

**Ж.А. КИРЕЕВА**, к-т. техн. наук; доц. НТУ «ХПИ»  
**В.А. КИРЕЕВ**, к-т. техн. наук; доц. НАКУ «ХАИ»  
**М.А. КРАВЧЕНКО**, студент НАКУ «ХАИ»

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Розглянуто спосіб аналізу стійкості лінійних систем по рівняннях змінних стану без побудови характеристичного полінома. Приводиться алгоритм програми побудови перехідних процесів, реалізований на конкретному прикладі.

The method of the analysis of linear systems on managements of variables of a condition without construction of a characteristic polynom is considered. The algorithm of the program of construction of the transients, realized on a concrete example is resulted.

**Введение.** Устойчивость систем управления важнейшее условие их работоспособности. Она обеспечивает принципиальную возможность прихода системы в некоторое установившееся состояния при любом внешнем возмущении. Необходимо, чтобы переходные процессы в системе быстро затухали, а возможные колебания вокруг установившегося состояния были невелики.

Известны ряд критериев для определения устойчивости работы системы управления. Особый интерес представляют методы, ориентированные на использование ЭВМ.

**Основная часть.** Динамика систем управления описывается дифференциальными уравнениями [1]

$$\dot{x} = F(t) \cdot x + G(t) \cdot w(t) + C(t) \cdot u(t), \quad (1)$$

где  $x(t)$  -  $n$  - вектор, называемый состоянием системы;

$w(t)$  -  $p$  - вектор возмущений;

$u(t)$  -  $r$  - вектор управлений;

$F(t)$  - динамическая матрица системы размером  $n \times n$ ;

$G(t)$  - переходная матрица возмущения размером  $n \times p$ ;

$C(t)$  - переходная матрица управления размером  $n \times r$ ;

Эти векторы и матрицы являются непрерывными функциями времени.

Рассмотрим способ анализа устойчивости линейных систем по уравнениям переменных состояния (1) без построения характеристического полинома. Основы метода функционально-преобразованных матриц были предложены Зубовым В.И.[2]. В результате был сформулирован критерий: для того чтобы система (1) была асимптотически устойчива, необходимо и достаточно, чтобы для матрицы

$$B = E - 2(E - F)^{-1} \quad (2)$$

Параметры функции:

1. Указатель на элемент -  $p$
2. Требуемое значение сигнала на входе 1 -  $u_1$
3. Требуемое значение сигнала на входе 2 -  $u_2$



Рис. 3.

Программа позволяет моделировать отказы различных элементов в приведенном на рис.1 электронном устройстве и последующем обнаружении этого дефекта.

Исключение дефектов, обнаруженных на данной стадии диагностирования, значительно упрощает подготовку дальнейших программ и уменьшает возможность возникновения дополнительных отказов при подключении цифровых интегральных схем к источникам питания.

### Выводы:

1. Разработанная методика и программа диагностирования цифровых узлов РЭА позволяет обнаруживать дефекты на втором этапе контроля.
2. Потребуется дальнейшая функциональная проверка при номинальных значениях напряжения питания, позволяющая обнаружить дефекты, вызванные взаимным влиянием компонентов.

**Список литературы:** 1. Грицай В.А., Киреев В.А., Киреева Ж.А. Контроль качества печатных плат. Материалы международной научно-практической конференции. Харьков.2007, с. 58-62.  
 2. Лихтицдер Б.Я. Внутрисхемное диагностирование РЭА. Киев. Техника, 1988.-168с.

выполнялось условие

$$B^k \rightarrow 0 \text{ при } k \rightarrow \infty,$$

где 0 – нулевая матрица, E – единичная матрица.

Необходимо только, чтобы  $|E - F| \neq 0$ .

Можно избежать обращения матрицы в выражении (2), применяя матрицу

$$\bar{B} = E + F/R \quad (3)$$

и считая, что все собственные числа матрицы F находятся внутри круга радиуса R в левой полуплоскости комплексного переменного p. Тогда должно выполняться условие

$$B^k = 0 \text{ при } k \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Поскольку решение однородной системы  $\dot{x} = F \cdot x(t)$  имеет вид

$$x(t) = e^{F \cdot t} \cdot x_0,$$

то для соотношения (3) рассмотрим степенной ряд

$$e^{F/R} = E + \frac{F}{R} + \frac{F^2}{2!R^2} + \frac{F^3}{3!R^3} + \dots + \frac{F^m}{m!R^m} = D_m \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Алгоритм построения процессов с равномерным шагом h имеет вид

$$x_{k+1} = D_m \cdot x_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

Функционально-преобразованные матрицы можно применять не только для анализа устойчивости, но и для построения переходных процессов при определённых начальных условиях. Для нестационарных систем функционально-преобразованная матрица перестраивается на каждом шаге, поэтому алгоритм построения переходных процессов в однородной нестационарной системе принимает вид

$$x_{k+1} = D_m(kh) \cdot x_k. \quad (7)$$

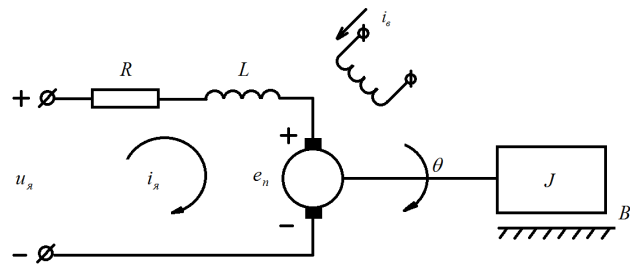


Рис. 1.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий применение этого алгоритма. На рис.1 приведена схема электродвигателя постоянного тока с управлением в цепи якоря. Задача заключается в регулировании углового положения  $\theta$  и угловой скорости  $\dot{\theta}$  выходного вала с помощью изменения напряжения якоря  $U_я$ . В линеаризованной модели двигателя: J – инерционная нагрузка; B – коэффициент вязкого трения; R – сопротивление цепи якоря; L – индуктивность цепи якоря;  $i_я$  – ток якоря;  $e_n$  – противо-Э.Д.С. якоря;  $i_в = const$  – ток возбуждения.

Допустим, что выходной момент, создаваемый двигателем, пропорционален току якоря с коэффициентом пропорциональности  $K_m$ ; а  $e_n$  – пропорциональна угловой скорости  $e_n = K_m \dot{\theta}$ . Тогда согласно второму закону Ньютона имеем:

$$J\ddot{\theta} = -B\dot{\theta} + K_m i_я. \quad (8)$$

Для цепи якоря запишем уравнения Кирхгофа

$$L \frac{di_я}{dt} + Ri_я + e_n = u_я. \quad (9)$$

Число переменных состояния определяется порядком системы дифференциальных уравнений. Выберем три величины:

$X_1 = \theta, X_2 = \dot{\theta}, X_3 = i_я$ . Решая уравнения (8) и (9) получаем:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= -\frac{B}{J}\dot{\theta} + \frac{K_m}{J}i_я; \\ \frac{di_я}{dt} &= -\frac{R}{L}i_я - \frac{K_n}{L}\dot{\theta} + \frac{1}{L}u_я. \end{aligned} \quad (10)$$

Обозначим  $f_1 = -\frac{B}{J}; f_2 = \frac{K_m}{J}; f_3 = -\frac{K_n}{L}; f_4 = -\frac{R}{L}; c = \frac{1}{L};$

$u_я$  - входная управляющая переменная, поэтому  $u_я = u(t)$ .

Теперь уравнения (8) и (9) можно представить в виде.

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= f_1 X_2 + f_2 X_3 \\ \dot{X}_3 &= f_3 X_2 + f_4 X_3 + cu(t) \end{aligned} \quad (11)$$

или в матрично-векторной форме

$$\dot{X} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & f_1 & f_2 \\ 0 & f_3 & f_4 \end{Bmatrix} X + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{Bmatrix} u(t) \quad (12)$$

Матрица F и вектор начальных условий  $|X_0|$  имеют вид:

$$F = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & f_1 & f_2 \\ 0 & f_3 & f_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.01 & 1 \\ 0 & -100 & -10 \end{vmatrix}, \quad X_0 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{vmatrix}.$$

Запишем уравнение (5) в виде:

$$D_4 = E + Fh + \frac{(Fh)^2}{2!} + \frac{(Fh)^3}{3!} + \frac{(Fh)^4}{4!} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 0.01 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.01 & 1 \\ 0 & -100 & -10 \end{bmatrix} + \frac{0.0001}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.001 \\ 0 & -0.1 & -0.01 \\ 0 & 1.001 & 0 \end{bmatrix} + \dots \quad (14)$$

Результаты вычислений для различных моментов времени  $X_1(t), X_2(t), X_3(t)$  представлены на рис. 2 (а,б,в).

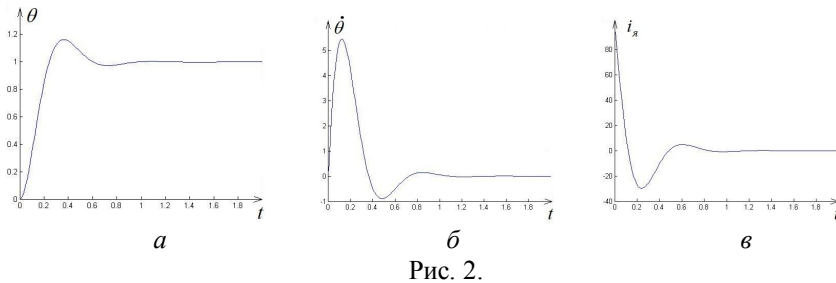


Рис. 2.

### Вывод

Рассмотренный способ анализа устойчивости линейных систем по уравнениям переменных состояния с использованием ЭВМ эффективен и его применение целесообразно.

**Список литературы:** 1. Барышев И.В., Киреев В.А. Системы управления. – Учеб. пособие. – Харьков: Нац. аэрокосмический ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2001. – 141 с. 2. Теория автоматического управления. Ч.1. Под. ред. А.А. Воронова. – М.: Высш. Шк., 1986. – 387 с.

*Л.В. ГЛЕБОВА*, асп., НТУ "ХПИ"

*И.В. ТЮПА*, к-т техн. наук, докторант НТУ «ХПИ»

*А.Л. ГРИГОРЬЕВ*, д-р техн. наук, проф., НТУ "ХПИ"

*С.Н. ГЛОБА*, к-т техн. наук, доц., НТУ "ХПИ"

### ВОЗБУЖДЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ЕМКОСТНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ

У даній роботі запропоновано теоретичну модель збудження акустичних коливань за допомогою ємнісного перетворювача. Отримано графічні залежності тиску для різних співвідношень поляризуючої та змінної напруги, надано рівняння зміщення акустичної хвилі в поверхневому шарі об'єкту контролю та побудовані відповідні залежності.

In this work the theoretical model of excitation of acoustic vibrations is offered by a capacity transformer. Graphic dependences of pressure are got for different correlations of polarizing and variable tension, equalization of displacement of acoustic wave is given in the superficial layer of control object and the proper dependences are built.

**Введение.** Наряду с известными и изученными способами ультразвукового неразрушающего контроля с использованием в качестве источника возбуждения и приема акустических колебаний пьезоэлектрических преобразователей, а также, электромагнитно-акустических преобразователей, отдельное место занимает малоизученная область – емкостные преобразователи возбуждения и приема ультразвуковых колебаний.

Данный способ наряду с очевидными преимуществами, а именно, широким частотным диапазоном возбуждения и приема ультразвуковых колебаний, отсутствием контактной жидкости, имеет существенный недостаток, связанный с низкой чувствительностью данного метода ( $10^3$  раз) по сравнению с классическими [1]. Как показал анализ литературы, данный недостаток и повлиял на отсутствие теоретических и экспериментальных исследований в этой области. Следует отметить, что, воспользовавшись результатом работы [2], емкостной способ возбуждения позволяет сравнительно эффективно создавать ультразвуковые колебания в объекте контроля (ОК) с амплитудой порядка  $10^{-9}$  м. Как показали экспериментальные исследования [3], емкостной преобразователь при данной амплитуде акустической волны может эффективно работать в режиме возбуждения и приема в широком частотном диапазоне.

**Основная часть.** На рис.1 показана конструкция ультразвукового емкостного преобразователя, одна из обкладок которого и есть ОК. Устроен он следующим образом. Параллельно одной из торцевых проводящих поверхностей образца, предназначенного для ультразвукового контроля, располагается электропроводящая пластина (электрод). Этот конденсатор поляризован постоянным напряжением  $U_{п.}$  Акустические колебания в