

*Т. Г. МАЩЕНКО*, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»,  
*А. М. КОЗЛОВА*, студентка НТУ «ХПИ»

## ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАФІЧНОГО СИГНАЛУ

У статті розглянуті особливості використання вейвлет-перетворень при обробці електрокардіограм, що дозволяє оцінити їх інформативні параметри при аналізі частотно-тимчасових характеристик компонент. Отримана інформація про стан серцево - судинної системи може бути використана для діагностики і своєчасного лікування захворювань серця.

В статье рассмотрены особенности использования вейвлет-превращений при обработке электрокардиограмм, что позволяет оценить их информативные параметры при анализе частотно временных характеристик компонент. Полученная информация о состоянии сердечно - сосудистой системы может быть использована для диагностики и своевременного лечения заболеваний сердца.

In the article the considered features of the use of veyvlet-transformations are at treatment of electrocardiograms, that allows to estimate them informing parameters at an analysis frequency temporal descriptions component. Got state information cordially - vascular system can be used for diagnostics and timely treatment of diseases of heart.

**Постановка проблеми.** На цей час гостро стає питання діагностики серцево - судинних захворювань, які є причиною високої смертності не лише у дорослих, але і у дітей. Все частіше йдеться про несподіваних проявах кардіологічних захворювань у пацієнтів, які до цього випадку вважалися здоровими. Найпоширенішим методом при вивченні роботи серця є електрокардіографічне дослідження. Проте стандартні електрографічні методи мають невисоку чутливість до деяких патологічних процесів, які відбуваються в міокарді, що значно звужує їх вживання. Для деталізації діагнозу і поліпшення прогностичних оцінок останнім часом використовується метод дисперсійного картування. Він заснований на контролі низько – амплітудних змін електрокардіографічного сигналу. При цьому процедура зняття цих сигналів не обтяжлива для пацієнта, оскільки складає порядку 1-2 хвилини і може бути виконана в положенні сидячи без зняття одягу.

На основі отриманих результатів здійснюється ретельний контроль динаміки роботи серця, а також основних параметрів, які характеризують його роботу, що дозволяє своєчасно виявити симптоми патології на догоспітальному етапі або побачити розвиток негативних тенденцій на найраніших стадіях їх виникнення.

**Мета статті** полягає в оцінці ефективності вейвлет – перетворень при обробці кардіосигналов для діагностики захворювань серця.

**Аналіз літератури:** У роботах [1, 2] розглянуті основи електрокардіографії, приведені основні параметри ЕКГ, у [3] розглянута сутність методу дисперсійного картування. З метою розгляду функціональних можли-

востей методу ЕКГ приведені результати вейвлет аналізу біомедичних сигналів у [4, 5].

В електрокардіографії для виявлення й аналізу окремих компонентів електрокардіограми застосовуються різні методи обробки цифрових сигналів. Останнім часом широке використання одержала техніка вейвлет - перетворення, яка дозволяє одержати багатооб'єкційні результати в аналізі частотно-тимчасових характеристик компонент електрокардіограми.

Вейвлет – перетворення сигналів є узагальненням спектрального аналізу, типовий представник якого – класичне перетворення Фур'є. Термін "вейвлет" (*wavelet*) у перекладі з англійської означає "маленька (коротка) хвиля". Вейвлети - це узагальнена назва сімейств математичних функцій певної форми, які локальні в часі й по частоті, і в які всі функції виходять із однієї базової за допомогою її зрушень і розтягувань по осі часу. Вейвлет - перетворення розглядають аналізовані тимчасові функції в термінах коливань, локалізованих за часом і частотою. Як правило, вейвлет - перетворення (*WT*) підрозділяють на дискретне (*DWT*) і безперервне (*CWT*) [4, 5].

*DWT* використовується для перетворень і кодування сигналів, *CWT* - для аналізу сигналів. Вейвлет - перетворення в цей час приймаються на озброєння для величезного числа різноманітних застосувань, нерідко заміняючи звичайне перетворення Фур'є. Це спостерігається в багатьох областях, включаючи обробку зображень і комп'ютерну графіку.

Основна область застосування вейвлетних перетворень - аналіз й обробка сигналів і функцій, нестационарних у часі або неоднорідних у просторі, коли результати аналізу повинні містити не тільки загальну частотну характеристику сигналу (розподіл енергії сигналу по частотних складових), але й відомості про певні локальні координати, на яких проявляють себе ті або інші групи частотних складових, або на яких відбуваються швидкі зміни частотних складових сигналу. У порівнянні з розкладанням сигналів на ряди Фур'є, вейвлети здатні з набагато більш високою точністю представляти локальні особливості сигналів, аж до розривів 1-го роду (стрибків). На відміну від перетворень Фур'є, вейвлет-перетворення одномірних сигналів забезпечує двовимірне розгорнення, при цьому частота й координата розглядаються як незалежні змінні, що дає можливість аналізу сигналів відразу у двох просторах.

Одна з головних й особливо плідних ідей вейвлетного подання сигналів на різних рівнях декомпозиції (розкладання) полягає в поділі функцій наближення до сигналу на дві групи: апроксимуючу - грубу, з досить повільною тимчасовою динамікою змін, і що деталізує - з локальною й швидкою динамікою змін на тлі плавної динаміки, з наступним їхнім дробленням і деталізацією на інших рівнях декомпозиції сигналів. Це можливо як у тимчасовий, так й у частотній областях подання сигналів вейвлетами.

Відмінною рисою вейвлет - аналізу є те, що в ньому можна використовувати сімейства функцій, що реалізують різні варіанти співвідношення невідзначеності. Відповідно, дослідник має можливість гнучкого вибору між ними

та застосування тих вейвлетних функцій, які найбільше ефективно вирішують поставлені задачі [4, 5].

Вейвлетний базис простору  $L^2(R)$ ,  $R(-\infty, +\infty)$  доцільно конструювати з функцій, що належать цьому ж простору, які повинні наближатися до нуля на нескінченності. Чим швидше ці функції прагнуть до нуля, тим зручніше використовувати їх як базис перетворення при аналізі реальних сигналів. Припустимо, що такою функцією є функція  $\psi(t)$ , рівна нулю за межами деякого кінцевого інтервалу й нульове середнє значення по інтервалу завдання. Останнє необхідно для завдання певної локалізації спектра вейвлета в частотній області. На основі цієї функції сконструюємо базис у просторі  $L^2(R)$  за допомогою масштабних перетворень незалежної змінної [4].

Функція зміни частотної незалежної змінної в спектральному поданні сигналів відображається в тимчасовому поданні розтяганням/стиском сигналу. Для вейвлетного базису це можна виконати функцією типу  $\psi(t) = \psi(a^m t)$ ,  $a = const$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$ , тобто шляхом лінійної операції розтягання/стиску, що забезпечує самоподібна функції на різних масштабах подання. Однак кінцівка (локальність) функції  $\psi(t)$  на тимчасовій осі вимагає додаткової незалежної змінної послідовних переносів (зрушень) функції  $\psi(t)$  уздовж осі (параметра локалізації), типу  $\psi(t) \Rightarrow \psi(t + k)$ , для перекриття всієї числової осі простору  $R(-\infty, \infty)$ . З обліком обох умов одночасно структура базисної функції може бути прийнята наступною:

$$\psi(t) \Rightarrow \psi(a^m t + k). \quad (1)$$

Для спрощення подальших викладень значення змінних  $m$  й  $k$  приймемо цілочисленими. При приведенні функції (1) до одиничної норми, одержуємо:

$$\psi_{mk}(t) = a^{m/2} \psi(a^m t + k). \quad (2)$$

Якщо для сімейства функцій  $\psi_{mk}(t)$  виконується умова ортогональності скористаємося рівнянням:

$$\langle \psi_{nk}(t), \psi_{lm}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{nk}(t) \cdot \psi_{lm}(t) dt = \delta_{nl} \cdot \delta_{km}, \quad (3)$$

то сімейство  $\psi_{mk}(t)$  може використовуватися в якості ортонормованого базису простору  $L^2(R)$ . Отже функція цього простору може бути представлена у

вигляді ряду (розкладання по базису  $\Psi_{mk}(t)$ ):

$$s(t) = \sum_{m,k=-\infty}^{\infty} S_{mk} \cdot \Psi_{mk}(t), \quad (4)$$

де коефіцієнти подання сигналу - проекції сигналу на новий ортогональний базис функцій, як й у перетворенні Фур'є, визначаються скалярним добутком:

$$S_{mk}(t) = \langle s(t), \Psi_{mk}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot \Psi_{mk}(t) dt. \quad (5)$$

При виконанні цих умов базисна функція перетворення  $\Psi(t)$  називається ортогональним вейвлетом [4]. Найпростішим прикладом ортогональної системи функцій такого типу є функція Хаара.

Вейвлетний спектр, на відміну від перетворення Фур'є, є двовимірним і визначає двовимірну поверхню в просторі змінних  $m$  та  $k$ . При графічному поданні параметр розтягання/стиску спектра  $m$  відкладається по осі абсцис, параметр локалізації  $k$  по осі ординат – осі незалежної змінної сигналу. Математику процесу вейвлетного розкладання сигналу в спрощеній формі розглянемо на прикладі розкладання сигналу  $s(t)$  вейвлетом Хаара із трьома послідовними по масштабу  $m$  вейвлетними функціями з параметром  $a = 2$ , при цьому сам сигнал  $s(t)$  утворимо підсумовуванням цих же вейвлетних функцій з однаковою амплітудою з різним зрушенням від нуля, як це показано на рис. 1

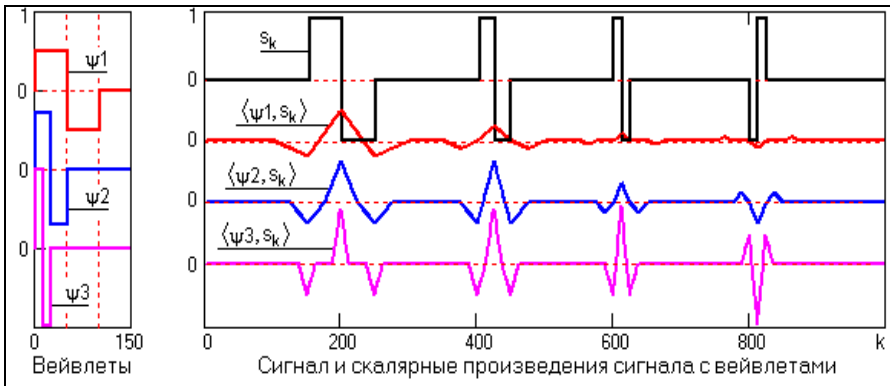


Рис. 1. Скалярні добутки сигналу з вейвлетами

Для обраного початкового значення масштабного коефіцієнта стиску  $m$  визначається функція вейвлета (функція  $\Psi_1(t)$  на рис. 1), і обчислюється

скалярний добуток сигналу з вейвлетом  $\langle \psi(t), s(t+k) \rangle$  з аргументом по зрушенню  $k$ . Для кращої наочності результати обчислення скалярних добутків побудовані по центрам вейвлетних функцій (тобто по аргументу  $k$  від нуля зі зрушенням на половину довжини вейвлетної функції). Як і слід було сподіватися, максимальні значення скалярного добутку відзначаються в сигналі там, де локалізована ця ж вейвлетна функція.

Після побудови першого масштабного рядка розкладання, змінюється масштаб вейвлетної функції ( $\psi_2(t)$  на рис. 1) і виконується обчислення другого масштабного рядка спектра, і тому подібне.

Як видно на рис. 1, чим точніше локальна особливість сигналу збігається з відповідною функцією вейвлета, тим ефективніше вирізнення цієї особливості на відповідному масштабному рядку вейвлетного спектра. Неважко бачити також, що для сильно стислого вейвлета Хаара характерною добре вилученою локальною особливістю є стрибок сигналу, причому виділяється не тільки стрибок функції, але й напрямок стрибка [4, 5].

Одна з найбільш актуальних задач цифрової обробки сигналів - задача очищення сигналу від шуму. Будь-який практичний сигнал містить не тільки корисну інформацію, але й сліди деяких сторонніх впливів (перешкоди або шум). Модель такого сигналу можна записати в такий спосіб:

$$s(t) = f(t) + \sigma \cdot e(t), \quad (6)$$

де  $f(t)$  – корисний сигнал,  $e(t)$  – шум,  $\sigma$  – рівень шуму,  $s(t)$  – досліджуваний сигнал. У більшості випадків можна припустити, що функція  $e(t)$  описується моделлю білого (гауссовського) шуму, і інформація про перешкоду втримується у високочастотній області спектра сигналу, а корисна інформація – у низькочастотній [5].

Для такої моделі видалення шуму за допомогою вейвлет – перетворення виконується в чотири етапи:

- 1) розкладання сигналу по базису вейвлетів;
- 2) вибір граничного значення шуму для кожного рівня розкладання;
- 3) гранична фільтрація коефіцієнтів деталізації;
- 4) реконструкція сигналу.

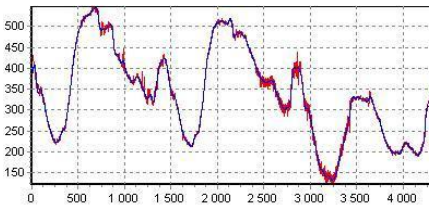
Зі статистичної точки зору така методика являє собою непараметричну оцінку регресійної моделі сигналу з використанням ортогонального базису. Методика щонайкраще працює на досить гладких сигналах, тобто на сигналах, у розкладанні яких лише невелика кількість коефіцієнтів деталізації значно відрізняється від нуля.

Вибір використаного вейвлета та глибини розкладання, у загальному випадку, залежить від властивостей конкретного сигналу. Можна дати лише кілька рекомендацій:

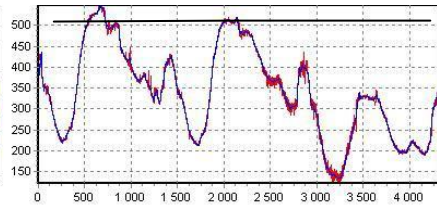
- більш гладкі вейвлети створюють більше гладку апроксимацію сигналу, і навпаки - "короткі" вейвлети краще відслідковують піки апроксимуємої функції;

- глибина розкладання впливає на масштаб деталей, що відсіюються. Інакше кажучи, при збільшенні глибини розкладання модель віднімає шум все більшого рівня, поки не наступить "переукрупнення" масштабу деталей і перетворення почне спотворювати форму вихідного сигналу. Цікаво, що при подальшому збільшенні глибини розкладання перетворення починає формувати згладжену версію вихідного сигналу, тобто відфільтровуються не тільки шум, але й деякі локальні особливості (викиди) вихідного сигналу.

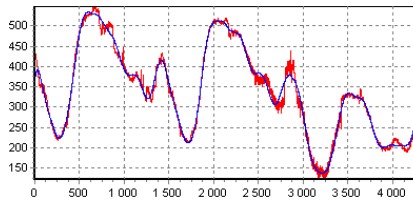
На рис. 2 *а), б), в)* представлені результати обробки.



*а) 7-го порядку*



*б) 2-го порядку*



*в) 9-го порядку*

Рис. 2. Результат очищення зашумленого сигналу за допомогою Добеши

На рис. 2, *а)* показаний результат очищення деякого зашумленого сигналу за допомогою гладкого вейвлета (Добеши 7-го порядку, 5 рівнів розкладання), на рис. 2, *б)* - те ж, але з використанням більш короткого вейвлета (Добеши 2-го порядку, краще відслідковуються піки сигналу), на рис. 2, *в)* - результат "переукрупнення" сигналу (9 рівнів розкладання, згладжуються локальні особливості сигналу).

При виборі порога шуму (етап 2) використовують, як правило, критерії, мінімізуючи квадратичну функцію втрат для обраної моделі шуму. Існує множина таких критеріїв. Як приклад приведемо вираження для так названого "універсального" критерію, що цілком підходить для моделі

гауссовського шуму з математичним очікуванням 0 та дисперсією 1:

$$\theta = \sqrt{2 \ln(n)}, \quad (7)$$

де  $n$  – довжина вибірки,  
 $\theta$  – граничне значення.

Якщо рівень шуму  $\sigma$  (для гауссовського розподілу – це середньоквадратичне відхилення) відрізняється від одиниці, то значення порогу повинне бути масштабоване на таку ж саме величину.

Іншим корисним додатком вейвлет - аналізу є стиск інформації. Принцип роботи алгоритмів арифметичного й статистичного стиску ґрунтується на підвищенні ентропії сигналу, тобто виключенні надлишкової інформації. Інакше кажучи, чим більше повторюваних значень містить сигнал, тим вище ступінь його стиску. Оскільки для гладких сигналів переважна більшість коефіцієнтів деталізації близькі до нуля, а кількість коефіцієнтів апроксимації експоненціально зменшується з підвищенням глибини розкладання, то стиск вейвлет - розкладання сигналу потенційно більш ефективно, ніж стиск вихідного сигналу.

Слід зазначити, що виходячи з вище назначеного, можна зробити наступні висновки:

- вейвлет - аналіз є на сьогоднішній день однією із самих перспективних технологій аналізу даних, його інструменти знаходять застосування у всіляких сферах медицини;
- вейвлетні перетворення мають практично всі переваги перетворень Фур'є;
- вейвлетні бази можуть бути добре локалізованими як по частоті, так і за часом. При виділенні в сигналах добре локалізованих різномасштабних процесів можна розглядати тільки ті масштабні рівні розкладання, які становлять інтерес;
- вейвлетні бази, на відміну від перетворення Фур'є, мають досить багато різноманітних базових функцій, властивості яких орієнтовані на рішення різних задач. Базисні вейвлети можуть мати й кінцеві, і нескінченні носії, реалізовані функціями різної гладкості.
- недоліком вейвлетних перетворень є їхня відносна складність.

**Список літератури:** 1. *Мурашко В. В., Струтинський А. В.* Электрокардиография. – М.: Медицина. - 1991. – 288с. 2. *Методы исследования сердечно-сосудистой системы.* Под ред. Е. И. Чаусова. М.: Медицина, 1982. 3. *Мащенко Т. Г., Борисенко М. О.* Преимущества использования электродинамической модели миокарда при анализе низкоамплитудных флуктуаций. // Вісник НТУ «ХПІ». Харків. 2010. 4. *Латфуллин І. А.* Вейвлет анализ частотных характеристик ППЖ по грудным отведениям ЭКГ / І. А. Латфуллин, Г. М. Тептин, Л. Э. Мамедова // Тезисы Всероссийского конгресса "Неинвазивная электрокардиология в клинической медицине", Москва, 19-20 квітня 2007 р. 5. *Івашко А. В.* Методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов. Учеб. пособие – Харьков: НТУ «ХПІ» - 2005. – 240с.

Надійшла до редколегії 19.10.2011