

## СИМУЛЯЦІЯ КОМУТАЦІЙНИХ ПЕРЕНАПРУГ ГЛИБОКОПАЗНОГО АСИНХРОННОГО МОТОРА, ЩО ЖИВИТЬСЯ ЧЕРЕЗ КАБЕЛЬ

Чабан А., к.т.н

Національний університет "Львівська політехніка",  
79013, Україна, Львів, вул. С. Бандери, 12  
e-mail: vtchaban@polynet.lviv.ua.

*Запропоновано метод розрахунку комутаційних перехідних процесів насиченого глибокопазного асинхронного мотора, що живиться через кабель. Диференціальні рівняння системи записуються в нормальній формі Коші. Результати комп'ютерної симуляції служать для оптимізації вибору захисту мотора від комутаційних перенапруг за допомогою конденсаторних батарей. Результати розрахунку одержані на підставі інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь з частинними похідними електромагнетного поля.*

*Предложен метод расчета коммутационных переходных процессов насыщенного глибокопазного асинхронного двигателя, питаемого через кабель. Дифференциальные уравнения системы записываются в нормальной форме Коши. Результат расчета на ЭВМ применяются для оптимизации выбора защиты двигателя от коммутационных перенапряжений с помощью конденсаторных батарей. Результаты расчета получены интегрированием обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных*

### ВСТУП

Асинхронний мотор – одним з невід'ємних елементів енергосистеми. Більшість електричної енергії споживається саме цим електротехнічним пристроєм. Електропривід зазвичай живиться через довгий кабель від симетричної трифазної мережі безмежної потужності. Часті перенапруги, пов'язані з вимкненням приводу з мережі, спричиняють пошкодження обмотки статора, що врешті-решт значно скорочує час служби мотора, завдає значних матеріальних збитків його користувачеві. На сьогоднішній час промисловість випускає мотори з підвищеним пусковим моментом, так звані, глибокопазні. Математичне моделювання перехідних процесів уможливило оптимізувати систему захисту мотора, основним компонентом якої є конденсаторні батареї.

На практиці в таких випадках звертаються до експерименту. Але експеримент може бути порівняно коштовним та трудомістким у практичній реалізації. Методи математичного моделювання уможливають достатньо повно відтворити процес, що відбуваються в системі.

Досконалу математичну модель асинхронної машини можна побудувати лише на підставі теорії електромагнетного поля. Але такі моделі є надто складні й використати їх у практичних розрахунках поки що не вдається. Не тільки із-за непомірного об'єму обчислень, але перш за все із-за цілої низки нерозв'язаних теоретичних проблем електродинаміки в дискретному просторі. Тому ми обмежимося розглядом прийнятної *напівпольової математичної моделі* [1]. У такій моделі фізичний процес описується рівняннями електромагнетного поля тільки в тих частинах пристрою, де вихрові струми виконують безпосередньо робочі функції – в тілі пазів ротора. В решті зон процес описується методами електромагнетних кіл. Таке поєднання методів дає можливість записати рівняння мотора в нормальній формі Коші. Відсутність процедури обернення матриці коефіцієнтів спрощує обчислювальний процес, підвищує точність і відкри-

ває реальні можливості аналізу тривалих перехідних процесів.

Дану роботу слід розцінювати як безпосереднє логічне продовження подібної роботи [2], опублікованої в цьому ж журналі, але присвяченої моторам малої потужності, в яких явище електричного повертального ефекту в пазах ротора відсутнє.

### 1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

За основу приймається математична модель [2] і ускладнюється на випадок електричного скін-ефекту в пазах ротора. Таке ускладнення здійснюється так, що не порушити структури вихідних рівнянь.

Диференціальні рівняння мотора запишемо у такому ж вигляді

$$\begin{aligned} \frac{di_S}{dt} &= A_S(u_S - R_S i_S) + A_{SR}(-V_R + \Omega \Psi_R - r_R i_R); \\ \frac{di_R}{dt} &= A_{RS}(u_S - R_S i_S) + A_R(-V_R + \Omega \Psi_R - r_R i_R). \end{aligned} \quad (1)$$

Тут  $i_S = (i_{SA}, i_{SB})_t$ ;  $i_R = (i_{RA}, i_{RB})_t$  – колонки фазних струмів статора й перетворених струмів ротора;  $A_S$ ,  $A_{SR}$ ,  $A_{RS}$ ,  $A_R$  – матриці коефіцієнтів:

$$A_S = \alpha_S(1 - \alpha_S G); \quad A_{SR} = A_{RS} = -\alpha_S \alpha_R G; \quad A_R = \alpha_R(1 - \alpha_R G), \quad (2)$$

де  $G$  – матриця

$$G = \begin{bmatrix} T + b_A i_A & b_B i_A \\ b_A i_B & T + b_B i_B \end{bmatrix}, \quad (3)$$

причому

$$\begin{aligned} b_A &= b(2i_A + i_B); \quad b_B = b(i_A + 2i_B); \quad b = \frac{2R - T}{3i_m^2}; \\ R &= \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \rho}; \quad T = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \tau}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут  $\alpha_S$ ,  $\alpha_R$  – обернена індуктивність розсіяння обмотки статора й обернена індуктивність розсіяння лобових частин обмотки ротора;  $\tau$ ,  $\rho$  – обернені основні статична й диференціальна індуктивності, їх знаходимо за характеристикою намагнетчування (холостого

стану) машини  $\Psi_m = \Psi_m(i_m)$  як:

$$\tau = \left[ \frac{\Psi_m(i_m)}{i_m} \right]^{-1}; \quad \rho = \left[ \frac{d\Psi_m(i_m)}{di_m} \right]^{-1}, \quad (5)$$

де  $i_m$  – модуль просторового вектора намагнечувальних струмів

$$i_m = 2\sqrt{(i_A^2 + i_B^2 + i_C^2)/3}; \quad i_A = i_{SA} + i_{RA}; \quad i_B = i_{SB} + i_{RB}. \quad (6)$$

При відсутності насичення характеристика намагнечування вироджується в пряму  $i_m = \alpha_m \Psi_m$ , де  $\alpha_m$  – обернена основна індуктивність машини, а матриця (3) вироджується згідно з (4), (5), (6) у скаляр

$$G = \frac{1}{\alpha_s + \alpha_r + \alpha_m}, \quad (7)$$

що значно спрощує рівняння (1). У такому разі ми отримуємо найпростішу з усіх відомих математичну модель асинхронного мотора. Треба сказати, що насичення в асинхронних моторах враховується рідко. Воно стосується таких станів як динамічне, конденсаторне, вентильне гальмування, перенапруги тощо. У даній роботі насичення із-за наявності конденсаторів мусить бути враховане.

$R_s, R_r$  – матриці опорів

$$R_s = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2r_{SA} + r_{SC} & r_{SC} - r_{SB} \\ r_{SC} - r_{SA} & 2r_{SB} + r_{SC} \end{bmatrix}; \quad R_r = r_r, \quad (8)$$

причому  $r_{SA}, r_{SB}, r_{SC}$  – опори фаз статора;  $r_r$  – приведений опір лобових частин обмотки ротора. Матриця  $R_s$  одержана з урахуванням напруги зміщення нейтралей джерела живлення й обмотки статора, з'єднаної в зірку. За умови  $r_{SA} = r_{SB} = r_{SC} = r_s$  матриця  $R_s$  вироджується в скаляр:  $R_s = r_s$  подібно до випадку симетричного ротора.

$\Omega$  = матриця кутової швидкості

$$\Omega = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Колонку повних потокозчеплень обмотки ротора  $\Psi_R = (\Psi_{RA}, \Psi_{RB})$  знаходимо згідно з (5)-(6)

$$\Psi_{Rj} = \frac{1}{\tau} i_j + \frac{1}{\alpha_r} i_{Rj}, \quad j = A, B. \quad (10)$$

$V_R$  – напруга пазової частин провідника. Цю напругу шукаємо з рівнянь електромагнетного поля, що описують фізичний процес глибоких пазів ротора.

Досліджуванний мотор має прямокутний профіль паза. За таких умов маємо одновимірну просторову задачу електродинаміки. Векторні рівняння квазістационарного електромагнетного поля у такому разі набувають вигляду [1]

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\nu}{\gamma} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}; \quad E = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial H}{\partial z}, \quad (11)$$

де  $H$  – напруженість магнетного поля;  $E$  – напруженість електричного поля;  $\gamma, \nu$  – електропровідність і релактивність провідника;  $z$  – просторова координата в напрямку глибини паза.

Здійснивши координатні перетворення рівняння (11), отримаєм [1]:

$$\frac{\partial H_A}{\partial t} = \frac{\nu}{\gamma} \frac{\partial^2 H_A}{\partial z^2} - \frac{\omega}{\sqrt{3}} (H_A + 2H_B); \quad (12)$$

$$\frac{\partial H_B}{\partial t} = \frac{\nu}{\gamma} \frac{\partial^2 H_B}{\partial z^2} - \frac{\omega}{\sqrt{3}} (H_B + 2H_A). \quad (13)$$

Крайові умови знаходимо за законом повного струму:

$$H_k(0) = i_{Rk} / a; \quad H_k(h) = 0, \quad k = A, B; \quad (14)$$

де  $a$  – ширина паза;  $h$  – глибина паза.

Дискретизуючи (12), (13) за просторовою координатою  $z$ , отримаємо:

$$\frac{dH_{Ai}}{dt} = \frac{\nu}{\gamma(\Delta z)^2} (H_{Ai-1} - 2H_{Ai} + H_{Ai+1}) - \frac{\omega}{\sqrt{3}} (H_{Ai} + 2H_{Bi}); \quad (15)$$

$$\frac{dH_{Bi}}{dt} = \frac{\nu}{\gamma(\Delta z)^2} (H_{Bi-1} - 2H_{Bi} + H_{Bi+1}) + \frac{\omega}{\sqrt{3}} (H_{Bi} + 2H_{Ai}), \quad i = 2, \dots, m-1, \quad (16)$$

де  $\Delta z$  – просторовий крок дискретизації;  $m$  – число вузлів просторової сітки.

Напругу на пазовій частині ротора знаходимо як:  $V_R = E(0)l$ , де  $E(0)$  – напруженість електричного поля на поверхні провідника;  $l$  – довжина паза. У дискретній формі матимемо:

$$V_{Ri} = \frac{l}{2\gamma\Delta z} (3H_{i1} - 4H_{i2} + H_{i3}), \quad i = A, B. \quad (17)$$

Як бачимо, вигляд математичної моделі глибокопазного мотора відрізняється від моделі звичайного відрізняється лише присутністю в (1) колонки напруг на пазах ротора  $V_R$ , які автоматично вбирають в себе значення напруг на індуктивностях розсіяння і опорах пазових частин обмотки ротора.

Заступну схему системи живлення мотора, зображено на рис. 1. Індуктивність й опором кабеля знехтувано як мізерними значеннями.

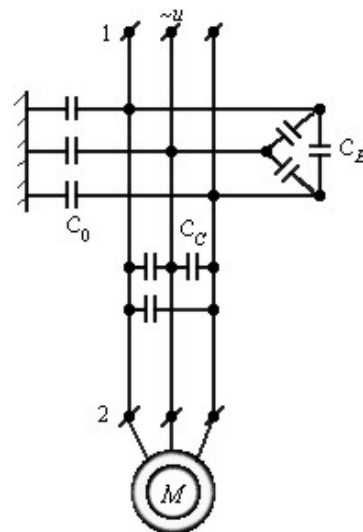


Рис. 1. Заступна схема системи живлення асинхронного привоу

Рівняння електромагнетного стану слід доповнити рівняннями механічного стану, щоб обчислити кутову швидкість  $\omega$ , що фігурує в (9). Це рівняння одержане на підставі рівняння Лагранжа другого роду, нехтуючи подальшістю та дисипацією тіла ротора,

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} (M_E - M(\omega)), \quad (18)$$

де  $M(\omega)$  - механічний момент;  $p_0$  - число пар магнетних полюсів;  $J$  - момент інерції ротора;  $M_E$  - електромагнетний момент

$$M_E = \sqrt{3} p_0 (i_{RA} i_{SB} - i_{RB} i_{SA}) / \tau. \quad (19)$$

Формулу (19) одержано, виходячи з запасу електромагнетної енергії в контурах машини.

Система диференціальних рівнянь (1), (15), (16), (18) становить математичну модель асинхронного глибокопазного мотора. На підставі методу трансфігурації усі конденсатори можна звести до еквівалентної зірки, фазну ємність якої позначимо  $C = C_0 + 3(C_C + C_B)$ .

Диференціальні рівняння еквівалентної батареї конденсаторів запишемо так

$$\frac{du_S}{dt} = C^{-1} i_S, \quad (20)$$

оскільки напруга конденсаторної батареї дорівнює напрузі статора мотора. Резистивно-індуктивні параметри кабеля у загальному випадку при потребі включаються у резистивний опір та індуктивність розсіяння обмотки статора мотора.

## 2. РЕЗУЛЬТАТИ СИМУЛЯЦІЇ

Результати симуляції виконані для вхідних даних, що приблизно відповідають реальним експлуатаційним умовам асинхронного мотора А12-52-8А ( $P_H = 320$  кВт,  $U_H = 6$  кВ,  $I_H = 39$  А,  $\omega_H = 740$  об/хв):  $r_s = 1,27$  Ом,  $r_n = 0,21$  Ом,  $\alpha_s = 38,9$  Гн<sup>-1</sup>,  $\alpha_R = 35,7$  Гн<sup>-1</sup>;  $h = 0,038$  м  $l = 0,23$  м  $a = 0,005$  м;  $\gamma = 2186$  См/м; крива намагнетчування  $\psi_m = \psi_m(i_m)$ :

$$\psi_m = \begin{cases} 0,8182i_m, & \text{if } i_m \leq 11; \\ 9 + 0,8182(i_m - 11) + 0,0064(i_m - 11)^2 + \\ + 0,000147(i_m - 11)^3, & \text{if } 11 < i_m < 40; \\ 0,2375i_m + 23,19, & \text{if } 40 \leq i_m; \end{cases}$$

$$p_0 = 4; J = 64,5 \text{ Нм}^2; C = 0,00001 \text{ Ф}; r_k = L_k = 0.$$

Вхідні дані:

$$u_{SA} = 4900 \sin(314t), u_{SB} = 4900 \sin(314t - 120^\circ);$$

$$M = M(\omega) = 2900 \text{ Нм}.$$

Розраховувався перехідний процес у системі за схемою рис. 1, що відповідав запуску глибокопазного асинхронного двигуна з активним моментом на валу з наступним вимиканням джерела живлення. Коли  $\omega = 0$ , привід зупинявся. У реальній ситуації привід буде обертатись у зворотному напрямі, причому в генераторному режимі.

На рис. 2 – 7 показані результати комп'ютерної симуляції перехідного процесу асинхронного глибокопазного асинхронного двигуна, що живиться через кабель від мережі 6000 В. Процес супроводжується дво-

ма комутаціями – вмиканням мотора в мережу й вимикання з мережі на 2 с та 4 с перехідного процесу.

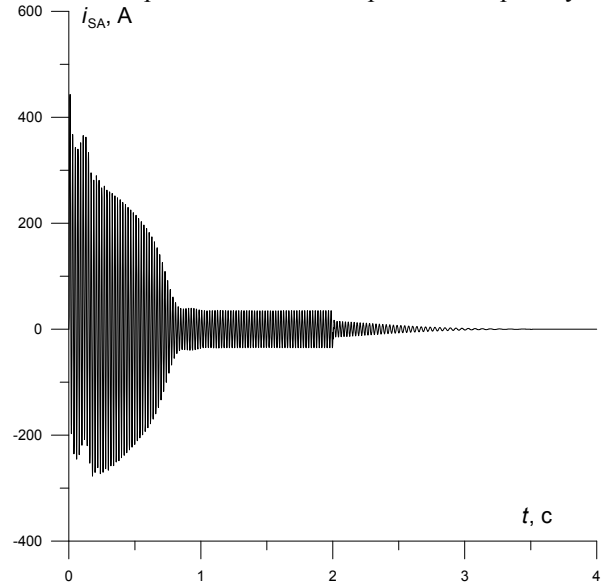


Рис. 2. Струм фази А статора в стані запуску, нормальної роботи і гальмування при вимкненні джерела напруги мережі в момент часу  $t = 2$  с

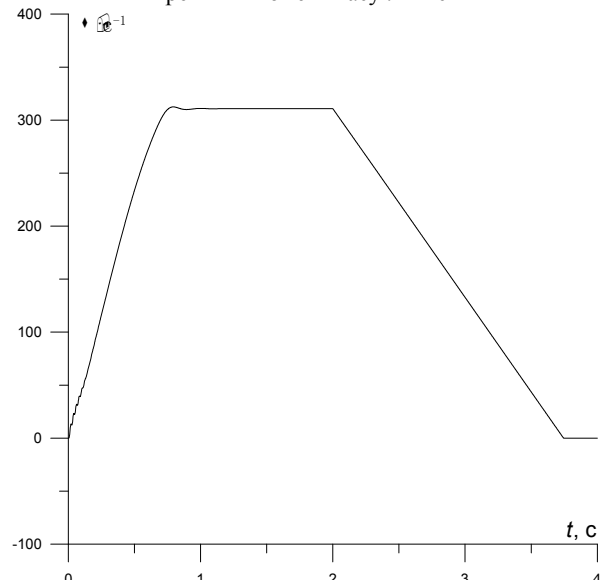


Рис. 3. Кутова швидкість у перехідному процесі, що відповідає процесові, показаному на рис. 2

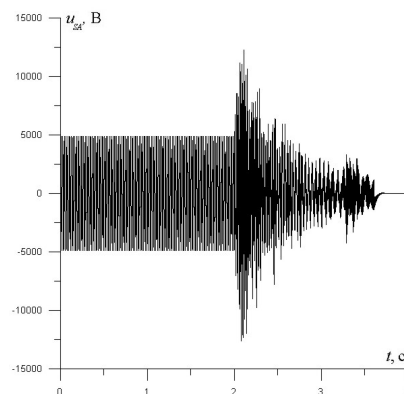


Рис. 4. Напруга фази А статора в перехідному процесі, що відповідає процесові, показаному на рис. 2,

$$C = 10 \text{ мкф}$$

(без урахування витіснення струму)

Найбільший практичний інтерес мають криві, показані на рис. 4 – 6, що стосується перенапруги на обмотці статора.

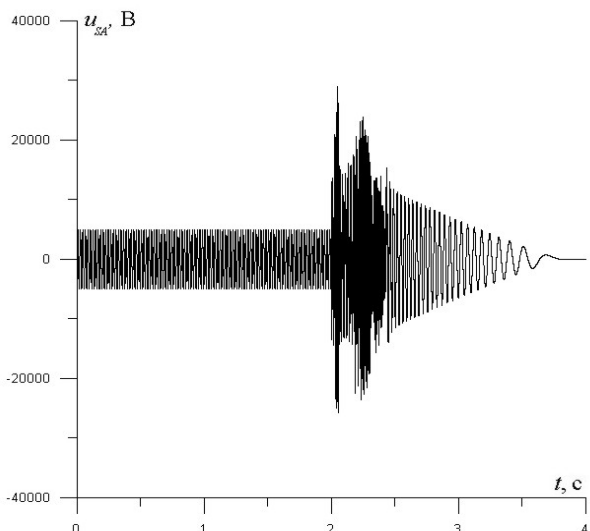


Рис. 5. Напряга фази  $A$  статора в перехідному процесі, що відповідає процесові, показаному на рис. 2,  $C = 0,2$  мкФ (без урахування витіснення струму)

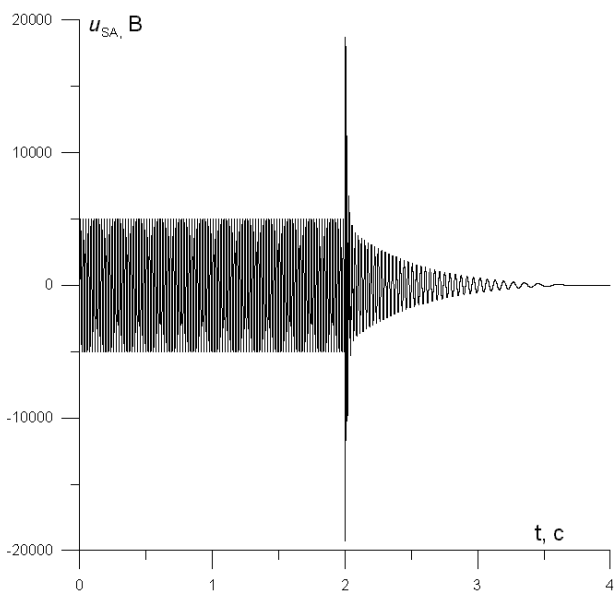


Рис. 6. Напряга фази  $A$  статора в перехідному процесі, що відповідає процесові, показаному на рис. 2,  $C = 10$  мкФ (з урахуванням витіснення струму)

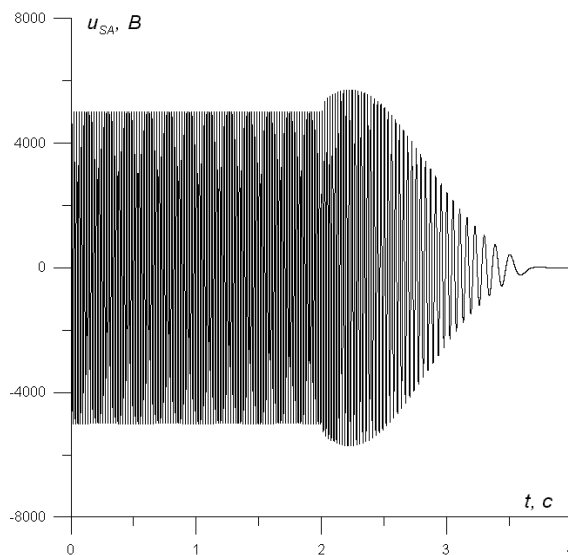


Рис. 7. Напряга фази  $A$  статора в перехідному процесі, що відповідає процесові, показаному на рис. 2,  $C = 0,2$  мкФ (з урахуванням витіснення струму)

### ВИСНОВКИ

За результатами виконаних розрахунків можна зробити висновок, що математична модель глибокопазного мотораа дає набагато реальнішу фізичну картину, яка спостерігається в електроприводі та електропостачальній системі, ніж модель, яка не враховує явища скін-ефекту [2]. Особливо це видно на графіках фазних напруг обох моторів. Форми їхніх напруг у момент вимкнення з мережі суттєво відрізняються одна від одної.

На сьогоднішній день апарат обчислювальної математики та можливості обчислювальної техніки достатні, щоб аналізувати складні багатомашинні системи глибокопазних моторів в їх реальних експлуатаційних, а заодно й аварійних режимах роботи. Такі задачі нами вже розв'язуються й отримано ряд цікавих результатів.

### ЛІТЕРАТУРА

- [1] Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997, 344 с.
- [2] Чабан В., Ковівчак Я., Кашкалов В., Чабан А. Симуляція комутаційних перенапруг асинхронного мотора, що живиться через кабель. – Електротехніка й електромеханіка, 2003'2, с. 58-60.

Надійшла 12.05.2004