

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання індивідуальних завдань
з навчальної дисципліни «Вища математика»
для студентів денної форми навчання
за спеціальністю 101 – «Технології захисту довкілля»

Затверджено редакційно-
видавничою радою університету,
протокол № 1 від 15.02.24 р.

Харків
НТУ «ХП»

2024

Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань з навчальної дисципліни «Вища математика» для студентів денної форми навчання за спеціальністю 101 – «Технології захисту довкілля» / уклад.: Олексенко В. М., Решетнікова С.М. – Харків : НТУ «ХПІ». – 2024. – 36 с.

Укладачі: В. М. Олексенко, С.М. Решетнікова

Рецензент проф. Г.Б. Лінник

Кафедра комп'ютерної математики і аналізу даних

ВСТУП

Курс вищої математики відіграє важливу роль у підготовці майбутніх фахівців за спеціальністю 101 – «Технології захисту довкілля». Значне місце посідає самостійна робота студентів – діяльність студентів у процесі навчання, яка здійснюється під керівництвом викладача, але без його безпосередньої участі. Вона розглядається в контексті самоосвіти, самовдосконалення, самоствердження, а тому розвиває спостережливість, ініціативність, стимулює творчий підхід до розв'язання задач.

Одним з елементів самостійної роботи є виконання індивідуальних завдань студентами. Розроблені завдання систематизовані за основними темами навчальної програми. Для успішного їх розв'язання студентам радимо:

- 1). Ознайомитися з програмою курсу, списком рекомендованої літератури.
- 2). Вивчити матеріал за темами, запропонований у навчальних посібниках зі списку літератури.
- 3). Перейти до розв'язання задач.

Запропоновані завдання можна з успіхом використовувати для контрольних робіт. Вони упорядковані так, щоб викладач міг застосувати їх за різних форм організації самостійної роботи студентів: індивідуальною, фронтальною, колективною, груповою.

Номер варіанта визначається викладачем. Для студентів денної форми навчання варіант зручно встановити за числом, яке стоїть біля прізвища студента в журналі групи на момент видачі завдання.

Модуль 1. Елементи лінійної алгебри

Завдання 1. Розв'язати систему лінійних рівнянь

а) методом Крамера;

б) методом Гауса.

Варіанти завдання 1

$$1. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 4x_1 - 3x_2 = 7. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 6, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 2, \\ x_2 - 2x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 - 3x_2 = -5. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 = -3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 - x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 11. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 \mid x_2 \quad x_3 = 1. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 \quad 2x_2 \mid x_3 = 2. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Модуль 2. Елементи математичного аналізу

Завдання 1. Знайти границі

Варіанти завдання 1

1. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{x-1}$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{8x+\sqrt{x}}$

в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$

г) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-1}-3}{x-10}$

д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{3x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \operatorname{arctg} x}{\operatorname{tg} 5x \cdot \arcsin 2x}$

2. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{3x-1}$

б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x-3}{5x+2}$

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$

г) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{16-x^2}$

д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^x$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{arctg} 5x}{\sin 2x \cdot \arcsin 9x}$

3. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{5x+2}$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+4x-1}{3x^3+x+2}$

в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x-2}{x^3+1}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{3x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x}-1}{4 \operatorname{arctg} 5x}$

4. а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+5}{3x-1}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+1}{4x^4+2x^2-5}$

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1+3x}-1}$

д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x-1}{4x+1} \right)^{2x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \ln(1+3x)}{\arcsin^2 4x}$

$$5. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+2}{2x-3}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1}$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3}{x^2 - 4} \right)^{2x^2}$$

$$6. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x-4}{9x^4+5}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 8x + 12}$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+5}{3x-1} \right)^{6x}$$

$$7. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x+3}{3x-4}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 8}$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{7x+1}{7x-3} \right)^x$$

$$8. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{4x-8}{3x+5}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{8x-3}{8x+1} \right)^x$$

$$9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{2x-7}{3x+1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 9x + 18}{x^4 - 81}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x + 1}{3x^2 + 2x + 7}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arcsin 3x} - 1}{\operatorname{tg} 2x \cdot \cos 4x}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 2x^2 + 3}{9x^4 + 5}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x} - x}{x - 4}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\operatorname{arctg}^2 6x}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 5x^2 - 7}{8x^4 + 3x^2 + 7}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{7x} - x}{x - 7}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 2x}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 5x^2 + 1}{3x^3 + 8}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x \cdot \operatorname{tg} 2x}{1 - \cos 8x}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^8 + x^6 + x^4 + 2x^2 + 1}{4x^8 + 2012}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2 - \sqrt{x+2}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{9x-4}{9x+1} \right)^x & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 9x \cdot \operatorname{tg} 2x}{\ln(1 + \sin 3x) \cdot \operatorname{arctg} 4x} \\ \\ 10. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 10} \frac{3+2x}{3x-17} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 + 10}{5x^4 + 11} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^3 - 1} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - 1}{16 - x^2} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{10x-7}{10x+1} \right)^x & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x) \cdot \sin^2 5x}{\arcsin 10x \cdot \operatorname{tg}^2 3x} \\ \\ 11. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-3}{2x+5} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x^2 + 2}{5x^2 + 3} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 + 5x - 14} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{3x^2} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{11x-4}{11x-1} \right)^x & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 1x \cdot \ln(1+2x)}{\sin 5x \cdot \arcsin 4x} \\ \\ 12. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 12} \frac{2x-2}{3x+1} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 + x^4 + 5x^2 + 7}{2x^6 + x^2 + 3} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x^2 - 10x - 15}{x^3 - 17x + 24} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+4} - 2} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2x+3}{x+2} \right)^{\frac{x}{x-1}} & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot (e^{3x} - 1)}{\operatorname{tg} 4x \cdot \arcsin 6x} \\ \\ 13. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 13} \frac{x-5}{2x-7} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + 5x - 1}{5x^3 + 2x^2 + x + 4} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4x - 12} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - \sqrt{9}}{x} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-3} \right)^{3x} & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 3x}{(e^{4x} - 1) \sin 6x} \\ \\ 14. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 14} \frac{x-10}{x+1} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 + 2x^2 + 1}{7x^5 - 12} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{3x^2 - 5x - 12} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}} & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 14x \cdot \sin 7x}{\arcsin^2 7x} \\ 15. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 15} \frac{x-2}{x+2} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^3 + 5} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 12x + 20} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow 3} (2x-5)^{\frac{1}{x-3}} & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\operatorname{tg} 4x \cdot \ln(1+3x)} \\ 16. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 16} \frac{x-3}{x+4} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x + 4}{5x^2 + 3} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^3 - 2x + 4} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{1-\sqrt{x}} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+3x^4)^{\frac{1}{\sin^2 x}} & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{\arcsin 4x(e^{5x} - 1)} \\ 17. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 17} \frac{x-7}{x+3} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 1}{3x^2 - 17} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{3x^2 + x - 2} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 - \sqrt{x+4}} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg}^2 x} & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 6x}{1 - \cos 2x} \\ 18. \text{а) } \lim_{x \rightarrow 18} \frac{x-8}{x+2} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 18x^2 + 7}{5x^4 - 18} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^3 - 5x + 12} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x} \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{3x-2} \right)^{\frac{1}{x-1}} & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \ln(1+3x)}{1 - \cos 3x} \end{array}$$

$$19.a) \lim_{x \rightarrow 19} \frac{x-9}{x+1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{3x^2 - 2x - 16}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$20.a) \lim_{x \rightarrow 20} \frac{x-1}{x+3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2 - 25}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x^3 + 2}{5x^3} \right)^{\sqrt{x}}$$

$$21.a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+7}{2x-1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2 - 16}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2x+3}{x+2} \right)^{\frac{3}{x+1}}$$

$$22.a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+11}{3x-4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 4} (2x-7)^{\frac{1}{x-4}}$$

$$23.a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-1}{2x+1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 4x - 19}{5x^2 + 7x - 10}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x^2 - 3x + 2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \operatorname{tg} 2x}{e^x \operatorname{arctg} 4x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 5}{5x^2 + x + 20}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x+1}{x+2} \right)^{2x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{\sqrt{2x-1} - 1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 2x + 21}{x^3 + 3x + 21}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^{\frac{5x}{3x-2}}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg} 4(x-2)}{\ln((x-2)+1)}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x + 22}{7x^2 - 22}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x+4}{2x-1} \right)^{\frac{x-1}{2x+1}}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(\sqrt{x+4} - 2)}{\operatorname{tg}(x^2 - 4x)}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{23x^2 + 11}{3x^2 - 23}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{x^2-36}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2x+1}{3x-1} \right)^{\frac{3x}{4x+5}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x-3}{5x+1} \right)^{2x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-5x+4} - 1}{\sqrt{x-1}}$$

$$24.a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+3}{3x-7}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{24x^2+7x-11}{6x^2-5}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3x}{x^2-9}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x^2-9}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+11}{x-7} \right)^x$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \operatorname{tg} 5x}{\sin 7x \cdot \arcsin 11x}$$

$$25.a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-5}{x+5}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+25x+1}{3x^2-25}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{x-1}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+1}{7x-3} \right)^{3x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3} \right)^{3x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^{x-4} - 1}{x^2-16}$$

$$26.a) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x-8}{x+4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-26}{3x^3+x+26}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4x+4}{x-2}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{2x-9}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{6x+1}{6x-1} \right)^x$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x}-1) \cdot \sin 3x}{1-\cos 3x}$$

$$27.a) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x+5}{x-5}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2+5x+27}{9x^2-27}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+3}{x-3}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{x+1}{2x-3} \right)^{\frac{2x}{7}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+4}{x+9} \right)^x$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x(e^{2x}-1)}{1-\cos 2x}$$

$$28.а) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-3}{2x+9}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+16}{5x^2-28}$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-8x+16}{x^2-4x}$$

$$г) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2x+3}{3x+1} \right)^{\frac{2x^2}{3x-1}}$$

$$д) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-3}{2x+11} \right)^x$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 7x}{1-\cos 5x}$$

$$29.а) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x+1}{2x+1}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+29}{x^2-29}$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2+12x+36}{x^2-6x}$$

$$г) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{3x-1}{2x+3} \right)^{\frac{x^2}{3+x}}$$

$$д) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-7}{x+6} \right)^x$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg}^2 5x}{1-\cos 10x}$$

$$30.а) \lim_{x \rightarrow 30} \frac{x-20}{2x-15}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+x^2-30}{5x^4+x^2+30}$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2-14x+79}{x-7}$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{6x}$$

$$д) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-1}{3x+4} \right)^x$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x (2^{\sin x} - 1)}{1-\cos 4x}$$

Завдання 2. Дослідити на неперервність функцію

Варіанти завдання 2

$$1. y = \frac{2x}{x^3-8}$$

$$2. y = \frac{x^2}{x^3+8}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 1, \\ x^2 + 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 2, \\ 3x - 5, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 3, \\ 4x - 2, & x \geq 3. \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & x \leq 1, \\ 4x^2 + 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$7. y = \frac{3}{x^2-4}$$

$$8. y = \frac{5}{x^2-25}$$

9. $f(x) = \begin{cases} 5x - 2, & x \leq 2, \\ 3x + 2, & x > 2. \end{cases}$
10. $f(x) = \begin{cases} 4x - 3, & x \geq 3, \\ x^2, & x < 3. \end{cases}$
11. $f(x) = \begin{cases} 6x - 5, & x < 1, \\ x^2, & x \geq 1. \end{cases}$
12. $f(x) = \begin{cases} 3x^4 - 4, & x \leq 2, \\ 4x, & x > 2. \end{cases}$
13. $y = \frac{x^2 + 4}{\sqrt{x^2 - 36}}$
14. $y = \frac{x^2 - 3}{\sqrt{x^2 - 16}}$
15. $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 4, \\ 2x - 2, & x \geq 4. \end{cases}$
16. $f(x) = \begin{cases} 3x + 4, & x < 1, \\ x^2 + 5, & x > 1. \end{cases}$
17. $f(x) = \begin{cases} x^3 - 7, & x < 3, \\ 5x + 5, & x \geq 3. \end{cases}$
18. $f(x) = \begin{cases} 6x - 5, & x < 1, \\ x^2, & x \geq 1. \end{cases}$
19. $y = \frac{5}{x^2 + 2x + 1}$
20. $y = \frac{4}{x^2 + 4x + 4}$
21. $f(x) = \begin{cases} 3x + 4, & x < -1, \\ 2x^2 - 1, & x \geq -1. \end{cases}$
22. $f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x \leq -2, \\ x^2 - 3, & x > -2. \end{cases}$
23. $f(x) = \begin{cases} x^3 + 9, & x < -2, \\ 2x^2 + 1, & x \geq -2. \end{cases}$
24. $f(x) = \begin{cases} 5x + 7, & x < -3, \\ 2 - 2x, & x \geq -3. \end{cases}$
25. $y = \frac{3x}{x^2 + 6x + 9}$
26. $y = \frac{2x}{x^2 + 8x + 16}$
27. $f(x) = \begin{cases} 3x - 5, & x < 5, \\ 2x, & x \geq 5. \end{cases}$
28. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 7, & x \leq 2, \\ 3x + 4, & x > 2. \end{cases}$
29. $y = 3^{\frac{1}{x^2 - 9}}$
30. $y = 2^{\frac{1}{x^2 - 4}}$

Завдання 3. Знайти диференціал функції.

Варіанти завдання 3

1. а) $y = 3x^2 + 4 \sin x$

в) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \ln x}$

2. а) $y = 2x^3 - 3 \cos x$

в) $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{2 + \ln x}$

б) $y = \sqrt{x} \cos x$

г) $y = \operatorname{arctg}(x + 3)^2 \cdot e^{\operatorname{ctg} 5x}$

б) $y = \sqrt{x} \sin x$

г) $y = \operatorname{arcctg}(2x - 3)^2 \cdot e^{\operatorname{tg} 4x}$

3. a) $y = 2\sqrt{x} - 5\sin x$
 б) $y = \frac{\ln x}{1 + \operatorname{tg} x}$
4. a) $y = 4\sqrt{x} + 3\cos x$
 б) $y = \frac{\ln x}{1 - \operatorname{ctg} x}$
5. a) $y = 4\arcsin x - 5\sin x$
 б) $y = \frac{x^2 + 3}{2 + \operatorname{ctg} x}$
6. a) $y = 4\arccos x - 6\cos x$
 б) $y = \frac{x^2 - 4}{2 + \operatorname{tg} x}$
7. a) $y = 3\operatorname{arctg} x + 2\operatorname{tg} x$
 б) $y = \frac{x^3 + 3}{1 + \sin x}$
8. a) $y = 4 \ln x - 5\cos x$
 б) $y = \frac{3x^2 - 4}{\sqrt{x} + 1}$
9. a) $y = 3\ln x + 2^x$
 б) $y = \frac{3 + \sin x}{2 + e^x}$
10. a) $y = 3x^2 + \sin x - 3$
 б) $y = \frac{(x+1)^2}{2 - \sqrt{x}}$
11. a) $y = 2x^3 - 5\cos x + 1$
 б) $y = \frac{(x-2)^2}{2 - \sqrt{x}}$
12. a) $y = 2\sqrt{x} + 3\operatorname{tg} x - 4$
 б) $y = \frac{(x+3)^2}{2 + \sqrt{x}}$
13. a) $y = 4\sqrt{x} + 3\operatorname{ctg} x + 5$
 б) $y = \frac{(x+4)^2}{3 + \sqrt{x}}$
14. a) $y = (x+4)^2 - 5$
 б) $y = x^2 \cos x$
- г) $y = 2\operatorname{ctg}^3 5x \cdot \arcsin(x^2 - 4)$
 б) $y = 3x^2 \sin x$
 г) $y = 2\operatorname{tg}^3 4x \cdot \operatorname{arctg}(x^2 + 5)$
 б) $y = x^2 \operatorname{tg} x$
 г) $y = \arccos^3 5x \cdot e^{3x-4}$
 б) $y = x^2 \operatorname{ctg} x$
 г) $y = \arcsin^3 5x \cdot e^{5x+1}$
 б) $y = x^3 \arcsin x$
 г) $y = \operatorname{arccotg}^3 4x \cdot e^{6x+1}$
 б) $y = 6\sqrt{x} \cdot \sin x$
 г) $y = 2\operatorname{tg}^3(3x-1) \cdot 2^{x-3}$
 б) $y = x^2 \arcsin x$
 г) $y = \operatorname{tg}(4x+5)^2 \cdot \operatorname{arctg}(\sqrt{x}+2)$
 б) $y = x^3 \arccos x$
 г) $y = \operatorname{tg}^3(5x-1) \cdot 2^{x^3+1}$
 б) $y = 2x^3 \operatorname{arctg} x$
 г) $y = \operatorname{tg}^3(6x+1) \cdot 3^{x^3+2}$
 б) $y = (3x+1)\operatorname{tg} x$
 г) $y = \operatorname{ctg}^3(6x+1) \cdot 2^{x^3-2}$
 б) $y = e^x \cos x$
 г) $y = \operatorname{ctg}^3(6x+2) \cdot 3^{x^3-2}$
 б) $y = (3x+1) \cdot \sin x$

- B) $y = \frac{x^2 + 1}{1 - \cos x}$
 15. a) $y = (x + 5)^2 - 3$
 B) $y = \frac{3^x + 1}{1 - \sin x}$
 16. a) $y = (x + \sqrt{3})^2 - 1$
 B) $y = \frac{4 + \ln x}{\operatorname{arctg} x}$
 17. a) $y = (x - \sqrt{5})^3 + 1$
 B) $y = \frac{x + e^x}{1 + x^3}$
 18. a) $y = (x^2 + \sqrt{5})^3 - 1$
 B) $y = \frac{x + \cos x}{1 - x}$
 19. a) $y = (x^2 + \sqrt{3})^2 + 1$
 B) $y = \frac{x^2 + 5}{1 - x^{-1}}$
 20. a) $y = (x + \sqrt{7})^2 - 1$
 B) $y = \frac{x^2 + 4}{2 - x^{-1}}$
 21. a) $y = (x + \sqrt{4})^3 + 5$
 B) $y = \frac{x^2 + 5x - 1}{1 + \sqrt{x}}$
 22. a) $y = x^3 + 2x + 3 \sin x$
 B) $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{1 + 2x}$
 23. a) $y = x^2 + 4x - \sin x$
 B) $y = \frac{x^2 + \cos x}{1 + 3 \operatorname{tg} x}$
 24. a) $y = x^2 - 2x + \cos x$
 B) $y = \frac{\sqrt{x} + x^2}{x - \arcsin x}$
 25. a) $y = x^3 + x - 2 \sin x$
 r) $y = \operatorname{tg}^2 3x \cdot \arcsin 4^{-x}$
 б) $y = (3x + 1) \cos x$
 r) $y = \operatorname{ctg}^2 3x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x + 1}$
 б) $y = (2x + 3) \operatorname{tg} x$
 r) $y = \cos^4 (5x - 1) \cdot \arcsin 5^{-x}$
 б) $y = (4x - 1) \operatorname{ctg} x$
 r) $y = \sin^4 (3x + 5) \cdot \operatorname{arctg} 7^{-x}$
 б) $y = (2x + 1) \sin x$
 r) $y = \sqrt[3]{2x + 1} \cdot \operatorname{arctg} 3^{-x}$
 б) $y = (2x - 7) \cos x$
 r) $y = \sqrt[5]{2x + 1} \arcsin 2^{1-x}$
 б) $y = (3x + 7) \sin x$
 r) $y = \sqrt[5]{x^2 + 1} \cdot \operatorname{tg}^2 (5x - 1)$
 б) $y = (2x - 9) \sin x$
 r) $y = \sqrt[3]{x^2 + 3} \cdot \operatorname{ctg}^3 (9x + 7)$
 б) $y = (2x + 5) \cdot 4^x$
 r) $y = \ln \operatorname{tg} (3x^2 + \sin x)^3$
 б) $y = (2x + 5) \cdot 3^x$
 r) $y = \ln \operatorname{ctg} (3x^2 + \arcsin x)^{-1}$
 б) $y = (3x - 11) \cdot 2^x$
 r) $y = \ln \sin (5x^2 + \operatorname{tg} x)^{-1}$
 б) $y = (3x + 11) \cdot 4^x$

В) $y = \frac{\sqrt{x} + x}{x - \arccos x}$	Г) $y = \ln \cos(x^2 - \operatorname{ctg} x)^{-1}$
26. а) $y = x^4 + 3 \cos x + 1$	Б) $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sin x$
В) $y = \frac{1 - \operatorname{arctg} x}{\sqrt{2} + \arccos x}$	Г) $y = \sqrt{\operatorname{tg} \ln(x^3 + 1)^2}$
27. а) $y = 2 \operatorname{arctg} x - 3 \arccos x$	Б) $y = 2\sqrt{x} \arcsin x$
В) $y = \frac{\sqrt{3} - x^{-1}}{x^2 + 1}$	Г) $y = \sqrt{\operatorname{ctg} \ln(x^3 - 1)^2}$
28. а) $y = 2 \operatorname{actg} x + 3 \arcsin x$	Б) $y = 2\sqrt{x} \arccos x$
В) $y = \frac{\sqrt{5} - x^{-1}}{x^2 - 1}$	Г) $y = e^{x^2} \cdot \operatorname{arctg}(1 + \operatorname{tg} 4x)$
29. а) $y = 3 \arccos x - 4 \operatorname{arctg} x$	Б) $y = 2\sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} x$
В) $y = \frac{11 - 2x}{2^x + 1}$	Г) $y = 5^{x^2} \cdot \arcsin(1 + \cos(x^3 - 1))$
30. а) $y = x^2 + 3x - 4\sqrt{x} + 1$	Б) $y = \sqrt[3]{x^5} \arcsin x$
В) $y = \frac{4 \operatorname{arctg} x}{e^x - 1}$	Г) $y = \cos^3(4x^2 - 1) \cdot \operatorname{tg} \sqrt[5]{x^2 - 1}$

Завдання 4 для варіантів 1-15. Знайти інтервали зростання і спадання функції.

Варіанти завдання 4

1. $y = 3x^2 + 4x + 1$	2. $y = 3x^2 - 4x + 1$
3. $y = 3x^2 + 5x + 1$	4. $y = 3x^2 - 5x - 1$
5. $y = 3x^2 + 6x - 1$	6. $y = 3x^2 - 6x + 2$
7. $y = 4x^2 - x + 3$	8. $y = 4x^2 + x - 3$
9. $y = 5x^2 - 6x + 3$	10. $y = 4x^2 + 2x - 7$
11. $y = -3x^2 + 2x + 5$	12. $y = -5x^2 + 6x - 3$
13. $y = -5x^2 + 3x - 7$	14. $y = 3x^2 - 2x - 15$
15. $y = -5x^2 - 3x - 7$	

Завдання 4 для варіантів 16-30. Дослідити на екстремум функцію.

Варіанти завдання 4

16. $y = 5x^2 + 2x - 1$

17. $y = 5x^2 - 2x + 1$

18. $y = 5x^2 + 3x - 1$

19. $y = 5x^2 - 3x + 1$

20. $y = 5x^2 + 4x - 3$

21. $y = 5x^2 - 4x + 3$

22. $y = 6x^2 + x - 4$

23. $y = 6x^2 - x + 4$

24. $y = 6x^2 + 3x - 7$

25. $y = 6x^2 - 3x + 7$

26. $y = 2x^3 + 5x^2 - 6x + 3$

27. $y = -3x^2 + 4x - 5$

28. $y = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 5$

29. $y = -4x^2 + 5x - 1$

30. $y = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 7$

Завдання 5. Знайти інтеграли.

Варіанти завдання 5

1. а) $\int \frac{(x+4)^2}{x} dx$

б) $\int \frac{2dx}{4x^2 + 4x + 5}$

в) $\int \frac{\sin^2 x}{5 + 3\cos 2x} dx$

г) $\int (x+3)\sin x dx$

2. а) $\int \frac{(x+3)^2}{x} dx$

б) $\int \frac{4dx}{5 - 12x - 9x^2}$

в) $\int \frac{dx}{2 - 3\sin x + \cos x}$

г) $\int (x+3)\cos x dx$

3. а) $\int \frac{(x+2)^2}{x} dx$

б) $\int \frac{3dx}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$

в) $\int \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin x} dx$

г) $\int (x+2)\sin x dx$

4. а) $\int \frac{(x+1)^2}{x} dx$

б) $\int \frac{4dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}$

в) $\int \frac{dx}{5 + 4\sin x}$

г) $\int (x+2)\cos x dx$

5. а) $\int \frac{(x-4)^2}{x} dx$

б) $\int \frac{5dx}{\sqrt{7 - 6x - x^2}}$

в) $\int \frac{\operatorname{tg} x}{\sin^2 x - 5\cos^2 x + 4} dx$

г) $\int (x+1)\sin x dx$

6. a) $\int \frac{(x-3)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{6dx}{x^2 - 3x + 3}$
B) $\int \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x + \cos x} dx$	г) $\int (x+1) \cos x dx$
7. a) $\int \frac{(x-2)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{7dx}{x^2 + 2x + 5}$
B) $\int \frac{3 \operatorname{tg}^2 x - 11 \operatorname{tg} x + 5}{4 - \operatorname{tg} x} dx$	г) $\int (x-1) \sin x dx$
8. a) $\int \frac{(x-1)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{8dx}{x^2 - 2x + 5}$
B) $\int \frac{\cos^2 x}{(1 + \sin x + \cos x)^2} dx$	г) $\int (x-1) \cos x dx$
9. a) $\int \frac{(2x+1)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{9dx}{x^2 - 4x + 8}$
B) $\int \frac{3 \operatorname{tg} x + 4}{2 \sin 2x - 5 \cos 2x + 1} dx$	г) $\int (2x+1) \sin x dx$
10. a) $\int \frac{(2x-1)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{10dx}{x^2 + 4x + 8}$
B) $\int \sin^2 2x dx$	г) $\int (2x+1) \cos x dx$
11. a) $\int \frac{(3x+1)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{11dx}{x^2 + 6x + 13}$
B) $\int \cos^2 2x dx$	г) $\int (2x+1) \cdot e^x dx$
12. a) $\int \frac{(3x-1)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{12dx}{x^2 - 6x + 13}$
B) $\int \frac{1 + \cos 2x}{\cos x} dx$	г) $\int (3x+1) \cdot e^x dx$
13. a) $\int \frac{(3x+2)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{13dx}{x^2 - 4x + 13}$
B) $\int \frac{5dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$	г) $\int (3x-1) \cdot e^x dx$
14. a) $\int \frac{(3x-2)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{14dx}{x^2 + 4x + 13}$
B) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^3 x}} dx$	г) $\int (3x+2) \cdot e^x dx$
15. a) $\int \frac{(4x+1)^2}{x} dx$	б) $\int \frac{dx}{5x^2 + 2x + 1}$

- B) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^5 x}} dx$
16. a) $\int (1 - x^{2/3})^3 dx$
 B) $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$
17. a) $\int (2^{2/3} - x^{2/3})^3 dx$
 B) $\int \frac{2 \sin x - 2 \cos x}{\sin x + \cos x} dx$
18. a) $\int \frac{x dx}{x+1}$
 B) $\int \cos^2 3x dx$
19. a) $\int \frac{x dx}{x+2}$
 B) $\int \sin^2 3x dx$
20. a) $\int \frac{x dx}{x-3}$
 B) $\int \cos^2 5x dx$
21. a) $\int \frac{2x dx}{2x+5}$
 B) $\int \sin^2 5x dx$
22. a) $\int \frac{x dx}{3x-7}$
 B) $\int \sin 7x \cos 3x dx$
23. a) $\int \frac{e^x dx}{e^x+1}$
 B) $\int \sin 6x \cdot \cos 3x dx$
24. a) $\int \frac{e^x dx}{e^x+3}$
 B) $\int \sin 5x \cdot \cos 3x dx$
25. a) $\int e^x (2^x + 3^x) dx$
 B) $\int \sin 6x \cdot \sin 4x dx$
26. a) $\int \frac{dx}{\sqrt{4+3x^2}}$
- Г) $\int (3x-2) \cdot e^x dx$
- б) $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$
- Г) $\int x \ln x dx$
- б) $\int 3x^2 \sqrt[3]{1+x^3} dx$
- Г) $\int x^2 \ln x dx$
- б) $\int \frac{4x dx}{3-2x^2}$
- Г) $\int x^3 \ln x dx$
- б) $\int \frac{x dx}{x^2-3}$
- Г) $\int x^4 \ln x dx$
- б) $\int \frac{x dx}{x^2-9}$
- Г) $\int x^5 \ln x dx$
- б) $\int \frac{2x dx}{x^2+7}$
- Г) $\int (x+1) \ln x dx$
- б) $\int \frac{x dx}{(1+x^2)^2}$
- Г) $\int (x-1) \ln x dx$
- б) $\int \frac{x dx}{4+x^4}$
- Г) $\int (x-2) \ln x dx$
- б) $\int \frac{x^3 dx}{x^8-2}$
- Г) $\int (x+2) \ln x dx$
- б) $\int \frac{dx}{2\sqrt{x(x+1)}}$
- Г) $\int (x+3) \ln x dx$
- б) $\int x e^{-x^2} dx$

	В) $\int \cos 6x \cdot \cos 4x dx$	Г) $\int (x+1) 2^x dx$
27. а)	$\int \frac{dx}{\sqrt{4-3x^2}}$	Б) $\int \frac{\ln^2 x}{4x} dx$
	В) $\int \sin 5x \cdot \sin 4x dx$	Г) $\int (x-1) 2^x dx$
28. а)	$\int \frac{3 dx}{5-4x^2}$	Б) $\int \frac{4 dx}{x \ln x}$
	В) $\int \cos 5x \cdot \cos 4x dx$	Г) $\int (x+1) 3^x dx$
29. а)	$\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-16}}$	Б) $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$
	В) $\int \sin 6x \cdot \cos 5x dx$	Г) $\int (x-1) 3^x dx$
30. а)	$\int \frac{4 dx}{5x^2+9}$	Б) $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
	В) $\int \frac{dx}{\sin x + 3 \cos x}$	Г) $\int x \cos 2x dx$

Завдання 6. Обчислити інтеграли.

Варіанти завдання 6

1. а)	$\int_0^{\pi} (3x^2 + \sin 2x) dx$	Б) $\int_1^e x \ln x dx$
2. а)	$\int_0^{\pi} (3x^2 + \cos 2x) dx$	Б) $\int_1^e x^2 \ln x dx$
3. а)	$\int_0^{\pi} \left(2x + \sin \frac{x}{2} \right) dx$	Б) $\int_1^e x^3 \ln x dx$
4. а)	$\int_0^{\pi} \left(2x + \cos \frac{x}{2} \right) dx$	Б) $\int_2^3 x 2^x dx$
5. а)	$\int_0^{\pi/2} (2x^3 - \sin 2x) dx$	Б) $\int_2^3 x 3^x dx$
6. а)	$\int_0^{\pi/2} (2x^3 - \cos 2x) dx$	Б) $\int_2^4 x 4^x dx$

$$7. \text{ a) } \int_0^{\pi/2} \left(4x^3 - \sin \frac{x}{2} \right) dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 x e^x dx$$

$$8. \text{ a) } \int_0^{\pi/2} \left(4x^3 - \cos \frac{x}{2} \right) dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 x e^{x+1} dx$$

$$9. \text{ a) } \int_0^{\pi/3} (2^x + \cos 3x) dx$$

$$\text{б) } \int_1^2 3 \ln x dx$$

$$10. \text{ a) } \int_0^{\pi/3} (e^x + \sin 3x) dx$$

$$\text{б) } \int_2^3 x 2^{x+1} dx$$

$$11. \text{ a) } \int_0^{\pi/3} (4x - 3 \cos 3x) dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 x e^{x+2} dx$$

$$12. \text{ a) } \int_0^{\pi/3} (2x - 3 \sin 3x) dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 (x+1) \cdot e^x dx$$

$$13. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} (6x^2 + \sin 4x) dx$$

$$\text{б) } \int_2^3 x 3^{x+1} dx$$

$$14. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} (6x^2 - \cos 4x) dx$$

$$\text{б) } \int_2^4 x 4^{x+1} dx$$

$$15. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} (4x^3 - \sin 4x) dx$$

$$\text{б) } \int_1^4 \sqrt{x} \cdot \ln x dx$$

$$16. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} (4x^3 + \cos 4x) dx$$

$$\text{б) } \int_1^8 \sqrt[3]{x} \cdot \ln x dx$$

$$17. \text{ a) } \int_0^{\pi/6} (3x - \cos 6x) dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi} x \sin x dx$$

$$18. \text{ a) } \int_0^{\pi/6} (3x + \cos 6x) dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi} x \cos x dx$$

$$19. \text{ a) } \int_0^{\pi/6} (6x^2 - \sin 6x) dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi/2} 3x \sin x dx$$

$$20. \text{ a) } \int_0^{\pi/6} (9x^2 + \sin 6x) dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi/2} 3x \cos x dx$$

$$21. \text{ a) } \int_{\pi/6}^{\pi/4} \left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sin^2 2x} \right) dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi} x \cos 2x dx$$

$$22. \text{ a) } \int_0^1 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{4x^2 + 3} \right) dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$$

$$23. \text{ a) } \int_0^1 \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{9x^2 + 4} \right) dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \cos x}$$

$$24. \text{ a) } \int_0^1 \left(\sqrt[5]{x} - \frac{1}{4x^2 + 9} \right) dx$$

$$\text{б) } \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$$

$$25. \text{ a) } \int_0^1 \left(e^{2x} + \frac{1}{\sqrt{9 - 4x^2}} \right) dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 \frac{\arctg x}{1 + x^2} dx$$

$$26. \text{ a) } \int_2^3 (3x + 3^{2x}) dx$$

$$\text{б) } \int_2^e \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$27. \text{ a) } \int_2^4 (4x + 4^{2x}) dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$28. \text{ a) } \int_2^5 (5x + 5^{2x}) dx$$

$$\text{б) } \int_0^1 \frac{\arccos x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$29. \text{ a) } \int_2^6 (\sqrt{x} + 6^{2x}) dx$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi/4} (x + 1) \sin x dx$$

$$30. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} (3e^x + \sin 2x) dx$$

$$\text{б) } \int_{1/2}^1 x \ln 2x dx$$

Розв'язання типових задач
Модуль 1. Елементи лінійної алгебри

Задача 1. Розв'язати методом Крамера систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

Розв'язання.

Знайдемо визначник матриці системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (1-1) - (-2-3) + (2+3) = 10.$$

Система має єдиний розв'язок, бо $\Delta \neq 0$. Згідно методу Крамера невідомі системи обчислюють за формулами:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

де визначники $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ одержують з Δ заміною відповідно першого, другого, третього стовпця стовпцем вільних членів.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 6(1-1) - (-3-2) + (3+2) = 10.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (-3-2) - 6(-2-3) + (4-9) = 20.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (-2-3) - (4-9) + 6(2+3) = 30.$$

Отже,

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{10}{10} = 1, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{20}{10} = 2, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{30}{10} = 3.$$

Відповідь: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$.

Задача 2. Розв'язати методом Гауса систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

Розв'язання.

Випишемо розширену матрицю заданої системи:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right).$$

Застосуємо елементарні перетворення рядків матриці. Помножимо перший рядок (кожний елемент рядка) матриці на (-2) і додамо до другого (до відповідних елементів другого) рядка, потім помножимо перший рядок на (-3) і додамо до третього рядка, одержимо

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & -1 & -9 \\ 0 & -2 & -4 & -16 \end{array} \right).$$

Помножимо другий рядок на $\left(-\frac{2}{3}\right)$ і додамо до третього рядка,

одержимо

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & -1 & -9 \\ 0 & 0 & -\frac{10}{3} & -10 \end{array} \right).$$

Здійснимо зворотній хід. Запишемо систему, яка відповідає останній матриці:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ -3x_2 - x_3 = -9, \\ -\frac{10}{3}x_3 = -10. \end{cases}$$

З останнього рівняння одержаної системи маємо $x_3 = 3$. Підставимо значення $x_3 = 3$ у передостаннє рівняння і виразимо з нього x_2 :

$$-3x_2 - 3 = -9 \Rightarrow 3x_2 = 6 \Rightarrow x_2 = 2.$$

Аналогічно знайдемо x_1 :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6 \Rightarrow x_1 + 2 + 3 = 6 \Rightarrow x_1 = 6 - 5 \Rightarrow x_1 = 1.$$

Отже, задана система має єдиний розв'язок

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 3.$$

Відповідь: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$.

Розв'язання типових задач

Модуль 2. Елементи математичного аналізу

Задача 1. Знайти границю

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+20}{20x-31}$$

Розв'язання. З основних теорем про границі випливає, що задача зводиться до заміни x на число 3. Отже,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+20}{20x-31} = \frac{3+20}{60-31} = \frac{23}{29}.$$

Відповідь: $\frac{23}{29}$.

Задача 2. Знайти границю

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-11x+10}.$$

Розв'язання. Границі чисельника і знаменника дорівнюють нулю, тому застосовувати теорему про границю частки не можна. Розкладемо чисельник і знаменник на множники і скоротимо на спільний множник $(x-1)$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-11x+10} = \left\| \frac{0}{0} \right\| = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-10)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-10} = -\frac{2}{9}.$$

Відповідь: $-\frac{2}{9}$.

Задача 3. Знайти границю

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{30x^2+701}{5x^2+30x+91}.$$

Розв'язання. З основних теорем про границі випливає, що

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{30x^2+701}{5x^2+30x+91} = \left\| \frac{\infty}{\infty} \right\| = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{30x^2}{5x^2} = 6.$$

Відповідь: 6.

Задача 4. Знайти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 15x \arcsin 2x}{\sin 3x \ln(1+5x)}$.

Розв'язання. Границі чисельника і знаменника дорівнюють нулю. Для розв'язування такого типу задач задані функції замінюють еквівалентними.

Отже,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 15x \arcsin 2x}{\sin 3x \ln(1+5x)} = \left\| \frac{0}{0} \right\| = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{15x \cdot 2x}{3x \cdot 5x} = 2.$$

Відповідь: 2.

Задача 5. Знайти границю

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{30x+1}{15x+1} \right)^x.$$

Розв'язання.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{30x+1}{15x+1} \right)^x = \left\| \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{30x+1}{15x+1} = \left\| \frac{+\infty}{+\infty} \right\| = \frac{30}{15} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \end{array} \right\| = \left\| (2)^{+\infty} \right\| = +\infty.$$

Відповідь: $+\infty$.

Задача 6. Знайти границю

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{100x+1}{100x-1} \right)^x.$$

Розв'язання. У прикладах з невизначеністю $\left\| 1^{+\infty} \right\|$ застосовують другу визначну границю:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e.$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{100x+1}{100x-1} \right)^x &= \left\| \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100x+1}{100x-1} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \end{array} \right\| = \left\| 1^{+\infty} \right\| = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{100x+1}{100x-1} - 1 \right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{100x+1 - (100x-1)}{100x-1} \right)^x \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{100x-1} \right)^x = \end{aligned}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{100x-1} \cdot x} = e^{0,02}.$$

Відповідь: $e^{0,02}$.

Задача 7. Дослідити на неперервність функцію

$$f(x) = \frac{2x}{x^3 - 64}.$$

Розв'язання. Очевидно, що ОДЗ: $x \neq 4$. Не існує значень функції в точці $x = 4$. Зауважимо, що не існує скінченних односторонніх границь заданої функції у точці $x = 4$, що вказує на розрив другого роду.

Нехай x_0 – довільне дійсне число, крім 4.

Тоді, очевидно, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, що доводить неперервність функції

$f(x)$ при $x \neq 4$.

Отже, задана функція $f(x)$ неперервна на всій числовій осі, крім точки $x = 4$, у якій має розрив другого роду.

Дослідження закінчено.

Задача 8. Знайти диференціал функції $y = (2x + 1)^3 \sin 17x$.

Розв'язання. Спочатку знайдемо похідну функції у довільній точці:

$$y' = ((2x + 1)^3)' \sin 17x + (2x + 1)^3 (\sin 17x)' = 6(2x + 1)^2 \sin 17x + 17(2x + 1)^3 \cos 17x$$

Відомо, що диференціал dy диференційованої у точці x функції $y = f(x)$ знаходиться за формулою $dy = y'dx$, або $dy = f'(x)dx$.

Отже,

$$dy = (6(2x + 1)^2 \sin 17x + 17(2x + 1)^3 \cos 17x)dx.$$

Відповідь: $dy = (6(2x + 1)^2 \sin 17x + 17(2x + 1)^3 \cos 17x)dx$.

Задача 9. Знайти інтервали зростання і спадання функції $f(x) = x^2 + 2023$.

Розв'язання. Відомо, що функції, які зростають або спадають на інтервалі називаються монотонними на цьому інтервалі. Згідно правила дослідження

функцій на монотонність, спочатку знаходять точки з області визначення, у яких похідна функції дорівнює нулю або не існує (критичні точки). Критичні точки розбивають область визначення $D(f)$ функції $f(x)$ на інтервали, на кожному з яких $f'(x)$ зберігає знак. Потім досліджують знак $f'(x)$ на кожному з цих інтервалів. Якщо $f'(x) > 0$ ($f'(x) < 0$), то на цьому інтервалі функція зростає (спадає).

Знаходимо критичні точки заданої функції $f(x) = x^2 + 2023$ яка визначена $\forall x \in \mathbb{R}$.

Похідна $f'(x) = (x^2 + 2023)' = 2x$ існує в області визначення $D(f) = \mathbb{R}$, причому $f'(x) = 2x = 0$ тоді і тільки тоді, коли $x = 0$. Таким чином, $x = 0$ – критична точка, яка розбиває числову вісь на два інтервали: $(-\infty, 0)$ і $(0, +\infty)$.

Розглянемо будь-яку точку, наприклад $x = -1$, з першого інтервалу і знайдемо значення $f'(-1)$ похідної у цій точці, одержимо

$$f'(-1) = -2 < 0.$$

Отже, на інтервалі $(-\infty, 0)$ задана функція спадає.

Розглянемо будь-яку точку, наприклад $x = 1$, з інтервалу $(0, +\infty)$ і знайдемо значення $f'(1)$ похідної у цій точці, одержимо

$$f'(1) = 2 > 0.$$

Отже, на інтервалі $(0, +\infty)$ задана функція зростає.

Відповідь: функція $f(x) = x^2 + 2023$ спадає на інтервалі $(-\infty, 0)$ і зростає на інтервалі $(0, +\infty)$.

Задача 10. Знайти $\int (6x^2 + \sqrt{x}) dx$.

Розв'язання. Згідно з властивостями невизначеного інтеграла, маємо

$$\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx.$$

За таблицею інтегралів, одержуємо

$$\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c.$$

Звідси

$$\int (6x^2 + \sqrt{x}) dx = \int 6x^2 dx + \int \sqrt{x} dx = 2x^3 + \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c.$$

Відповідь: $2x^3 + \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$, де c – константа.

Задача 11. Знайти $\int \frac{x^4 dx}{x^5+18}$.

Розв'язання. $(x^5)' = 5x^4$, $(x^5 + 18)' = 5x^4$, $d(x^5 + 18) = 5x^4 dx$.

Звідси, якщо «внесемо під знак диференціала» x^4 , одержимо

$$x^4 dx = \frac{1}{5} d(x^5 + 18).$$

Отже,

$$\int \frac{x^4 dx}{x^5+18} = \int \frac{\frac{1}{5} d(x^5+18)}{x^5+18} = \frac{1}{5} \int \frac{d(x^5+18)}{x^5+18} = \frac{1}{5} \ln|x^5 + 18| + c.$$

Відповідь: $\frac{1}{5} \ln|x^5 + 18| + c$, де c – константа.

Задача 12. Знайти $\int x^2 \sin x dx$.

Розв'язання. Застосовуємо двічі формулу інтегрування частинами, одержимо

$$\begin{aligned} \int x^2 \sin x dx &= \left\| \begin{array}{l} u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx \\ dv = \sin x dx \Rightarrow v = -\cos x \end{array} \right\| = \\ &= -x^2 \cos x - \int (-\cos x) 2x dx = \\ &= -x^2 \cos x + \int 2x \cos x dx = \\ &= \left\| \begin{array}{l} u = 2x \Rightarrow du = 2 dx \\ dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x \end{array} \right\| = -x^2 \cos x + 2x \sin x - \int 2 \sin x dx = \\ &= -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c. \end{aligned}$$

Відповідь: $-x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c$, де c – константа.

Задача 13. Обчислити $\int_{-1}^1 6x^2 dx$.

Розв'язання. Для неперервної функції $f(x)$ на $[a, b]$ має місце формула Ньютона-Лейбніця:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a),$$

де $F(x)$ – будь яка первісна функції $f(x)$ на $[a, b]$.

Очевидно, що $f(x) = 6x^2$ неперервна функція на $[-1, 1]$, а $F(x) = 2x^3$ – її первісна.

Звідси

$$\int_{-1}^1 6x^2 dx = 6 \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = 2(1^3 - (-1)^3) = 4.$$

Відповідь: 4.

Додаток 1

Таблиця похідних

1. $c' = 0$, $c = const$;

8. $(\cos x)' = -\sin x$;

2. $(x^n)' = n x^{n-1}$, $n \in \mathbb{R}$;

9. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$;

3. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $x > 0$;

10. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$;

4. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, $a > 0$, $a \neq 1$;

11. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $|x| < 1$;

5. $(a^x)' = a^x \ln a$, $a > 0$, $a \neq 1$;

12. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $|x| < 1$;

6. $(e^x)' = e^x$;

13. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$;

7. $(\sin x)' = \cos x$;

14. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$.

Додаток 2

Таблиця інтегралів

- | | |
|--|---|
| 1. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c; (\alpha \neq -1);$ | 7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}x + c;$ |
| 2. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + c;$ | 8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg}x + c;$ |
| 3. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c; a > 0, a \neq 1;$ | 9. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c;$ |
| 4. $\int e^x dx = e^x + c;$ | 10. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + c; x < a $ |
| 5. $\int \cos x dx = \sin x + c;$ | 11. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + c;$ |
| 6. $\int \sin x dx = -\cos x + c;$ | 12. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 + a} \right + c;$ |

де c – константа.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дзядик В. К. Математичний аналіз: підручник для матем. спец. ун-тів : у 2 т. / В.К.Дзядик. – Київ: Вища школа, 1995. – Т. 1. – 495 с.
2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз: підруч. для вузів: у 2 ч. / А.Я. Дороговцев. – Київ: Либідь, 1993. – Ч. 1. – 320 с.
3. Збірник розрахунково-графічних завдань з вищої математики у 2-х частинах / За ред. Чікіної Н.О. – Ч.1. – Х.: Підручник НТУ «ХП», 2012. – 224с.
http://repository.kpi.kharkov.ua/bitstream/KhPIPress/17443/1/Chikina_Zbirnyk_rozrahunkovo_Ch_1_2012.pdf
4. Корольський В. В. Математичний аналіз. Вступний курс (на підтримку самостійної роботи студентів): навч. посібник / В.В. Корольський. – Кривий Ріг: друкарня СПД Щербенюк С. Г., 2012. – 248 с.
5. Корольський В. В. Математичний аналіз. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної: навч. Посібник / В.В. Корольський. – Кривий Ріг: КП ДВНЗ «КНУ», 2013. – 398 с.
6. Ляшко И. И. Математичний аналіз у прикладах і задачах: в 2 ч. / Ляшко И. И., Боярчук А. К., Головач Г. П. – Київ : Вища школа, 1974. – Ч. 1. – 680 с.
7. Олексенко В.М. Вища математика в задачах: навч. посібник / В.М. Олексенко. – Х.: ХНАУ, 2013. – 76.
8. Олексенко В.М. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: підруч. / В.М. Олексенко. - Харків: НТУ "ХП", 2006. - 372 с.
9. Шкіль М.І. Вища математика, 2 ч. / Шкіль М.І., Колеснік Т.В. – Київ: Вища школа, 1984.
10. Шкіль М. І. Математичний аналіз: підручник: у 2 ч. / М.І. Шкіль. – Вид. 3-тє, переробл. і допов. – Київ: Вища школа, 2005. – Ч. 1. – 447 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань з навчальної дисципліни «Вища математика» для студентів денної форми навчання за спеціальністю 101 – «Технології захисту довкілля»

Укладачі:

ОЛЕКСЕНКО Вячеслав Михайлович
РЕШЕТНИКОВА Світлана Миколаївна

Відповідальний за випуск	проф. Ахієзер О.Б.
Роботу до видання рекомендував	проф. Безменов М.І.

В авторській редакції

План 2024 р., поз. 145.

Підп. до друку 2024. Гарнитура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 1,5.

Видавничий центр НТУ «ХП»,
вул. Кирпичова, 2, м. Харків, 61002
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 5478 від 21.08.2017 р.

Електронне видання