (\sqrt{A})^{-1}P = 0. \quad (7)$$

Обе полученные однородные системы допускают нетривиальные решения с  $Q \neq 0$  и  $P \neq 0$ , так как матрица  $(\sqrt{A})^{-1}$  является особенной именно в резонансном случае.

Поскольку  $P, Q$  представляют собой векторы коэффициентов произвольной резонирующей гармонике, условия (7) носят универсальный характер. Далее, в силу суперпозиции частных решений линейной системы легко осуществить синтез последней по критерию отсутствия любых вековых членов, т. е. по устранению всех резонансно-опасных режимов. При этом варьированию могут подлежать параметры системы (интегрально характеризующие здесь матрицей  $(\sqrt{A})^{-1}$ ) и параметры возбуждения. Наконец, содержание полученных условий оказывается гораздо богаче рассмотренных здесь выводов, если привлечь еще и геометрический смысл матрицы  $(\sqrt{A})^{-1}$ , т. е. изучить зависимость решения (3) и условия отсутствия нерезонансного возбуждения системы (1) резонирующими гармониками от распределения собственных векторов матрицы  $A$ .

Список литературы: 1. Глазман И. М., Митин В. Н. Отстройка вибрационных систем как задача выпуклого программирования.— Докл. АН СССР, 1966, 169, № 5, с. 711—714. 2. Митин В. Н., Пономарев А. С., Штейнвольф Л. И. Синтез вибрационных систем при вынужденных колебаниях.— Динамика и прочность машин, 1973, вып. 18, с. 58—62. 3. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.— М.: Физматгиз, 1963.—410 с. 4. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах.— М.: Мир, 1968.—432 с. 5. Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем.— М.: Физматгиз, 1960.—384 с. 6. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц.— М.: Наука, 1967.—567 с.

Поступила 27 октября 1977 г.

УДК 534.1.

Е. П. ПЕТРОВ

#### ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПАКЕТОВ ТУРБИНЫХ ЛОПАТОК С ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ НАРУШЕНИЯМИ ИХ ОДНОРОДНОСТИ

Нарушения однородности пакета турбинных лопаток происходят в результате производственного разброса геометрических характеристик лопаток, предусмотренных допусками на их изготовление, неточностей сборки пакетов. Исследования колебаний пакетов с замкнутыми на круг связями на основе упрощен-

ных моделей [1], а также исследование колебаний парных лопаток [2] показывают, что небольшое нарушение однородности пакета может привести к существенному перераспределению напряжений в лопатках.

Настоящая работа посвящена расчетному анализу влияния нарушений однородности на колебания пакета, состоящего из конечного числа лопаток (рис. 1). Для проведения исследований использовался разработанный ранее [3] метод и алгоритм расчета. В качестве модели лопатки принят естественно закрученный стержень несимметричного переменного сечения, для связи — плоский криволинейный стержень. В основу расчета положен метод начальных параметров в сочетании с дискретными моделями лопаток и связи. Для обеспечения требуемой точности расчета пакета с произвольным числом лопаток используется метод дискретной ортогонализации.



Рис. 1.

В работе рассматриваются неоднородные пакеты следующих типов: 1) пакеты с нарушениями однородности расстройкой характеристик лопаток (при этом рассматривались пакеты с симметричными и несимметричными нарушениями однородности). 2) пакеты с нарушениями однородности путем расстройки характеристик участков связи между лопатками.

Анализ проведен для пакета из пяти лопаток длиной 0,975 м без учета влияния центробежных сил. Лопатки жестко зашпелены в корневом сечении и связаны в пакет связью, жестко соединенной с лопатками на расстоянии 0,365 м от концевой сечения. Характеристики лопаток однородного пакета приведены ниже.

$z \cdot 10^2$ м	$l_x \cdot 10^2$ м	$l_y \cdot 10^2$ м	$\beta$ град	$F \cdot 10^3$ м <sup>2</sup>	$I_z \cdot 10^7$ м <sup>4</sup>	$I_y \cdot 10^7$ м <sup>4</sup>	$GT \cdot 10^{-3}$ Нм <sup>2</sup>
0	-1,74	3,57	66	1,62	0,29	32,3	5,5
7,5	-1,84	3,37	63	1,80	0,50	35,2	7,8
27,5	-1,88	0,86	55	2,32	1,59	46,2	15,6
36,5	-1,98	-0,11	52	2,45	2,18	51,0	16,6
59,5	-2,03	-4,79	40	3,33	5,60	79,5	29,9
97,5	-2,36	-7,12	22	5,28	15,21	150,8	89,8

Здесь  $z$  — координата, отсчитываемая от концевой сечения лопатки,  $l_x$ ,  $l_y$  — проекции эксцентриситета соответственно на аксиальную плоскость и плоскость диска;  $\beta$  — угол закрутки;  $J_z$ ,  $J_y$  — главные моменты инерции сечения;  $GT$  — жесткость на кручение. Радиус связи  $R = 1,5$  м, угол между лопатками пакета  $\alpha = 5^\circ$ ; геометрические характеристики сечения связи:  $J_z = 1,1 \times$

$\times 10^{-8} \text{ м}^4$ ;  $J_\eta = 4,6 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$ ;  $F = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ; характеристики материала лопаток и связи:  $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 7,8 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

Нижние собственные частоты однородного пакета (Гц):  $P_1 = 68,9$ ;  $p_2 = 135,6$ ;  $p_3 = 146,5$ ;  $p_4 = 164,9$ . Первая частота — частота синфазных колебаний лопаток пакета;  $p_2, p_3, p_4$  — частота внутривибрационных (несинфазных) колебаний. На рис. 2 приведены

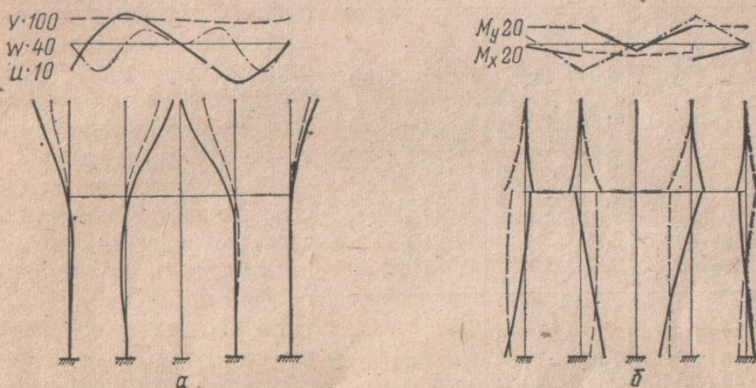


Рис. 2.

формы колебаний однородного пакета и распределения амплитуд на частоте  $p_4$ . Здесь сплошной линией нанесены аксиальные перемещения, штриховой — тангенциальные, штрихпунктирной — радиальные и соответствующие проекции внутренних моментов в поперечных сечениях лопаток и связи.

Для рассмотренных примеров расчеты показывают, что у пакета из закрученных лопаток несимметричного поперечного сечения даже без нарушений однородности не наблюдается полной симметрии форм колебаний и распределений моментов. Это явление можно объяснить связанностью в таких пакетах тангенциальных, аксиальных и крутильных колебаний лопаток. Расчет показал также необходимость учета кривизны связи, которая является особенно существенной для пакетов из большого числа лопаток и больших углов  $\alpha$ . Так, для данного пакета расчет без учета кривизны связи снижал первую собственную частоту на 10%. Влияние кривизны на частоты внутривибрационных колебаний менее значительно, однако распределение амплитуд моментов на некоторых собственных частотах существенно изменяется. Например, расчет без учета кривизны на частоте  $p_4$  изменял направление вектора суммарного изгибающего момента в корневом сечении на  $42^\circ$ , амплитуды — на 10%.

Исследования колебаний пакетов с нарушениями однородности в результате изменения геометрических характеристик участков

связи между лопатками показали, что влияние небольших нарушений такого рода на собственные частоты и формы колебаний пакетов незначительно.

Нарушения однородности изменением геометрических характеристик лопаток мало влияют на собственные частоты колебаний, однако при этом происходит существенное перераспределение

	$P_1$	$P_2$	$P_4$
I	0,88 (35°)	1 (38°)	0,69 (54°)
	0,59 (33°)	0,21 (-140°)	0,69 (-115°)
	0,13 (32°)	0,94 (-145°)	0,04 (-176°)
	0,43 (146°)	0,53 (-144°)	1 (57°)
	1 (-144°)	0,68 (41°)	0,21 (-144°)
II	0,74 (32°)	1 (37°)	1,04 (49°)
	0,55 (34°)	0,12 (-136°)	0,95 (-117°)
	0,18 (32°)	0,83 (-142°)	0,29 (-141°)
	0,38 (-145°)	0,59 (-143°)	1 (61°)
	1 (-144°)	0,39 (43°)	0,31 (168)
III	0,86 (35°)	1 (37°)	1,06 (49°)
	0,57 (34°)	0,26 (-139°)	0,71 (-111°)
	0,15 (33°)	1,01 (-142°)	0,09 (-154°)
	0,40 (-145°)	0,65 (-143°)	1 (60°)
	1 (-145°)	0,77 (40°)	0,66 (-148°)

амплитуд моментов на частотах внутривибрационных колебаний. В таблице показаны распределения амплитуд суммарных изгибающих моментов в корневых сечениях лопаток, а также углы между векторами моментов и плоскостью диска на низших собственных частотах внутривибрационных колебаний. В графе I приведены результаты расчета однородного пакета; в графе II — пакета с расстройкой по частоте, равной 3% одной крайней лопатки, за счет измене-

ния осевых моментов инерции сечений; в графе III — пакета с такой же расстройкой двух крайних лопаток.

Низшие частоты пакета с несимметричной расстройкой (Гц):  $p_1 = 69,3$ ;  $p_2 = 136,9$ ;  $p_3 = 148,0$ ;  $p_4 = 165,5$ ; пакета с симметричной расстройкой (Гц):  $p_1 = 69,8$ ;  $p_2 = 139,0$ ;  $p_3 = 148,6$ ;  $p_4 = 165,8$ . Как симметричная, так и несимметричная расстройка вызывает перераспределение моментов. При этом изменяется не только распределение амплитуд моментов, но и направления их действия. Это, учитывая тонкостенность лопаток, является не менее важным обстоятельством, которое может значительно увеличить максимальные напряжения в сечении.

Список литературы: 1. Бауэр В. О., Шорр Б. Ф. Влияние расстройки частот лопаток на резонансные колебания. — Прочность и динамика авиационных двигателей, 1971, вып. 6, с. 75—98. 2. Воробьев Ю. С., Корсунский М. Л., Медведев Н. Г. Исследование колебаний систем парных лопаток с технологическими отклонениями. Препринт-60, Харьков, ИПМаш АН УССР, 1977. — 15 с. 3. Журавлева А. М., Петров Е. П. Расчет собственных колебаний пакетов турбинных лопаток с учетом различия их характеристик. — Динамика и прочность машин, 1979, вып. 30, с. 102—109.

Поступила 16 сентября 1978 г.